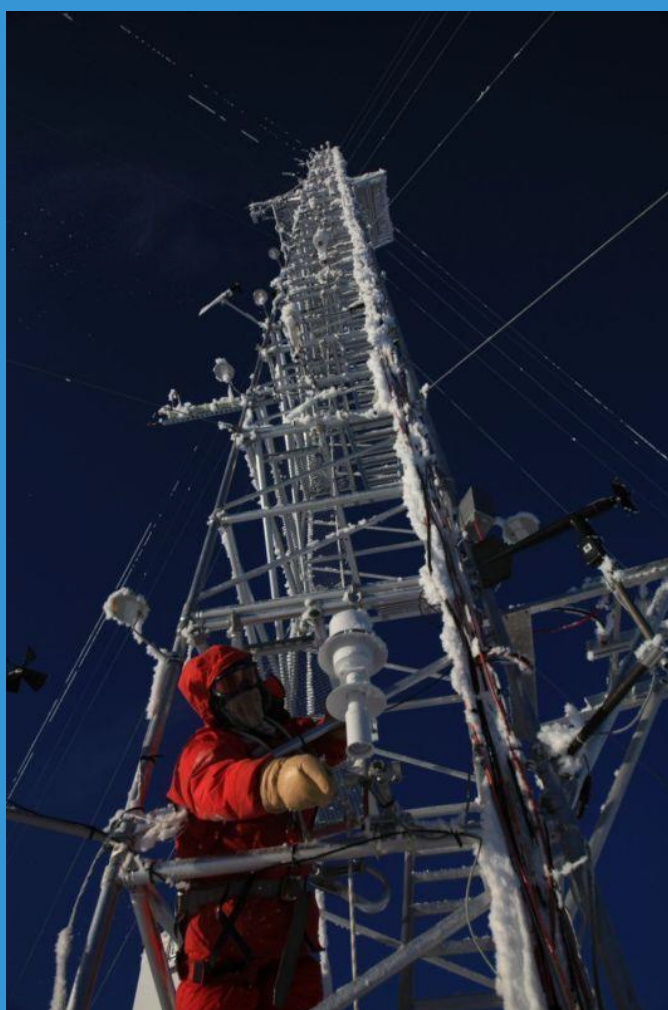


TEORIA, MISURE E MODELLI DELLA TURBOLENZA E DELLA DISPERSIONE NELLO STRATO LIMITE ATMOSFERICO



Volume 2 ***Misura e Stima delle Variabili Caratteristiche***

Roberto Sozzi
Laura Bennati
Giampietro Casasanta
Marzio Invernizzi

**TEORIA, MISURE E MODELLI
DELLA TURBOLENZA E DELLA DISPERSIONE
NELLO STRATO LIMITE ATMOSFERICO**

Volume 2
Misura e Stima delle Variabili Caratteristiche

*Roberto Sozzi
Laura Bennati
Giampietro Casasanta
Marzio Invernizzi*

**TEORIA, MISURE E MODELLI DELLA TURBOLENZA E DELLA DISPERSIONE NELLO
STRATO LIMITE ATMOSFERICO**

Volume n. 2 - Misura e stima delle variabili caratteristiche

Roberto Sozzi, Laura Bennati, Giampietro Casasanta, Marzio Invernizzi

ARPA Lazio – 2025

Riproduzione autorizzata citando la fonte

Coordinamento editoriale: ARPA Lazio – Area sistemi operativi e gestione della conoscenza

Foto di copertina

Manutenzione invernale della torre meteorologica America – Stazione antartica Concordia, di
Igor Petenko

Elaborazione della copertina e stampa: KREA L'Idea snc - Roma

PRESENTAZIONE

È con grande piacere che metto a disposizione delle istituzioni, della comunità scientifica e di tutti gli attori che operano nel settore ambientale, con particolare riguardo alla qualità dell'aria e alla meteorologia applicata, questa opera frutto di un intenso e prolungato impegno profuso negli anni dall'Agenzia con il contributo di prestigiose collaborazioni.

L'opera, articolata in tre volumi per un totale di oltre 2300 pagine, affronta in modo sistematico e approfondito le basi teoriche, le metodologie di misura e i modelli della turbolenza e della dispersione atmosferica nello strato limite, ambito di studio fondamentale per la comprensione e la gestione dei processi di trasporto e diffusione degli inquinanti in atmosfera.

Oltre al suo valore scientifico, il lavoro si configura come uno strumento tecnico-operativo utile per le attività istituzionali di controllo e monitoraggio ambientale, pianificazione territoriale e gestione delle emergenze, in linea con le funzioni attribuite dalla legge al Sistema Nazionale per la Protezione Ambientale (SNPA) e con gli obiettivi di tutela ambientale e protezione della salute pubblica.

Desidero ringraziare sentitamente tutti coloro che hanno contribuito alla realizzazione di questa pubblicazione: gli autori, i revisori scientifici, i tecnici e i funzionari dell'Agenzia che, con dedizione e competenza, hanno reso possibile la concretizzazione di un progetto editoriale così complesso e ambizioso.

Con l'auspicio che questa opera possa rappresentare un punto di riferimento duraturo, contribuendo alla crescita delle conoscenze, al rafforzamento delle competenze tecniche e scientifiche e al miglioramento delle attività di monitoraggio, valutazione e gestione della qualità dell'aria, auguro agli interessati una proficua lettura.

Tommaso Aureli
Direttore Generale ARPA Lazio

PREMESSA

VOLUME 2

È possibile misurare tutte le variabili che caratterizzano il *PBL* e che abbiamo utilizzato nel Volume 1? Con che cosa e come? È possibile stimare i vari parametri che quantificano lo stato dell'atmosfera e la sua turbolenza? Alla risposta a tutti questi quesiti è dedicato questo Volume del libro.

Per prima cosa ci dedichiamo ad approfondire il concetto di misura, di sensore e di catena di misura. Per quanto riguarda i sensori (o apparati di misura) cercheremo di definire le loro caratteristiche statiche e dinamiche e cercheremo di quantificare l'interazione tra sensore e misura che ci si aspetta da esso. Spesso si assiste alla banalizzazione della misura, come se essa fosse un'attività senza complicazioni e priva di alcun interesse, ma necessaria. Quanto siamo lontani dalla sensibilità che i fisici quantistici hanno per il concetto di misura! Qui intendiamo invertire la tendenza consueta e partire ... dall'inizio. In pratica cos'è la misura? I fisici quantistici partirebbero dal Principio di Indeterminazione di Heisenberg e noi ... ? Scopriremo che inevitabilmente esiste un'interazione tra sensore e misura e questa interazione dipende in maniera completa dalle caratteristiche dinamiche del sensore.

Subito dopo entreremo nel merito delle misure meteorologiche, micrometeorologiche e chimiche (di concentrazione delle sostanze in aria) cercando di descrivere nel dettaglio i diversi sensori impiegati nel settore e disponibili commercialmente. Per ognuno di essi cercheremo di descrivere almeno sommariamente le relative caratteristiche costruttive e di fornire un *modello comportamentale* che ci aiuti ad interpretare le misure grezze che essi producono durante la loro operatività. Non ci limiteremo a considerare solo quei sensori che possono essere utilizzati nelle osservazioni effettuate nei pressi del suolo, ma cercheremo di fornire dettagli anche su apparati di misura che consentono l'esplorazione di parte o di tutto il *PBL* come le sonde ed i principali sistemi *remote sensing*.

Che ci facciamo con queste misure che, per numerosi sensori, vengono prodotte ad una frequenza elevata (per esempio una misura grezza ogni decimo di secondo) e come le dobbiamo interpretare alla luce della Teoria della Misura? Per rispondere a ciò, descriviamo come dovrebbe essere realizzata l'elaborazione primaria delle misure grezze per ottenere le principali grandezze di interesse, come medie, varianze e covarianze. Tuttavia, sulla scorta di quanto abbiamo appreso nel Volume 1, mentre caratterizzare lo stato medio del *PBL* è semplice ed immediato, non è altrettanto immediato quantificare con le misure i vari parametri che caratterizzano la turbolenza atmosferica, come la friction velocity, la temperatura di scala, il flusso turbolento di calore sensibile e latente e la lunghezza di Monin-Obukhov. E qui incontriamo un mondo che non ci aspetteremmo e che si è sviluppato nell'ultimo mezzo secolo.

Stimare i flussi turbolenti (di quantità di moto, di calore sensibile e latente, di gas e di materiale particolato) non è immediato e banale e, vista la loro dipendenza dalle caratteristiche dinamiche dei sensori, richiede non poche attenzioni. Affronteremo il problema tenendo conto di tutti i risultati che la ricerca ha prodotto fino ad oggi e seguendo due strade parallele e, per certi versi, equivalenti. La prima strada che seguiremo è un'analisi nel *dominio del tempo* che si concretizza nel ben noto metodo *Eddy-Covariance*. Se alle prime il metodo sembrerebbe banale, col crescere dell'approfondimento scopriremo problemi sottili e complessi a cui si è trovato per ora una soluzione soddisfacente, ma che in parte restano ancora aperti a nuovi sviluppi scientifici, soprattutto con l'aumentare delle informazioni prodotte dalle postazioni di misura artiche e antartiche che, soprattutto nell'inverno polare, mostrano aspetti sorprendenti. Con questo metodo saremo in grado di stimare i flussi turbolenti desiderati ma non il meccanismo di trasferimento energetico (l'*energy cascade*) tra i vortici a dimensione maggiore ed i vortici a dimensione inferiore fino alla loro dissipazione dovuta alle forze viscosi. A questo punto presenteremo una strada alternativa di analisi questa volta nel *dominio delle frequenze* e scopriremo che anche da questa strada si giunge alla stima dei flussi turbolenti, ma con questa strada non solo è possibile estrarre le fluttuazioni turbolente da un segnale in cui sono presenti anche oscillazioni non turbolente, ma è anche possibile una stima robusta dei vari tassi di dissipazione (di energia cinetica turbolenta, di calore, di vapor d'acqua, ecc.) che sono l'anello finale dell'*energy cascade*. Ma entrambe le strade delineate richiedono inevitabilmente sensori con caratteristiche dinamiche molto elevate e spesso non disponibili. Che fare?

Quando la disponibilità di tutti i sensori necessari viene a mancare e si deve operare in condizioni *non ottimali*, è necessario riprendere pazientemente la lettura del Volume 1 e individuare strategie indirette di stima che sono nate dalle conoscenze fluidodinamiche dei vari Autori (e che abbiamo presentato al Volume 1) e mettere in campo ... una buona dose di inventiva. Qui si trovano metodi bizzarri ed insoliti, alcuni proposti molti anni orsono ed ora riproponibili in una nuova veste grazie alla disponibilità di sensori economici come gli anemometri ultrasonici biassiali. Tuttavia c'è sicuramente una serie di grandezze che ci ha

perseguitato per tutto il Volume 1 e che non hanno uno strumento che le misuri direttamente. Una di queste è l'estensione verticale del *PBL* (l'altezza di rimescolamento nel gergo di chi si occupa di dispersione degli inquinanti in aria). Esiste uno strumento che la misura direttamente? Ad oggi la risposta è negativa e l'unico modo per una sua stima è l'impiego di radiosonde o la sua deduzione indiretta dalle misure prodotte da alcuni dei sistemi *remote sensing*. Altre grandezze di primaria importanza ma non misurabili direttamente sono i parametri di rugosità (per la quantità di moto, per il calore, ecc.) e per esse si presenteranno metodi indiretti ma robusti per ottenere la loro preziosa stima. Infine non dimentichiamo che la turbolenza del *PBL* è la diretta conseguenza dell'immissione di energia, direttamente o indirettamente di origine solare, all'interfaccia aria-suolo. Sembra incredibile, ma è proprio l'interfaccia aria-suolo che ad oggi presenta i maggiori problemi di misura. In particolare è il valore del flusso di calore nel suolo all'interfaccia aria-suolo che riveste l'importanza maggiore, proprio per la sua difficoltà di misura. Affronteremo questo problema mostrando come tale grandezza sia stimabile con elevato grado di affidabilità, ma in maniera indiretta.

In conclusione, se il Volume 1 ci ha presentato la teoria ipotizzando che ogni variabile considerata fosse conoscibile, in questo volume vengono raccolti i diversi metodi possibili proprio per ottenerne la stima e per quantificarne anche il relativo grado di incertezza.

Gli Autori
Rieti, Roma, Milano - 2024

INDICE – VOLUME 2

10. TECNICHE DI MISURA: CONCETTI	1
10.1 IL CONCETTO DI MISURA E DI APPARATO DI MISURA	2
10.1.1 Il Sistema di Misura Ideale	3
10.1.2 Il Sistema di Misura Reale	5
10.1.3 Alcune considerazioni sul concetto di misura	8
10.1.4 Architettura di una stazione meteorologica tipo	11
10.1.5 La Catena di Misura	13
10.2 IL TRASDUTTORE PRIMARIO	15
10.2.1 Caratteristiche statiche di un Trasduttore Primario	16
10.2.1.1 La curva di calibrazione	16
10.2.1.2 Errori ed incertezza della misura	18
10.2.1.3 Propagazione degli errori e delle incertezze	25
10.2.1.4 Indicatori delle caratteristiche statiche di un sensore	30
10.2.2 Caratteristiche dinamiche di un Trasduttore Primario	32
10.3.2.1 La rappresentazione di un segnale come sequenza di impulsi	32
10.3.2.2 Il sensore come sistema lineare	33
10.3.2.3 La misura come convoluzione	34
10.3.2.4 Considerazioni spettrali	36
10.3.2.5 La forma generale dell'equazione dinamica di un sensore	37
10.2.3 Il Sensore del Primo Ordine	40
10.3.3.1 Ingresso a gradino	41
10.3.3.2 Ingresso armonico	42
10.3.3.3 Ingresso generico	44
10.2.4 Il Sensore del Secondo Ordine	46
10.3.4.1 Ingresso a gradino	46
10.3.4.2 Ingresso armonico	47
10.2.5 Considerazioni pratiche	49
10.3 IL TRASDUTTORE SECONDARIO	49
10.4 LA CONVERSIONE ANALOGICO/DIGITALE	54
10.4.1 Il Campionamento	55
10.4.1.1 Il Teorema di Shannon	56
10.4.1.2 L'Aliasing	60
10.4.2 La quantizzazione	62
10.4.3 La trasmissione seriale	63
10.5 CONCLUSIONI	65
PROBLEMI	66
 11. TECNICHE DI MISURA: STRUMENTI	 69
11.1 MISURA DEL VENTO	71
11.1.1 L'anemometro a coppe	73
11.1.1.1 Il modello di un anemometro a coppe	74
11.1.1.2 Caratteristiche statiche di un anemometro a coppe	76
11.1.1.3 Caratteristiche dinamiche di un anemometro a coppe	78
11.1.1.4 Overspeeding	82
11.1.1.5 Modello di Kristensen	85
11.1.1.6 Determinazione della Distance Constant	86
11.1.1.7 Osservazioni conclusive	88
11.1.2 L'anemometro a banderuola (<i>wind vane</i>)	88
11.1.2.1 Wind Vane di riferimento	89
11.1.2.2 Caratteristiche statiche e dinamiche del wind vane	90
11.1.2.3 Stima della varianza della componente trasversale del vento	93
11.1.2.4 Osservazioni conclusive	95
11.1.3 L'anemometro ad elica (<i>propeller</i>)	95

11.1.3.1	Il modello di un propeller	97
11.1.3.2	Caratteristiche dinamiche del propeller	101
11.1.3.3	Osservazioni conclusive	102
11.1.4	L'anemometro ultrasonico	103
11.1.4.1	Principi di funzionamento	103
11.1.4.2	Le realizzazioni pratiche attuali	109
11.1.4.3	Il problema della temperatura sonora	113
11.1.4.4	Il comportamento dinamico dell'anemometro sonico	115
11.1.4.5	Osservazioni conclusive	116
11.1.5	L'anemometro a filo caldo	118
11.1.5.1	La teoria di base dell'anemometro a filo caldo	119
11.1.5.2	Il circuito di misura	122
11.1.5.3	La misura delle velocità del fluido	123
11.1.5.4	Il comportamento dinamico dell'anemometro a filo caldo	125
11.1.5.5	Osservazioni conclusive	126
11.1.6	Il Tubo di Pitot	126
11.1.7	Orientamento di un anemometro	128
11.1.8	La galleria del vento e la calibrazione degli anemometri	128
11.2	MISURA DELLA TEMPERATURA	130
11.2.1	Il termometro a gas	131
11.2.2	La Scala Internazionale di Temperatura	132
11.2.3	I termometri non elettrici	134
11.2.4	Le termoresistenze	135
11.2.4.1	Le basi teoriche del funzionamento	135
11.2.4.2	Struttura fisica di una termoresistenza	137
11.2.4.3	La risposta dinamica di una termoresistenza	138
11.2.4.4	Circuiti di misura	139
11.2.4.5	Sistema di protezione dall'irraggiamento solare	141
11.2.5	I termistori	142
11.2.6	Le termocoppie	143
11.2.6.1	Le basi del funzionamento di una termocoppia	144
11.2.6.2	Le leggi delle termocoppie	147
11.2.6.3	La struttura fisica di un sensore a termocoppia	148
11.2.6.4	Le caratteristiche dinamiche di una termocoppia	149
11.2.6.5	Il sistema di acquisizione del segnale	150
11.2.7	Cenni ad altri tipi di termometri elettrici	152
11.2.8	Calibrazione per confronto dei termometri	154
11.3	MISURA DELLA UMIDITÀ DELL'ARIA	154
11.3.1	Igrometri a risposta lenta	157
11.3.1.1	Igrometri di tipo elettrico	157
11.3.1.2	Psicrometro	158
11.3.1.3	Sensori a punto di rugiada	159
11.3.2	Igrometri a risposta veloce	159
11.3.2.1	Igrometro all'infrarosso	160
11.3.2.2	Igrometro Lyman-Alpha	162
11.3.3	Cenni ad altri tipi di igrometri elettrici	165
11.3.4	Calibrazione degli igrometri	166
11.4	MISURA DI CONCENTRAZIONE DELLE SOSTANZE PASSIVE	167
11.4.1	Analizzatori a risposta lenta	168
11.4.1.1	Generalità	168
11.4.1.2	Considerazioni fisico-strutturali	169
11.4.1.3	Panoramica sintetica degli analizzatori a risposta lenta	170
11.4.2	Panoramica sintetica degli analizzatori a risposta veloce	178
11.4.2.1	Premessa	178
11.4.2.2	Analizzatori NDIR per H ₂ O e CO ₂	179
11.4.2.3	Analizzatori a banda stretta	181
11.5	MISURA DELLA RADIAZIONE SOLARE E TERRESTRE	182
11.5.1	Misura della Radiazione Solare	183
11.5.1.1	Il Piranometro	184

11.5.1.2 L'albedometro	186
11.5.1.3 Misura della radiazione solare diffusa	187
11.4.1.5 Il Pireliometro	188
11.5.2 Misura della Radiazione Infrarossa	189
11.5.3 Misura della Radiazione Netta	190
11.5.3.1 Considerazioni teoriche semplificate	190
11.5.3.2 Il Pirradiometro ed il Radiometro Netto	191
11.5.4 Calibrazione dei radiometri	193
11.5.4.1 Calibrazione dei radiometri ad onda corta	193
11.5.4.2 Calibrazione dei radiometri ad onda lunga	195
11.6 MISURA DEL FLUSSO DI CALORE NEL SUOLO	195
11.7 MISURA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA	198
11.7.1 Misura diretta della pressione atmosferica	200
11.7.2 Misura indiretta della pressione atmosferica	200
11.7.3 Microbarometri	201
11.7.4 Calibrazione dei barometri	201
11.7 MISURA DELLE PRECIPITAZIONI	201
11.8 MISURA DELL'UMIDITÀ DEL SUOLO	203
11.9 CRITERI DI LOCALIZZAZIONE DEI SENSORI	205
11.9.1 Criteri per la localizzazione di una postazione di misura rurale	205
11.9.1.1 La misura della velocità e direzione del vento	206
11.9.1.2 La misura della temperatura e umidità dell'aria	207
11.9.1.3 La misura della pressione	208
11.9.1.4 La misura delle precipitazioni	208
11.9.1.5 La misura delle radiazioni	209
11.9.1.6 La misura della turbolenza del Surface Layer	209
11.9.2 Criteri per la localizzazione di una postazione urbana	209
11.10 I SONDAGGI IN QUOTA	210
11.10.1 I palloni Pilot	213
11.10.2 Le radiosonde	216
11.10.3 Il pallone frenato	217
11.11 CENNI ALLE PIATTAFORME AEREE DI MISURA	220
11.12 I SISTEMI REMOTE SENSING	224
11.12.1 Il SODAR	225
11.12.1.1 Premessa	225
11.12.1.2 Propagazione di un'onda acustica in atmosfera	227
11.12.1.3 Funzionamento di un sistema SODAR	228
11.12.1.4 Osservazioni conclusive	232
11.12.2 Il RASS	232
11.12.4 I Sistemi Lidar	235
11.12.4.1 Premessa	235
11.12.4.2 I sistemi Lidar per la rilevazione degli aerosol	237
11.12.4.3 I sistemi Lidar Doppler (Doppler Wind LIDAR)	240
11.12.4 Il Radiometro a microonde	242
PROBLEMI	245
12. ELABORAZIONE DELLE MISURE	247
12.1 IL SW DI GESTIONE DELLA STAZIONE	248
12.1.1 Inizializzazione	252
12.1.2 Allineamento temporale	254
12.1.3 Creazione della marca temporale	255
12.1.4 Cicli di acquisizione	255
12.1.5 Elaborazione di base dei dati	256
12.1.6 Controllo di qualità delle elaborazioni primarie	257
12.1.7 Stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza	261
12.1.8 Presentazione dei dati ed analisi temporale	261
12.1.9 Archivio locale dei dati	263
12.1.10 La trasmissione dati	264
12.1.11 Il Centro Meteorologico di Controllo	264

12.2 LA STIMA DEI PARAMETRI STATISTICI DI INTERESSE	265
12.2.1 Stima campionaria dei momenti centrali di uno scalare	267
12.2.1.1 Stima campionaria del Valor Medio	267
12.2.1.2 Stima campionaria della Varianza e della Deviazione Standard	268
12.2.1.3 Stima campionaria della Skewness e della Kurtosis	268
12.2.2 Stima campionaria della Covarianza tra due variabili	272
12.2.3 Stima campionaria della Densità di Probabilità e derivati	274
12.2.3.1 La funzione di densità di probabilità e relativa cumulata	274
12.2.3.2 Indeterminazione nella costruzione dell'Istogramma	276
12.2.4 Correlazione e Funzione di Struttura	278
12.2.5 Elaborazione primaria delle misure del vento	282
12.2.5.1 Il vento e le variabili convenzionali che lo definiscono	283
12.2.5.2 Il vento di raffica	287
12.2.5.3 Vento tridimensionale e Tensore degli Stress di Reynolds	290
12.3 L'INCERTEZZA DELLA STIMA DEI MOMENTI	299
12.3.1 Incertezza del valore medio di una variabile	300
12.3.2 Incertezza dei momenti di ordine superiore	303
12.3.3 Incertezza dei flussi	305
12.3.4 Limiti pratici nell'uso delle relazioni per le incertezze	306
12.3.5 Il metodo Bootstrap	309
PROBLEMI	313
 13. STIMA DEI PARAMETRI: IL METODO EDDY-COVARIANCE	315
13.1 INTERPRETAZIONE DELLE MISURE EDDY-COVARIANCE	320
13.1.1 I Flussi Turbolenti e l'Ipotesi di Taylor	320
13.1.2 L'equazione di conservazione di uno scalare	321
13.1.3 Il Bilancio di Massa per un Volume di Controllo	323
13.2 IL METODO EDDY-COVARIANCE IDEALE	327
13.3 SENSORI PER UN SISTEMA EDDY-COVARIANCE	334
13.4 IL CALCOLO DEI FLUSSI DAI DATI GREZZI	337
13.4.1 Il Quality Control dei dati grezzi	338
13.4.1.1 Eliminazione dei spikes	339
13.4.1.2 Problemi di risoluzione	343
13.4.1.3 Dropouts	344
13.4.1.4 Situazioni complesse	345
13.4.1.5 Prime conclusioni	345
13.4.2 Scelta della quota di misura	346
13.4.3 La frequenza di campionamento ed il volume di mediazione	347
13.4.4 Il sistema di riferimento strumentale	348
13.4.5 Le correzioni della temperatura sonica	351
13.4.6 Il problema dell'aliasing	352
13.4.7 Rotazione del sistema di assi cartesiani	352
13.4.7.1 Il metodo delle rotazioni in tempo reale	353
13.4.7.2 Il metodo Planar-Fit	359
13.4.7.3 Osservazioni conclusive	361
13.4.8 Definizione del tempo di mediazione	362
13.4.9 Eliminazione dell'evoluzione temporale della media	367
13.4.9.1 Mean Removal (MR)	368
13.4.9.2 Linear detrending (LDT)	369
13.4.9.3 RC Filtering (RC)	370
13.4.9.4 Considerazioni ulteriori	375
13.4.10 Stima del time-lag tra segnali	376
13.5 LE CORREZIONI SPETTRALI	378
13.5.1 Considerazioni teoriche	379
13.5.1.1 Errori dovuti all'azione di filtraggio passa-basso	379
13.5.1.2 Errori dovuti alla definizione di media e al detrending	385
13.5.1.3 Errori complessivi	386
13.5.2 L'approccio teorico	386
13.5.2.1 Funzione di trasferimento relativa alla dinamica del sensore	387

13.5.2.2 Funzioni di trasferimento per la mediazione su un path	388
13.5.2.3 Funzioni di trasferimento per la separazione laterale tra sensori	389
13.5.2.4 Attenuazione nel condotto di un sensore closed-path	390
13.5.2.5 Osservazioni sulle funzioni di trasferimento	391
13.5.2.6 Le forme spettrali e le correzioni di varianze e covarianze	392
13.5.2.7 Il Metodo di Massman (2000/2001)	394
13.5.3 L'approccio sperimentale	397
13.6 LE CORREZIONI WPL	398
13.6.1 Considerazioni sulla conservazione di uno scalare	399
13.6.2 Le correzioni di densità	401
13.6.2.1 Le correzioni per i sensori open-path all'infrarosso	401
13.6.2.2 Correzioni per un gli igrometri al Krypton	407
13.6.2.3 Correzioni per un sensore IRGA closed-path	408
13.7 LA STIMA DEFINITIVA DEI PARAMETRI DI TURBOLENZA	409
13.8 VERIFICA DELLA STAZIONARIETÀ DELLE MISURE	412
13.8.1 Il test di Reverse Arrangement	412
13.8.2 Il test di Mahrt e di Foken e Wichura	413
13.9 INCERTEZZA INTRINSECA ALLA STIMA DEI FLUSSI	414
13.10 FORME PARTICOLARI DEL METODO EDDY-COVARIANCE	416
13.10.1 Il Metodo Disjunct Eddy-Covariance (DEC)	416
13.10.1.1 Teoria	417
13.10.1.2 Alcune considerazioni pratiche	417
13.10.1.3 Incertezza delle stime DEC	418
13.10.2 I Metodi Eddy Accumulation: True e Relaxed	419
13.10.2.1 True Eddy-Accumulation TEA	419
13.10.2.2 Relaxed Eddy_Accumulation REA	422
13.11 INTRODUZIONE AL PROBLEMA DEL FOOTPRINT	425
13.11.1 La fenomenologia	425
13.11.2 Panoramica sui Modelli di Flux-Footprint	427
13.11.3 Il Modello di Kljun e al. (2015)	429
13.11.3.1 Parametrizzazione della Crosswind-Intergated Flux Footprint function	430
13.11.3.2 Parametrizzazione della Flux Footprint function	437
PROBLEMI	443
 14. STIMA DEI PARAMETRI DEL PBL: I METODI SPETTRALI DIRETTI	 445
14.1 METODI SPETTRALI DI FOURIER NON PARAMETRICI	446
14.1.1 Generalità	446
14.1.2 Trasformata di Fourier discreta di una variabile	448
14.1.3 Costruzione numerica dello spettro	458
14.1.4 Costruzione numerica del Cospettro di due variabili	465
14.2 ANALISI SPETTRALE PARAMETRICA	467
14.3 SPETTRI E COSPETTRI MULTIRESOLUTION	472
14.3.1 Introduzione al concetto di wavelet	473
14.3.2 Introduzione all'Analisi Multiresolution	477
14.3.3 Multiresolution e Wavelet di Haar	481
14.3.4 Spettri e cospettri Wavelet	485
14.4 STIMA SPETTRALE DI VARIANZE E COVARIANZE	488
14.5 STIMA DEI TASSI MEDI DI DISSIPAZIONE	491
14.5.1 Stima diretta dei tassi medi di dissipazione	491
14.5.2 Stima indiretta dei tassi medi di dissipazione	493
14.5.2.1 Individuazione dell'Inertial Subrange	494
14.5.2.2 Metodi di stima basati sulle Funzioni di Struttura	498
14.5.2.3 Metodi di stima basati sugli Spettri monodimensionali	503
14.5.2.4 Metodo dello zero-crossing per la stima del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta	508
14.6 IL METODO BAND-PASS	513
14.6.1 Le basi teoriche	513
14.6.2 L'implementazione	514

PROBLEMI	519
15. STIMA INDIRETTA DEI PARAMETRI DEL PBL	521
15.1 GENERALITÀ SUI METODI DI STIMA INDIRETTA	522
15.2 IL METODO DEI PROFILI E DEI GRADIENTI NEL SL	526
15.2.1 Il metodo dei Gradienti	528
15.2.1.1 Il metodo GM per la stima dei parametri di turbolenza del SL	529
15.2.1.2 Il metodo GM per la stima del flusso turbolento verticale di uno scalare	533
15.2.2 Il metodo dei Profili	536
15.2.2.1 Utilizzo del solo profilo di velocità del vento	536
15.2.2.2 Utilizzo di più profili verticali	542
15.3 I METODI DI BILANCIO ENERGETICO SUPERFICIALE	548
15.3.1 Il metodo di Priestey-Taylor	550
15.3.1.1 Lo schema diurno	551
15.3.1.2 Lo schema notturno	552
15.3.1.3 Considerazioni conclusive	554
15.3.2 Il metodo del Rapporto di Bowen	554
15.3.3 Il modello di Penmann-Monteith	556
15.4 I METODI FLUX-VARIANCE	559
15.4.1 La filosofia di base	560
15.4.2 Alcune applicazioni	562
15.4.2.1 Disponibilità delle varianze e dei valori medi	562
15.4.2.2 Disponibilità di due varianze	565
15.4.2.3 Disponibilità della varianza di temperatura e della covarianza tra componente verticale del vento e temperatura	566
15.4.2.4 Disponibilità della varianza della componente verticale del moto e della covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura	568
15.4.2.5 Disponibilità di u^* e della varianza della temperatura	569
15.4.2.6 Misure di temperatura ad una quota	570
15.4.2.7 Disponibilità del parametro di struttura della temperatura e della velocità del vento	571
15.4.3 Estensione del metodo agli scalari passivi	572
15.5 I METODI INERTIAL DISSIPATION	575
15.5.1 Metodo tradizionale	576
15.5.2 Il Metodo di Albertson	578
15.5.3 Il Metodo di Hsieh	578
15.5.4 Ulteriori considerazioni	579
15.6 IL METODO VARIAZIONALE	580
15.6.1 Generalità	580
15.6.2 Un'implementazione del metodo	581
15.6.3 Estensioni del metodo	583
15.7 IL METODO SURFACE RENEWAL	583
15.7.1 Premessa	584
15.7.2 La teoria di base	586
15.7.2.1 Studio delle caratteristiche del segnale coerente	587
15.7.2.2 La stima del flusso turbolento di calore sensibile	592
15.7.3 Le teorie combinate	594
15.7.3.1 Il metodo di Chen	594
15.7.3.2 Il metodo combinato con la Similarità	595
15.8 METODI APPLICABILI A MISURE SODAR	597
15.8.1 Il metodo di Weill	597
15.8.2 Il metodo dei profili di Similarità	599
15.9 STIMA DEI PARAMETRI DI RUGOSITÀ SUPERFICIALE	599
15.9.1 Stima della lunghezza di rugosità per la quantità di moto	600
15.9.1.1 Metodi ad un livello di misura	600
12.9.1.2 Metodi a più livelli di misura	602
15.9.2 Stima della lunghezza di rugosità per il calore e per una variabile scalare	603

15.9.3 Stima dello zero-plane displacement height	604
15.10 STIMA DEL FLUSSO DI CALORE ALL'INTERFACCIA ARIA-SUOLO	607
15.10.1 Considerazioni iniziali	607
15.10.2 La situazione sperimentale di riferimento	610
15.10.3 Richiami Teorici	611
15.10.4 Metodi di Stima	613
15.10.4.1 Il Metodo di riferimento	613
15.10.4.2 Il Metodo Armonico	614
15.10.4.2 Il Metodo Combinato alle Differenze Finite	621
15.11 STIMA DELL'ESTENSIONE VERTICALE DEL PBL	624
15.11.1 Definizione	624
15.12.2 Determinazione dell'altezza di rimescolamento	625
15.11.2.1 Stima dell'altezza di rimescolamento dai radiosondaggi	625
15.11.2.2 Stima dell'altezza dai sistemi remote sensing	630
PROBLEMI	634
INDICE ANALITICO	636

10. TECNICHE DI MISURA: CONCETTI

Dopo aver presentato nei Capitoli precedenti la fenomenologia tipica e l'insieme delle equazioni differenziali che, complessivamente ed esattamente, descrivono la parte bassa della Troposfera (cioè il *PBL*), equazioni che derivano direttamente dalle leggi di conservazione della Fluidodinamica, è arrivato ora il momento di *misurare* le diverse grandezze fisiche che in esse compaiono. Come abbiamo visto, alcune di queste grandezze sono variabili meteorologiche in senso stretto, altre sono la concentrazione delle diverse specie presenti nell'aria del *PBL* che hanno interesse o agrometeorologico o epidemiologico o tossicologico. Il concetto di misura, cioè di capacità di attribuire in un contesto reale un ben preciso valore numerico ad una variabile fisica qualunque essa sia, implica inevitabilmente l'esistenza di un apparato di misura, cioè di un dispositivo materiale che, posto in un punto $P(\mathbf{x})$ dello spazio ad un generico istante t , sia in grado di attribuire in modo univoco ad una generica variabile $U(\mathbf{x}, t)$ un ben preciso valore numerico $u(\mathbf{x}, t)$, una volta definita l'opportuna unità di misura.

La prima osservazione da fare è di ordine *filosofico*. È un'evidenza che il *PBL* è descritto compiutamente dalle equazioni di conservazione illustrate al *Capitolo 2* e che tali equazioni sono tutte *leggi deterministiche*. Esse legano tra loro in vario modo i *valori istantanei e puntuali* delle variabili che descrivono questo sistema fisico, cioè le tre componenti del moto, la temperatura dell'aria, la sua pressione e densità, il suo contenuto d'acqua e quello delle differenti specie chimiche presenti, nonché le varie componenti del bilancio radiativo che ha luogo in atmosfera e all'interfaccia aria-suolo. Il fatto, poi, che tutte queste equazioni di conservazione abbiano spiccate caratteristiche caotiche, rende impossibile il loro impiego diretto ai fini pratici e, per giungere a risultati analitici e numerici apprezzabili, è stato necessario ipotizzare che ai fini applicativi l'andamento irregolare delle diverse variabili fisiche caratteristiche del *PBL* (espressione evidente della presenza della turbolenza e della caoticità intrinseca) potesse essere descritto come se tali variabili fossero processi stocastici (*Capitolo 3* e *Capitolo 4*) e quindi potesse essere descritto in termini statistici. Questa è ovviamente solo un'ipotesi di lavoro (il mondo del *PBL* è rigorosamente deterministico), ma assumendola è stato possibile riformulare le leggi di conservazione della Fluidodinamica (*Capitolo 5*) in modo tale da ottenere delle equazioni differenziali veramente utilizzabili che costituiscono la base operativa su cui si fondano tutti i modelli prognostici del *PBL* e di dispersione degli inquinanti in aria. In esse non compaiono più i valori istantanei delle variabili fisiche, ma il loro valor medio (o meglio il loro valore atteso) ed i momenti centrali di vario ordine (varianze, covarianze, ecc.). In pratica, tutte le misure che si realizzano nel *PBL* e che costituiscono l'oggetto di questo e dei Capitoli seguenti vengono fatte proprio per poter stimare nella maniera più appropriata proprio i momenti di vario ordine delle grandezze fisiche che definiscono lo stato ed il moto del *PBL*.

Per quel che ne sappiamo, se ci si pone in un punto $P(\mathbf{x})$ dello spazio e si immagina di poter disporre di un apparato di misura ideale più o meno complesso in grado di fotografare in modo continuo una generica variabile U , ciò che rileveremmo, dopo averlo posto in $P(\mathbf{x})$ ad un certo istante $t = 0$ e dopo averlo lasciato in quel punto per un tempo indefinito, sarebbe una funzione $u(\mathbf{x}, t)$ ben determinata (cioè una sequenza semi-infinita di numeri reali per tutti gli infiniti istanti temporali a partire da $t = 0$ fino a $t = +\infty$), estremamente irregolare a causa della turbolenza che caratterizza il *PBL*, ma comunque completamente deterministica. E questo è vero qualunque sia il punto dello spazio considerato e l'istante iniziale da cui inizia la *misura*. Ricordiamo, però, che l'ipotesi statistica adottata per la descrizione del *PBL* comporta che la funzione $u(\mathbf{x}, t)$ misurata sia in effetti una delle infinite realizzazioni della variabile stocastica $U(\mathbf{x}, t)$. Quindi, in questo Capitolo concentreremo l'attenzione nel comprendere come la funzione reale $u(\mathbf{x}, t)$, prodotta da questo apparato, rappresenti effettivamente la variabile che si intende misurare (il misurando),

quali che siano questi apparati *sensibili* alle differenti variabili di interesse, la loro intima struttura, le loro caratteristiche ed i loro limiti. Le variabili che prenderemo in considerazione saranno sia le *variabili strettamente meteorologiche* che le variabili *chimiche*, cioè la concentrazione delle diverse sostanze passive di interesse agrometeorologico e climatico (vapor d'acqua, CO_2 , metano, ecc.), di interesse epidemiologico-sanitario (SO_2 , CO , NO_2 , O_3 , particolato sottile, ecc.) e di interesse tossicologico.

Nel fare ciò, dovremo avere sempre in mente che ciò che potremo effettivamente misurare in un punto dello spazio ed in un periodo di osservazione (teoricamente infinito) sarà comunque sempre e solo una delle possibili realizzazioni della variabile di interesse, qualunque essa sia, che però è una variabile stocastica, di fatto per noi inaccessibile se non attraverso le proprie realizzazioni. Quindi, ciò che potremmo ottenere teoricamente sarà una funzione deterministica, reale, continua e, sperabilmente, derivabile quanto basta. Questo almeno in teoria. Gli strumenti matematici ideali da impiegare in questa discussione dovrebbero essere la Trasformata di Laplace e la Trasformata di Fourier. Seguendo, però, le consuetudini e senza alcuna reale perdita di generalità, non utilizzeremo la Trasformata di Laplace, ma solo la Trasformata di Fourier di cui daremo nell'**Appendice 4** un esauriente riepilogo con esempi sufficienti a chiarire i concetti esposti. Prenderemo anche l'occasione per approfondire nell'**Appendice 2** le necessarie nozioni su alcune funzioni speciali come la funzione generalizzata Delta di Dirac, la funzione *Signum*, la funzione di Heaviside ed altre funzioni notevoli.

Come vedremo, misurare è effettivamente possibile, anche se dovremo rinunciare per ragioni tecnologiche alla continuità temporale della misura. In effetti, potremo ottenere il valore della specifica realizzazione della variabile di interesse (*variabile misuranda*) solo in corrispondenza ad una sequenza di istanti successivi (equispaziati o meno) che, nel caso delle variabili strettamente meteorologiche, potranno essere tanto vicini tra loro da consentire di ottenere una serie di *dati grezzi* (*raw data*) di fatto continua temporalmente. Quindi, ciò che otterremo da una *misura* in atmosfera saranno i *raw data* prodotti dall'apparato di misura, cioè la risposta che tale apparato fornisce trovandosi in contatto con la variabile misuranda e non ci preoccuperemo troppo, per il momento, dell'interpretazione dei dati grezzi alla luce dell'ipotesi statistica introdotta per dedurre il modello operativo del *PBL*. Ciò sarà l'argomento di un Capitolo successivo centrato sulla stima dei parametri statistici che sono presenti nel modello operativo (medie, varianze, covarianze e momenti di ordine superiore), sulla loro incertezza intrinseca e sul loro effettivo significato fisico.

10.1 MISURA E SISTEMA DI MISURA

Per *misura* s'intende un generico processo fisico e logico che consente ad un osservatore (normalmente Euleriano, ma non necessariamente) di poter conoscere il valore che una variabile (meteorologica in senso lato) di interesse assume in un punto ben definito dello spazio e del tempo, qualunque sia il punto e l'istante considerato. In termini astratti, il *processo di misura* è quindi la *mappatura* tra una variabile di interesse in un punto dello spazio-tempo e l'insieme dei numeri reali. Perciò, il risultato ideale della *misura* di una variabile U in un punto $P(\mathbf{x})$ nel tempo (a partire da un istante t_0) è una successione infinita di numeri reali $u(\mathbf{x}, t)$ immediatamente visibili, utilizzabili ed interpretabili da parte di un osservatore. L'adozione, poi, dell'ipotesi statistica della turbolenza del *PBL* comporta, quindi, che il processo di misura di una variabile $U(\mathbf{x}; t)$ catturi una particolare realizzazione $u(\mathbf{x}, t)$ dello stesso.

Quando si osserva una variabile meteorologica o chimica nel *PBL* in realtà si osserva una sua specifica realizzazione che, dal punto di vista matematico, può essere rappresentata da una funzione reale, continua e, sperabilmente, derivabile quanto basta, dipendente dalle variabili indipendenti *spazio* $\mathbf{x}$ (il punto di misura deve stare all'interno del dominio di interesse) e *tempo* (variabile da $-\infty$ a $+\infty$). Ad oggi, la maggior parte dei metodi di misura osserva una variabile meteorologica in un ben preciso punto dello spazio $P(\mathbf{x})$ (normalmente nelle immediate vicinanze

del suolo) e quindi un processo di misura seleziona di un intero campo meteorologico (quadridimensionale, visto che dipende da spazio e tempo) un campo monodimensionale (dipendente solo dal tempo), cioè la variazione temporale di questa grandezza in un ben preciso punto dello spazio. Ciò che osserviamo, quindi, con un processo di misura puntuale è un segnale meteorologico variabile nel tempo idealmente da $-\infty$ a $+\infty$. Tutte le considerazioni che seguono saranno tutte riferite a segnali di questo tipo. Tuttavia, quando tratteremo metodi di misura non puntuali (come i sistemi *remote sensing* ed i radiosondaggi), potremo ancora utilizzare questi concetti, estendendoli a insiemi di punti nello spazio (idealmente infiniti, ma in pratica finiti) posti in genere lungo la verticale o, come per il caso del *Radar*, all'intero dominio di indagine.

La misura richiede però un *qualcosa di fisico* che determini questa conversione dal mondo delle variabili meteorologiche al mondo dei numeri reali. Si immagina, quindi, che sia possibile costruire un *apparato fisico* (un Sistema di Misura) che, posto in un dato punto dello spazio e ad un certo istante, sia in grado di fornire *in termini esatti* il valore che una data variabile meteorologica assume nel punto dello spazio-tempo considerato. In pratica, un Sistema di Misura Ideale (puramente teorico) dovrebbe essere in grado di catturare esattamente una ben precisa realizzazione della variabile osservata. In teoria, il Sistema di Misura dovrebbe operare:

- *catturando* istantaneamente la variabile da misurare, caratteristica del punto in cui viene collocato il sistema di misura ideale, in tutti gli istanti da $t = 0$ a $t = \infty$,
- disponendo di un *campione ideale unitario* per ciascuna variabile oggetto della misura, che rappresenta la variazione unitaria della variabile da misurare e di tutti i suoi infiniti multipli e sottomultipli,
- disponendo di una *capacità di confronto* tra la variabile catturata ed i multipli e sottomultipli del campione unitario,
- fornendo come risposta un numero reale che rappresenti il numero di multipli o di sottomultipli del campione unitario che rappresenta la variabile misuranda.

Ma è possibile disporre di un tale apparato così caratterizzato?

10.1.1 IL SISTEMA DI MISURA IDEALE

In termini del tutto ideali (e quindi in termini astratti), un Sistema di Misura congruente con queste aspettative, quindi un *sistema di misura ideale*, dovrebbe operare nel modo seguente:

- dovrebbe essere costruito in modo tale da *variare istantaneamente* (e quindi senza ritardi e distorsioni) *una delle proprie caratteristiche fisico-chimiche* in funzione della variabile misuranda. In concreto potrebbe essere una variazione V di una grandezza elettrica, come la tensione o la corrente, la variazione della proprietà fisica prodotta dal sistema di misura in risposta alla variabile misuranda. Inoltre, il sistema dovrebbe essere in grado di fornire per V un valore numerico (un numero reale) esatto. Per esempio, se V è una variazione di tensione, il sistema dovrebbe fornire il valore numerico reale e esatto (quindi con infiniti decimali) di V (in Volt). Oltre a ciò, il sistema di misura ideale dovrebbe risultare insensibile a tutte le altre variabili che agiscono nel punto di misura. Dovrebbe quindi essere altamente selettivo e non dovrebbe essere soggetto ad interferenze da parte di variabili estranee (sia fisiche che meteorologiche). Per esempio, un anemometro dedicato alla misura della velocità del vento dovrebbe essere sensibile solo a tale variabile, ma non, per esempio, alla temperatura, alla pressione o al campo elettrico e magnetico esistenti nel punto di misura;
- dovrebbe essere costruito in modo tale da non indurre perturbazioni sulla variabile misuranda. In sostanza dovrebbe essere *passivo* e *puntiforme* rispetto all'ambiente esterno.

Questa sua caratteristica dovrebbe consentirgli di occupare qualsiasi punto del dominio spaziale di interesse e dovrebbe essere possibile collocare due identici sistemi di misura in due punti dello spazio separati tra loro da una distanza infinitesima;

- dovrebbe avere la capacità di produrre una misura ideale in due istanti successivi separati da un intervallo temporale infinitesimo, in modo da produrre non una sequenza discreta di misure ma una misura rappresentata matematicamente da una funzione continua nel tempo e sperabilmente derivabile. Inoltre, il fatto che sia possibile misurare con uno strumento ideale in due punti separati da uno spazio infinitesimo, garantirebbe anche che la misura potrebbe essere continua nello spazio;
- dovrebbe essere possibile definire in termini matematici un *modello* $\mathfrak{Z}(\cdot)$, cioè un insieme di relazioni algebriche, che metta in relazione la variazione della caratteristica fisico-chimica *sensibile* del Sistema di Misura con la variabile da misurare. In pratica, se V è la variazione della proprietà fisico-chimica (per esempio una variazione di tensione in Volt) prodotta dal sensore in risposta alla grandezza misuranda X (per esempio la temperatura dell'aria in gradi Kelvin), dovrà essere possibile definire nei dettagli il modello matematico che possiamo scrivere formalmente come $X = \mathfrak{Z}(V)$ che esprime la relazione che intercorre tra V e X . Questo legame matematico potrà essere più o meno complesso, ma dovrà essere *univoco, monotono e totalmente deterministico*. Inoltre, essa dovrà pure essere *invertibile*;
- dovrebbe possedere un *sistema di traduzione* nei confronti dell'operatore che esegue la misura, cioè dovrebbe essere dotato di un insieme di apparati in grado di trasformare la variazione della proprietà fisico-chimica del Sistema di Misura V in un numero reale corrispondente al valore assunto dalla variabile misuranda, impiegando il modello $\mathfrak{Z}(V)$ di trasformazione. Dato che si è ipotizzato che un sistema di misura ideale sia in grado di fornire il valore numerico esatto della variazione V della proprietà fisico-chimica sensibile dovuta alla variabile misuranda, anche la misura X della grandezza misuranda sarà esatta e avrà un numero infinito di cifre decimali.

Se un Sistema di Misura rispetta completamente questi requisiti, allora siamo in presenza di un Sistema di Misura Ideale. Si suppone quindi che un tale sistema conduca inevitabilmente a *misure di tipo Puntuale ed Euleriano*, cioè a misure relative ad un punto fisso dello spazio-tempo.

Come vedremo, non tutte le variabili fisiche che descrivono il *PBL* possono essere veramente misurate da un Sistema di Misura Ideale, o meglio non per tutte le variabili micrometeorologiche di interesse risulta disponibile o realizzabile o pensabile un Sistema di Misura appropriato (si pensi, per esempio, all'altezza del *PBL* o alla lunghezza di Monin-Obukhov), quindi tutte le variabili micrometeorologiche per cui sia possibile avere a disposizione un Sistema di Misura Ideale, prendono il nome di *grandezze osservabili*. Ovviamente non si è interessati solo alla conoscenza delle grandezze osservabili, ma anche a molte altre grandezze non direttamente osservabili, ma legate a queste ultime da relazioni matematiche note. Per fissare le idee, una di queste variabili, non appartenente all'insieme delle grandezze osservabili, è la lunghezza di Monin-Obukhov L , che caratterizza il livello di turbolenza presente entro il *SL* e per cui non esiste un sistema di misura che lo determini direttamente. Per esse si giungerà ad una misura indiretta attraverso la misura delle grandezze osservabili che compaiono nella loro definizione.

Un *Sistema di Misura Ideale* produce quindi una *misura ideale*, priva cioè di errori nel senso che il sistema di misura fornisce all'osservatore esattamente il valore della realizzazione della variabile stocastica osservata in un dato punto dello spazio e ad un generico istante t , espresso in base ad una definita unità di misura. Se il sistema ideale opera in continuo, produrrà nel tempo un insieme infinito di valori corrispondenti all'andamento temporale della variabile osservata, cioè una realizzazione del relativo processo stocastico. Tale andamento sarà *esatto*, nel senso che riprodurrà esattamente l'andamento della variabile osservata nel punto dello spazio voluto, senza sovrapporre perturbazioni esogene derivanti dalle caratteristiche interne del Sistema

di Misura stesso o dovute all'interferenza di altre variabili meteorologiche per cui il sistema di misura dovrebbe essere insensibile. Infine, il sistema di misura ideale è puntuale, passivo e replicabile all'infinito (possiamo disporre di un numero infinito di sue copie) e ciò garantirebbe la misura di una realizzazione di un campo stocastico relativo ad una variabile di interesse.

Avendo introdotto l'ipotesi stocastica nella descrizione dello stato e della dinamica del *PBL*, con un Sistema di Misura Ideale sensibile ad alcune delle variabili di interesse (che quindi supponiamo stocastiche) saremmo in teoria in grado di ottenere per ciascuna di esse una realizzazione e ciò renderebbe concreta la discussione fatta ai Capitoli 3 e 4.

10.1.2 IL SISTEMA DI MISURA REALE

Nel mondo reale non esistono veri e propri Sistemi di Misura Ideali che possiedono veramente tutte le caratteristiche indicate, ma esistono solo *Sistemi di Misura Reali* per cui alcune delle caratteristiche del Sistema Ideale di Misura vengono più o meno *rilassate*. Un Sistema di Misura Reale quindi:

- è costruito, anche questa volta, in modo da variare una delle proprie caratteristiche fisico-chimiche in funzione della variabile da misurare, tuttavia la struttura fisica del sistema fa sì che la risposta alla grandezza misuranda non sia istantanea, ma comporti ritardi e distorsioni più o meno rilevanti. Sia V (per esempio una variazione di tensione) la variazione della proprietà del sistema di misura prodotta a fronte della grandezza misuranda X . Questa volta V (per esempio una tensione esprimibile in Volt) verrà ottenuta in pratica *comparandola* con un *campione di riferimento* che rappresenta la minima variazione rilevabile della proprietà considerata e contando quanti campioni elementari devono essere sommati per raggiungere il valore V . Per esempio, se V è in realtà pari a 0.573524..... Volt ed il campione di riferimento è pari a 1 millivolt, allora il sistema di misura reale riterrà che V valga 573 millivolt, cioè 0.573 Volt. Quindi, a differenza del caso del sistema di misura ideale, V non sarà noto esattamente, ma solo con un numero finito di decimali. A volte, tuttavia, tale variazione dipende, sperabilmente in misura ridotta, anche da variabili diverse dalla variabile misuranda con evidenti interferenze. Queste interferenze possono essere dovute o alla sensibilità presentata dal sistema di misura per altre variabili meteorologiche o alla sensibilità a variabili fisiche di tipo diverso che agiscono nel punto di misura (si pensi per esempio ad interferenze ed induzioni elettromagnetiche). Spesso, però, tali interferenze dipendono anche dalle caratteristiche costruttive del sistema di misura;
- inoltre può, in misura più o meno rilevante, indurre perturbazioni sulla variabile da misurare. In effetti, ogni apparato posto in un punto del *PBL* avente una dimensione geometrica finita inevitabilmente perturba, più o meno profondamente, il moto dell'aria, la pressione e la temperatura circostanti;
- è noto, spesso con un certo grado di approssimazione, un modello matematico $X = \mathfrak{F}(V)$ che mette in relazione tale variazione con la variabile da misurare X . Questo modello matematico spesso è di tipo differenziale e ciò può indurre distorsioni nella risposta del Sistema alla variabile misuranda;
- oltre che non essere puntuale, un sistema di misura reale non è in grado di produrre con continuità delle misure (quindi di produrre una funzione continua nel tempo) e perciò un sistema reale di misura è effettivamente in grado di produrre solo una sequenza discreta di misure intervallate da un intervallo Δt che, soprattutto quando si considera la concentrazione in aria di una specie chimica, può essere non trascurabile (per esempio 1 ora, 24 ore, ecc.)

- possiede un sistema di traduzione verso l'utente, cioè un insieme di apparati in grado di trasformare la variazione della proprietà fisica V del sistema di misura nel valore assunto dalla variabile misuranda X cui siamo interessati impiegando il modello formalmente espresso come $X=\mathfrak{Z}(V)$. Il Sistema Reale, però, a differenza del Sistema Ideale, può introdurre in questa trasformazione una serie di perturbazioni di varia provenienza. Quindi il modello $X=\mathfrak{Z}(V)$ non potrà essere un modello completamente deterministico e sarà perciò inevitabile considerare l'*errore* associato alla misura o, equivalentemente, la sua *incertezza intrinseca*. Dato poi che la variazione V prodotta nel sistema di misura reale non è nota con esattezza, la misura X realizzata dal sistema sarà espressa con un numero di decimali finito e sarà *incerta* nel senso che possiederà un errore intrinseco dello stesso ordine di grandezza del più piccolo sottomultiplo del campione di riferimento adottato per determinare V .

Un Sistema di Misura Reale fornirà, quindi, all'osservatore una *misura reale* che sarà prossima a quella ideale (*misura vera*), anche se affetta da errori. In particolare, si fissi ora l'attenzione su una generica variabile osservabile X (per fissare le idee, possiamo immaginare che questa sia la temperatura dell'aria). In un dato punto dello spazio e a un dato istante t il Sistema di Misura Reale fornirà una *misura reale*, cioè una *istanza*, od *osservazione*, del valore vero (incognito) di X , a cui è sovrapposto un *errore*. Se, per il momento, si considerano solo *errori di tipo accidentale*, cioè errori per cui non sia possibile determinare con certezza l'esatta causa, natura ed entità, il procedimento di misura *mapperà* un valore deterministico x (il valore assunto dalla variabile X nel punto dello spazio-tempo considerato) in un valore non deterministico X corrispondente alla *misura reale* ottenuta dal modello come $X = \mathfrak{Z}(x)$. Un esempio di ciò è la misura della temperatura con una termoresistenza. È noto che tale misura, essenzialmente di tipo elettrico e costituita da un valore di resistenza, è inevitabilmente perturbata da un rumore bianco generato dalla termoresistenza stessa, direttamente proporzionale al prodotto del valore assunto dalla resistenza e dal livello di temperatura misurato (Larsen e al., 1982). Ripetendo più volte, se fisicamente possibile, tale misura, emergerà in maniera immediata la natura apparentemente stocastica insita nella misura reale, che porta ad affermare che X è una *variabile stocastica* caratterizzata da una ben precisa funzione di densità di probabilità che, a priori, potrebbe essere qualsiasi, ma che, per semplicità pratica e sulla base del Teorema del Limite Centrale della Statistica, può essere considerata Gaussiana con media μ e deviazione standard σ . Se si è in grado di realizzare in un punto dello spazio un numero N di misure reali X_i di una variabile stazionaria e se N è sufficientemente grande, il Teorema del Limite Centrale assicura che la *media campionaria* m_x dei valori misurati è una variabile casuale *asintoticamente* Gaussiana con media μ e varianza σ^2/N . Quindi, detto $\varepsilon^2 = \sigma^2/N$ l'*errore quadratico medio* (e ε l'*errore standard*) e tenendo conto delle caratteristiche della distribuzione Gaussiana, è semplice vedere come il *vero valore* μ si verrebbe a collocare nell'intervallo $m_x \pm \varepsilon$ con il 68% di probabilità, nell'intervallo $m_x \pm 2\varepsilon$ con il 95% di probabilità e nell'intervallo $m_x \pm 3\varepsilon$ con il 99% di probabilità.

Esercizio 10.1

Si consideri un termometro elettrico (per esempio una termoresistenza) e lo si ponga in una camera termostatica che assicura una temperatura teoricamente costante. Si eseguano poi 100 misure distinte della temperatura della camera ed i risultati siano quelli rappresentati nella prima figura di seguito riportata. Come si vede, nonostante il termometro sia stato collocato entro una camera termostatica, le misure da esso ottenute risultano abbastanza variabili a causa del rumore indotto dalla termoresistenza stessa.

Sulla base delle 100 misure ottenute, possiamo individuare quale può essere l'intervallo entro cui, con una probabilità del 99%, si dovrebbe collocare il valore *vero* della temperatura della camera termostatica.

Se prendiamo in considerazione le misure realizzate, possiamo costruire un

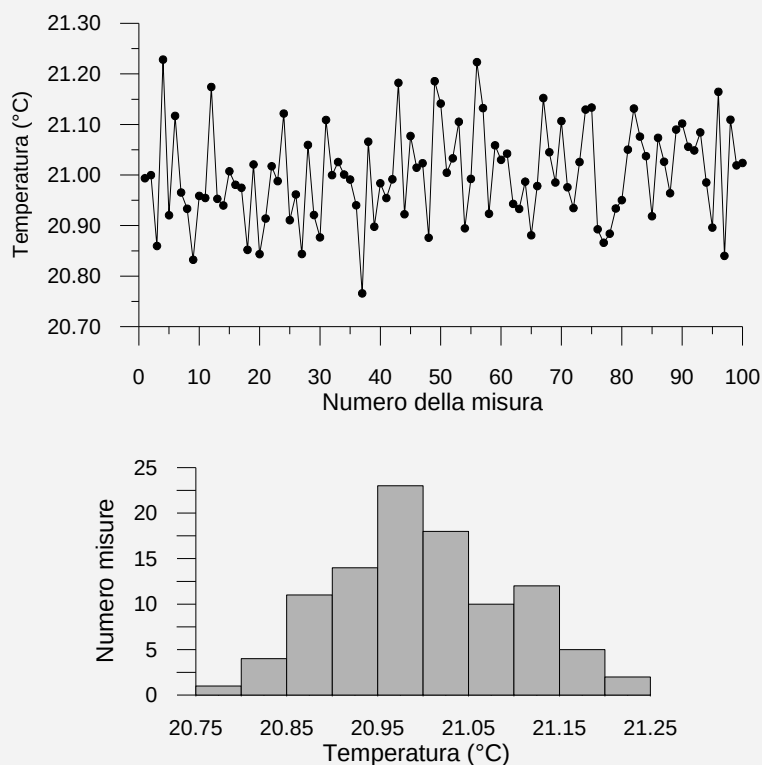
istogramma che è rappresentato nella seconda figura che segue. Da esso si nota come le misure si distribuiscono approssimativamente secondo una distribuzione Gaussiana. Dalle stesse è poi semplice determinare la seguente statistica campionaria:

media campionaria	$m_T = 21.00\text{ }^{\circ}\text{C}$
deviazione standard	$\sigma_T = 0.095\text{ }^{\circ}\text{C}$

quindi:

errore standard	$\varepsilon_T = 0.01\text{ }^{\circ}\text{C}$

In conclusione, il valore vero della temperatura T_v con un livello di confidenza del 99% sarà compreso nell'intervallo: $20.98\text{ }^{\circ}\text{C} < T_v < 21.02\text{ }^{\circ}\text{C}$



Non tutte le variabili meteorologiche e micrometeorologiche cui si è interessati sono realmente osservabili, cioè non per tutte le variabili di interesse esiste un apparato di misura reale che le determina. Tuttavia, tutte le variabili non direttamente osservabili sono esprimibili in funzione di un certo numero di variabili osservabili attraverso relazioni funzionali algebriche o differenziali comunque deterministiche. Per esempio, la temperatura potenziale virtuale dell'aria non è una variabile osservabile, visto che non esiste un apparato di misura reale che ne consenta la determinazione. Tuttavia, tale variabile è descritta da un'equazione algebrica che lega tra loro la temperatura dell'aria (misurata da un termometro), la sua umidità (misurata da un igrometro) e la pressione atmosferica (misurata da un barometro). Il problema che incontreremo (e che risolveremo) è quello di determinare come le *incertezze* insite nelle diverse variabili osservabili (in questo caso nella misura della temperatura, dell'umidità e della pressione) *si propagano* alla variabile non osservabile che stiamo considerando (DeFelice, 1998).

A questo punto è naturale immaginarsi un Sistema di Misura Reale come un oggetto fisico ragionevolmente monolitico, automatico e di dimensione più o meno ragguardevole e ciò è sostanzialmente la realtà per la maggior parte dei sistemi di misura delle variabili propriamente meteorologiche, mentre spesso non lo è per i sistemi di misura dedicati alla concentrazione di sostanze passive in aria. Tali sistemi ad oggi sono i più vari e possono risultare abbastanza lontani da quanto ci si possa aspettare. Per esempio, se consideriamo la misura dei gas importanti per

l'inquinamento atmosferico, come per esempio CO , SO_2 , NO_2 , O_3 , Benzene, il sistema di misura reale è costituito da un insieme di elementi distinti operanti in serie: in pratica un sistema di prelievo dell'aria, un condotto di aspirazione dell'aria e di adduzione della stessa ad un apparato automatico di misura che è il vero *elemento sensibile* della catena di misura. Questo caso è la prima estensione logica del Sistema di Misura Reale ed è caratterizzato dal fatto che il punto in cui si vuole e si effettua la misura è spazialmente distinto dal punto in cui si ottiene la stessa. Nel caso estremo della misura di concentrazione in aria del particolato sottile (PM_{10} e $\text{PM}_{2.5}$) con tecnica gravimetrica, spesso il sistema di misura reale è costituito da una testa di prelievo (che cattura dall'aria solo il particolato avente una data granulometria), da un condotto che trasporta l'aria campionata ad un filtro attraverso cui fluisce l'aria campionata, da un filtro su cui si accumula il particolato di granulometria voluta, da un sistema elettromeccanico che sostituisce il filtro a periodi prefissati (es. ogni 24 ore) e li immagazzina localmente, dal trasporto periodico dei filtri utilizzati dal punto di misura al laboratorio di analisi dove vengono pesati da un operatore con una bilancia di precisione. Il sistema è ben lontano dalla concezione fisica di un sistema unitario di misura e in questo caso nel sistema di misura è compreso anche l'operatore che effettua il trasporto dei filtri e la loro pesata. Tuttavia è effettivamente un sistema di misura, visto che associa alla concentrazione di particolato nell'aria in un punto dello spazio e in un tempo un ben preciso valore, anche se non in tempo reale e distribuendo le azioni di misura sia nel tempo che nello spazio. Come si nota, in questo caso (che non è l'unico) il Sistema Reale di Misura è un Sistema Logico che usufruisce opportunamente di un insieme di apparati fisici (e anche di operatori). Anche se questa è la realtà in molti casi, per semplicità espositiva nei punti che seguono considereremo solo un Sistema Reale di Misura come un apparato fisico più che logico caratterizzato da una certa individualità come è sempre il caso in meteorologia e micrometeorologia.

10.1.3 ALCUNE CONSIDERAZIONI SUL CONCETTO DI MISURA

La misura di una generica grandezza si realizza, in linea di principio, individuando per essa un opportuno *campione di riferimento* che ne rappresenta la più *piccola entità rilevabile*. Una volta individuato il campione di riferimento (l'*unità di misura*, quindi), si determinano quanti campioni elementari devono essere sommati esattamente per raggiungere il valore assunto nel punto dello spazio-tempo dalla grandezza in esame che è proprio il valore numerico della misura.

Se, per esemplificare il concetto, si sta considerando una strada perfettamente rettilinea e si è interessati alla distanza che intercorre da un punto iniziale A ad un punto finale B su un terreno perfettamente orizzontale e liscio, per prima cosa si adotterà un campione di riferimento (il metro, il centimetro o un'altra unità di misura) e si affiancheranno tanti campioni di riferimento identici uno all'altro fino a ricoprire tutto il percorso rettilineo che unisce i due punti a partire esattamente da A . Naturalmente non sarà possibile, in generale, che N campioni di riferimento, uno di seguito all'altro, raggiungano esattamente il punto B . In generale l'estremità più lontana della sequenza di campioni di riferimento allineati uno dopo l'altro giungerà in *prossimità* del punto finale e se si volesse aggiungere un nuovo campione oltrepasseremmo il punto B . In sostanza diciamo che la distanza che intercorre tra i due punti A e B è N (cioè N volte il campione di misura) con un certo grado di incertezza. Infatti, vediamo subito che associata alla misura c'è un'indeterminazione (o meglio un'*incertezza*), un errore quindi, dovuto alla dimensione finita del campione di riferimento. In sostanza, la *granularità della misura* è determinata proprio dal campione adottato. Ritornando all'esempio illustrato, si dovrebbe concludere che il tratto di strada compreso tra i punti A e B ha una lunghezza, espressa in funzione del campione di riferimento adottato (il metro consueto), compresa tra N e $N+1$ (campioni di riferimento). L'operazione di misura ha quindi prodotto un *numero* con cui esprimerla in pratica, ma ha anche evidenziato i limiti della misura stessa. In effetti, tale limite mette in evidenza come non si possano *apprezzare* distanze inferiori al campione di misura adottato e questa è proprio la *sensibilità* intrinseca all'operazione di misura realizzata con un apparato reale. In pratica, se si adotta il metro come unità di misura e la misura del tratto di strada è $N = 572$, la distanza L tra i punti A e B è di 572 m, con un'incertezza di 1 m.

Ciò normalmente si esprime come:

$$572 \text{ m} < L < 573 \text{ m}$$

cioè

$$L = (572.5 \pm 0.5) \text{ m}$$

Quindi alla misura è sempre associata un' incertezza di sensibilità (o errore di sensibilità) pari a metà della sensibilità dell'apparato di misura.

L'esempio considerato è intuitivo ma poco utile in pratica. Nel lavoro di tutti i giorni si è alle prese con apparati di misura il cui funzionamento spesso non ci è noto e non è immediatamente visibile come si realizzi la generazione del campione di riferimento della grandezza di misura cui si è interessati ed il conteggio di quanti campioni sommati portino al valore assunto dalla grandezza considerata. In termini generali, allo stato attuale della tecnologia e se si considerano apparati di misura piuttosto sofisticati come quelli usati nelle misure ambientali, un sistema di misura è costituito da un elemento sensibile alla grandezza di interesse che normalmente produce un segnale elettrico analogico (tipicamente una tensione) come propria risposta alla grandezza fisica che sta misurando. Questo segnale analogico viene trasmesso poi ad un apparato elettronico il cui compito è, da un lato, quello di generare il campione di riferimento da usare nell'operazione di confronto tra il segnale elettrico ed il campione generato e, dall'altro, operare e visualizzare in qualche modo il risultato di tale confronto. Questo in generale, ma i dettagli di tutto ciò in genere ci sfuggono.

Quello che emerge normalmente da un' operazione di misura di una variabile di interesse X , cioè dalla realizzazione successiva di un numero N di rilevazioni strumentali fatte nominalmente nelle medesime condizioni operative, è una sequenza di N valori numerici x_i , $i = 1, 2, \dots, N$. Ma, il desiderio insito nell'operazione di misura sarebbe quello di determinare il vero valore x che la variabile X assume nelle condizioni considerate, anche se ciò che è operativamente possibile ottenere è solo la sequenza di misure con valori x_i . A priori, tale sequenza sarà costituita da valori tra loro differenti, ragionevolmente prossimi al valore vero incognito x . La spiegazione di tutto ciò sta nel fatto che esistono vari effetti perturbativi che condizionano il risultato di una misura.

In primo luogo, lo stesso valore vero può essere caratterizzato da variazioni rapide e apparentemente casuali attorno al valore teorico atteso, peraltro del tutto naturali, e questa è una possibile ragione della sequenza di valori x_i tra loro differenti. In effetti, se vogliamo determinare il valor medio della temperatura dell'aria tipico di una ben precisa ora in un certo punto dell'atmosfera, la normale operazione di misura che condurremo è quella di raccogliere durante tutta l'ora un certo numero di misure elementari. Ma sappiamo da tutto quanto abbiamo studiato finora che durante questo intervallo di tempo la temperatura dell'aria varierà in maniera apparentemente stocastica e quindi è naturale aspettarsi che le misure elementari realizzate siano tra loro differenti. Saremmo molto insospettiti se succedesse il contrario! Inoltre, le condizioni di misura potrebbero non essersi mantenute rigorosamente costanti durante la realizzazione delle N rilevazioni e, oltre a ciò, è anche possibile che lo strumento vari le proprie caratteristiche in modo complicato durante la rilevazione degli N valori x_i . Lo strumento, poi, potrebbe essere soggetto a vibrazioni o a dilatazioni termiche, l'alimentatore elettrico potrebbe non mantenere la tensione nominale prefissata e potrebbero indursi disturbi elettrici per induzione elettromagnetica. Il risultato macroscopico che si ottiene, al di là delle cause primarie che lo determinano, è che un' operazione di misura effettuata mediante un numero N di rilevazioni virtualmente contemporanee e tra loro indipendenti possiede tutte le caratteristiche del campionamento di una variabile stocastica X di cui siano disponibili N realizzazioni distinte x_i . Se si stabilisce una tale ipotesi di lavoro, l'analisi delle misure può essere fatta impiegando pesantemente la struttura logica e analitica della Statistica.

Come abbiamo accennato, non tutti gli errori (incertezze) di misura sono logicamente simili. Convenzionalmente, li possiamo raggruppare almeno in due classi distinte:

- Errori sistematici. Questi errori sono dovuti a difetti del metodo e degli apparati di misura e si ripetono con eguale entità ogni volta che una misura si ripete nelle medesime

condizioni. Ovviamente un tale tipo di errore tende a diminuire col miglioramento dell'apparato sperimentale e con la sua calibrazione.

- *Errori casuali*. Essi sono dovuti a svariate cause che possono influire sulla singola misura e condurre ad una valutazione errata. Un esempio sono le fluttuazioni naturali e turbolente della grandezza in esame, un altro esempio è costituito dagli errori di lettura da parte dell'osservatore e così via. Questi errori influenzano in modo diverso le varie misure e proprio la loro distribuzione tipicamente casuale consente, ripetendo numerose volte la stessa determinazione, di giungere ad una stima più accurata del valore cercato della grandezza in esame.

Prima, però, di sviluppare una metodologia dedicata alla determinazione ed alla caratterizzazione dell'errore, è necessario eliminare dalle misure almeno tutti quegli errori facilmente individuabili ed eliminabili, che abbiamo indicato collettivamente come *errori sistematici*. Tra le cause che li possono determinare possiamo annoverare:

- i *difetti dell'apparato*, sia quelli costruttivi che quelli che si vengono a creare per il logorio dovuto all'uso;
- l'*uso dello strumento in condizioni errate*. Un esempio tipico è quello di usare calibri o recipienti tarati a temperature differenti da quella a cui è stata fatta la taratura (tipicamente 20°C). Se la temperatura di esercizio è superiore alla temperatura di taratura, le dilatazioni indotte nell'apparato di misura produrranno una misura per difetto;
- gli *errori di stima da parte dell'operatore*. Tali errori erano normali quando gli apparati erano prevalentemente analogici e quindi implicavano una valutazione visuale della misura stessa. Ora che la maggior parte degli apparati produce uscite digitali, tale fonte di errore tende a ridursi;
- le *perturbazioni esterne*. Un esempio di tali errori è quello dovuto alla presenza di corpi estranei tra le ganasce di un calibro e l'oggetto da misurare. In questo caso la misura risulterà sistematicamente per eccesso;
- la *perturbazione del fenomeno osservato da parte dell'operatore*. Una perturbazione di questo tipo non è poi così rara. Un esempio tipico si ha nella misura meccanica con un micrometro. In questa misura è inevitabile effettuare una compressione delle ganasce del micrometro sul pezzo meccanico da misurare, compressione che inevitabilmente produrrà una deformazione più o meno rilevante sul campione da misurare.

Se si elimina ogni errore sistematico dalle misure, ciò che resterà saranno solo gli errori di fonte non chiara, che presenteranno un comportamento decisamente stocastico, cioè gli *errori casuali*. In pratica, l'*ipotesi* di fondo su cui si fonda la Teoria dell'Errore di Misura è che una generica rilevazione sperimentale (cioè una singola realizzazione x_i della variabile stocastica X) risulti legata al *vero valore* x_v (la vera misura o meglio il valore atteso di X) dalla relazione:

$$x_i = x_v + \varepsilon_i \quad [10.1]$$

dove ε_i è lo scarto tra il valore vero (irraggiungibile per l'operatore) ed il valore numerico restituito dallo strumento di misura, quindi l'*errore di misura*. Per l'ipotesi di base, lo scarto tra misura e valore vero è una variabile casuale continua a media nulla, con una funzione di densità di probabilità, per il momento, incognita. In sostanza, la Teoria dell'Errore di Misura afferma che non è mai possibile conoscere il valore vero x_v di una grandezza, ma solo sapere che esso è contenuto, con elevata probabilità, entro certi limiti tanto più vicini al *valore vero* (esistente ma irraggiungibile) quanto più raffinati saranno gli strumenti impiegati ed accurate le rilevazioni eseguite.

Quanto detto, a rigore, vale quando gli errori casuali sono superiori all'errore di sensibilità

dell'apparato di misura. Visto che la maggior parte delle misure in campo meteorologico e micrometeorologico vengono realizzate con apparati in qualche misura digitali, la sensibilità del metodo è generalmente elevata e quindi l'errore di sensibilità corrispondente è normalmente basso. Tuttavia, a volte non ci si trova in queste condizioni e da un'operazione di misura si ottengono N misure elementari del tutto identiche e pari per esempio a T . Queste misure sono prive di errori causali? La risposta corretta a questo quesito è che non esiste alcun elemento che supporti una tale affermazione. Se e_T è l'errore di sensibilità associato alla singola misura T (cioè se $2e_T$ è la differenza minima che l'apparato di misura è in grado di apprezzare quando cerca di determinare il valore della grandezza in esame), l'unica cosa che si può affermare con certezza è che ogni valore compreso tra $T - e_T$ e $T + e_T$ può essere l'effettivo valore rilevato dall'apparato di misura che, però, non è in grado di fornire indicazioni su quale tra essi sia effettivamente quello visto. L'incertezza e_T è quindi ciò che viene chiamato errore massimo.

Spesso, quando si devono realizzare misure ambientali non risulta possibile ripeterle nelle medesime condizioni operative e perciò è praticamente e concettualmente impossibile elaborare considerazioni sull'errore disponendo di una sola realizzazione della misura. In questi casi, anche se indubbiamente si è perso molto nella conoscenza del fenomeno, si è in grado almeno di associare all'unica misura disponibile l'errore massimo e_T che è caratteristico dell'apparato di misura impiegato e quindi è noto *a priori*.

10.1.4 ARCHITETTURA DI UNA STAZIONE METEOROLOGICA TIPO

In tutto il resto del Capitolo studieremo il Sistema di Misura Reale dedicato alle variabili meteorologiche e micrometeorologiche, cioè una Stazione Meteorologica Tipo. Oltre ad esse, il nostro interesse è rivolto anche alla concentrazione in aria di sostanze gassose e particellari pericolose per la salute umana che determinano l'inquinamento atmosferico o situazioni di molestia olfattiva o situazioni di pericolo tossicologico. Nel caso dell'inquinamento atmosferico, il controllo dello stato di qualità dell'aria viene realizzato da *reti di monitoraggio* costituite da stazioni di monitoraggio che, dal punto di vista logico, poco si discostano da una stazione meteorologica. Nel caso della molestia olfattiva o di problemi di pericolo tossicologico, le misure spesso vengono realizzate in maniera non sistematica e variabile da caso a caso, senza aver raggiunto un certo grado di standardizzazione.

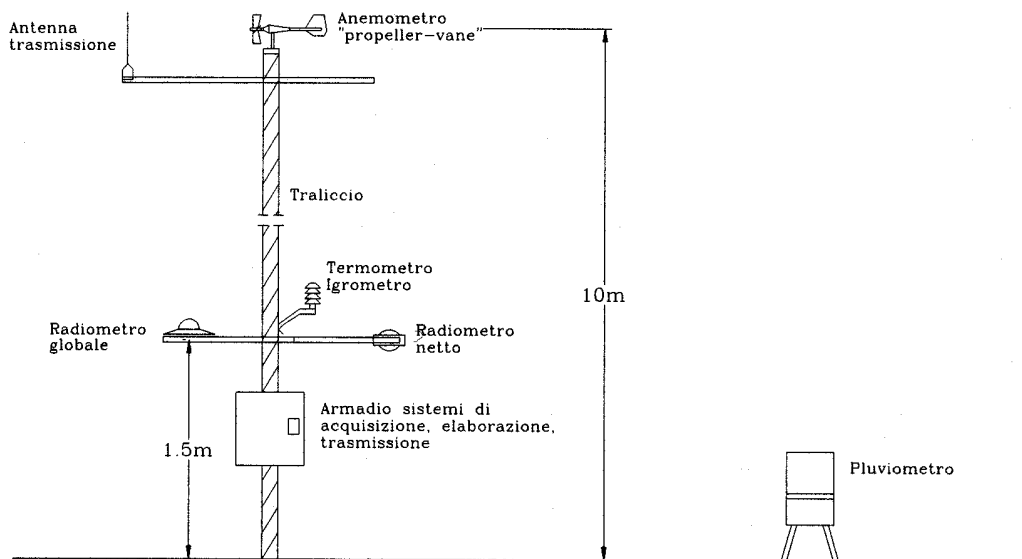


Fig. 10.1: architettura tipica di una stazione meteorologica al suolo (rielaborazione da Brock e Richardson, 2001)

Alla luce di tutto ciò, come anticipato conviene prendere la Stazione Meteorologica Tipo come esempio prototipale di un Sistema di Misura Reale, riconducendo ad esso per quanto possibile gli altri sistemi di misura. Una sua tipica realizzazione è rappresentata schematicamente nella Fig. 10.1.

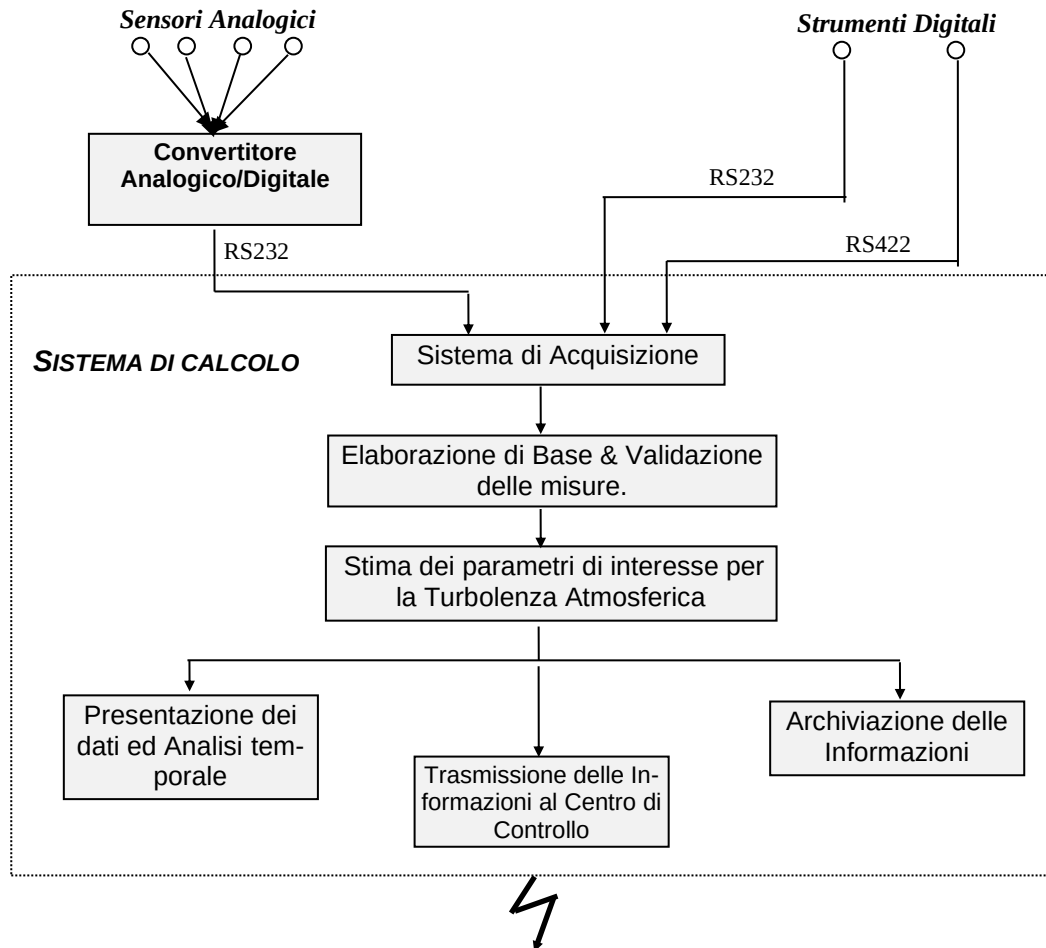


Fig. 10.2: architettura funzionale di una stazione meteorologica.

In essa si individuano facilmente gli elementi costitutivi seguenti:

- i sensori meteorologici, cioè l'insieme degli strumenti specializzati nella misura delle singole variabili meteorologiche (nella figura ci si riferisce come esempio alla velocità e direzione del vento, alla temperatura e umidità dell'aria, alla pressione atmosferica, alla pioggia ed alle principali variabili radiometriche come la radiazione solare globale, l'albedo e la radiazione netta). Normalmente la misura della velocità e direzione del vento viene realizzata alla sommità del palo presente nella stazione (tipicamente alla quota di 10 metri dal suolo), mentre le altre misure vengono raccolte a quote prossime al suolo (normalmente a $1 \div 2$ m);
- il sistema di acquisizione, cioè l'apparato elettronico automatico (spesso programmabile) che verifica lo stato fisico dei singoli sensori, ne acquisisce periodicamente i segnali di uscita e converte queste letture in un formato numerico;
- il sistema di elaborazione costituito da un sistema elettronico di calcolo (per esempio un PC di tipo industriale) che, applicando opportune regole ai valori numerici ottenuti dai singoli sensori (le *misure grezze*), stima i principali parametri statistici di interesse

micrometeorologico (i valori medi, le varianze e le covarianze) ed i parametri che non possono essere osservati direttamente, come per esempio la lunghezza di Monin-Obukhov (di ciò tratteremo in un capitolo successivo);

- un *sistema di archiviazione, trasmissione e presentazione*, che realizza l'archiviazione locale delle misure e delle elaborazioni effettuate in un database, che si occupa della trasmissione di tutte le *informazioni* ottenute ad un eventuale sistema periferico (qualora la stazione sia parte di una rete di sorveglianza) e della presentazione di quanto acquisito ad un utente locale.

Dalla **Fig. 10.1** è possibile definire l'*architettura funzionale* di una stazione Meteorologica Tipo, cioè il flusso dei segnali e delle elaborazioni sia analogiche che digitali, fino all'ottenimento dei valori medi e dei momenti di interesse di tutte le variabili per cui sono stati predisposti nella stazione sensori di misura. Essa è rappresentata schematicamente nella **Fig. 10.2** dove sono chiaramente visibili i flussi dei segnali prodotti sia dagli strumenti analogici che da quelli digitali. Riferendoci sempre alla **Fig. 10.2**, è interessante notare come, allo stato attuale della tecnologia, l'acquisizione delle misure (sia quelle analogiche che quelle digitali), la loro elaborazione, l'archiviazione, la presentazione e la trasmissione delle stesse non siano funzioni fisicamente separate, anche se logicamente lo sono, ma al contrario come esse siano frequentemente localizzate ed integrate (via Software o con schede dedicate) in un sistema di calcolo dedicato (normalmente un *PC* anche se di derivazione industriale).

10.1.5 LA CATENA DI MISURA

Dallo schema funzionale riportato in **Fig. 10.2** si individua distintamente l'esistenza di un *cammino* (sia logico che fisico) che parte dai segnali meteorologici di interesse (i *misurandi*) e termina quando le differenti variabili acquisite vengono convertite in una successione infinita di numeri reali (almeno in linea di principio) rappresentanti le effettive misure. Questo ovviamente per le variabili osservabili. Questo cammino logico e fisico seguito dalle informazioni primarie nella loro conversione in informazioni meteorologiche definitive prende il nome di *Catena di Misura*. Si definisce, quindi, *Catena di Misura* l'insieme di tutti quei dispositivi (fisici e concettuali) che realizzano la *cattura* e la *traduzione* di una variabile meteorologica da rilevare in una serie storica di numeri, cosa che rappresentano la misura per l'utente. È evidente che in una stazione meteorologica ci dovrà essere, almeno concettualmente se non fisicamente, una catena di misura per ogni variabile da misurare.

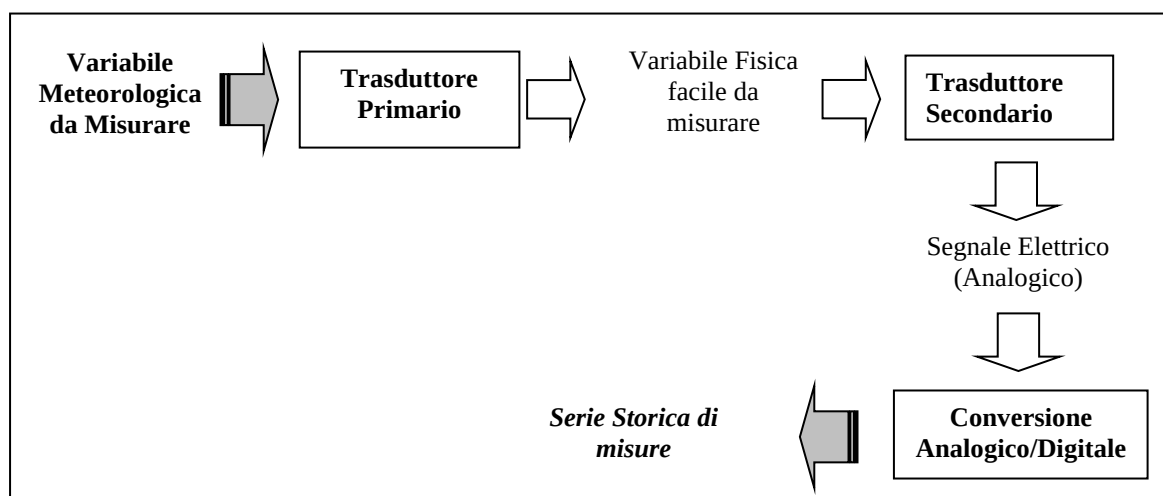


Fig. 10.3: schema concettuale di una Catena di Misura.

Schematicamente, una catena di misura si presenta come mostrato in **Fig.10.3** da cui si vede come il suo compito principale sia *catturare* e *tradurre* in un numero, idealmente ad ogni istante ma in pratica ad intervalli temporali fissi, la variabile meteorologica di interesse e questo lo si realizza impiegando, almeno concettualmente, tre elementi principali:

- il trasduttore primario, cioè l'elemento sensibile del sensore meteorologico vero e proprio che muta una propria caratteristica fisica in funzione di una ben precisa variabile meteorologica. Di norma, ma non sempre, l'uscita del trasduttore primario è già un segnale elettrico, anche se spesso tale segnale elettrico non è semplice da utilizzare direttamente (si pensi per esempio ad una resistenza o a un'induttanza);
- il trasduttore secondario, a volte già integrato nel trasduttore primario, che ha il compito di trasformare l'uscita del trasduttore primario (qualunque essa sia, per esempio una velocità di rotazione per un anemometro a coppe o una variazione di resistenza in una termoresistenza) in un segnale elettrico (normalmente di tensione o di corrente) facilmente trasportabile e leggibile;
- il convertitore Analogico/Digitale che ha due compiti fondamentali. Il primo è quello di acquisire a tempi prefissati (per esempio ogni secondo), la misura del sensore che a lui affrisce, mentre il secondo compito è quello di convertire questo segnale elettrico in un numero reale, codificato in forma digitale.

Per chiarire meglio la differenza tra Trasduttore Primario e Trasduttore Secondario, prendiamo in considerazione il familiare anemometro a coppe riportato schematicamente in **Fig. 10.4**. Come si può vedere, questo sensore, dedicato alla misura del modulo della proiezione orizzontale del vettore vento, è costituito essenzialmente da un equipaggio mobile che può ruotare nel piano orizzontale attorno ad un asse fisso verticale dotato di opportuni cuscinetti per diminuirne l'attrito durante la rotazione. L'equipaggio mobile è costituito, nel caso rappresentato in figura, da quattro bracci posti nel piano orizzontale con uno degli estremi fissato al centro di rotazione e con l'altro fissato ad una coppa che presenta la propria superficie convessa al flusso dell'aria. A causa di questa geometria, sulle coppe si scarica la forza derivante dal moto delle masse d'aria e ciò induce la rotazione dell'equipaggio mobile. In questo caso, il Trasduttore Primario è esclusivamente l'equipaggio mobile che trasforma la velocità orizzontale dell'aria in un moto di rotazione attorno ad un asse verticale, mentre il Trasduttore Secondario è il dispositivo calettato sull'asse di rotazione (per esempio una dinamo tachimetrica) che trasforma la rotazione dell'asse in una tensione elettrica proporzionale alla velocità di rotazione dell'asse stesso.

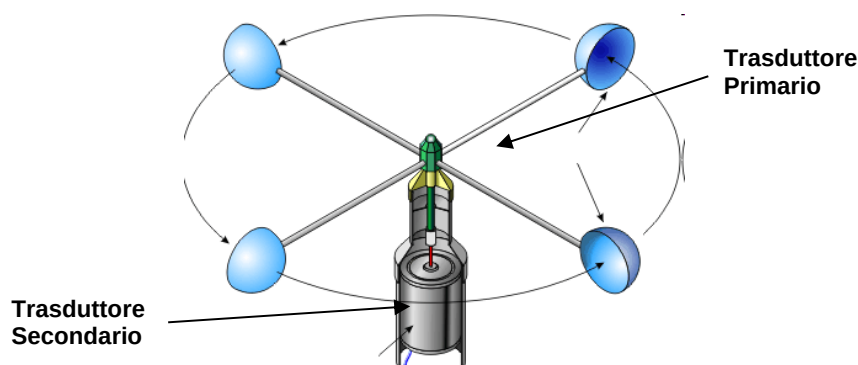


Fig. 10.4: esempio di Trasduttore Primario e di Trasduttore Secondario

Nel resto del Capitolo studieremo le caratteristiche matematiche di un generico Trasduttore Primario e chiariremo meglio il significato del Trasduttore Secondario e del convertitore

Analogico/Digitale. Per una migliore comprensione di ciò nell' **Appendice 3** vengono presentate, senza pretese di rigore matematico, alcune funzioni di notevole interesse e di impiego generalizzato, come la funzione Delta di Dirac e la funzione di Heaviside, mentre l' **Appendice 4** è dedicata al potente strumento di analisi che è la Trasformata di Fourier, già ampiamente utilizzata in precedenza nello studio teorico della turbolenza.

10.2 IL TRASDUTTORE PRIMARIO

Compito di un Trasduttore Primario è la conversione di una variabile meteorologica da misurare (per esempio la velocità e direzione del vento, la temperatura dell'aria, ecc.) in una *variabile intermedia* più semplice da trattare (per esempio il momento angolare, la tensione elettrica, la variazione di una resistenza elettrica, ecc.), sfruttando l'influenza che la variabile da misurare ha su una o più proprietà fisiche del sensore stesso. Moltissimi sono i principi di misura cui si è ricorso per realizzare i Trasduttori Primari adatti a misurare le variabili meteorologiche caratteristiche del *PBL*, tuttavia, al di là delle specificità, tutti rispondono ad un'unica semplice logica. Nel prossimo Capitolo studieremo le varie soluzioni adottate per rilevare le variabili meteorologiche e chimiche di interesse. In questo Paragrafo, invece, consideriamo le caratteristiche materiche di un generico Trasduttore Primario, cosa che ci consentirà di stabilire e di capire la relazione funzionale che si viene a stabilire tra misurando e misura.

Consideriamo, quindi, un Trasduttore Primario generico (che spesso per brevità chiameremo semplicemente *sensore*) ed indichiamo con x la generica risposta del sensore (*output*) ad una variabile meteorologica avente il valore y (*input*). Dato che dobbiamo individuare il comportamento del sensore a fronte di un generico *input* meteorologico, è opportuno studiare due situazioni operative molto differenti tra loro:

- la prima situazione è costituita dal caso in cui l'*input* meteorologico al sensore resta costante nel tempo. In questo caso, lo studio del comportamento del sensore primario porterà a definirne le caratteristiche statiche dello stesso, cioè le proprietà intrinseche al trasduttore che non dipendono dalla variazione nel tempo del segnale meteorologico cui è sensibile, ma solo dalle sue caratteristiche costruttive ed operative. Va subito sottolineato come troppo frequentemente ci si limiti a giudicare la capacità o meno di operare di un sensore solo attraverso le sue caratteristiche statiche, ignorando che nella realtà di tutti i giorni un sensore meteorologico o chimico che opera nel *PBL* turbolento è sottoposto ad un *input* costantemente e sistematicamente variabile;
- la seconda situazione è costituita dal caso in cui la variabile misuranda varia nel tempo, anche molto rapidamente ed irregolarmente, caso tipico per le misure realizzate nel *PBL* turbolento. In questo caso, lo studio del comportamento del sensore porterà a definirne le caratteristiche dinamiche. Conoscere tali caratteristiche significa poter prevedere quali saranno le eventuali distorsioni che il segnale di *output* al sensore presenterà a fronte di un dato *input* e verificare se esse risultano accettabili o meno ai fini pratici.

Le caratteristiche statiche e dinamiche variano da sensore a sensore (anche dello stesso tipo) e dovrebbero essere sempre dichiarate esplicitamente dai fabbricanti di strumentazione meteorologica e di sistemi di monitoraggio per il controllo della concentrazione in aria delle principali sostanze inquinanti, anche se non sempre ciò avviene veramente. Mentre lo studio delle caratteristiche statiche di un sensore ci consentirà di individuare la relazione esistente tra *input* e *output* (statici) dello stesso, lo studio della risposta dinamica di un dato sensore sarà invece indispensabile per decidere se tale sensore può essere usato o meno per certi tipi di misura, per esempio se il sensore è adatto a rilevare le fluttuazioni turbolente di un segnale da cui si dovrebbero ottenere valori medi, varianze, covarianze, momenti statistici di ordine superiore e spettri.

10.2.1 CARATTERISTICHE STATICHE DI UN TRASDUTTORE PRIMARIO

Le caratteristiche statiche di un Trasduttore Primario sono un insieme di indicatori che descrivono collettivamente il comportamento del sensore in una situazione in cui l'ingresso meteorologico è costante o ha raggiunto un livello di equilibrio.

10.2.1.1 La Curva di calibrazione

Per prima cosa, un generico sensore dovrà essere caratterizzato dalla propria curva di calibrazione (o curva di taratura) cioè dalla relazione matematica che lega tra loro il *valore di ingresso* y , cioè il valore della variabile meteorologica da misurare, con il *valore di uscita* x , cioè il valore raggiunto dalla variabile misurabile prodotta dal trasduttore a causa dell'ingresso meteorologico. Questa corrispondenza tra *input* e *output* (che deve essere biunivoca, monotona e invertibile) potrebbe in teoria essere ottenuta semplicemente considerando la fisica del sensore, tuttavia normalmente essa viene determinata sperimentalmente, sensore per sensore, ed un esempio in tal senso è rappresentato dalla **Fig. 10.5**.

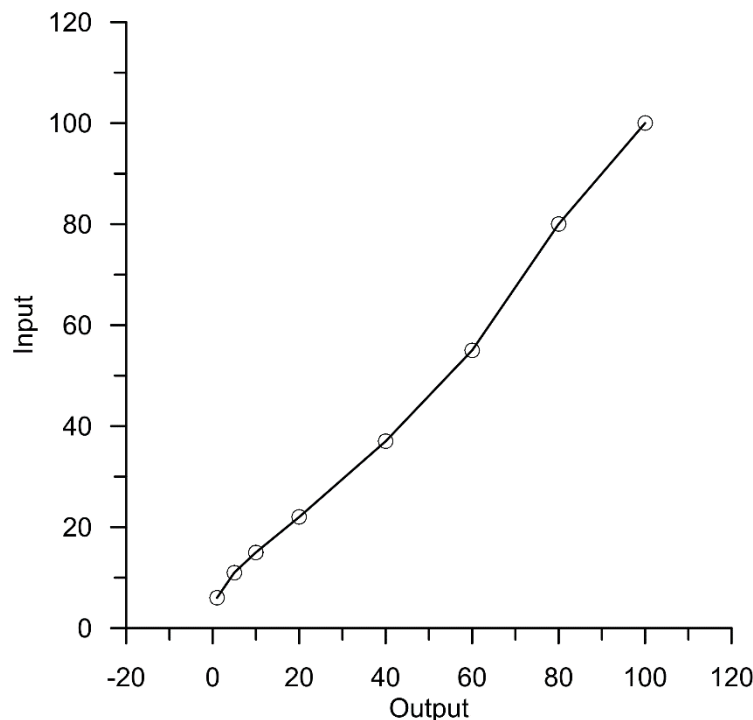


Fig. 10.5: tipica curva di Calibrazione di un Trasduttore Primario

La curva di calibrazione è quindi una relazione matematica di tipo algebrico (che, ovviamente può essere graficata), definita per un dato intervallo di valori di *input* e che deve possedere alcune caratteristiche ben precise:

- deve essere una relazione matematica esplicita e non implicita, perché essa possieda un'utilizzabilità immediata e sia invertibile. Ciò sta a significare che se esiste una relazione algebrica di calibrazione del tipo $x = f(y)$, allora dovrà esistere anche e sempre una funzione algebrica $g(x)$ tale che $y = g(x)$ e $g(x)$ deve essere matematicamente la funzione inversa di $f(y)$;
- deve essere una funzione monotona (crescente o decrescente), cioè la cui derivata prima nell'intervallo di definizione deve mantenere lo stesso segno o, al più, annullarsi;

- dovrebbe essere (anche se non è essenziale) la più vicina possibile ad una relazione lineare, ciò per renderne l'uso più semplice.

Ma come si determina la curva di calibrazione di un sensore e chi la individua? La *Metrologia* si occupa di definire tutto ciò e qui di seguito vengono fornite solo alcune informazioni essenziali.

Per la determinazione della curva di taratura sono state introdotte, sia a livello internazionale che a livello nazionale, precise norme al riguardo (ISO, UNI, ecc.) che definiscono i dettagli per ogni tipo di misura. Per comprendere meglio tutto ciò, è opportuno chiarire alcuni passi logici che vengono condotti nella procedura che individua la curva di calibrazione di un generico sensore, procedura nota come calibrazione del sensore:

- per quanto abbiamo detto, il sensore che ci interessa calibrare (cioè per cui è necessario individuare la relazione tra il suo *input* ed il suo *output*) è dedicato alla misura di una specifica variabile meteorologica (una delle tre componenti del moto, la temperatura, l'umidità, ecc.) e per tale variabile le Norme hanno sicuramente fornito procedure specifiche di calibrazione che dovranno essere seguite. Immaginiamo, per fissare le idee, che il nostro sensore sia dedicato alla misura della temperatura dell'aria. Oltre a ciò, individuiamo fin da subito quale potrà essere la variabilità massima attesa (*range*) della grandezza meteorologica che vogliamo misurare nell'ambiente reale in cui il sensore si troverà ad operare. Nel nostro esempio, il sensore opererà in una stazione meteorologica al suolo posta alle medie latitudini e la variabilità attesa per la temperatura dell'aria sarà, per esempio, l'intervallo $-50^{\circ}\text{C} \div +60^{\circ}\text{C}$.
- una volta selezionata la variabile fisica cui è dedicato il sensore, le Norme definiscono uno standard primario, cioè delle modalità operative che garantiscono di riprodurre un ambiente caratterizzato da un ben preciso valore per la variabile in esame caratterizzato da un'accuratezza elevatissima e nota. Dato che lo standard primario è definito da ben precise Norme, esso è riconosciuto internazionalmente come quel riferimento che per la variabile meteorologica considerata possiede le più elevate qualità metrologiche. Lo standard primario non è un sensore, ma più spesso è un ambiente in cui hanno luogo ben precise trasformazioni fisiche o chimiche. Dato che la modalità per generare un tale ambiente dipende dal *range* di interesse, le Norme definiscono per ciascun *range* metodologie specifiche. Per esempio, nel caso della temperatura nel *range* di interesse meteorologico, gli standard primari sono costituiti da alcune situazioni termodinamiche quali il punto triplo del mercurio (-38.8344°C), il punto triplo dell'acqua (0.01°C) ed il punto di fusione del gallio (29.7646°C).
- una volta definito lo standard primario e le modalità per la sua generazione, viene definito anche come devono essere realizzati degli standard secondari da sottoporre allo standard primario. Lo standard secondario è di fatto una replica strumentale (perché questa volta è uno strumento e non un ambiente) dello standard primario che, essendo un ambiente, non è facilmente realizzabile e trasportabile. Nel caso della temperatura, le Norme stabiliscono che lo standard secondario nel *range* di interesse sia la termoresistenza di platino realizzata in maniera opportuna. Tale standard secondario (o anche *sensore primario*) viene messo a contatto con gli standard primari previsti nelle modalità specificate dalla Norma (nel nostro caso i due punti tripli e il punto di fusione del gallio) e in questo modo viene realizzata una corrispondenza biunivoca tra la temperatura relativa ai tre standard primari considerati e la resistenza elettrica presentata dal sensore nei tre casi. L'importanza logica della presenza del sensore primario non sta solo in questa relazione biunivoca, ma nel fatto che si costruisce tra questi punti di calibrazione una relazione di interpolazione che estende la relazione *input-output* ad ogni valore di temperatura del *range*. La realizzazione degli ambienti operativi che riproducono le situazioni prescritte per la calibrazione è possibile solo in pochi centri specializzati, in genere uno per ogni nazione,

ma la realizzazione e la calibrazione dei sensori primari consente di trasferire questi ultimi, che sono alla fine solo sensori e non ambienti, anche se costosi e delicati, ad altri istituti che procedono alla calibrazione di ulteriori sensori di complessità e costo inferiore e normalmente anche di maggior robustezza che vengono chiamati *standard di trasferimento* e *standard di lavoro* ed anche *sensori secondari*.

- questi *sensori secondari* vengono calibrati con i *sensori primari* per confronto, cioè vengono posti accanto ai sensori primari in appositi ambienti di media complessità (nel caso dei termometri, tali ambienti sono bagni termostatici) in cui vengono riprodotte diverse situazioni operative nell'ambito del *range* di operatività del sensore. Gli *output* del sensore primario (di cui è nota la curva di calibrazione) costituiscono la base per la costruzione della curva di calibrazione del sensore secondario. Essi, in generale, non sono sensori speciali, ma sono sensori di normale utilizzo con prestazioni elevate e quindi non è raro che vengano impiegati direttamente in campo. È anche frequente che alcuni di essi vengano utilizzati per una calibrazione per confronto dei sensori normalmente operativi in campo, garantendo che questi ultimi operino costantemente in condizioni ottimali.
- è normale che col tempo i sensori tendano a degradare le proprie caratteristiche e quindi le operazioni di calibrazione, anche quelle relative ai sensori primari, devono essere ripetute periodicamente in modo da mantenere il livello delle misure il più vicino possibile a quello ideale.

Tutto ciò sarebbe completamente vero e relativamente facile a realizzarsi se non ci fossero degli errori che si vanno ad infiltrare nella misura, errori che sono di vario tipo ed ineliminabili e che, alla fine, fanno sì che il sensore si comporti come se in *input* ci fosse una variabile stocastica.

10.2.1.2 Errori ed incertezza della misura

Immaginiamo di realizzare un ambiente che riproduca nella maniera più rigorosa possibile uno standard primario di un generico misurando Y caratterizzato da un *valore di riferimento* y_c il più possibile prossimo al *valore vero* y_v . Poniamo in questo ambiente controllato un sensore dedicato al misurando di cui vogliamo conoscere le *caratteristiche statiche*. Tale sensore risponde al misurando Y con una risposta X ; in generale, le unità di misura di X e Y saranno diverse (per esempio, l'unità di misura della variabile Y sarà °C, mentre l'unità di misura di X sarà Ohm). Per fissare le idee, Y sia la temperatura e lo standard primario sia l'ambiente prescritto dalle Norme per riprodurre il punto triplo dell'acqua cui corrisponde il valore di riferimento $y_c = 0.01$ °C che è quanto di più vicino al valore vero abbiamo a disposizione. Il sensore da calibrare sia una termoresistenza di platino inserita in un opportuno circuito elettrico alimentato con una tensione stabilizzata che restituisce in *output* un segnale di tensione X (Volt).

Considerazioni statistiche di base

Se inseriamo M volte il sensore nello standard primario (cioè se ripetiamo M volte la misura) e registriamo ogni volta il valore di tensione presentato in *output* dalla termoresistenza dopo aver atteso per un tempo opportuno in modo da far esaurire il transitorio iniziale, otterremo alla fine M osservazioni x_i ($i = 1, 2, \dots, M$), in generale differenti tra loro a causa delle perturbazioni di varia natura che si vanno ad *infiltrare* nella misura senza che ci si possa porre rimedio. Queste perturbazioni generano i vari errori di cui si è parlato in precedenza. Quindi le M osservazioni indipendenti x_i saranno, a tutti gli effetti, M realizzazioni di una variabile stocastica X che sarebbe completamente caratterizzata se fosse nota la relativa densità di probabilità di cui nulla sappiamo con precisione. Tale variabile stocastica, durante l'operazione di misura, viene *campionata* M volte ottenendo gli M campioni x_i che riteniamo tra loro indipendenti e distribuiti identicamente. Per cercare di caratterizzare in modo più operativo una tale variabile stocastica è necessario aggiungere altri elementi all'analisi.

Il primo elemento è costituito da un'ipotesi del tutto ragionevole che prende il nome di Postulato di Gauss della media aritmetica e che altro non è che la specializzazione alle attività di misura della Legge empirica del caso secondo cui il valore vero x_v di una generica variabile stocastica X , cercato con un'operazione di misura, resta del tutto sconosciuto. L'unica cosa che si può affermare è che il valore più probabile per la variabile stocastica X è la media aritmetica $\bar{x}$ delle M realizzazioni x_i definita come:

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i \quad [10.2a]$$

Al crescere del numero M di realizzazioni, la differenza tra x_v e $\bar{x}$ tende a ridursi progressivamente (anche se tale differenza è rappresentata da una funzione continua, ma non necessariamente ovunque derivabile) fino ad annullarsi, al limite per M tendente all'infinito. In questo caso i due valori coincidono. In sostanza il postulato di Gauss afferma che la media aritmetica delle realizzazioni x_i è uno stimatore non distorto di x_v . Ciò si può verificare semplicemente con le seguenti considerazioni. Sia x_v il valore vero incognito assunto dalla variabile X e x_i siano le M misure, cioè le M realizzazioni della variabile meteorologica X considerata come una variabile stocastica. L'errore assoluto ε_i della singola misura sia definito secondo la relazione (10.1). Calcoliamo ora il valore medio dell'errore assoluto della media $\bar{x}$. È facile mostrare che:

$$\bar{\varepsilon} = \bar{x} - x_v = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i - x_v = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (x_i - x_v) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i \quad [10.2b]$$

cioè l'errore medio di cui è affetta la media risulta pari alla media degli errori delle singole misure. Questo è sicuramente un risultato importante. Se gli errori delle singole misure sono di tipo stocastico, saranno ugualmente probabili errori in eccesso ed errori in difetto. Se le misure sono numerose, gli ε_i tenderanno ad eliminarsi a vicenda nella sommatoria che inoltre è moltiplicata per $1/M$, coefficiente sempre più piccolo con l'aumentare di M . Quindi:

- disponendo di un numero rilevante di misure ripetute della stessa grandezza, si assume come migliore stima del valore vero assunto dalla variabile in questione la media aritmetica delle misure realizzate;
- questa stima campionaria risulta essere più accurata di quanto lo siano le singole misure ed è tanto più attendibile quanto maggiore è il numero di ripetizioni che vengono realizzate nelle medesime situazioni;
- come valutazione dell'errore connesso alle singole misure, cioè dello scostamento medio tra il valore misurato ed il valore vero, si assume lo scarto quadratico medio campionario delle misure realizzate, cioè:

$$s_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2}{M - 1}} \quad [10.2c]$$

Se approfondiamo maggiormente il ragionamento, notiamo come in realtà l'operazione di misura sia il risultato dell'interazione tra il fenomeno fisico indagato e l'apparato di misura che adottiamo per rilevarlo. A sua volta, tale apparato sarà, in generale, costituito da un insieme più o meno numeroso di apparati elementari che, opportunamente aggregati, interagiscono tra loro fino a farci apparire in qualche modo il valore numerico della misura che altro non è che una delle singole realizzazioni che costituiscono la misura stessa. Quindi ogni singola realizzazione può essere vista, in termini *microscopici*, come la realizzazione di una variabile casuale somma di un gran numero di variabili casuali indipendenti, ciascuna caratterizzata da un valor medio e da una varianza associata. La funzione densità di probabilità di ciascuna di esse è naturalmente incognita,

a priori diversa una dall'altra, e quindi non è semplice dire quale dovrebbe essere la distribuzione di densità di probabilità per le misure. Dall'esame, però, dei dati sperimentali, si possono estrarre due proprietà tipiche delle misure, o meglio degli errori di misura:

- la probabilità di ottenere un certo scarto dal valore vero (errore di misura) deve essere funzione del modulo di tale scarto e non del suo segno, dato che misure in eccesso e in difetto rispetto al valore vero si presentano sperimentalmente con uguale probabilità. In definitiva, la distribuzione degli scarti deve essere simmetrica rispetto allo zero;
- la probabilità di ottenere un certo scarto dal valore vero (in modulo) deve essere decrescente al crescere di tale scarto e tendere a zero quando esso tende all'infinito. Questo, perché deve essere più probabile commettere errori piccoli che errori grandi ed infinitamente improbabile commettere errori infinitamente grandi.

Da queste considerazioni e dal fatto che le variabili casuali elementari sono numerose, per il Teorema del Limite Centrale si può affermare che la funzione densità di probabilità che caratterizza la singola realizzazione di una misura è una Distribuzione Normale con media $\bar{x}$ asintoticamente coincidente col valore vero x_v . Se si ipotizza che il valore vero x_v sia deterministico, dalla (10.1) si può allora asserire che anche gli errori di misura (gli scarti, quindi) sono distribuiti secondo una Normale, ma questa volta a media nulla. In effetti, se si eseguono M realizzazione durante l'operazione di misura e se il numero M è sufficientemente elevato, l'istogramma delle frequenze che si ottiene risulta molto prossimo alla distribuzione Normale.

Se una misura è l'insieme di M realizzazioni elementari e indipendenti x_i e se, come affermato, la funzione di densità di probabilità che caratterizza gli errori di misura è una distribuzione Gaussiana, è necessario stimare due soli parametri per caratterizzare completamente, in termini campionari, la variabile stocastica X : il valore medio e la varianza campionaria. È però consuetudine descrivere la funzione di densità di probabilità Normale degli scarti, data da:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\left[-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right]} \quad [10.3a]$$

nel modo seguente:

$$f(\varepsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{[-h^2\varepsilon^2]} \quad [10.3b]$$

dove con h si è indicato il *modulo di precisione della misura*. In effetti, quando il parametro h è piccolo, la distribuzione Gaussiana si presenta piuttosto allargata e si restringe sempre di più, concentrandosi attorno ad uno scarto nullo, con l'aumentare di h . Quindi, ad una bassa precisione di misura corrisponde una distribuzione Gaussiana molto allargata, mentre ad un'elevata precisione una Gaussiana molto stretta attorno al valore medio. Non è difficile dimostrare che:

- il valore medio $\bar{z}$ del modulo degli scarti definiti dalla relazione (10.1) è legato al modulo di precisione dalla relazione:

$$\bar{z} = \frac{1}{h \cdot \sqrt{\pi}} \quad [10.3c]$$

- la relazione tra il modulo di precisione e la varianza che caratterizza la distribuzione delle misure e degli scarti è:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2h^2} \quad [10.3d]$$

- per misure affette solo da errori casuali distribuiti secondo una normale, il rapporto tra lo scarto quadratico medio della distribuzione e il valore medio $\bar{z}$ del modulo degli scarti vale:

$$\frac{\sigma}{\bar{z}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.2533 \dots \quad [10.3e]$$

La distribuzione delle misure può essere espressa anche in una forma differente. Infatti, se si considerano le M misure, è possibile anche una loro *normalizzazione* mediante la relazione:

$$t_i = \frac{x_i - x_v}{\sigma} \quad [10.4a]$$

Viste le premesse, la funzione di distribuzione della variabile stocastica T con realizzazioni t_i è una normale standardizzata del tipo:

$$f(t) = \frac{h}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\left[-\frac{t^2}{2}\right]} \quad [10.4b]$$

Naturalmente la trasformazione di normalizzazione non può, in generale, essere realizzata in termini esatti, visto che risultano incogniti sia x_v che σ , tuttavia si può realizzare una trasformazione del tutto analoga in cui si sostituisce al valore vero e allo scarto quadratico medio la relativa stima campionaria. Anche in questo caso, la funzione di densità di probabilità risulta essere una normale standardizzata. *La cosa interessante di una tale normalizzazione è che facendo ciò si perde completamente la relazione con le modalità con cui è stata realizzata la misura ed in particolare le variabili normalizzate risultano indipendenti dalla precisione della misura stessa.*

Se si considera ora il fatto che la distribuzione degli scarti delle misure è una Normale, un generico scarto ha, viste le caratteristiche della distribuzione, la probabilità del 68% di cadere all'interno dell'area della distribuzione delimitata da un intervallo di semi-ampiezza σ centrato sullo zero. Inoltre, l'intervallo di semi-ampiezza σ centrato su di una misura qualsiasi ha una probabilità del 68% di contenere il vero valore della variabile considerata.

Per il postulato di Gauss e anche per la legge empirica del caso, il valore medio campionario della misura tende a coincidere, come detto, col vero valore della variabile al tendere ad infinito del numero M delle realizzazioni. Inoltre, la varianza campionaria associata, sulla base di quanto affermato dalla Statistica, è data dalla relazione seguente:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (x_i - \bar{x})^2 \quad [10.5a]$$

Sempre ricordando quanto previsto dalla Statistica, il valore medio campionario è a sua volta un'ulteriore variabile stocastica che si manifesta allo sperimentatore quando si effettuano N misure differenti, tutte nelle medesime condizioni operative. Le differenti medie che si otterranno da ciascun esperimento, per il Teorema del Limite Centrale, saranno distribuite secondo una normale avente una varianza (*errore quadratico medio della media*) pari a:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{N} \sigma_x^2 \quad [10.5b]$$

È consuetudine dire che se si effettua una misura di una variabile X costituita da M realizzazioni x_i , il valore cercato della variabile è pari a $\bar{x} \pm \bar{\varepsilon}$. Dato che $\bar{\varepsilon}$ è una variabile stocastica distribuita secondo una normale a media nulla, la relazione $\bar{x} \pm \bar{\varepsilon}$ rappresenta l'intervallo di confidenza al livello di significatività del 68.3%, cioè l'intervallo numerico entro cui esiste la probabilità del 68.3% di incontrare il vero valore x_v . È consuetudine indicare $\bar{\varepsilon}$ col termine *errore standard di misura*.

Oltre a ciò, si può sfruttare la proprietà della distribuzione degli errori di misura per individuare eventuali misure affette da errori sistematici non immediatamente individuabili. Se, per esempio, si considera un campione di M misure e si calcola la media e lo scarto quadratico medio campionario, è possibile dire che al di là dell'intervallo $\pm 3\sigma$ dovranno cadere circa lo 0.26% (cioè $0.0026 \cdot M$) degli scarti. Se M è inferiore a 1000, il numero di scarti che si potrebbero collocare al di fuori dell'intervallo non dovrebbe superare le 3 unità. Se nella realtà, il numero di scarti sperimentali che si collocano fuori dall'intervallo indicato è superiore, è molto probabile che alcune delle misure che hanno provocato tali scarti risultino affette da un errore sistematico. Non potendo

individuare quali, è conveniente eliminarli tutti, dato che la loro eliminazione non contribuirà in maniera decisiva alla determinazione della media e dello scarto quadratico medio campionario.

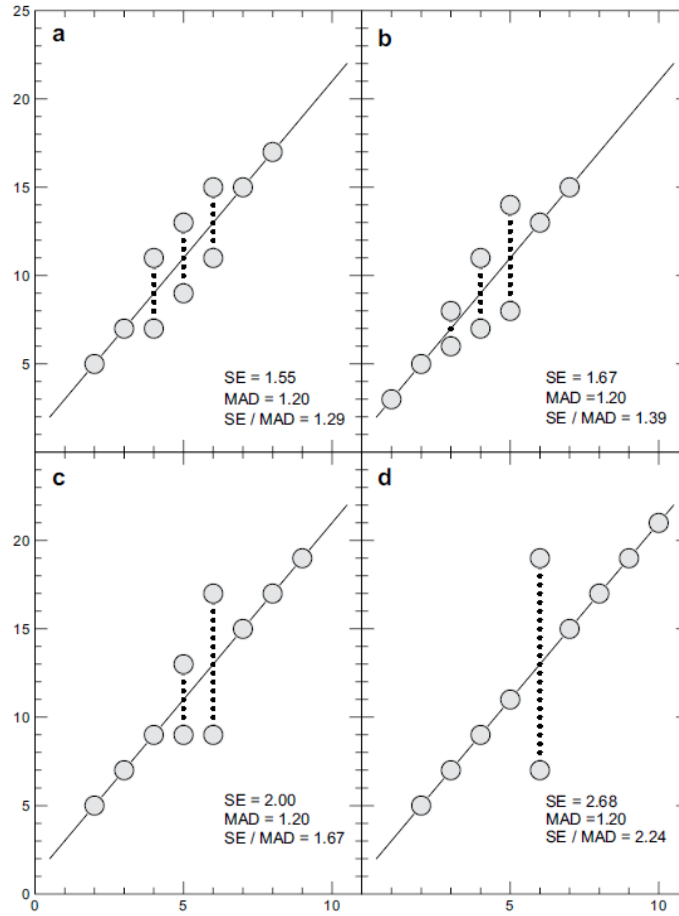


Fig. 10.6: confronto tra l'impiego dello scarto quadratico medio e della deviazione massima assoluta (Willmott e al., 2009)

L'incertezza intrinseca ad una misura è stata definita precedentemente attraverso lo *scarto quadratico medio campionario* σ_x definito dalla (10.2c), ma, a ben guardare, questa definizione non è la più naturale possibile. In effetti la sua struttura analitica in cui compare un'elevazione al quadrato esalta irrimediabilmente le misure elementari più lontane dal valor medio, spesso dovute a situazioni anomale causate da perturbazioni intense e localizzate nel tempo (*outlier*). Nonostante ciò, è proprio su questa grandezza che si fondano le principali tecniche statistiche di *fitting* delle misure (**Appendice 6**). Per questa ragione e per altre ben evidenziate in Willmott e al. (2009), molto spesso è stato introdotto un nuovo parametro che rappresenta l'incertezza intrinseca di una misura, noto come *Deviazione Assoluta Media* (MAD, *mean-absolute deviation*) e definito come:

$$MAD = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |x_i - \bar{x}| \quad [10.6]$$

Per poter apprezzare concretamente la differenza tra le due definizioni di incertezza intrinseca, si analizzi la **Fig. 10.6** in cui sono riportate alcune situazioni tipiche. In essa, l'incertezza intrinseca calcolata secondo la (10.2c) è stata indicata come SE. Come si vede, non è possibile dire che una definizione è migliore dell'altra: entrambe hanno un significato statistico ben preciso e probabilmente l'insieme delle due fornisce un quadro più completo dell'incertezza legata ad una misura.

La curva di calibrazione

Per quanto visto, la calibrazione può essere di due tipi: una *calibrazione assoluta* (per esempio quando calibriamo gli standard secondari con i primari) ed una *calibrazione per confronto* (per esempio quando calibriamo un normale strumento in campo o in laboratorio con uno standard secondario o con uno standard di trasferimento). Comunque sia, alla fine della procedura di calibrazione dobbiamo individuare la curva di calibrazione.

Se con calibrazione s'intende il risultato del confronto tra un *input* di valore noto ed il relativo *output* dello strumento, allora nel caso esempio considerato generiamo un valore di temperatura e rileviamo la resistenza prodotta dalla termoresistenza. Ripetiamo ora questa procedura con differenti standard primari. Se N sono gli standard primari riprodotti ed in corrispondenza a ciascun standard realizziamo M misure indipendenti, allora per ogni standard i -esimo ($i = 1, 2, \dots, N$) otteniamo il relativo valore medio dalle M realizzazioni x_i e alla fine otteniamo N coppie di valori $(y_{ci}, \bar{x}_i)$, cioè una corrispondenza per punti, entro il previsto *range* di funzionamento del sensore, tra il valore di riferimento per lo standard i -esimo y_{ci} (per esempio il valore la temperatura in °C) ed il valor medio $\bar{x}$ dell'*output* del sensore posto a contatto con lo standard (per esempio la tensione in mV). Con queste coppie di valori è ora possibile individuare la *curva di calibrazione* del sensore, cioè la relazione analitica tra l'*output* del sensore ed il valore del misurando.

Una possibilità concreta è quella di considerare come curva di calibrazione la spezzata che unisce le diverse coppie $(y_{ci}, \bar{x}_i)$. Dato che spesso è conveniente avere una relazione matematica, possibilmente di tipo algebrico, che esprima tale rapporto di dipendenza, il metodo più utilizzato è quello di individuare quella relazione matematica che meglio approssima i punti dati nel piano (x, y) . A questo proposito, a volte si usa una relazione di potenza, a volte una relazione esponenziale, a volte una relazione polinomiale ma, se il *range* di funzionamento previsto è limitato, spesso si utilizza (se le coppie di punti lo suggeriscono) una relazione lineare del tipo:

$$y^s = a_0 + a_1 x \quad [10.7a]$$

dove y^s è la miglior stima del misurando quando l'*output* del sensore è x . Per individuare i coefficienti presenti nella relazione che esprime analiticamente la curva di taratura è opportuno impiegare tecniche statistiche di regressione (lineari o meno) cui è interamente dedicata l'**Appendice 6**. In pratica, nel caso in cui si ipotizzi una curva di calibrazione di tipo lineare come la (10.7a) come noto i coefficienti a_0 e a_1 risultano dati dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2} \\ a_1 &= \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2} \end{aligned} \quad [10.7b]$$

Naturalmente è possibile che una relazione di tipo lineare non sia sufficientemente rispettosa della distribuzione delle coppie (x, y) ottenute nella procedura di calibrazione. In questo caso si realizzerà un *best-fitting* non lineare impiegando opportune tecniche matematiche. In sostanza, alla fine di tutto, ciò di cui si disporrà sarà una relazione matematica, lineare o meno, che mette in relazione l'*input* y con l'*output* x . Questa è la curva di calibrazione quando si è ipotizzata una relazione lineare o meno tra l'*output* del sensore e la miglior stima del misurando. Essa avrebbe la *pretesa* di asserire che se il sensore presentasse un *output* x , il misurando dovrebbe possedere un valore y^s . In realtà, se $\bar{x}$ è il valor medio di M osservazioni ripetute e M è un numero elevato, allora y^s sarà il valore più vicino possibile al valore di riferimento y_c che, a sua volta, è la cosa più prossima al valore vero y_v di cui disponiamo. In pratica, se applichiamo la generica curva di calibrazione:

$$y^s = F(\bar{x}) \quad [10.7c]$$

spesso di tipo lineare, ad $\bar{x}$ otterremo la *miglior stima possibile del valore del misurando*, ma se la applichiamo alle singole osservazioni x_i otterremo M stime y_i^s differenti tra loro. Ipotizzando di conoscere il valore vero y_{vi} (cosa ovviamente impossibile) corrispondente alle singole

osservazioni x_i , ogni osservazione sarà affetta da un errore ε_i pari a:

$$\varepsilon_i = y_{vi} - y_i^s = y_{vi} - F(x_i) \quad [10.7d]$$

Il valore medio degli errori che si commettono impiegando la curva di calibrazione è pari a:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i \quad [10.7e]$$

che non è necessariamente nullo e che è detto *bias*. Se è nullo, durante la misura hanno interferito una serie di cause con spiccate caratteristiche stocastiche, mentre se non è nullo esistono *ragioni sistematiche* (spesso sconosciute) che *spostano* sistematicamente e mediamente di una quantità $\bar{\varepsilon}$ la stima del valore del misurando. In questo caso, sostituendo y_i^s con $y_i^s - \bar{\varepsilon}$ si elimina il *bias*.

Sulla base degli errori ε_i è possibile quantificare l'entità dei disturbi subiti durante le M osservazioni e ciò si ottiene calcolando la deviazione standard campionaria degli errori, definita come:

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad [10.7f]$$

e detta *errore standard* della misura.

Incertezza della misura

Tutto ciò sembrerebbe logico e semplice se non fosse che il valore vero y_v del misurando risulta praticamente sempre inaccessibile e ciò ci forza, nelle applicazioni pratiche, a cambiare punto di vista. La curva di calibrazione esprime il fatto che se si osserva in *output* al sensore un valore x_i , la miglior stima del misurando, avendo a disposizione questa sola misura, è $y_i^s = F(x_i)$, stima che è affetta da un'incertezza. Come quantificare questa incertezza? Seguendo la Norma UNI CEI ENV 13005 (2000), avendo a disposizione M osservazioni x_i , dalla curva di calibrazione si ottengono M stime del misurando y_i^s il cui valor medio campionario è pari a:

$$\bar{y} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i^s \quad [10.8a]$$

che rappresenta la *miglior stima* del misurando che sia possibile ottenere. La grandezza:

$$S(y) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (y_i^s - \bar{y})^2} \quad [10.8b]$$

è lo *scarto tipo sperimentale* e caratterizza la variabilità delle osservazioni. Ovviamente, se ripetessimo le M osservazioni nelle stesse condizioni, otterremmo un diverso valore di $\bar{y}$ che, di fatto, è una variabile stocastica. Quindi, lo *scarto tipo sperimentale della media* risulta pari a:

$$s(\bar{y}) = \sqrt{\frac{S^2(y)}{M}} \quad [10.8c]$$

In Metrologia lo scarto tipo sperimentale della media è detto *incertezza tipo* ed è indicata come $u_c(\bar{y}) = s(\bar{y})$. Quindi, ripetendo M volte la misura, il valor medio stimato del misurando è affetto da un'incertezza tipo pari ad u_c . In pratica, il valore vero del misurando, che non potremo mai conoscere, dovrebbe trovarsi con una probabilità di circa il 66% nell'intervallo $\bar{y} \pm u_c$. Se si preferisce una maggior sicurezza, si può definire l'*incertezza estesa* U , definita come:

$$U = k \cdot u_c \quad [10.8d]$$

dove il coefficiente numerico k prende il nome di *fattore di copertura*. Se $k = 2$, nell'intervallo $\bar{y} \pm U$ la probabilità di incontrare il valore vero è di circa il 95%, mentre se $k = 3$ questa probabilità è di circa il 99%.

Quando non si hanno misure ripetute per stimare l'incertezza tipo, ma da varie considerazioni (per esempio dalla dichiarazione del costruttore) si sa che il valore vero del misurando sta nell'intervallo di semi-ampiezza a attorno alla misura (come nel caso in cui si ritiene necessario considerare l'errore di risoluzione di un apparato di misura), la stima dell'incertezza tipo è decisamente meno chiara. Una possibilità è quella di ritenere che il valore vero abbia probabilità Gaussiana di trovarsi distribuito attorno alla misura e che nell'intervallo di semi-ampiezza a ci sia il 50% di probabilità di trovarlo. In questo caso l'incertezza tipo può essere posta pari a $u_c = 1.48 a$. Nel caso, invece, in cui si ritenga che la probabilità di incontrare nell'intervallo di semi-ampiezza a il valore vero sia pari al 100% con distribuzione uniforme, si può porre $u_c = 0.333 a$.

Classe di precisione di uno strumento

Spesso i costruttori di sensori qualificano alcuni tipi di essi con una Classe di Precisione C_p che è un importante indicatore se se ne conosce il significato. Immaginiamo di avere un sensore caratterizzato da un *range* di misura Δx . Immaginiamo che l'errore massimo assoluto che il sensore può presentare in un'operazione di misura sia δx , cioè che $\delta x = \max |x - x_v|$ dove x è la generica misura realizzata e x_v sia il rispettivo valore vero. Allora la grandezza:

$$C_p = \frac{\delta x}{\Delta x} 100 \quad [10.9a]$$

prende il nome di *Classe di precisione del sensore*. C_p potrebbe assumere a priori valori qualsiasi, tuttavia è standard considerare le classi seguenti: 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0, 1.5, 10.0, 10.5, 3.0, 5.0 %. Al di là della classificazione, il parametro C_p ci consente di ottenere immediatamente l'errore assoluto massimo caratteristico del sensore. Infatti:

$$\delta x = \frac{C_p \Delta x}{100} \quad [10.9b]$$

Immaginiamo quindi di usare un sensore di Classe $C_p = 1$, avente un *range* 10 ed immaginiamo di misurare il valore 8.0. In questo caso, dalla relazione precedente otteniamo che l'errore assoluto massimo è 0.1, quindi la misura ottenuta può essere indicata come 8.0 ± 0.1 . Se il sensore fosse stato di Classe 2, la misura dovrebbe essere rappresentata come 8.0 ± 0.2

10.2.1.3 Propagazione degli errori e delle incertezze

È molto frequente nella pratica realizzare misure indirette e ripetute di una variabile d'interesse per la quale non si disponga di un adeguato strumento di misura. Per illustrare il problema, è conveniente considerare un esempio tratto dall'Elettrotecnica. Si consideri il semplice circuito di **Fig. 10.7** costituito da una sola resistenza collegata ad un generatore ideale di tensione G . Si desideri misurare la resistenza R , ma non si disponga di un adeguato strumento di misura. Viceversa è decisamente semplice misurare separatamente la tensione ai capi della resistenza V e la corrente I che la attraversa.

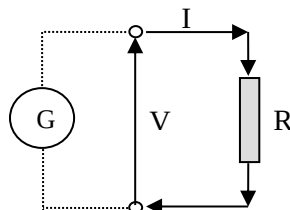


Fig.10.7: circuito resistivo di esempio

Per risolvere il problema ci viene in aiuto la legge di Ohm, secondo la quale tra resistenza, tensione e corrente deve valere la relazione:

$$V = R \cdot I \quad [10.10a]$$

cioè:

$$R = \frac{V}{I} = f(V, I) \quad [10.10b]$$

Ripetendo molte volte tale misura, sempre nelle medesime condizioni, si nota, come già detto, che sia V che I presentano tutte le caratteristiche di una variabile stocastica e che i diversi valori di R ottenuti differiranno, a priori, gli uni dagli altri, cosa che evidenzia anche nella variabile derivata R caratteristiche prettamente stocastiche. Come è evidente, questa situazione è più la regola che l'eccezione nella pratica corrente.

Consideriamo ora il problema generale (di cui quanto riportato sopra è un esempio particolare) di una variabile stocastica Z (con realizzazioni z_i), funzione generica delle due variabili stocastiche X e Y (con realizzazioni rispettivamente x_i e y_i), cioè:

$$Z = f(X, Y) \quad [10.11a]$$

A priori non si fa alcuna ipotesi sulla forma funzionale di $f(\cdot)$, salvo che $f(\cdot)$ deve essere una funzione continua e derivabile quanto basta, mentre si ipotizza che la variabile X presenti una varianza σ_x e la variabile Y una varianza σ_y .

Per prima cosa, è necessario stabilire come sia possibile definire un buon stimatore del valore vero di Z . A tal proposito si dimostra che, con buona approssimazione, il valore di Z , ottenuto impiegando nella $f(\cdot)$ per le due variabili X e Y il rispettivo valore medio campionario, approssima il valore vero assunto dalla funzione stessa. Questa approssimazione è tanto più vera quanto più piccoli sono gli errori di cui sono affette le misure di X e Y .

È necessario, ora, cercare di individuare l'errore di cui risulta affetta Z a causa della propagazione degli errori di cui sono affette le misure primarie di X e Y . Per ottenere ciò, si ragiona come segue. La relazione generica (10.11a) varrà per ogni singola coppia (x_i, y_i) e fornirà un generico valore z_i . Indichiamo senza pedice, per semplicità, una singola realizzazione contemporanea delle tre variabili considerate. Sviluppiamo, ora, la funzione $f(\cdot)$ in serie di Taylor nell'intorno del punto $(\bar{x}, \bar{y})$, arrestandoci al primo termine:

$$z = f(x, y) = f(\bar{x}, \bar{y}) + (x - \bar{x}) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\bar{x}, \bar{y}} + (y - \bar{y}) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_{\bar{x}, \bar{y}} + \dots \quad [10.11b]$$

Dato che:

$$\bar{z} = f(\bar{x}, \bar{y}) \quad [10.11c]$$

si ha, almeno in prima approssimazione, che:

$$z - \bar{z} = (x - \bar{x}) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\bar{x}, \bar{y}} + (y - \bar{y}) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_{\bar{x}, \bar{y}} \quad [10.11d]$$

relazione che quantifica lo scarto tra una generica realizzazione indiretta della variabile Z e il corrispondente valore medio. Quindi, il valore medio del quadrato della (10.11d) altro non è che la varianza associata alla variabile stocastica Z . Mettendoci nel caso più generale in cui non si esclude che le variabili stocastiche X e Y siano correlate tra loro, è facile vedere come, almeno in prima approssimazione, valga la relazione:

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + 2 \cdot \text{Cov}(x, y) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \quad [10.12a]$$

che esprime quantitativamente come l'errore intrinseco alla determinazione delle variabili X e Y si propaghi alla variabile Z . Operativamente, è ben difficile conoscere le varianze di X e Y e quindi ad esse si sostituisce, ai fini pratici, la relativa stima campionaria, ottenendo per Z una stima campionaria indiretta.

Ci sono alcune difficoltà pratiche nell'impiego della (10.12a). È infatti abbastanza frequente che non sia possibile ottenere una stima, neppure campionaria, della covarianza tra X e Y e che non si abbiano indicazioni certe sul fatto che tali variabili siano o meno statisticamente indipendenti (se lo fossero, la relativa covarianza sarebbe nulla). Esiste, però, un teorema della Statistica secondo cui, date due variabili stocastiche qualsiasi X e Y , vale la disequazione seguente che lega tra loro la covarianza tra due variabili stocastiche con il prodotto della loro deviazione standard:

$$|Cov(x, y)| \leq \sigma_x \cdot \sigma_y \quad [10.12b]$$

Quindi, pur permanendo l'incertezza sul fatto che le due variabili siano correlate o meno, la varianza (teorica e campionaria) di Z sarà comunque compresa tra i due valori ottenuti supponendo in primo luogo che le due variabili X e Y siano statisticamente indipendenti ($Cov(x, y) = 0$) ed in secondo luogo che esse siano perfettamente correlate ($|Cov(x, y)| = 1$). In questo modo otteniamo le due relazioni seguenti entro cui si andrà a collocare l'incertezza di Z :

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 \quad [10.12c]$$

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + 2 \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \quad [10.12d]$$

Tutto ciò è stato ricavato nell'ipotesi che la variabile Z dipenda da solo due variabili (X e Y). Se, invece, si considerasse una variabile Z che dipende funzionalmente da M variabili x_i , $i = 1, 2, \dots, M$ statisticamente indipendenti, la (10.12c) può essere così generalizzata:

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_M}\right)^2 \sigma_{x_M}^2 \quad [10.12e]$$

mentre, se le M variabili X_i sono tra loro correlate, la relazione diventa:

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot Cov(x_i, x_j) \quad [10.12f]$$

Anche in questo caso, la presenza di varianze e covarianze rende poco utilizzabili queste relazioni ed è giocoforza porci nuovamente nell'ottica dell'incertezza. In sostanza (UNI CEI ENV 13005, 2000) si può dimostrare che se sostituiamo alle deviazioni standard le incertezze tipo $u_c(x_i)$, otteniamo facilmente la legge di propagazione delle incertezze. In effetti, se le variabili x_i non sono correlate tra loro, l'incertezza tipo $u_c(z)$ relativa alla variabile z (l'incertezza composta) sarà espressa dalla relazione:

$$u_c^2(z) = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u_c^2(x_i) \quad [10.13]$$

Una volta stimata $u_c(z)$, è immediato stimare la relativa incertezza estesa esattamente con la relazione (10.8d).

I

Esercizio 10.2

Consideriamo l'esempio di **Fig. 10.7**. Si immagini di realizzare una misura di tensione V ed una misura di corrente I che conduce ai risultati seguenti:

$$V = \bar{V} \pm \bar{\varepsilon}_V = 0.5V \pm 0.01V$$

$$I = \bar{I} \pm \bar{\varepsilon}_I = 0.7 \cdot 10^{-3}A \pm 0.01 \cdot 10^{-3}A$$

dove 0.01 V e 0.01 mA sono rispettivamente l'incertezza tipo della misura della tensione e della corrente. Dalla legge di Ohm si ha che il valore medio di resistenza risulta pari a 714.29 Ω . Si è interessati a determinarne l'incertezza composta associata.

È immediato verificare che:

$$f(V, I) = V/I \quad \frac{\partial f}{\partial V} = 1/I \quad \frac{\partial f}{\partial I} = -V/I^2$$

Ipotizzando che tra corrente elettrica e tensione non ci siano correlazioni, si ha che:

$$u_c^2(R) = u_c^2(V) \cdot \left(\frac{1}{I}\right)^2 - u_c^2(I) \cdot \left(\frac{V}{I^2}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{0.01}{0.7 \cdot 10^{-3}}\right)^2 - \left(\frac{0.5 \cdot 0.01 \cdot 10^{-3}}{(0.7 \cdot 10^{-3})^2}\right)^2 = 308.2049 \Omega^2$$

cioè $u_c(R) = 17.56 \Omega$.

Sempre riferendoci all'esempio di **Fig. 10.7**, potremmo essere interessati alla misura indiretta della potenza elettrica dissipata dalla resistenza R . L'Elettrotecnica ci assicura che la relazione tra potenza elettrica dissipata P , Tensione V e corrente I sussiste la relazione:

$$P = V \cdot I$$

In base ai valori dati di tensione e corrente media, il valor medio della potenza elettrica dissipata risulta pari a $0.35 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ e dalla relazione di propagazione delle incertezze si ha che l'incertezza composta relativa alla potenza elettrica del circuito è pari a $u_c(P) = 8.6 \cdot 10^{-6} \text{ W}$.

Si consideri, per concludere, un esempio più complesso illustrato in **Fig. 10.8**. L'idea è di misurare la temperatura dell'aria mediante una termoresistenza di Platino PT100 (di cui parleremo diffusamente al Capitolo successivo). Tale sensore è semplicemente una resistenza di Platino che, alla temperatura di 0°C , presenta un valore di 100Ω . Con l'aumentare della temperatura, il valore della resistenza aumenta e proprio questa è la proprietà del sensore che consente la misura della temperatura dell'aria. Si immagini, per semplicità, che tale sensore sia privo di un errore intrinseco, sia cioè infinitamente preciso. Come si vede dalla **Fig. 10.8**, per poter utilizzare la PT100 è necessario:

- metterla in serie a un'altra resistenza R di valore noto e costante, anche se presenta un suo errore intrinseco;
- alimentare le due resistenze in serie con un buon alimentatore stabilizzato che produce ai propri morsetti una tensione G , ovviamente anch'essa affetta da un errore;
- misurare la differenza di potenziale che si viene a creare ai capi della PT100 con un voltmetro di ottima qualità, ma comunque con un proprio errore intrinseco.

Applicando la legge di Ohm al partitore di tensione in cui è inserita la termoresistenza, dopo semplici passaggi si ha che:

$$R_{PT100} = R \cdot \frac{V}{G - V}$$

Dato che si ipotizza di misurare la temperatura dell'aria, nell'intervallo tipico in cui essa può variare esiste una buona relazione tra il valore di resistenza della termoresistenza (R_{PT100}) e la temperatura T ($^\circ\text{C}$), che può così essere espressa:

$$R_{PT100} = R_0 \cdot [1 + \alpha T]$$

dove $R_0 = 100 \Omega$ e $\alpha = 3.92 \cdot 10^{-3} \Omega/^\circ\text{C}$. Dopo semplici passaggi algebrici si giunge ad una relazione che mette in relazione la temperatura dell'aria T con R , G e V :

$$T = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\frac{R}{R_0} \cdot \frac{V}{G - V} - 1 \right]$$

Consideriamo ora il caso in cui si abbia che:

$$R = 100\Omega \pm 0.1\Omega \quad G = 5V \pm 0.01V$$

Se la misura di V risulta pari a $10.6388V$, dalle relazioni precedenti si ha che $R_{PT100} = 111.76\Omega$ e la temperatura media dell'aria risulta pari a 30°C . L'obiettivo è determinare l'incertezza associata a tale misura. L'elemento ancora mancante è definire come realizzare la misura della tensione V . Si immagini di realizzare tale misura con un data-logger a 16 bit con range $0 \div 10.5V$. In questo caso, l'errore associato è pari a $76.3 \cdot 10^{-6}V$. Con un po' di pazienza, è possibile ottenere le tre derivate parziali necessarie, cioè:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial R} &= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{R_0} \cdot \frac{V}{G - V} \\ \frac{\partial T}{\partial V} &= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{G}{(G - V)^2} \\ \frac{\partial T}{\partial G} &= -\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{R}{R_0} \cdot \frac{V}{(G - V)^2}\end{aligned}$$

che, nelle condizioni indicate, valgono:

$$\frac{\partial T}{\partial R} = 2.86 \quad \frac{\partial T}{\partial V} = 228.78 \quad \frac{\partial T}{\partial G} = -120.74$$

Applicando la relazione di propagazione dell'incertezza nella forma per tre variabili si ha che:

$$u_c^2(T) = (2.86 \cdot 0.1)^2 + (228.78 \cdot 76.3 \cdot 10^{-6})^2 + (120.74 \cdot 0.01)^2 = 1.5393$$

cioè $u_c(T) = 1.2407^\circ\text{C}$. È molto interessante notare, come avevamo ipotizzato, che anche se la termoresistenza è stata ipotizzata priva di errori, il solo fatto di essere inserita in un circuito necessario per leggere la variazione del valore della resistenza di platino ha comportato un errore notevole nella misura.

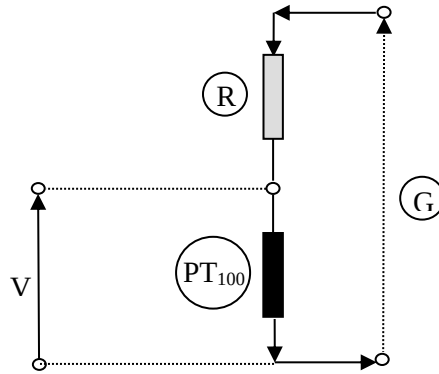


Fig. 10.8: misura di temperatura con una termoresistenza PT100 inserita in un partitore di tensione.

Se, però, risulta impossibile effettuare misure ripetute, tutte queste considerazioni risultano del tutto inapplicabili. Tuttavia di un sensore conosciamo almeno l'errore massimo e quindi possiamo sviluppare una teoria alternativa per la propagazione dell'errore (o dell'incertezza). Lasciando al Lettore la dimostrazione, si può affermare (e provare) quanto segue:

- l'errore massimo associato ad una grandezza fisica che è il risultato di una somma o differenza o di una combinazione di altre grandezze fisiche si ottiene sommando gli errori massimi delle singole grandezze. In pratica, se:

$$x = a + b - c + \dots \quad [10.14a]$$

allora, detto Δx , Δa , Δb , Δc ecc. i rispettivi valori massimi, si ha che:

$$\Delta x = \Delta a + \Delta b + \Delta c + \dots \quad [10.14b]$$

- se la variabile x è il prodotto della variabile a per la variabile b , allora si ha che:

$$\Delta x = a\Delta a + b\Delta b \quad [10.14c]$$

cioè:

$$\frac{\Delta x}{|x|} = \frac{\Delta a}{|a|} + \frac{\Delta b}{|b|} \quad [10.14d]$$

Si noti che l'introduzione del modulo è giustificata dal fatto che l'errore relativo deve essere comunque una quantità positiva a prescindere dal valore della grandezza fisica cui

è associato;

- se la variabile x è il quoziente tra le variabili a e b , è facile dimostrare che vale ancora la relazione (10.14d);
- in generale, se $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$, allora si ha che:

$$\Delta f = \sum_{j=1}^k \left| \frac{\partial f}{\partial x_j} \right| \cdot \Delta x_j \quad [10.14e]$$

10.2.1.4 Indicatori delle caratteristiche statiche di un sensore

La curva di calibrazione è, quindi, l'elemento principale che caratterizza un sensore in condizioni statiche e ad essa sono legati storicamente alcuni importanti indicatori (Baldocchi e al., 1995) con cui i costruttori caratterizzano (o dovrebbero caratterizzare) i sensori proposti sul mercato. In particolare:

- per **Sensibilità** si intende il rapporto tra la variazione dell'*output* del sensore e la corrispondente variazione del misurando in *input*, quindi altro non è che l'inverso della pendenza (la derivata) della curva di calibrazione in ogni punto. Dato che la curva di calibrazione non è necessariamente una retta, la sensibilità varierà da punto a punto, ma se la curva di calibrazione è lineare, la sensibilità del sensore sarà una costante. L'importanza della sensibilità di un sensore sta nel fatto che maggiore essa è, maggiore è la facilità con cui siamo in grado di apprezzare variazioni nel misurando.
- per **Offset** (*Spiazzamento*) si intende il valore che l'*output* del sensore assume quando l'*input* è nullo.
- col termine **Range** si cerca di quantificare il fatto che un trasduttore primario è in grado di rilevare un valore della variabile meteorologica misuranda solo entro un ben preciso intervallo. Tale intervallo è il *range* dello strumento. Valori esterni al *range* di misura non potranno essere rilevati correttamente dal sensore. Col termine **Span** si indica, poi, la differenza tra l'estremo superiore e l'estremo inferiore del *range*.

Questi indicatori, di fatto, sono degli indici dedicati a sintetizzare la *forma* della curva di calibrazione. Ce ne sono altri che forniscono preziose informazioni sul funzionamento del sensore stesso. In particolare:

- idealmente ci potremmo aspettare che un generico sensore sottoposto ad un *input* variabile con continuità in modo lento risponda con un *output* altrettanto continuo. Nella realtà ciò non è e la risposta del sensore in qualche modo varia *a salti*. Da qui il concetto di **Risoluzione** che è definita come la minima variazione della variabile da misurare in grado di provocare una variazione apprezzabile dell'*output*;
- sempre idealmente ci si potrebbe aspettare che appena l'*input* passa dal valore zero ad un altro valore, l'*output* del sensore si comporti nello stesso modo. Ma ciò non il caso per la maggioranza dei sensori per ragioni che variano da sensore a sensore. Da qui nasce il concetto di **Soglia** che è il minimo ingresso misurabile a partire da zero. Un esempio noto a tutti è il comportamento degli anemometri meccanici. Fino a che la forza esercitata dal vento sulle coppe o sull'elica dell'anemometro non supera gli attriti dei cuscinetti su cui ruota l'equipaggio mobile, l'anemometro resta immobile registrando una velocità del vento pari a zero (da qui il concetto fittizio di calma di vento);
- come ogni oggetto materiale, anche i sensori invecchiano, variando nel tempo le proprie caratteristiche (meccaniche, elettriche, ottiche). Col termine **Stabilità** si intende proprio

la capacità di un dato sensore di mantenere le proprie prestazioni vicine alla curva di calibrazione;

- a complemento del concetto di stabilità è stata introdotta la **Ripetibilità** di un sensore, cioè il grado di somiglianza tra due successive uscite, relative ad un medesimo valore di ingresso senza modifiche nelle condizioni operative.
- per una classe limitata di sensori può verificarsi il fatto che si possano produrre uscite diverse, a seconda della direzione (ascendente o discendente) della variazione in ingresso. Questo problema è evidenziato dall'**isteresi** che dovrebbe essere assente in un buon sensore.

Ma alla fine, ciò che interessa veramente è che il sensore sia in grado di realizzare N misure di una variabile stazionaria tali che siano:

- tra loro le più vicine possibili (idealmente tutte coincidenti)
- e le più vicine possibili al *valore vero* (che ovviamente non conosciamo).

Per quantificare proprio ciò, ci vengono in aiuto due indicatori di uso frequentissimo, illustrati nella **Fig. 10.9**:

- il primo concetto è quello della **Precisione** di una misura che è definita come il *grado di concordanza* tra i valori misurati nelle medesime condizioni operative. In sostanza, se vengono realizzate N misure ripetute col medesimo sensore nelle medesime condizioni operative, una buona precisione del sensore implica che tutte le misure si collochino vicine tra loro. Ciò non significa necessariamente che esse siano anche vicine al valore vero della variabile da misurare.
- il secondo concetto è quello dell'**Accuratezza** di una misura che è definito come il grado di concordanza tra un valore misurato ed il valore vero della variabile oggetto della misura. In questo caso le N misure non necessariamente si collocheranno vicine tra loro, ma tutte si collocheranno attorno al valore vero.

Questi concetti sono chiaramente visualizzati nella **Fig. 10.9**. Come si vede, i due concetti, frequentemente impiegati come sinonimi nel linguaggio corrente, assumono in realtà un significato ben diverso in Metrologia.

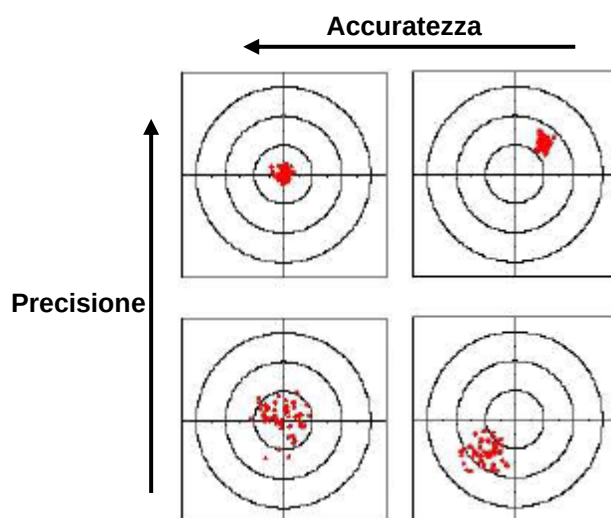


Fig. 10.9: esempi di accuratezza e precisione delle misure

10.2.2 CARATTERISTICHE DINAMICHE DI UN TRASDUTTORE PRIMARIO

La curva di calibrazione è il modo con cui interpretare la risposta di un sensore ad una variabile meteorologica stazionaria o che varia molto lentamente nel tempo. Tuttavia, nella realtà del *PBL* i segnali meteorologici variano rapidamente ed in maniera pseudo-casuale nel tempo e quindi è di estremo interesse conoscere le caratteristiche dinamiche di un sensore, cioè come il sensore si comporta a fronte di un *input* variabile temporalmente. Esistono sensori che rispondono immediatamente alla forzante esterna, presentando una relazione ingresso-uscita di tipo algebrico ed altri, invece, che presentano ritardi, oscillazioni spurie e sfasamenti in questa relazione, comportandosi in maniera analoga a filtri di vario tipo. Dato che in Micrometeorologia è di estremo interesse misurare segnali meteorologici variabili nel tempo con l'intento di determinare le caratteristiche della turbolenza atmosferica attraverso la stima realistica di varianze, covarianze e momenti di ordine superiore, è immediatamente chiaro quanto sia importante conoscere la risposta dinamica di ogni sensore meteorologico.

Per raggiungere questo obiettivo, è indispensabile sviluppare ragionamenti di tipo matematico che descrivano in termini astratti il processo di misura. Per prima cosa consideriamo un generico segnale $y(t)$ che vogliamo misurare (per esempio la temperatura dell'aria al variare del tempo). Tale segnale nella pratica lo acquisiremo ad istanti discreti t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) a partire da un certo istante t_0 , ma per semplificare la trattazione matematica che seguirà conviene considerarlo un segnale continuo definito sull'intero asse dei tempi, cioè da $t = -\infty$ a $t = +\infty$. Questo segnale è del tutto generico ed anche molto irregolare, ma ipotizziamo che sia continuo e derivabile quanto basta. Tale segnale entra in contatto col Trasduttore Primario (il sensore) che lo *trasferisce* in un altro segnale $x(t)$, sempre continuo e derivabile quanto basta, e tale segnale sarà poi quello che potremo effettivamente acquisire e che costituirà la nostra *misura*. La presenza del sensore, con le proprie specificità fisiche, farà sì che, in generale, il segnale di *output* $x(t)$ differisca dal segnale di *input* $y(t)$ ad ogni istante t . Questa trasformazione del segnale da parte del sensore la possiamo formalmente descrivere con un operatore $L[.]$ e quindi possiamo affermare che (**Fig. 10.10**) il segnale di *output* è il risultato dell'applicazione dell'operatore $L[.]$ al segnale di *input*, cioè:

$$x(t) = L[y(t)] \quad [10.15]$$

L'obiettivo che ci poniamo è proprio quello di studiare questo operatore che complessivamente e formalmente rappresenta il comportamento dinamico del sensore che stiamo studiando.

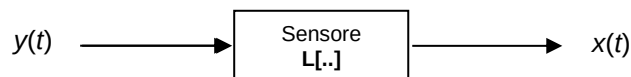


Fig. 10.10: schema concettuale di una misura

10.2.2.1 La rappresentazione di un segnale come sequenza di impulsi

Consideriamo un generico segnale $x(t)$ continuo nel tempo. È ovvio che il segnale $z(t) = x(t - s)$ è un segnale del tutto identico a $x(t)$, solamente traslato rispetto all'origine dell'asse dei tempi di una quantità s , come si vede in **Fig. 10.11**. Ciò che vale per un generico segnale $x(t)$ vale, come abbiamo visto, anche per la funzione generalizzata $\delta(t)$. Prima di proseguire, conviene rivedere quanto presentato nell'**Appendice 3**.

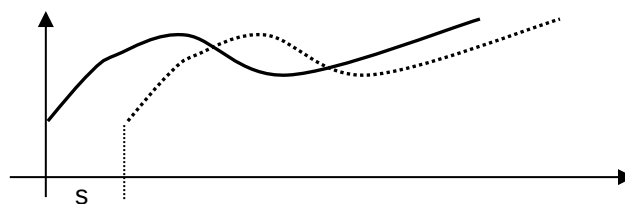


Fig. 10.11: traslazione temporale di un segnale

Per la trattazione matematica che faremo è necessario rappresentare il segnale $x(t)$ come una *sequenza di impulsi*. Iniziamo approssimando $x(t)$ come evidenziato nella **Fig. 10.12**, cioè come un insieme di impulsi finiti, tutti di ampiezza Δ ma di differente altezza, accostati l'uno all'altro in maniera da approssimare *a scala* il segnale originario. Ciò che otterremo è una *approssimazione a scala* (*staircase*). In pratica suddividiamo l'asse dei tempi in intervalli uguali di ampiezza Δ e per ciascun intervallo k -esimo individuiamo un impulso finito di durata Δ e di ampiezza pari al valore assunto dal segnale al tempo $k\Delta$.

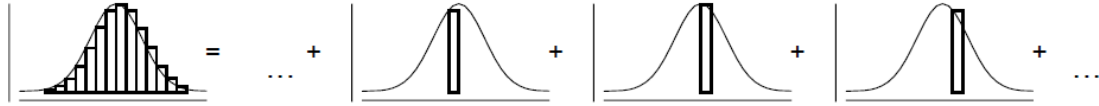


Fig. 10.12: approssimazione staircase di un segnale

Fatto ciò, basta sommare tra loro tutti gli impulsi costruiti (nessuno dei quali si sovrappone all'altro), ottenendo l'approssimazione *staircase* che, sulla base di quanto abbiamo detto per un impulso finito standard, può essere espressa matematicamente come:

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta) \cdot \delta_{\Delta}(t - k\Delta) \cdot \Delta \quad [10.16a]$$

In questa relazione compare la funzione *impulso finito* $\delta_{\Delta}(x)$ definita come:

$$\delta_{\Delta}(x) = \begin{cases} 1/\Delta & \text{se } 0 < x < \Delta \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [10.16b]$$

che rappresenta matematicamente un impulso rettangolare localizzato nel punto $x = 0$. In sostanza, l'approssimazione *staircase* di un segnale è costituita dalla somma di impulsi finiti opportunamente scalati e traslati nel tempo. Quando $\Delta \rightarrow 0$, gli impulsi finiti tendono ad altrettante Delta di Dirac e l'approssimazione *staircase* tende a sovrapporsi al segnale originario. Tutto ciò comporta che la relazione (10.16a) diventi:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(s) \cdot \delta(t - s) \cdot ds \quad [10.16c]$$

che è la *convoluzione* del segnale di $x(t)$ con la funzione generalizzata $\delta(t)$. In altre parole, questa relazione asserisce che possiamo sempre rappresentare ogni segnale come una somma infinita di funzioni Delta di Dirac opportunamente scalate e traslate nel tempo.

10.2.2.2 Il sensore come Sistema Lineare

Riconsideriamo ora la **Fig. 10.10** in cui vediamo che l'azione effettiva di un generico sensore durante una misura è il trasferimento delle informazioni da un segnale in *input* ad un segnale in *output*, cioè il sensore *mappa* l'*input* $y(t)$ nell'*output* $x(t)$ in base alla relazione formale (10.15). A priori, l'operatore $\mathbf{L}[\cdot]$ potrebbe possedere una forma analitica qualsiasi. Immaginiamo, però, che il sensore sia un *sistema lineare*, cioè un sistema che mette in relazione una funzione di *input* con una funzione di *output* rispettando le proprietà seguenti:

- **Omogeneità.** Esiste una proporzionalità tra *input* e *output* per cui, se con $f(x)$ indichiamo la generica risposta del sistema al segnale x , allora vale la relazione:

$$f(cx) = c \cdot f(x) \quad [10.17a]$$

- **Additività.** Se il sistema risponde a due segnali distinti con due risposte distinte, la sua

risposta ad un segnale pari alla somma dei due segnali sarà pari alla somma delle risposte ai singoli segnali, cioè:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad [10.17b]$$

- Sovrapponibilità. L'impiego contemporaneo delle due proprietà precedenti comporta che sia vera la relazione seguente:

$$f(\alpha x_1 + \beta x_2) = \alpha f(x_1) + \beta f(x_2) \quad [10.17c]$$

- Invarianza alla traslazione temporale. Un sistema possiede questa proprietà se e solo se vale la relazione seguente:

$$y(t) = f[x(t)] \quad \text{implica che} \quad y(t - s) = f[x(t - s)] \quad [10.17d]$$

quindi il comportamento di un sensore lineare presenta sempre lo stesso comportamento a fronte del medesimo segnale in *input* qualunque sia l'istante iniziale in cui questo segnale arriva al sensore.

Perché abbiamo introdotto il concetto di sistema lineare? A priori, un sensore presenterà caratteristiche comportamentali alla variazione nell'*input* del tutto generici, tuttavia vedremo come il comportamento della maggior parte dei sensori meteorologici è molto vicino al comportamento di un sistema lineare contraddistinto dalle proprietà che abbiamo elencato sopra. Se introduciamo l'ipotesi di lavoro che questi sensori si comportino effettivamente come sistemi lineari, arriveremo a conclusioni estremamente importanti e di grande utilità pratica. Tutto ciò non è limitato ai soli sensori meteorologici in senso stretto, ma può essere applicato anche alla maggior parte degli analizzatori di sostanze gassose o particellari presenti in aria e di interesse per lo studio dell'inquinamento atmosferico e per la tossicologia. Tuttavia, la complessità strutturale di questi analizzatori rende complessi tutti i ragionamenti e per questo conviene nel seguito considerare i normali sensori meteorologici come gli anemometri, i termometri, gli igrometri, ecc. ricordando, però, che i risultati conseguiti possono essere trasferiti nella pratica anche agli analizzatori della concentrazione delle sostanze gassose e particellari presenti in aria.

10.2.2.3 La misura come Convoluzione

La relazione generica di convoluzione (10.16b) può essere approfondita ragionando in due maniere differenti. Nel primo caso ragioneremo nel dominio del tempo e nel secondo caso nel dominio delle frequenze.

Analisi nel Dominio del Tempo

Riconsiderando la **Fig. 10.10**, la relazione tra l'*input* e l'*output* di un sensore, supposto lineare, è data da:

$$x(t) = T[y(t)] \quad [10.18a]$$

dove $T[y]$ è l'operatore che trasforma l'*input* nell'*output* e che abbiamo ipotizzato (sulla scorta delle evidenze sperimentali) essere un operatore che rappresenta un sistema lineare. Se nella relazione precedente sostituiamo $y(t)$ con la sua approssimazione *staircase*, otteniamo:

$$x(t) = T[y(t)] = T \left[\lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(k\Delta) \cdot \delta_{\Delta}(t - k\Delta) \cdot \Delta \right] \quad [10.18b]$$

Usando la proprietà additiva dei sistemi lineari, si ha che:

$$x(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} T[y(k\Delta) \cdot \delta_{\Delta}(t - k\Delta) \cdot \Delta] \quad [10.18c]$$

Calcolando effettivamente il limite indicato in questa relazione, si ottiene:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T[y(s) \cdot \delta(t-s)] \cdot ds \quad [10.18d]$$

Usando, ora, l'omogeneità di un sistema lineare, la relazione precedente si può riscrivere anche nella forma seguente:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(s) \cdot T[\delta(t-s)] \cdot ds \quad [10.18e]$$

Per completare il nostro cammino è ora sufficiente indicare con $h(t)$ la risposta del sensore ad una Delta di Dirac non traslata, cioè $h(t) = T[\delta(t)]$. In questo caso, si giunge finalmente alla relazione cercata:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(s) \cdot h(t-s) \cdot ds \quad [10.19a]$$

o, che è lo stesso:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot y(t-s) \cdot ds \quad [10.19b]$$

Questa relazione evidenzia un fatto interessante. Perché un sistema lineare (in questo caso un sensore) sia *fisicamente realizzabile*, bisogna che $h(s) = 0$ per $s < 0$. Quindi:

$$x(t) = \int_0^{\infty} h(s) \cdot y(t-s) \cdot ds \quad [10.19c]$$

Se il sensore si comporta con buona approssimazione come un sistema lineare e se è nota la sua risposta $h(s)$ ad una Delta di Dirac, allora la sua risposta $x(t)$ ad un generico *input* $y(t)$ sarà semplicemente la convoluzione di questo segnale con $h(s)$. Quindi, se siamo in presenza di un segnale di *input* del tutto generico, la risposta del sensore non sarà imprevedibile, ma sarà legata al sensore stesso e alle proprie caratteristiche dinamiche riassunte tutte nella funzione $h(s)$ che è la risposta del sistema ad un ben preciso *input*, la Delta di Dirac.

Analisi nel Dominio delle Frequenze

La relazione (10.19c) è estremamente interessante, ma decisamente scomoda e per poterla rendere più facilmente applicabile conviene abbandonare il dominio del tempo ed operare nel dominio delle frequenze. Per fare ciò, però, è necessario invocare nuovamente l'ipotesi secondo cui il segnale $y(t)$ sia assimilabile ad un processo stocastico stazionario. In questo caso è formalmente possibile definirne la Trasformata di Fourier $Y(f)$:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad [10.20a]$$

Se $y(t)$ è un processo stocastico stazionario, anche l'*output* del sensore $x(t)$ sarà un processo stocastico per cui si può definire la Trasformata di Fourier $X(f)$. Sulla base di queste considerazioni è abbastanza semplice (*Esercizio 10.3*) giungere all'importantissima relazione seguente, che esprime la convoluzione dell'*input* di un sensore con la propria risposta dinamica ad una Delta di Dirac $H(f)$:

$$X(f) = H(f) \cdot Y(f) \quad [10.20b]$$

Operativamente, questa relazione è decisamente più facile da impiegare rispetto alla (10.19c). Come si vede, l'integrale di convoluzione nel dominio del tempo diventa un semplice prodotto nel dominio delle frequenze, rendendo i calcoli molto più semplici.

Esercizio 10.3

La Trasformata di Fourier dell'*output* è data dalla relazione generale (10.20a) e la indicheremo come $X(f)$. Essa sarà analiticamente più o meno semplice a seconda della forma analitica del segnale analogico $x(t)$. In generale, applicando la definizione di Trasformata di Fourier al

segnale di *output* avremo:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi jft} dt$$

La (10.19b) esprime proprio l'*output* del sensore come convoluzione tra l'*input* e la risposta del sensore alla Delta di Dirac. Facendo la Trasformata di Fourier della (10.19b) otterremo:

$$\begin{aligned} \Im \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot y(t-s) \cdot ds \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot y(t-s) \cdot ds \right] \cdot e^{-2\pi jft} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot y(t-s) \cdot e^{-2\pi jft} ds \cdot dt \end{aligned}$$

Se introduciamo la nuova variabili di integrazione $q = t - s$, allora $t = q + s$, quindi:

$$\begin{aligned} \Im &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot y(q) \cdot e^{-2\pi jf(q+s)} dq ds = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot e^{-2\pi jfs} ds \int_{-\infty}^{\infty} y(q) \cdot e^{-2\pi jfq} dq = H(f) \cdot Y(f) \end{aligned}$$

Quindi:

$$X(f) = H(f) \cdot Y(f)$$

10.2.2.4 Considerazioni spettrali

Se sia l'*input* $y(t)$ del sensore che il suo *output* $x(t)$ sono processi stocastici stazionari, allora, per quanto visto in precedenza e in Bendat e Piersol (1986), si possono definire le funzioni di auto-correlazione $R_{xx}(\tau)$ e $R_{yy}(\tau)$ per i due segnali e la loro funzione di cross-correlazione $R_{xy}(\tau)$. In questo caso, se gli integrali del valore assoluto di queste funzioni di correlazione sono finiti, allora è anche possibile definire le funzioni di densità spettrale *two-sided* così definite:

$$\begin{aligned} S_{xx}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\ S_{yy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\ S_{xy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \end{aligned} \quad [10.21a]$$

Le prime due sono le *densità autospettrali*, mentre l'ultima è la *densità cross-spettrale* dei processi stocastici di cui $x(t)$ e $y(t)$ sono semplici realizzazioni. Le relazioni delle densità autospettrali possono essere semplificate visto che i segnali che consideriamo sono reali, ottenendo:

$$\begin{aligned} S_{xx}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau = 2 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau \\ S_{yy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau = 2 \int_0^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau \end{aligned} \quad [10.21b]$$

con frequenza f non negativa e, se poi si introducono le *densità autospettrali one-sided*, si avrà:

$$\begin{aligned} G_{xx}(f) &= 4 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau \\ G_{yy}(f) &= 4 \int_0^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) \cdot d\tau \end{aligned} \quad [10.21c]$$

Tutto ciò l'abbiamo già incontrato in precedenza. Abbiamo anche visto che le proprietà di simmetria delle funzioni di correlazione stazionarie portano alle relazioni seguenti in cui con A^* intendiamo la complessa coniugata del numero complesso A :

$$\begin{aligned} S_{xx}(-f) &= S_{xx}^*(f) = S_{xx}(f) \\ S_{yy}(-f) &= S_{yy}^*(f) = S_{yy}(f) \end{aligned} \quad [10.21d]$$

$$S_{xy}(-f) = S_{xy}^*(f) = S_{yx}(f) \quad [10.21e]$$

Per quanto riguarda, poi, la *densità cross-spettrale*, la sua versione *one-sided* è definita per le frequenze non negative come:

$$G_{xy}(f) = 2S_{xy}(f) \quad [10.21f]$$

Si consideri, ora, un sensore che si comporta come un sistema lineare. Tra il suo *input* ed il suo *output* vale la relazione di convoluzione:

$$x(t) = \int_0^\infty h(\tau) \cdot y(t - \tau) \cdot d\tau \quad [10.22a]$$

In questa relazione $y(t)$ è un ben preciso segnale di *input* che sarà una realizzazione di un processo stocastico e ad esso corrisponderà un ben preciso *output*, anch'esso realizzazione di un processo stocastico. Il prodotto $x(t) \cdot x(t + \tau)$ sarà dato da:

$$x(t) \cdot x(t + \tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(\alpha) \cdot h(\beta) \cdot y(t - \beta) \cdot y(t + \tau - \alpha) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad [10.22b]$$

Calcolando il valore atteso di entrambi i membri dell'equazione, si giunge alla *relazione di autocorrelazione input/output* così espressa:

$$R_{xx}(\tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty h(\alpha) \cdot h(\beta) \cdot R_{yy}(\tau) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad [10.22c]$$

In maniera del tutto analoga, si ottiene la *relazione di cross-correlazione input/output*:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^\infty h(\alpha) \cdot R_{xx}(\tau - \alpha) \cdot d\alpha \quad [10.22d]$$

La Trasformata di Fourier delle (10.21c) e (10.21d) porta alle relazioni:

$$S_{xx}(f) = |H(f)|^2 S_{yy}(f) \quad [10.23a]$$

$$S_{xy}(f) = H(f) \cdot S_{yy}(f) \quad [10.23b]$$

Dalla (10.23a) vediamo che se riuscissimo a determinare lo spettro del segnale di *output* del sensore, cioè lo spettro del segnale misurato, e se conoscessimo almeno in modulo la risposta del sensore alla Delta di Dirac, allora saremmo in grado di ricostruire lo spettro del segnale misurando $x(t)$ e quindi di catturare le fluttuazioni turbolente del segnale micrometeorologico. Questa relazione, però, non ci consente di determinare la risposta del sensore alla Delta di Dirac $H(f)$. Per ottenere ciò è necessario impiegare la (10.23b) una volta che il sensore riceve in *input* un segnale noto (non necessariamente la Delta di Dirac, ma per esempio un segnale sinusoidale o un gradino, più facilmente realizzabili in un contesto di calibrazione dinamica). In questo caso sia $S_{yy}(f)$ che $S_{xy}(f)$ sono noti e quindi $H(f)$ lo si può ottenere proprio dalla relazione (10.23b).

10.2.2.5 La forma generale dell'equazione dinamica di un sensore

Per poter penetrare un po' più concretamente nella conoscenza delle caratteristiche dinamiche di un sensore meteorologico e di come tali caratteristiche si presentano quantitativamente, occorre prenderne in considerazione un caso realistico. Consideriamo, per esempio, un piccolo cilindro di materiale metallico (per esempio di Tungsteno, di Rame o di Platino) di raggio r ed altezza l , protetto da un sistema schermante che gli consente, da un lato, di non essere apprezzabilmente riscaldato da processi radiativi, principalmente dalla radiazione solare incidente, e, dall'altro, di essere lambito perpendicolarmente dall'aria ambiente a temperatura T_a e dotata di una velocità circa costante U . Tale cilindro di metallo starà ad una temperatura (media su tutto il volume) T e

la propria resistenza elettrica R sarà proporzionale alla temperatura posseduta. La situazione considerata è quella rappresentata nella **Fig. 10.13**. Tra la temperatura T del cilindro di metallo e la sua resistenza elettrica R esista una relazione che, nell'intervallo di temperatura di interesse micrometeorologico, può essere considerata una relazione lineare del tipo:

$$R(T) = R(T_0) \cdot [1 + \alpha(T - T_0)] \quad [10.24a]$$

dove T_0 è una temperatura di riferimento, α è un parametro numerico dipendente dal materiale considerato e $R(T_0)$ è la resistenza del piccolo cilindro quando la sua temperatura risulta pari alla temperatura di riferimento T_0 .

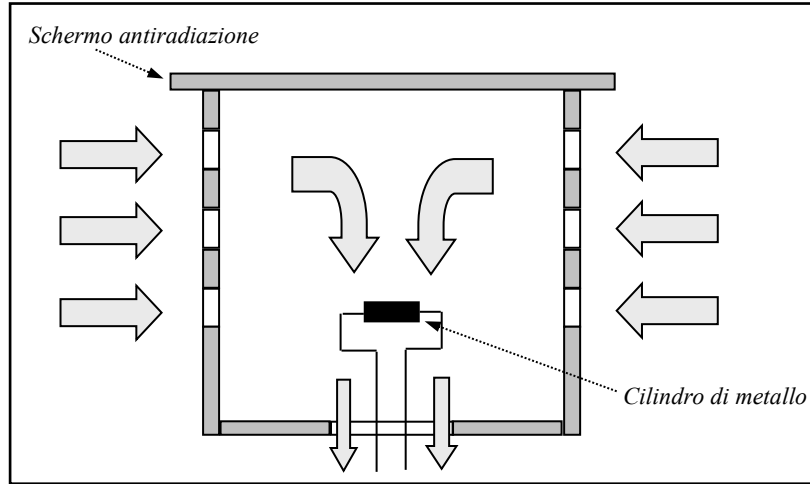


Fig. 10.13: esempio realistico di sensore primario (termometro)

D'altro canto, se è nota la *resistività elettrica* σ ($\Omega \cdot m$) ad una data temperatura, variabile da materiale a materiale, per il cilindro considerato la resistenza elettrica sarà pari a:

$$R(T) = \frac{l\sigma}{\pi r^2} \quad [10.24b]$$

Nel caso di un cilindro di Rame con $r=1$ mm, $l=10$ mm ed alla temperatura di $20^\circ C$, la resistività elettrica σ è pari a $1.9 \cdot 10^{-8}$ ($\Omega \cdot m$), quindi $R = 0.06 \cdot 10^{-3} \Omega$. Sempre nel caso del Rame, il coefficiente α presente nella (10.24a) è pari a $4.3 \cdot 10^{-3}$.

Ovviamente il cilindro di metallo varierà la propria temperatura (media) in funzione del calore ricevuto dall'esterno. Se, come detto, si trascurano gli scambi radiativi e se si considera l'aria secca e dotata di velocità U , la variazione di calore contenuto nel cilindro eguaglierà il calore ceduto (o ricevuto) dall'aria al cilindro a causa dei soli scambi convettivi, cioè si avrà che:

$$V\rho_c C_{pc} \cdot \frac{dT}{dt} = S\rho_p C_p \frac{(T_a - T)}{r_H} \quad [10.25a]$$

dove V e S sono rispettivamente il volume e la superficie laterale del cilindro di metallo, ρ e C_p la densità ed il calore specifico dell'aria, ρ_c e C_{pc} la densità ed il calore specifico del cilindro. Con r_H si è indicata invece la resistenza al trasferimento di calore. Detto ciò, la relazione precedente si riduce quindi alla forma differenziale seguente:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\rho C_p}{r\rho_c C_{pc}} \cdot \frac{T_a - T}{r_H} \quad [10.25b]$$

cioè la variazione di temperatura del cilindro di metallo è direttamente proporzionale alla differenza tra questa temperatura e la temperatura dell'aria che lo lambisce. Concentriamo ora l'attenzione su r_H . Semplificando al massimo la trattazione, si ha che, nel caso di un cilindro, r_H può

essere stimata con la relazione seguente:

$$r_H = \frac{r}{D_H N_u} \quad [10.25c]$$

in cui D_H è la diffusività termica dell'aria (pari a $10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) e N_u è il numero di Nusselt che, per un cilindro, è dato da:

$$N_u = \begin{cases} 0.32 + 0.51 Re^{0.52} & Re \leq 10^3 \\ 0.24 Re^{0.6} & Re > 10^3 \end{cases} \quad [10.25d]$$

In questa relazione Re (Numero di Reynolds) è pari a Ur/ν dove ν è la viscosità cinematica dell'aria ($1.46 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$). Nella situazioni più comuni, se U è dell'ordine di $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, allora per il cilindro metallico si ha: $Re = 342$, $N_u = 10.9$ e $r_H = 4.58 \text{ m}^{-1}$. Se il cilindro è di Rame ($\rho_c = 8960 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $C_{pc} = 385 \text{ JKg}^{-1} \text{ K}^{-1}$), allora la relazione (10.51b) diventa:

$$\frac{dT}{dt} = 0.153(T_a - T) \quad [10.25e]$$

che può anche essere riscritta nella forma seguente:

$$a_1 \frac{dT}{dt} + a_0 T = F(T_a) \quad [10.25f]$$

Nel caso specifico $a_1 = 1$, $a_0 = 0.153$ e $F(T_a) = 0.153 \cdot T_a$.

Questa relazione è di straordinaria importanza ed esprime il fatto che, per il sistema fisico considerato (cioè il cilindro metallico esposto all'aria), esiste una relazione differenziale ordinaria e di primo grado tra lo stato del sistema (la sua temperatura T) ed una forzante esterna (la temperatura dell'aria T_a). Possiamo, quindi, concludere che il cilindro metallico considerato è un sensore primario, dato che risponde ad una variabile meteorologica (la temperatura dell'aria) variando una propria proprietà fisica (la temperatura del cilindro). Dato che la resistenza elettrica del cilindro metallico è proporzionale alla temperatura del metallo secondo la legge (10.24a), questo sistema è un termometro, un sensore capace cioè di misurare la temperatura dell'aria, fornendo come segnale di uscita un segnale elettrico (una resistenza elettrica variabile nel tempo), facilmente acquisibile. La (10.25f) è la relazione dinamica del termometro considerato. Essa:

- mette in relazione la risposta del sensore T con la forzante esterna T_a (cioè la variabile meteorologica),
- tale relazione è di tipo differenziale e consente di valutare nel tempo l'andamento della risposta in funzione della variazione temporale della forzante,
- tale relazione è stata ottenuta dallo studio dell'interazione fisica tra *PBL* e sensore.

Se considerassimo altri tipi di termometri o i diversi tipi di anemometri (sensori capaci di misurare una o più caratteristiche del vettore vento) o altri sensori generici, giungeremmo più o meno facilmente a conclusioni analoghe, cioè al fatto che tra l'*input* meteorologico cui è sottoposto il sensore ed il proprio *output* esiste una relazione differenziale ordinaria (in generale di ordine n) che, con semplificazioni non eccessivamente irrealistiche, risulta sempre essere un'equazione differenziale ordinaria di tipo lineare. In pratica, per un generico sensore, la relazione differenziale che lega la sua risposta $x(t)$ alla variabile meteorologica $y(t)$ (la forzante) a cui è sensibile prende il nome di relazione dinamica del trasduttore e la sua espressione matematica generale è la seguente:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = F(y, t) \quad [10.26]$$

Pur potendo essere di ordine qualsiasi, per le ragioni che saranno più chiare tra poco, rivestono una importanza pratica solo quei sensori meteorologici per cui la relazione dinamica è rappresentata da una equazione di ordine 0, 1 e 2.

Se la relazione differenziale (10.26) è di ordine 0, essa diventa una relazione totalmente algebrica. Il sensore che la possiede è detto sensore di ordine zero e trasforma *istantaneamente* la variabile di ingresso nella variabile di uscita senza ritardi o distorsioni. Questo in sostanza è il sensore ideale di cui si vorrebbe sempre disporre. L'anemometro ultrasonico, come presto vedremo, è praticamente un sensore di questo tipo.

Se la relazione differenziale (10.26) è di ordine 1, abbiamo la classe dei sensori del primo ordine, che presentano il classico comportamento di un *filtro passa-basso*. Di fatto, un tale sensore *filtra* la componente ad alta frequenza del segnale di *input*, consentendo il trasferimento verso l'*output* solamente delle armoniche a bassa frequenza. In pratica la variabile di ingresso si trasforma nella variabile di uscita con l'introduzione di un *ritardo* e di una *distorsione* più o meno marcata. La maggioranza dei sensori meteorologici disponibili fa parte di questa classe e, se il ritardo della risposta è limitato, possono essere utilizzati (con alcune cautele) anche nelle misure micrometeorologiche.

Se, invece, la relazione differenziale (10.26) è di ordine 2 siamo in presenza di un sensore del secondo ordine in cui l'ingresso si trasforma nell'uscita in maniera estremamente complessa e dipendente dalla struttura fisica del sensore stesso, normalmente con un *ritardo* e con una tendenza all'*oscillazione* ed alla risonanza. A volte il comportamento oscillatorio è limitato o assente, ma spesso è presente, contaminando profondamente ed irreversibilmente il segnale di *output*. Questa classe di sensori è abbastanza scomoda nella pratica operativa, dato che non è mai immediato separare le oscillazioni proprie del segnale meteorologico (e caratteristiche della turbolenza) dalle oscillazioni indotte dalle caratteristiche costruttive del sensore. Fortunatamente non sono molti i sensori di questo tipo che vengono utilizzati in Micrometeorologia, anche se in questa classe va inserito il misuratore della direzione del vento a banderuola, ampiamente usato nelle stazioni meteorologiche convenzionali.

10.2.3 IL SENSORE PRIMARIO DEL PRIMO ORDINE

Si consideri ora un generico sensore del Primo ordine (per esempio un anemometro a coppe). La sua dinamica può essere descritta in generale dalla relazione:

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = y(t) \quad [10.27a]$$

dove il parametro τ prende il nome di costante di tempo e dipende dal tipo e dalle caratteristiche costruttive del sensore. Per capire che cosa significa realmente una relazione di questo tipo è necessario studiare la risposta di un generico sensore del primo ordine sulla base di quanto abbiamo visto ai punti precedenti.

In primo luogo possiamo determinare la risposta di questo tipo di sensore se al suo ingresso viene applicata una Delta di Dirac. Infatti, facendo la Trasformata di Fourier di entrambi i membri della (10.27a), si ottiene:

$$\mathfrak{F} \left[\tau \frac{dx}{dt} + x \right] = \mathfrak{F}[\delta(t)] \quad [10.27b]$$

Visto che la Trasformata di Fourier della funzione Delta è l'unità. E applicando, poi, le proprietà della Trasformata di Fourier si ottiene:

$$\begin{aligned} \tau \cdot \mathfrak{F} \left[\frac{dx}{dt} \right] + \mathfrak{F}[x] &= 1 \\ \tau(j2\pi f) \cdot X(f) + X(f) &= 1 \end{aligned} \quad [10.27c]$$

Perciò, la risposta in frequenza di questo sensore $H(f)$, definita come il rapporto nel dominio delle frequenze tra *input* e *output*, quando in *input* si ha una Delta di Dirac è dato da:

$$H(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f\tau} \quad [10.27d]$$

Se al suo ingresso si ha invece un generico segnale $y(t)$, la cui Trasformata di Fourier indichiamo come $Y(f)$, la relazione (10.27a) conduce alla seguente relazione nel dominio delle frequenze:

$$X(f) = H(f) \cdot Y(f) \quad [10.28]$$

Per conoscere come risponde un sensore del primo ordine ad un dato ingresso noto, basta realizzare la Trasformata di Fourier di tale segnale ed applicare la relazione precedente. È, però, estremamente interessante considerare due tipi di segnale di ingresso di natura molto diversa: un segnale a gradino (che rappresenta il comportamento del sensore a fronte di una brusca variazione nell'*input*) ed un segnale sinusoidale (che rappresenta il suo comportamento di fronte ad una possibile armonica che contribuisce ad un generico segnale meteorologico turbolento).

10.2.3.1 Ingresso a gradino

Si consideri un segnale di ingresso a gradino, cioè un segnale del tipo:

$$y = y_0 \cdot u(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ y_0 & \text{per } t \geq 0 \end{cases} \quad [10.29a]$$

Una situazione di questo tipo è, per esempio, quella di un anemometro a coppe messo all'interno di una galleria del vento, tenuto fermo fino all'istante $t = 0$ e poi lasciato libero di ruotare. La Trasformata di Fourier di un segnale di questo tipo è:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = y_0 \int_0^{\infty} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{y_0}{j2\pi f} \quad [10.29b]$$

Considerando la relazione (10.27a) e tenendo conto della forma della risposta in frequenza del sensore del primo ordine espressa dalla (10.27d), si ottiene:

$$X(f) = y_0 \frac{1}{1 + j2\pi f\tau} \cdot \frac{1}{j2\pi f} \quad [10.29c]$$

che, dopo brevi passaggi algebrici, può essere riscritta come:

$$X(f) = y_0 \left\{ \frac{1}{j2\pi f} - \frac{\tau}{1 + j2\pi f\tau} \right\} \quad [10.29d]$$

Ricordando che la Trasformata di Fourier di un segnale unitario per $t \geq 0$ e nullo per $t < 0$ e che la trasformata di un segnale nullo per $t < 0$ e pari a $e^{-t/\tau}$ per $t \geq 0$ sono pari rispettivamente a:

$$\mathfrak{F}[u(t)] = \int_0^{\infty} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{1}{j2\pi f} \quad [10.29e]$$

$$\mathfrak{F}[e^{-t/\tau}] = \int_0^{\infty} e^{-t/\tau} e^{-j2\pi ft} dt = \frac{\tau}{1 + j2\pi f\tau} \quad [10.29f]$$

si vede immediatamente come l'*output* del sensore del primo ordine che risponde ad un *input* a gradino (per $t \geq 0$) sia pari a:

$$x(t) = y_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad [10.30]$$

L'*output* del sensore cresce, quindi, rapidamente in termini esponenziali dal valore nullo corrispondente all'istante iniziale $t = 0$ fino al valore di equilibrio y_0 con un ritardo che diminuisce con il tempo, come illustrato nella **Fig. 10.14** nel caso in cui $y_0 = 1$. Questo ritardo è direttamente proporzionale al tempo caratteristico τ del sensore. Naturalmente a questo risultato era possibile arrivare mediante l'integrazione diretta della relazione (10.27a) nel dominio del tempo senza far ricorso alla Trasformata di Fourier. Da tutto ciò risulta quindi che un sensore del primo ordine

risponde ad un segnale a gradino esattamente come un filtro analogico *passa-basso*. In pratica il sensore risponde al segnale di *input* con un'inerzia propria, tanto maggiore quanto maggiore è il tempo caratteristico τ . Perciò, la determinazione sperimentale del tempo caratteristico τ di un sensore meteorologico del primo ordine la si ottiene proprio impiegando in laboratorio un segnale di *input* a gradino. Per esempio, se consideriamo un anemometro a coppe che può essere considerato con buona approssimazione un sensore del primo ordine, per individuare il suo tempo caratteristico lo si pone nella galleria del vento e se ne permette la rotazione solo a partire da un dato istante iniziale. Una volta registrato il segnale di *input* ed il relativo segnale di *output*, si è in grado di ottenere il tempo caratteristico τ dalla relazione (10.30) impiegando un metodo di regressione.

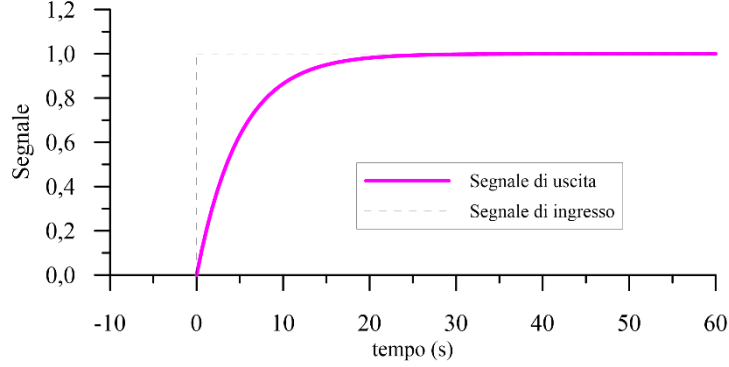


Fig. 10.14: risposta di un sensore del primo ordine ad un segnale a gradino unitario.

Anche se l'ingresso a gradino ad un sensore del primo ordine evidenzia alcuni aspetti del suo comportamento dinamico, tuttavia da esso non è chiaro cosa succeda quando in *input* viene applicata una composizione di armoniche, come di fatto può essere visto un generico segnale micrometeorologico.

10.2.3.2 Ingresso armonico

Consideriamo ora un segnale di ingresso armonico con una frequenza f_0 e ampiezza y_0 :

$$y(t) = y_0 \sin(2\pi f_0 t) \quad [10.31]$$

Se immaginiamo che un segnale turbolento possa essere visto come la sovrapposizione di un gran numero di segnali armonici e monocromatici, lo studio del comportamento del sensore a fronte di un *input* sinusoidale equivale a studiare il suo comportamento a fronte di ogni singola armonica del segnale.

Per prima cosa, è necessario determinare la Trasformata di Fourier di questo segnale armonico. A tal proposito, ricordando quanto riportato in **Appendice 4**, si ha che:

$$\Im[\sin(2\pi f_0 t)] = \frac{1}{2j} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)] \quad [10.32a]$$

e quindi, applicando la relazione (10.28) e tenendo conto della forma della risposta in frequenza del sensore del primo ordine espressa dalla (10.27d), si ottiene:

$$X(f) = y_0 \left\{ \frac{1}{1 + j2\pi f\tau} \cdot \frac{1}{2j} [\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)] \right\} \quad [10.32b]$$

che è la risposta del sensore del primo ordine ad un segnale armonico monocromatico. Questa risposta di un sensore del primo ordine ad un *input* armonico e monocromatico è però formulata nel dominio delle frequenze, mentre è nostro interesse individuarla analiticamente nel dominio del tempo. Per ottenere il segnale $x(t)$, cioè la risposta del sensore nel dominio del tempo, e per poter quindi valutare facilmente come la dinamica del sensore interviene sul segnale monocromatico in *input* è necessario antitrasformare la relazione (10.32b). Così facendo, con un po' di

lavoro algebrico di mezzo, si giunge alla complessa relazione seguente:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= y_0 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+j2\pi f\tau} \cdot \frac{1}{2j} \cdot \delta(f-f_0) \cdot e^{j2\pi ft} dt - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+j2\pi f\tau} \cdot \frac{1}{2j} \cdot \delta(f+f_0) \right. \\
 &\quad \left. \cdot e^{j2\pi ft} dt \right\} \\
 &= y_0 \cdot \frac{1}{2j} \cdot \left\{ \frac{1}{1+j2\pi f_0\tau} e^{j2\pi f_0 t} - \frac{1}{1-j2\pi f_0\tau} e^{-j2\pi f_0 t} \right\}
 \end{aligned} \tag{10.32c}$$

Impiegando, poi, la formula di Eulero per i numeri complessi ed eseguendo alcuni semplici passaggi algebrici, la relazione precedente può essere scritta come:

$$x(t) = y_0 \cdot \frac{1}{1+(2\pi f_0\tau)^2} [\sin(2\pi f_0 t) - 2\pi f_0\tau \cdot \cos(2\pi f_0 t)] \tag{10.32d}$$

Ricordiamo che per un generico numero complesso $z = a + jb$ si ha che:

$$z = a + jb = Ae^{j\Phi} = A[\cos \Phi + j \sin \Phi]$$

dove:

$$\begin{aligned}
 a &= A \cos \Phi & b &= A \sin \Phi \\
 A &= \sqrt{a^2 + b^2} & \Phi &= \tan^{-1}(b/a)
 \end{aligned}$$

e che:

$$\sin(t + \delta) = \sin t \cdot \cos \delta + \cos t \cdot \sin \delta$$

Utilizzando tutto ciò, si giunge facilmente alla relazione che descrive l'*output* del sensore del primo ordine in risposta ad un *input* sinusoidale, espressa come:

$$x(t) = y_0 \cdot \Phi \cdot \sin(\Omega t + \delta) \tag{10.33a}$$

quindi in risposta ad un'armonica monocromatica in *input*, dal sensore del primo ordine verrà prodotto sempre un segnale armonico della stessa frequenza, ma smorzato e sfasato. È interessante capire da che cosa dipendono lo smorzamento e lo sfasamento del segnale di *output*. Nella relazione (10.33a) con Ω si è indicata la frequenza angolare propria del segnale di *input* e pari a:

$$\Omega = 2\pi f_0 \tag{10.33b}$$

mentre con Φ si è indicato il *fattore di smorzamento* dell'armonica monocromatica. Tale fattore risulta dato dalla relazione seguente:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \Omega^2}} \tag{10.33c}$$

che evidenzia la sua dipendenza dalla costante di tempo del sensore τ e dalla frequenza del segnale $\Omega = 2\pi f_0$. Quindi, un'armonica monocromatica in *input* ad un sensore del primo ordine verrà smorzata sia in funzione delle caratteristiche dinamiche del sensore stesso (rappresentate complessivamente dal suo tempo caratteristico) che della propria frequenza originaria. Infine, lo *sfasamento* δ tra il segnale di ingresso ed il segnale di uscita al sensore risulta pari a:

$$\tan(\delta) = -\Omega\tau \tag{10.33d}$$

anch'esso dipendente dalla costante di tempo τ del sensore e dalla frequenza del segnale. Come si nota, entrambi questi parametri che caratterizzano completamente la risposta ad un segnale monocromatico di un sensore del primo ordine dipendono sia dalle caratteristiche costruttive dello stesso (la costante di tempo τ) che dalla caratteristica principale del segnale monocromatico che è la propria frequenza angolare. Quindi, dato un generico sensore del primo ordine caratterizzato da una ben precisa costante di tempo, la sua risposta ad un segnale monocromatico dipenderà dalla frequenza angolare dello stesso. Per renderci conto dei risultati raggiunti, nella **Fig. 10.15** viene presentata la variazione del fattore di smorzamento e dello sfasamento in funzione della frequenza angolare.

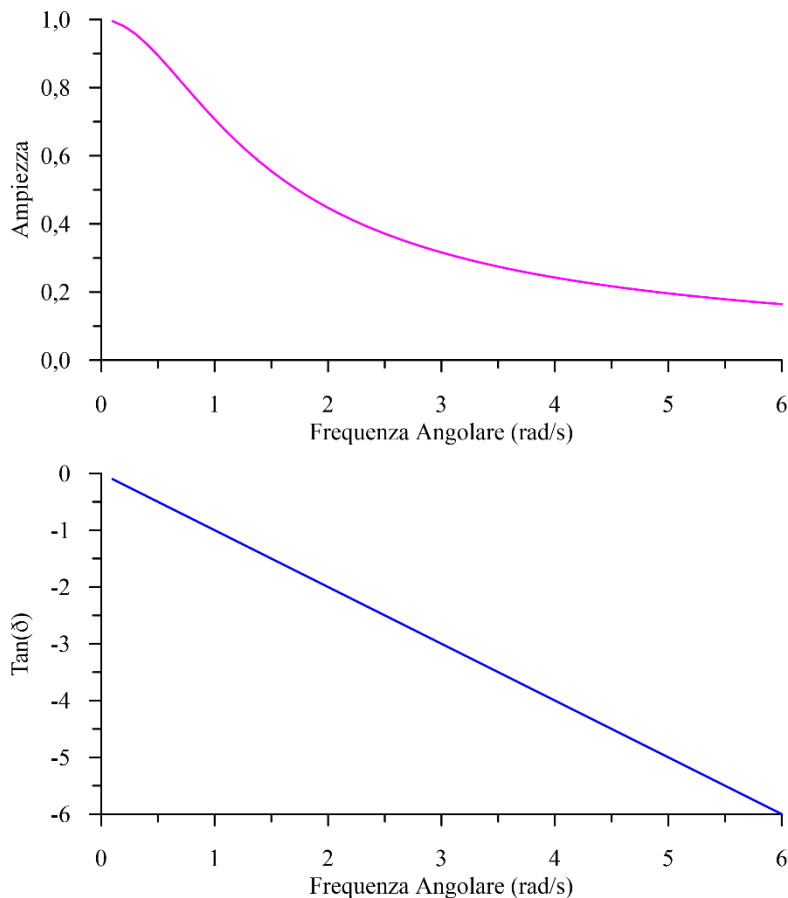


Fig. 10.15: fattore di smorzamento e sfasamento di un sensore del primo ordine.

Come si può vedere, appare finalmente evidente una caratteristica non visibile immediatamente nel caso di un ingresso a gradino: il trasduttore, in una certa misura, deforma il segnale di ingresso, comportandosi come un consueto *filtro analogico passa-basso di tipo RC*.

10.2.3.3 Ingresso generico

Nel caso in cui il segnale di ingresso non abbia una delle due forme tipiche analizzate, non è immediato capire quali trasformazioni opererà il trasduttore sul segnale. In realtà questa è proprio la normale situazione operativa del sensore quando si misura l'andamento temporale di una variabile micrometeorologica. Questo segnale sarà sicuramente molto irregolare e perciò è del tutto improbabile che se ne possa calcolare analiticamente la relativa Trasformata di Fourier. Tra le possibili soluzioni pratiche per poter ottenere la risposta di un sensore del primo ordine ad un segnale turbolento qui ne presentiamo una estremamente semplice e facilmente realizzabile in pratica.

Si considerino istanti successivi t_i separati da un intervallo di campionamento sufficientemente piccolo Δt . Ad ogni t_i la variabile meteorologica assuma il valore y_i . Si faccia inoltre l'ipotesi che tra l'istante t_{i-1} e l'istante $t < t_i$ (escluso) il segnale mantenga il valore y_{i-1} e solo all'istante t_i raggiunga il valore y_i . In questo modo il segnale di ingresso risulta approssimato da una successione di gradini di differente ampiezza.

Si può dimostrare che se il trasduttore è caratterizzato da una costante di tempo τ , la sua risposta x_i nei vari t_i è data dalla relazione seguente:

$$x_i = y_i \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right] + x_{i-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \quad [10.34]$$

Questa relazione è analoga a quella di un filtro RC nel dominio del tempo ed afferma che un trasduttore del primo ordine in un certo istante mantiene la memoria dello stato assunto all'istante precedente ed ogni variazione del segnale di *input* induce una variazione di stato a cui il trasduttore cerca di opporsi con una *forza* proporzionale alla propria costante di tempo.

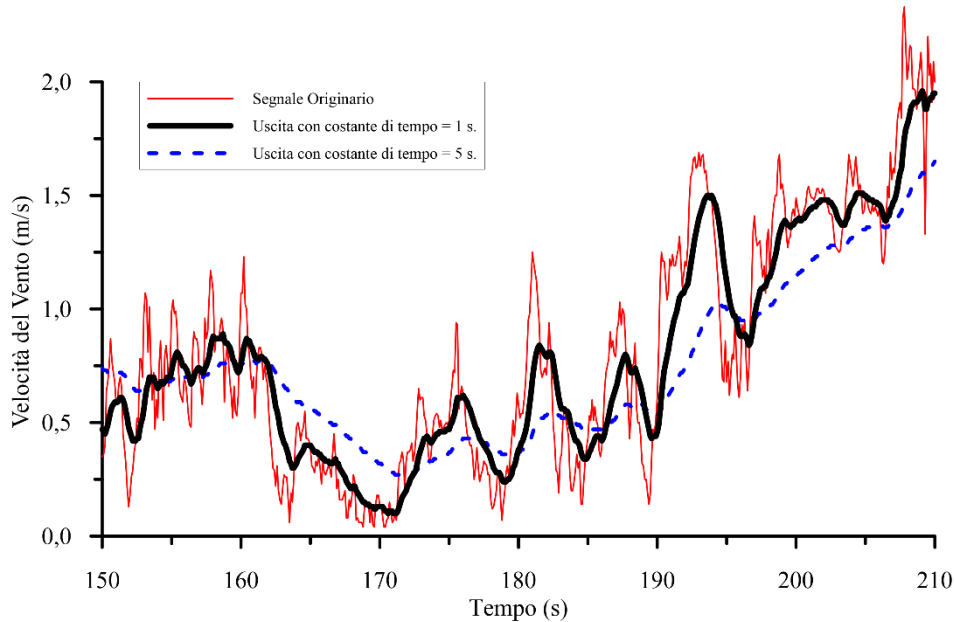


Fig. 10.16: risposta di sensori di anemometri a coppe di diverse caratteristiche

Come esempio, prendiamo in considerazione due anemometri a coppe, cioè due sensori capaci di misurare il modulo della proiezione orizzontale del vettore vento, il primo caratterizzato da una costante di tempo $\tau = 1$ s (un anemometro di alta qualità ed elevato costo) ed il secondo con $\tau = 5$ s (un anemometro di mediocre qualità e di basso costo). Prendiamo come riferimento un segnale di velocità orizzontale del vento registrato da un anemometro ultrasonico (sensore di ordine zero che è in grado di riprodurre in maniera estremamente fedele il reale segnale di vento) mostrato con un tratto sottile nella Fig. 10.16 ed ipotizziamo che entrambi gli anemometri abbiano questo segnale altamente irregolare come *input*. Per determinarne il relativo *output* applichiamo la relazione (10.34) ottenendo così la probabile risposta dei due anemometri meccanici considerati. Il risultato ottenuto è riportato nella Fig. 10.16.

È interessante constatare come l'anemometro con τ di 1 s (un anemometro a coppe di elevata qualità) consenta di determinare un valor medio della velocità del vento inferiore solo del 2.5% rispetto al segnale registrato dall'anemometro ultrasonico ed una deviazione standard inferiore del 11.4%, quindi questo anemometro può essere impiegato agevolmente per ottenere la velocità media del vento, mentre presenta alcune criticità nel caso si voglia ottenere la relativa deviazione standard. Sembra strano che l'incertezza intrinseca alla velocità media sia di molto inferiore a quella della deviazione standard, ma, per quanto abbiamo visto, ogni armonica monocromatica che compone il segnale originale in *input* al sensore viene smorzata e sfasata in maniera diversa a seconda della propria frequenza, quindi la deformazione del segnale complessivo apportata dal sensore è differente per le diverse armoniche e ciò induce di conseguenza una elevata incertezza nella deviazione standard. Il valore medio della velocità del vento è invece decisamente correlato ad una serie di gradini in *input* al sensore, ognuno dei quali viene trasformato dal sensore in un aumento temporale del segnale che, però, dipende solo dalle caratteristiche costruttive del sensore e non dall'ampiezza del gradino stesso. Da qui un'incertezza più prevedibile e più limitata. L'anemometro a coppe con τ pari a 5 s (anemometro di bassa qualità) presenta invece una

riduzione dell'8.6% per il valor medio della velocità ed una riduzione del 33.9% della deviazione standard. È evidente come un sensore di questo tipo non dovrebbe mai essere impiegato in misure di tipo micrometeorologico. Queste considerazioni sono state fatte considerando un anemometro a coppe come un sensore del primo ordine. In realtà, come vedremo al capitolo successivo, il comportamento di un anemometro a coppe può essere rappresentato da un sensore del primo ordine solo in prima approssimazione e quindi le conclusioni a cui siamo giunti nell'esempio precedente vanno prese con una certa cautela.

10.2.4 IL SENSORE PRIMARIO DEL SECONDO ORDINE

La dinamica di un trasduttore del secondo ordine è descritta dalla relazione differenziale seguente dove a_0 , a_1 e a_2 sono costanti dipendenti dalla struttura fisica e geometrica del sensore considerato:

$$a_2 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = y(t) \quad [10.35]$$

La risposta in frequenza di un sensore di questo tipo quando $y(t) = \delta(t)$, è facile da ottenere. Basta, infatti, ricordare le regole di derivazione della Trasformata di Fourier secondo cui:

$$\Im \left[\frac{dx}{dt} \right] = j2\pi f \cdot X(f) \quad \Im \left[\frac{d^2x}{dt^2} \right] = -(2\pi f)^2 \cdot X(f) \quad [10.36a]$$

Quindi l'equazione dinamica di un sensore del secondo ordine nel dominio delle frequenze si riduce all'equazione algebrica seguente:

$$-a_2(2\pi f)^2 X(f) + a_1 \cdot j2\pi f \cdot X(f) + a_0 \cdot X(f) = 1 \quad [10.36b]$$

cioè alla Funzione di Trasferimento:

$$H(f) = \frac{1}{a_0 - a_2(2\pi f)^2 + j2\pi f a_1} \quad [10.36c]$$

Nota la risposta in frequenza ad una Delta di Dirac, la risposta di un sensore del secondo ordine ad un generico *input* $x(t)$ con Trasformata di Fourier $X(f)$ è sempre data dalla relazione (10.28). Comunque, come nel caso del sensore del primo ordine, anche in questo caso vale la pena di studiare con maggior dettaglio la sua risposta ad un *input* a gradino e ad un *input* armonico. Anche se semplici, i calcoli coinvolti nella determinazione della risposta di un tale sensore a questi due semplici tipi di *input* sono piuttosto laboriosi e lasciamo al lettore il loro sviluppo come esercizio. Vale però la pena ricordare che Kreyszig (1993) e Brock e Richardson (2001) sviluppano nel dettaglio tutti questi calcoli, però nel dominio del tempo.

10.2.4.1 Ingresso a gradino

Per semplicità analitiche e seguendo la consuetudine corrente, per prima cosa definiamo il parametro ζ , detto rapporto di smorzamento o *damping ratio*, come:

$$\zeta = \sqrt{\frac{a_1^2}{4a_0a_2}} \quad [10.37a]$$

e la frequenza propria del trasduttore come:

$$\omega = \sqrt{a_0/a_2} \quad [10.37b]$$

Questi due parametri tipici del sensore del secondo ordine dipendono completamente dalle caratteristiche costruttive dello stesso e, come vedremo, saranno determinanti nello stabilire il suo comportamento dinamico.

Nel caso di un segnale di ingresso a gradino (10.29a), senza entrare nei dettagli analitici,

la risposta del sensore del secondo ordine ad un gradino di ampiezza y_0 è data dalle relazioni:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{y_0}{a_0} \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\cos(\omega_1 t) + \frac{\alpha}{\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right] \right\} & \text{per } \zeta < 1 \\ x(t) &= \frac{y_0}{a_0} \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\frac{\alpha + \beta}{2\beta} e^{\beta t} - \frac{\alpha - \beta}{2\beta} e^{\beta t} \right] \right\} & \text{per } \zeta \geq 1 \end{aligned} \quad [10.38a]$$

dove:

$$\alpha = a_1/2a_2 \quad \beta = \omega\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad \omega_1 = \omega\sqrt{1 - \zeta^2} \quad [10.38b]$$

Nella **Fig. 10.17** viene presentato l'andamento temporale della tipica risposta ad un segnale a gradino unitario di alcuni sensori del secondo ordine aventi caratteristiche costruttive differenti. Quando $\zeta > 1$ è immediato verificare come la risposta del trasduttore presenti un comportamento molto simile a quello presentato da un sensore del primo ordine, con un ritardo rispetto al segnale di ingresso. In sostanza, in questo caso, il comportamento del sensore ricorda un filtro *passa-basso*. Quando, invece, $\zeta < 1$, la risposta del sensore non solo è in ritardo rispetto all'ingresso, ma presenta anche una oscillazione smorzata non contenuta nel segnale da misurare e derivante dalle caratteristiche dinamiche del sensore stesso. Quindi, quando un sensore del secondo ordine è caratterizzato da un *damping ratio* minore di 1, risponde ad un segnale di ingresso a gradino con un segnale di uscita oscillante che presenta *sovraelongazioni* che si smorzano col tempo, ma che nella fase iniziale del transitorio possono essere molto rilevanti, come si può vedere nella **Fig. 10.17**. Un comportamento di questo tipo è ovviamente indesiderato nelle misure di tipo micrometeorologico.

La conoscenza della risposta di un sensore del secondo ordine ad un segnale di ingresso a gradino può essere impiegata, anche se con qualche difficoltà, alla determinazione dei coefficienti α , β e ω che caratterizzano il sensore e quindi anche dei coefficienti a_0 , a_1 e a_2 della relazione (10.35).

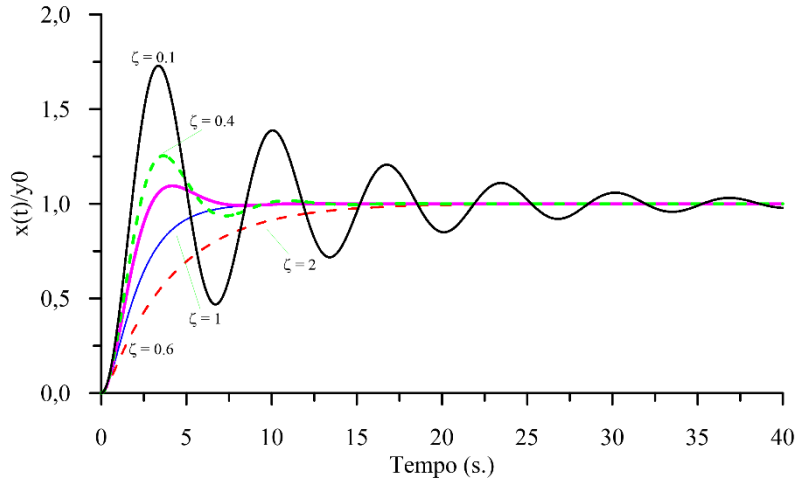


Fig. 10.17: risposta ad un gradino unitario di un sensore del secondo ordine.

10.2.4.2 Ingresso armonico

A fronte di un segnale di ingresso armonico del tipo (10.31), se si definisce $a = \Omega/\omega$, la risposta del sistema del secondo ordine è data dalla relazione seguente:

$$x(t) = \frac{y_0}{a_0} \cdot \Phi \cdot \sin(\Omega t + \delta) \quad [10.39a]$$

dove:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{(1 - a^2)^2 + 4\zeta^2 a^2}} \quad \tan(\delta) = \frac{-2\zeta a}{1 - a^2} \quad [10.39b]$$

Come si nota immediatamente, sia il fattore di smorzamento (Φ o di amplificazione) che lo sfasamento δ dipendono non solo dalle caratteristiche costruttive del sensore, in particolare dalla frequenza propria ω , ma anche dalla frequenza Ω del segnale in *input*.

Nella **Fig. 10.18** viene presentata la variazione del fattore di smorzamento e dello sfasamento in funzione di Ω/ω . Come si vede, il fattore di smorzamento è in effetti un fattore di amplificazione (almeno fino a che $\Omega/\omega < 1$) se le caratteristiche costruttive del sensore sono tali per cui $\zeta < 1$ e raggiunge una specie di *risonanza* quando Ω/ω tende a 1. Come si vede nella figura, l'ampiezza dell'armonica monocromatica viene amplificata di ben 5 volte quando il rapporto di smorzamento risulta pari a 0.1. Quando invece, $\zeta > 1$, l'ampiezza dell'armonica monocromatica risulta sempre ridotta, venendo quasi annullata quando $\Omega/\omega > 10$. Anche lo sfasamento dipende da Ω/ω e diminuisce continuamente con Ω/ω . In particolare risulta pari a -90° quando il rapporto delle frequenze tende a 1 e tende a -180° al crescere di Ω/ω . Questo costante aumento dello sfasamento si concretizza in maniera differente a seconda del valore del parametro ζ .

A questo punto è possibile fare alcune considerazioni sul comportamento dinamico di un sensore del secondo ordine a seconda del valore assunto dal *damping ratio*:

- se $\zeta > 1$, il trasduttore del secondo ordine si comporta in modo molto simile ad un sensore del primo ordine, cioè come un filtro analogico *passa-basso*;
- se $\zeta < 1$ (cosa comune nella maggioranza dei sensori meteorologici di questo tipo), a frequenze inferiori a quella caratteristica il trasduttore presenta una risposta amplificata che raggiunge il valore massimo quando $\Omega = \omega$.

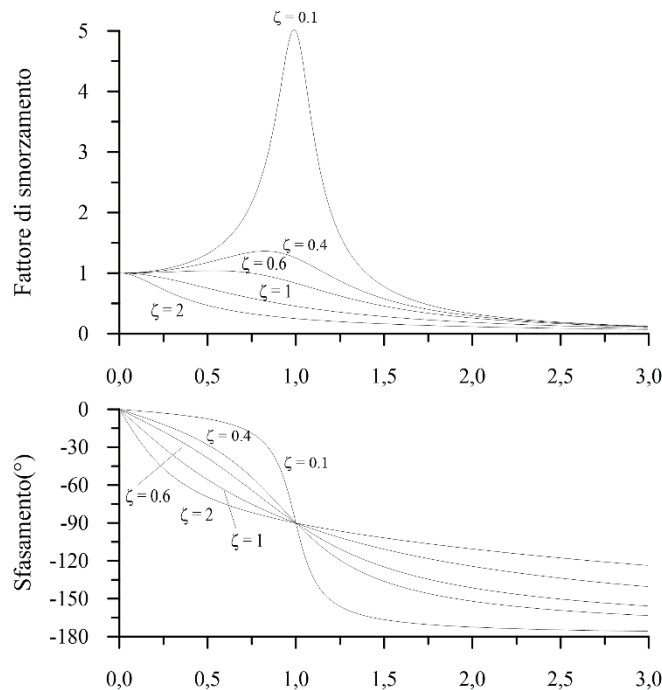


Fig.10.18: fattore di smorzamento e sfasamento di un sensore del secondo ordine.

La risposta di un sensore del secondo ordine ad un ingresso comunque variabile nel tempo non è immediatamente individuabile. Ricordando però che ogni segnale meteorologico può essere decomposto mediante la Trasformata di Fourier in una somma di segnali armonici monocromatici, la risposta del generico sensore sarà la composizione delle risposte alle singole armoniche. Viste le caratteristiche bizzarre del sensore del secondo ordine, alcune armoniche verranno esaltate, altre verranno depresse, tutte verranno sfasate, ma in maniera differente tra loro, ed il segnale

originario verrà inevitabilmente alterato. Non è facile fare previsioni su come possa modificarsi il valor medio e la varianza di un dato segnale di ingresso visto che non tutte le armoniche vengono alterate nella medesima maniera dal sensore.

10.2.5 CONSIDERAZIONI PRATICHE

Lo studio del comportamento dei sensori primari del primo e del secondo ordine conferma l'importanza di utilizzare trasduttori primari con dinamica adeguata alle necessità di misura.

Un sensore di ordine zero è un sensore ideale che non presenta alcun tipo di distorsione nel segnale di uscita. Esiste un buon numero di sensori che possono essere ricondotti a questa tipologia (per esempio l'anemometro ultrasonico e gli igrometri veloci), anche se normalmente sono relativamente costosi e non sempre è proponibile un loro utilizzo generalizzato. Tuttavia, quando l'obiettivo è la misura dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL* (per esempio le varianze, le covarianze ed i momenti di ordine superiore), il loro impiego è di fatto obbligato.

Un sensore del primo ordine si comporta sempre come un filtro analogico *passa-basso* e sempre *perde* una parte del segnale, in particolare la parte ad alta frequenza. La sua frequenza di taglio, cioè la frequenza al di sotto della quale si ha un'inevitabile perdita di potenza del segnale in *input*, è inversamente proporzionale alla costante di tempo caratteristica. Un trasduttore di questo tipo può essere impiegato sicuramente nella misura dei valori medi delle principali variabili meteorologiche. Se invece è necessario determinare le deviazioni standard e le covarianze, un tale sensore non è il più adeguato. Nell'esempio fatto si è visto come sia possibile che un sensore di questo tipo riesca a perdere più del 30% della deviazione standard. In questo caso, potendo, è decisamente meglio usare un sensore di ordine zero. Non potendo, in fase di elaborazione dei dati, è necessario apportare opportune correzioni alla stima dei momenti secondi delle variabili meteorologiche, che tengano conto delle caratteristiche dinamiche del sensore (si veda Cap. 13).

Un sensore del secondo ordine è un sensore critico, dato che introduce sempre nel segnale di uscita qualcosa di oscillante e di artificiale che altera senza rimedio il segnale meteorologico originale e che dipende dalle proprie caratteristiche dinamiche. Se si è costretti ad utilizzare un sensore di questo tipo, è opportuno sceglierlo con valori di *damping ratio* ζ superiori a 1. Comunque l'impiego di questi sensori per la stima di momenti di ordine due (varianze e covarianze) è sempre improponibile.

Da ultimo va rilevato come, dal punto di vista strumentale, la Micrometeorologia sia decisamente più critica della Meteorologia Generale o della Climatologia. Queste ultime discipline richiedono alla strumentazione solo la stima (la più accurata possibile) dei valori medi delle principali variabili meteorologiche; pertanto la qualità richiesta ai sensori è praticamente solo una precisione e l'accuratezza elevata. In Micrometeorologia, invece, lo studio delle caratteristiche statistiche della turbolenza è lo scopo principale e quindi la strumentazione da impiegare deve essere congruente con le finalità dichiarate da questa disciplina. Pertanto, in questo caso, le principali qualità richieste ad un sensore sono la precisione, l'accuratezza, la rapidità di risposta (costante di tempo bassa) e l'essere un sensore o di ordine zero o di ordine 1.

10.3 IL TRASDUTTORE SECONDARIO

Come abbiamo visto, il trasduttore primario ha il compito di generare una variabile fisica intermedia, proporzionale alla variabile meteorologica di interesse. In serie a questo trasduttore è necessaria in generale la presenza di un ulteriore *apparato* che trasformi questa variabile (frequentemente di tipo meccanico) in un segnale elettrico facilmente maneggiabile. Questo apparato è appunto il trasduttore secondario. Nel caso esemplificato al punto 10.2.2.5, il sensore primario era il cilindro metallico immerso nell'aria ambiente che variava la propria resistenza elettrica in funzione della temperatura dell'aria che lo lambiva, mentre il sensore secondario era il circuito

elettrico capace di convertire tale resistenza, variabile a seconda della temperatura esterna (la risposta del sensore primario, quindi) in una variabile elettrica di più immediata acquisizione come, per esempio, una tensione o una corrente elettrica. Infatti, una volta ottenuta una tensione (o a volte una corrente) proporzionale linearmente alla resistenza da misurare, tale tensione può essere acquisita direttamente da un *data-logger*, cioè da un sistema elettronico capace di decidere quando acquisire questa variabile, di convertire questa grandezza analogica in una grandezza digitale (un numero, quindi), di elaborarla, di presentarla all'utente e di memorizzarla. Il sensore secondario, pur essendo sempre presente in una catena di misura, non sempre è fisicamente visibile. Spesso infatti è integrato direttamente nello strumento di misura venduto commercialmente, da cui escono segnali elettrici analogici (in generale una tensione) pronti per essere acquisiti direttamente dal *data-logger*. In questo caso, la curva di taratura dello strumento sarà una relazione diretta tra variabile meteorologica di *input* e segnale di tensione in *output*. Dal punto di vista logico, l'opera del trasduttore secondario avviene attraverso i seguenti passi successivi:

- Il **primo passo** consiste nel convertire la variabile di uscita del trasduttore primario x , spesso di tipo *meccanico* (nel caso di un anemometro a coppe l'uscita del sensore primario è la velocità di rotazione dell'equipaggio mobile sui cui sono calettate le coppe), in una variabile elettrica y . Dal punto di vista matematico, per questo primo passo risulta definita una funzione di trasferimento specifica, del tipo $y = f(x)$ che, combinata con la curva di taratura del sensore primario, fornisce una relazione biunivoca tra la variabile meteorologica di *input* ed il segnale elettrico di *output*. Quando il trasduttore secondario è integrato col trasduttore primario, è proprio la combinazione delle due relazioni matematiche che caratterizza completamente il sensore e che ci fornisce il costruttore.

Questa conversione da variabile meccanica a variabile elettrica si realizza mediante l'impiego di apparati che, di volta in volta, possono essere molto differenti. Frequentemente si impiega una *dinamo tachimetrica* che trasforma un movimento di rotazione direttamente in una tensione. Una situazione interessante è rappresentata dalla presenza di sensori ottici che, per esempio, trasformano un movimento di rotazione di un equipaggio mobile in un segnale di tensione di tipo impulsivo (in pratica onde quasi quadre). Dato che i segnali di tipo impulsivo sono di regola generati per via elettromeccanica (per esempio tramite contatti di tipo Reed), il fronte di salita e di discesa dell'onda quadra che approssima l'impulso non è netto, ma presenta sistematicamente dei *bounce* (oscillazioni erratiche di brevissima durata in corrispondenza dell'apertura e della chiusura), che devono essere filtrati.

Un caso differente dal punto di vista logico è costituito da quei trasduttori primari, come per esempio la termoresistenza, che a fronte di un ben preciso *input* (nel caso specifico la temperatura dell'aria) variano la propria resistenza elettrica che, a rigore, non è un segnale elettrico analogico. Tale resistenza, una volta inserita in opportuni circuiti elettrici, darà luogo ad un segnale elettrico, in generale una tensione proporzionale, linearmente o meno, alla resistenza prodotta dal sensore. Comunque, per semplicità possiamo anche in questo caso considerare una resistenza elettrica come una variabile analogica di tipo elettrico.

- Il **secondo passo** consiste nell'operare sul segnale elettrico così ottenuto in modo da renderlo adatto alla conversione Analogico/Digitale successiva. In generale ciò significa ricondursi ad un segnale elettrico, normalmente in tensione. Se il segnale elettrico su cui si opera è un segnale in corrente, normalmente esso presenterà un *range* caratterizzato da un valore minimo di 4 mA (che corrisponde generalmente ad un valore nullo della variabile da misurare) e da un valore massimo di 20 mA. Il fatto che ad un valore nullo di variabile in *input* corrisponda un valore di corrente di 4 mA e non di 0 mA, consente di individuare immediatamente situazioni di rottura del sensore che si presenterà in *output* come un circuito aperto, caratterizzato cioè da una corrente di 0 mA, distinguendoli immediatamente dalla risposta corretta del sensore ad un ingresso nullo.

La conversione da corrente a tensione si realizza facilmente usando un resistore di valore opportuno R attraverso cui si fa passare la corrente da convertire. La conversione si basa sulla Legge di Ohm, secondo cui la tensione ai capi della resistenza R soddisfa la relazione $V = R \cdot I$, dove I è la corrente generata dal trasduttore che ha realizzato il primo passo. Si ottiene quindi immediatamente la conversione corrente tensione.

In realtà, esistono limiti teorici e pratici nell'operare in questo modo. Il limite teorico è rappresentato dal fatto che il sistema di conversione Analogico/Digitale che riceverà a valle il segnale elettrico di tensione non può essere idealizzato come un voltmetro ideale (cioè un misuratore ideale di tensione che non interagisce con la tensione da misurare), ma al contrario è caratterizzato da una propria resistenza (impedenza) interna, caratteristica e finita R_v . Quindi il sistema di conversione non vedrà direttamente la resistenza R , ma la resistenza parallelo R_{eff} composta da R e da R_v , cioè:

$$R_{\text{eff}} = \frac{R \cdot R_v}{R + R_v} \quad [10.40]$$

Il limite pratico è che dietro l'applicazione della formula che descrive la Legge di Ohm si nasconde un'ipotesi implicita molto pericolosa: l'ipotesi che il sensore sia un generatore ideale di corrente. In realtà, il comportamento *ideale* dello strumento si mantiene solo per valori di resistenza bassissimi, dell'ordine delle centinaia di Ohm. Come ci si potrebbe aspettare da queste considerazioni, la scelta del resistore di conversione è una decisione critica. Il valore di resistenza dovrebbe essere tale che, in corrispondenza di esso, lo strumento funzioni come un generatore di corrente e che il *range* della tensione risultante si adatti bene ad una delle gamme di misura del sistema di acquisizione. Ad esempio, nel caso di un segnale 4÷20 mA, un buon compromesso è l'usare un resistore da 125Ω. La resistenza non è però l'unico parametro che caratterizza i resistori. Altri due sono di interesse pratico nel campo delle misure. Il primo è la *stabilità* in temperatura. Molti resistori di bassa stabilità presentano un valore di resistenza variabile con la temperatura di esercizio; conviene quindi usare resistori con la più bassa costante di temperatura possibile e soprattutto *esattamente nota* (in modo da effettuare, se è il caso, correzioni in fase di elaborazione dei dati). Il secondo parametro importante è la *rumorosità*, cioè la sua capacità di variare casualmente il valore della resistenza, inducendo un fastidioso *rumore elettrico* nel segnale di tensione prodotto. La rumorosità dovrebbe essere la minima possibile.

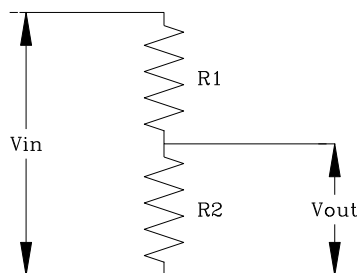


Fig. 10.19: un partitore di tensione.

Se il segnale elettrico su cui si opera è una variazione di resistenza (come nel caso di una termoresistenza), la sua conversione in una tensione può essere realizzata, per esempio, impiegando un circuito elettrico totalmente resistivo, noto come *partitore di tensione* e schematizzato nella Fig. 10.19. In essa la resistenza R_2 è la resistenza variabile presentata da una termoresistenza al variare della temperatura ambiente (il segnale insomma) e R_1 è una resistenza fissa ad elevata precisione e stabilità. Impiegando la Legge di Ohm, è semplice verificare che:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad [10.41a]$$

Immaginiamo, ora, che la termoresistenza, con valore nominale R_2 (valore della termoresistenza ad una temperatura di riferimento), vari di ΔR_2 . Indicando con $R = R_1 + R_2$, la variazione della tensione di *output* corrispondente può essere valutata in:

$$V_{out} + \Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_2 + \Delta R_2}{R + \Delta R_2} \quad [10.41b]$$

e quindi, dopo un po' di algebra, si ha che:

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_1}{R_2} \frac{\Delta R_2 / R}{1 + \Delta R_2 / R} \quad [10.41c]$$

Ricordando lo sviluppo in serie

$$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$

si ha che:

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_1}{R_2} \left[1 - \frac{\Delta R_2}{R} + \left(\frac{\Delta R_2}{R} \right)^2 - \left(\frac{\Delta R_2}{R} \right)^3 + \dots \right] \quad [10.41d]$$

Se poi $\Delta R_2 \ll R$, la relazione precedente si approssima come:

$$\Delta V_{out} = V_{in} \frac{R_1}{R_2} \Delta R_2 \quad [10.41e]$$

che è una relazione lineare tra la variazione della resistenza ΔR_2 e la variazione della tensione di *output*. Da questa relazione si vede come la *sensibilità* del circuito sia pari a:

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta R_2} = V_{in} \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \quad [10.41f]$$

che aumenta tanto più quanto maggiore è R_1 rispetto a R_2 .

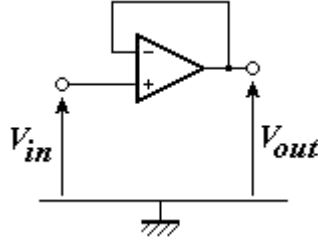


Fig. 10.20: rappresentazione schematica di un inseguitore di tensione realizzato impiegando un amplificatore operazionale

L'ipotesi su cui abbiamo fondato tutti i ragionamenti precedenti è che sia possibile misurare con precisione una tensione con un voltmetro, senza perturbare il circuito stesso e ciò presuppone che il voltmetro sia privo di resistenza interna. Così non è, anche se in generale essa è decisamente bassa. Un modo più sicuro è quello di interporre tra il voltmetro ed il circuito un *inseguitore di tensione*, cioè un circuito costituito da un amplificatore operazionale controeazionato negativamente, con il ramo di controeazione caratterizzato da una resistenza nulla (**Fig. 10.20**). Informazioni in proposito possono essere reperiti nei testi di elettronica; ciò che è importante sapere è che un tale circuito disaccoppia il voltmetro dal circuito, consentendo una misura di tensione pressoché priva di perturbazioni. Spesso questo circuito fa parte integrante del *data-logger*.

È possibile sostituire il partitore di tensione con un *circuito a ponte resistivo*, noto come *Ponte di Wheatstone* e schematicamente rappresentato nella **Fig. 10.21**.

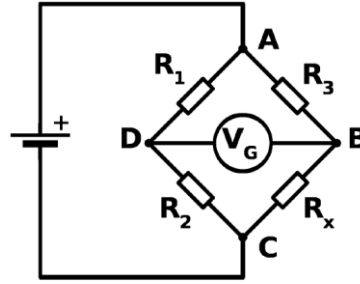


Fig. 10.21: ponte di Wheatstone

Questo circuito è costituito essenzialmente dalla combinazione di due partitori di tensione; è alimentato con una tensione costante V_s ai nodi A e C ed è inserito ai nodi D e B un sistema di misura della tensione che costituisce l'output del circuito. Una delle resistenze presenti nel circuito, quella indicata come R_x è la resistenza prodotta da un sensore che varia con la variazione dell'input dello stesso. In questo caso, la relazione tra la tensione di uscita del ponte V_G e la tensione di alimentazione V_s è funzione delle resistenze presenti nel ponte ed in particolare della resistenza variabile R_x secondo la relazione seguente che può essere facilmente dedotta con le regole dell'Elettrotecnica:

$$\frac{V_G}{V_s} = \frac{R_x}{R_3 + R_x} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad [10.42a]$$

da cui si ottiene il valore della resistenza R_x , nota la tensione di alimentazione e la tensione rilevata dal voltmetro a cavallo dei nodi B e D. Il ponte è *bilanciato* quando $V_G = 0$. In questo caso tra le varie resistenze che compongono il ponte deve valere la relazione seguente:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_x}{R_3} = k \quad [10.42b]$$

Per analizzare meglio la variazione della tensione V_G al variare della resistenza R_x , riconsideriamo la relazione (10.42a) ed il caso in cui il ponte è in equilibrio, con tensione di uscita nulla. Se variamo di una piccola quantità δR la resistenza R_x otterremo:

$$\frac{V_G}{V_s} = \frac{R_x(1 + y)}{R_3 + R_x(1 + y)} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad [10.43a]$$

dove

$$y = \delta R / R_x \quad [10.42b]$$

Sviluppando i calcoli ed ipotizzando che y sia piccolo, si ha che:

$$\frac{V_G}{V_s} = \frac{R_x(1 + y)}{R_3 + R_x(1 + y)} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{ky}{[1 + k(1 + y)] \cdot (1 + k)} \approx \frac{ky}{(1 + k)^2} \quad [10.42c]$$

La sensibilità del Ponte di Wheatstone è quindi pari a:

$$S = \frac{V_G}{y} = V_s \frac{k}{[1 + k(1 + y)] \cdot (1 + k)} \approx V_s \frac{k}{(1 + k)^2} \quad [10.43d]$$

che sarà massima quando k avrà un valore tale da minimizzare dS/dk , cioè quando $k = 1$. In questo caso, tra la tensione misurata dal voltmetro e la variazione di resistenza sussisterà la relazione seguente:

$$V_G = \frac{V_s \delta R}{4 R_x} \quad [10.43e]$$

È importante ricordare che sia il partitore di tensione che il ponte resistivo

dissipano energia per effetto Joule. Per minimizzare questo effetto è necessario impiegare valori di resistenze tali che nei singoli archi del circuito circoli una corrente elettrica relativamente bassa (dell'ordine di 10 mA).

Indipendentemente dal fatto che si utilizzi un partitore di tensione o un *Ponte di Wheatstone*, è sempre possibile che nel circuito percorso da correnti elettriche vengano generati disturbi di natura elettromagnetica. Per la loro minimizzazione è opportuno progettare i circuiti in maniera che le correnti circolanti siano le più basse possibili e far sì che i cavi impiegati siano il più possibile cavi schermati nel cui interno i conduttori siano posti a spirale (*twisted pair*).

- A volte ci può essere un ulteriore passo di **condizionamento del segnale**. Per prima cosa può essere necessario *pulire* il segnale elettrico di tensione da *rumori indesiderati*. Per fare ciò, una volta individuata la banda di frequenza entro cui viene localizzato il rumore elettronico da eliminare, si procede al *filtraggio analogico* del segnale con un *filtro passa-banda* opportuno. Non è questa la sede appropriata in cui trattare il problema del filtraggio analogico. Per tale argomento si rimanda ad un buon libro di Trattamento Analogico dei Segnali Elettrici. Inoltre spesso si è costretti a maneggiare tensioni elettriche estremamente basse. In questo caso, è conveniente procedere ad un'*amplificazione* del segnale, che si realizza con opportuni amplificatori di segnale. Anche per questo tema si rimanda all'apposita Letteratura.

Quanto presentato è la struttura logica del trasduttore secondario. Nella realtà si possono incontrare situazioni differenti, a seconda della struttura fisica del sensore primario. Frequentemente non è necessario per l'utente finale preoccuparsi del primo passo sopra individuato, dato che il costruttore del sensore primario già lo ha integrato come stadio finale del sensore primario stesso. In pratica, i sensori primari veramente disponibili per l'utente finale presentano già naturalmente un'uscita elettrica (tensione, corrente o resistenza) e spesso, se necessario, contengono anche una parte del condizionamento finale (il filtraggio da rumore elettrico indesiderato).

La necessità di amplificazione dipende dalle caratteristiche del Convertitore Analogico/Digitale. Considerando il caso più frequente in cui tale convertitore accetti segnali in tensione, è opportuno fare le considerazioni seguenti. Come si vedrà al punto successivo, tale convertitore fisicamente si presenta come un oggetto unico con tante porte di ingresso a cui si collega l'uscita dei differenti trasduttori secondari. A volte il convertitore consente un *range* di variabilità del segnale di tensione da convertire uguale per tutti i canali, mentre i vari segnali da convertire possono avere range di variabilità molto diversi. Può capitare, per esempio, che nella medesima stazione meteorologica convivano segnali con range $0 \div 1\text{V}$ (per esempio termoigrometri ed anemometri) e segnali con range $0 \div 100\ \mu\text{V}$ (per esempio radiometri). In questo caso, per poter convertire entrambi bisogna che il convertitore abbia un *range* di tensione dell'ordine di $0 \div 1\text{V}$. Ovviamente i segnali a range inferiore verrebbero acquisiti ugualmente, ma convertiti con una precisione decisamente bassa. Questo è un caso in cui l'amplificazione dei segnali a bassa tensione permette di ottenere effetti benefici nella conversione analogico/digitale.

10.4 LA CONVERSIONE ANALOGICO/DIGITALE

Nella Catena di Misura, a valle di ogni sequenza *sensore primario-sensore secondario*, in una maniera o nell'altra abbiamo a disposizione un segnale analogico di tipo elettrico, tipicamente una tensione (dell'ordine dei mV o dei V), e tutti questi segnali elettrici provenienti dai sensori di una stazione meteorologica devono essere acquisiti virtualmente in maniera contemporanea da un opportuno apparato elettronico (normalmente indicato col termine *data-logger*), in modo da poterli memorizzare, trasmettere e in modo da poter realizzare le elaborazioni volute (valori medi, delle varianze, delle covarianze tra variabili diverse, ecc.).

Prima di descrivere le caratteristiche di base di un sistema di acquisizione, è necessario constatare l'impossibilità pratica di utilizzare direttamente un segnale analogico continuo. In termini astratti, un segnale analogico $x(t)$ è una funzione che, per ogni istante t , qualunque esso sia, fornisce un valore corrispondente. Idealmente saremmo interessati ad acquisire questi valori in ogni istante per poterli utilizzare in vari modi: differenziarli, integrarli nel tempo, sommarli o sottrarli a valori ottenuti da altri segnali analogici e così via. Quindi, sempre idealmente, avremmo bisogno di poter utilizzare in qualche modo tutti gli infiniti valori del segnale analogico $x(t)$, anche i valori $x(t_1)$ e $x(t_2)$ separati temporalmente tra loro da un intervallo $dt = t_2 - t_1$ piccolo a piacere e tendente a zero. Dal punto di vista tecnico ciò non è possibile. Ciò che, invece, è fattibile con la strumentazione elettronica attualmente disponibile, è acquisire il segnale analogico $x(t)$ solo ad istanti successivi separati da un intervallo Δt , piccolo ma finito. In pratica, tutto ciò che effettivamente possiamo fare è acquisire ed operare su una versione discreta del segnale, cioè su una sequenza, idealmente infinita ma numerabile, di valori numerici, ciascuno attribuito ad un ben preciso istante temporale t_i , dove $i = -\infty, \dots, +\infty$ (se ipotizziamo di campionare da sempre ed indefinitamente). Per fare ciò, l'elemento essenziale del sistema di acquisizione è la capacità di campionare il segnale analogico continuo, cioè di riuscire a catturare il valore del segnale $x(t)$ all'istante t_i e di convertirlo in un numero (sperabilmente reale). Facendo ciò, otterremo la sequenza infinita voluta $x[i]$ con cui poi realizzeremo tutte le elaborazioni desiderate. In termini pratici, la sequenza non sarà infinita, ma inizierà da un istante arbitrario t_0 e terminerà ad un istante $t_0 + T$, dove T (per esempio 3600 s) è l'orizzonte temporale di interesse.

L'elettronica attuale, in continua e rapida evoluzione, mette a disposizione apparati dedicati a ciò, i data-logger appunto, capaci di ridurre drasticamente l'intervallo Δt tra misura e misura e quindi aumentando significativamente la frequenza di campionamento, ma dipenderà sempre dall'utilizzatore decidere ogni quanto campionare il segnale analogico senza distruggere irreversibilmente il contenuto informativo del segnale stesso. In sostanza, vogliamo sì trasformare un segnale operativamente scomodo, come un segnale analogico, in un segnale semplice da usare, come un segnale digitale, senza però perdere tutte le informazioni sulla turbolenza del *PBL* contenute nel segnale analogico originario, cosa che è poi lo scopo principe del nostro lavoro. E sappiamo che lo spettro del segnale meteorologico è molto ampio (si estende su parecchie decadi) e si spinge a frequenze elevate e il nostro desiderio è, per quanto possibile, non perdere nulla di tutto ciò. La Teoria dei Segnali si occupa di questo argomento e ci mostra come il campionamento sia un processo per nulla banale che, se mal condotto, può portare alla perdita irreversibile di informazioni preziose. È per questo che ora cercheremo di mostrare con un certo dettaglio il processo di campionamento di un segnale analogico.

10.4.1 IL CAMPIONAMENTO

Il campionamento è il primo passo del *Processo di Conversione Analogico-Digitale* (ADC) di un segnale e consiste essenzialmente nel prelievo, ad istanti prefissati, di campioni (*samples*) da un segnale analogico continuo. In pratica, immaginiamo di considerare un segnale elettrico di tensione posto in *input* ad un ipotetico dispositivo (*campionatore*) costituito essenzialmente da un interruttore programmabile (che sta sempre aperto, salvo chiudersi ad istanti prefissati). Ciò è mostrato schematicamente nella **Fig. 10.22**. Ipotizziamo che l'interruttore si chiuda ogni Δt secondi (quindi ad una frequenza $f_s = 1/\Delta t$ Hz) e che resti chiuso per un tempo infinitesimo. Durante questo tempo molto breve, idealmente infinitesimo, il campionatore *cattura* il valore del segnale $x(t)$ e lo attribuisce a tale istante temporale. In questo caso, $\Delta t = T_c$ è il periodo di campionamento e $f_s = 1/T_c$ è la frequenza di campionamento. Quanto avviene è ciò che è rappresentato nella **Fig. 10.23** dove da un generico segnale $A(t)$ viene prelevato un *campione* ogni T_c secondi. Di fatto, col campionatore siamo riusciti ad ottenere dal segnale analogico originario $A(t)$ una sua versione discreta $A[t_i]$ agli istanti t_i tra loro separati temporalmente da un intervallo Δt .

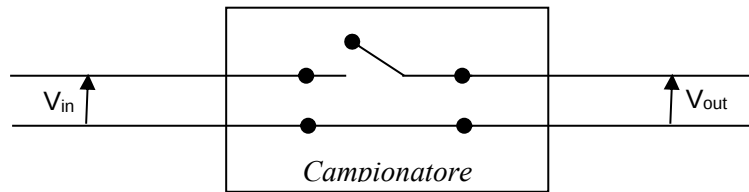


Fig. 10.22: schema ideale di un Campionatore

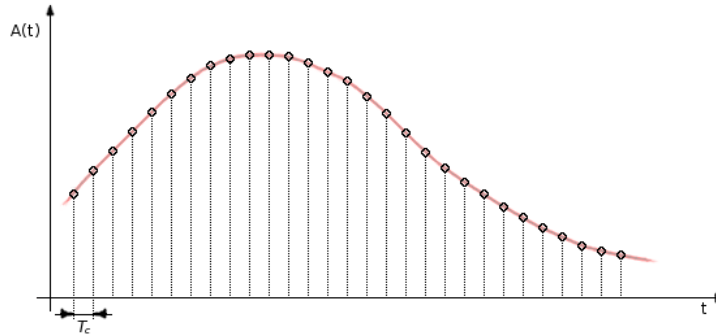


Fig. 10.23: logica del campionamento

Riformuliamo, ora, il problema del Campionamento in termini matematicamente più corretti. In primo luogo consideriamo un segnale continuo nel tempo $x(t)$ per cui sia determinabile la rispettiva Trasformata di Fourier $X(f)$. Ipotizziamo, inoltre, che questo segnale analogico sia limitato in banda, cioè sia tale che $X(f) = 0$ per ogni $|f| > B$. In sostanza il segnale non deve contenere armoniche a frequenza superiore o uguale alla frequenza B . Da quanto ci è possibile sapere, ogni segnale di origine meteorologica non è limitato in banda, visto che lo spettro della turbolenza non si annulla mai. Tuttavia, alle alte frequenze lo spettro delle variabili meteorologiche nel *PBL* decresce molto rapidamente con la frequenza e, in termini pratici, si può affermare che le armoniche a frequenza superiore a $20 \div 50$ Hz possono essere considerate meno importanti. Per essere sicuri di poter campionare un segnale meteorologico limitato in banda, prima di campionarlo possiamo *filtrarlo* (esistono opportuni circuiti elettronici che si incaricano di ciò, i *filtri analogici* appunto) in modo da *togliere* tutte le frequenze superiori ad una frequenza limite (per esempio 20 Hz).

10.4.1.1 Il Teorema di Shannon

Disponendo, ora, di un segnale a banda limitata e continuo, lo inviamo ad un campionatore ideale come quello mostrato nella **Fig. 10.22** (o ad uno più reale come quello presentato in **Fig. 10.24**), programmato in modo da campionare con una frequenza $f_s = 1/T$, cioè da fornire ai diversi istanti $t = nT$, per $n = -\infty, \dots, +\infty$ una sequenza infinita e numerabile di campioni $x[n]$ tali che:

$$x[n] = x(nT) \quad [10.44]$$

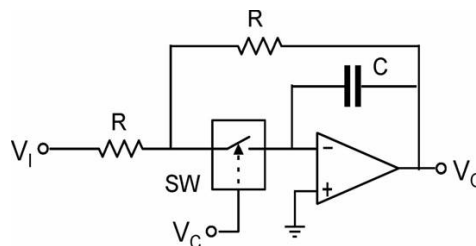


Fig. 10.24: campionatore Sample&Hold. Nella figura si riconosce l'interruttore programmabile e uno stadio di amplificazione successivo al campionamento. Il segnale di ingresso è rappresentato dalla tensione V_i e quello di uscita da V_o .

La sequenza $x[n]$ è quindi la *versione discreta* del segnale a banda limitata $x(t)$ nel dominio del tempo. Ma nel dominio delle frequenze che cosa è successo campionando?

Per rispondere a questa domanda è necessario sviluppare un po' di calcoli, scrivendo la Trasformata di Fourier del segnale campionato discreto $x[n]$. Ricordando quanto si è detto sull'argomento poco sopra, si ha che:

$$\overline{X(f)} = \mathfrak{F}[x[n]] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot e^{-j2\pi f n T} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot e^{-j2\pi f n T} \quad [10.45a]$$

Ma $x(nT)$ è il valore del segnale analogico $x(t)$ all'istante $t = nT$ e quindi altro non è che l'Anti-trasformata della Trasformata $X(f)$ del segnale analogico continuo originale. Quindi:

$$\overline{X(f)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} X(v) \cdot e^{j2\pi v n T} dv \right\} \cdot e^{-j2\pi f n T} = \int_{-\infty}^{\infty} X(v) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi (f-v) n T} dv \quad [10.45b]$$

Per poter procedere, è necessario ricordare che (come si dimostra facilmente):

$$\mathfrak{F}[e^{-j2\pi f n T}] = \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \quad [10.45c]$$

quindi la relazione (10.45b) può essere riscritta come:

$$\begin{aligned} \overline{X(f)} &= \int_{-\infty}^{\infty} X(v) \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - v - \frac{k}{T}\right) \cdot dv = \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(v) \delta\left(f - v - \frac{k}{T}\right) \cdot dv \right] = \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{k}{T}\right) = \frac{1}{T} \text{rep}_{(1/T)}(X(f)) \end{aligned} \quad [10.46]$$

Questo è un risultato di straordinaria importanza e con conseguenze particolarmente importanti nel Campionamento. In sostanza abbiamo ottenuto che, campionando un segnale analogico $x(t)$ con Trasformata di Fourier $X(f)$, abbiamo ottenuto un segnale discreto $x[n]$ la cui Trasformata di Fourier altro non è che una *funzione periodica* che riproduce, con frequenza $1/T$, la Trasformata di Fourier $X(f)$ del segnale continuo, come è illustrato schematicamente nella **Fig. 10.25**. A questa funzione abbiamo dato il nome di $\text{rep}_{(1/T)}(X(f))$. In questa figura è presentato un caso in cui la frequenza di campionamento f_s adottata è maggiore (anche se di poco da quel che si vede) di due volte il limite di banda B del segnale analogico originario. In questo caso le ripetizioni risultano distinte e non si sovrappongono le une alle altre. Se invece $f_s < 2B$, si avrebbe quanto riportato nella **Fig. 10.26**. Ciò che emerge immediatamente è che se il campionamento viene effettuato ad una frequenza inferiore a $2B$ (la larghezza di banda del segnale analogico originario), le varie repliche dello spettro analogico si vengono a sovrapporre (fenomeno dell'*aliasing*) e nel segnale campionato non saranno più recuperabili le informazioni spettrali del segnale analogico originario. Quindi, il primo risultato importante che abbiamo ottenuto è che:

se si vuole mantenere nel segnale campionato le stesse informazioni spettrali del segnale analogico originario senza deteriorarle, è indispensabile che la frequenza di campionamento di un segnale a banda limitata B sia tale che $f_s > 2B$

Ma non è tutto! Cerchiamo ora di verificare se sia possibile riottenere il segnale analogico continuo dalla sua versione discretizzata, cioè se sia possibile effettuare una *conversione Digitale/Analogica (DAC)*. Ovviamente non ci tentiamo neppure se la frequenza di campionamento utilizzata $f_s < 2B$, visto che sappiamo che il campionamento in questo caso ha distorto una parte delle informazioni spettrali contenute nel segnale originario e, dato che questo processo è irreversibile, sicuramente non lo potremo riottenere più. Quindi consideriamo solo il caso in cui $f_s > 2B$.

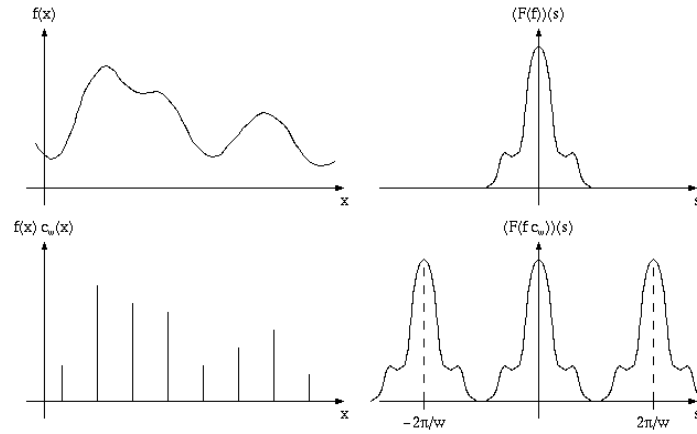
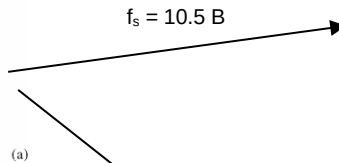
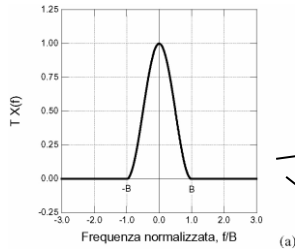


Fig. 10.25: in alto è rappresentato il segnale $f(t)$ limitato in banda e la relativa Trasformata di Fourier, mentre in basso è presentato il segnale campionato con periodo W e la relativa Trasformata di Fourier (in figura è stata impiegata la frequenza angolare).

Spettro del segnale analogico



Spettro del segnale campionato

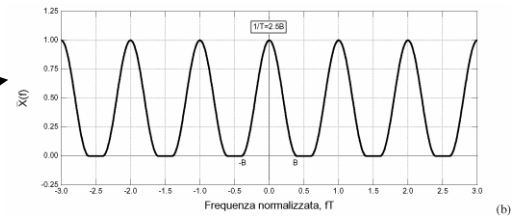


Fig. 10.26: spettro del segnale campionato a due diverse frequenze.

Come abbiamo visto, se il segnale analogico è a banda limitata B , la Trasformata di Fourier della sua versione discretizzata $\bar{X}(f)$ coinciderà con quella del segnale continuo $X(f)$ per $|f| \leq B$. Sia $W = f_s/10$. $\bar{X}(f)$ sarà periodico con periodo $2W$ e tra $-W$ e $+W$ coinciderà con $X(f)$. Possiamo ora svilupparla in Serie di Fourier, ottenendo (utilizziamo per comodità la frequenza angolare):

$$\bar{X}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega \cdot n/2W} \quad [10.47a]$$

i cui coefficienti saranno dati dalla relazione:

$$c_n = \frac{1}{4\pi W} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} \bar{X}(\omega) \cdot e^{-jn/2W} d\omega \quad [10.47b]$$

Nell'intervallo spettrale $-2\pi W \div 2\pi W$ le trasformate $X(f)$ e $\bar{X}(f)$ coincidono, quindi:

$$c_n = \frac{1}{4\pi W} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} X(\omega) \cdot e^{-jn/2W} d\omega \quad [10.47c]$$

Ma il segnale originario $x(t)$ è l'Antitrasformata di $X(f)$, quindi:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad [10.47d]$$

Ora, dalle relazioni (10.47c) e (10.47d) si ottiene che:

$$c_n = \frac{1}{2W} x\left(-\frac{n}{W}\right) = T \cdot x(nT) \quad [10.47e]$$

Dato che il segnale originario è limitato in banda, sicuramente, per quel che abbiamo detto, la relazione tra le due trasformate di Fourier, quella del segnale analogico e quella del segnale campionato, sarà:

$$\bar{X}(\omega) = X(\omega) \cdot \text{rect}(\omega) \quad [10.47f]$$

dove abbiamo introdotto la funzione speciale $\text{rect}(\omega)$ che ha il compito di filtrare la Trasformata del segnale campionato annullandone tutte le componenti fuori dalla banda B . Tale funzione è definita come:

$$\text{rect}(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2\pi W \\ 0 & |\omega| > 2\pi W \end{cases} \quad [10.47g]$$

Quindi:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= \bar{X}(\omega) \cdot \text{rect}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega n/2W} \text{rect}(\omega) = \\ &= T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-nT) \cdot e^{j\omega n/2W} \text{rect}(\omega) \end{aligned} \quad [10.47h]$$

Antitrasformando, si ottiene la relazione seguente:

$$x(t) = \mathfrak{S}^{-1}[X(\omega)] = x(t) = \mathfrak{S}^{-1}[X(\omega)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \cdot \frac{\sin \omega_c (t - k\pi/\omega_c)}{\omega_c (t - k\pi/\omega_c)} \quad [10.47i]$$

dove $\omega_c = 2\pi/T$. Quindi da tutto ciò possiamo asserire che, se abbiamo campionato un segnale $x(t)$ ad una frequenza f_c almeno superiore alla *frequenza di Nyquist* pari a $f_N = 2B$, è possibile riottenere esattamente il continuo segnale originario dal segnale discreto campionato.

Tutto ciò che è stato qui esposto costituisce la dimostrazione (anche se non completamente rigorosa) del celebre Teorema di Shannon il cui enunciato è:

sia $x(t)$ un segnale campionato nella finestra $[-\infty, +\infty]$, a banda limitata B . Se il campionamento è fatto con un intervallo di campionamento $T = 1/2B$, allora il segnale originario è fedelmente ricostruibile dalla sequenza dei suoi campioni $x[n]$ con la relazione (10.47i).

Tutti i ragionamenti fatti presuppongono un campionamento realizzato nelle modalità illustrate alla **Fig. 10.22**, quindi un *campionamento ideale*, secondo cui il segnale $x(t)$ viene catturato esattamente all'istante t di interesse. Ovviamente ciò non è possibile tecnicamente e normalmente esso avviene in un modo molto simile a quanto illustrato nella **Fig. 10.24**. Ciò crea qualche problema e molte complicazioni di tipo matematico che, per i nostri scopi, possiamo anche trascurare. Chi fosse interessato a questo argomento e ai dettagli relativi può far riferimento ai testi di Teoria dei Segnali.

10.4.1.2 L'Aliasing

Tutte le considerazioni che derivano dal Teorema di Shannon possono essere così riassunte: se si campiona un segnale $x(t)$, limitato in banda, almeno ad una frequenza di campionamento tale che $f_s = 1/2B$, dove B è l'ampiezza spettrale di banda del segnale, allora il segnale campionato possiede tutte le informazioni spettrali del segnale originario e da esso si può ricostruire il segnale continuo originario attraverso la relazione (10.47i).

Il problema però è che raramente disponiamo di segnali veramente limitati in banda e quindi quando campiamo un segnale di questo genere le armoniche a frequenza più elevata che riusciamo a catturare sono quelle relative alla *frequenza di Nyquist* (anche nota come *folding frequency*) $f_N = 1/2B$. Le armoniche a frequenza superiore verranno invece *spostate* dal campionamento ad armoniche di frequenza inferiore a f_N e saranno confuse con esse, producendo una distorsione spettrale. In pratica, ogni armonica con frequenza $f_0 > f_N$ viene *spostata* e la ritroviamo nell'armonica *alias* di frequenza $f_N - f_0$. Quindi, se la frequenza f è inferiore a f_N , le armoniche che verranno a sovrapporsi all'armonica di frequenza f saranno quelle a frequenza $(2f_N \pm f)$, $(4f_N \pm f)$, $\dots$, $(2nf_N \pm f)$, $\dots$. Per renderci conto di ciò, basta considerare un generico istante $t = 1/2f_N$, allora:

$$\cos(2\pi ft) = \cos\left(2\pi \frac{2nf_N \pm f}{2f_N}\right) = \cos \frac{\pi f}{f_N} \quad [10.48]$$

così, tutti i dati a frequenza $2nf_N \pm f$ hanno la stessa funzione coseno dei dati a frequenza f quando sono campionati con periodo di campionamento $1/2f_N$. Per esempio, se $f_N = 100$ Hz, allora le armoniche a 170 Hz, 230 Hz, 370 Hz, 430 Hz e così via saranno *spostate* alla frequenza 30 Hz. In pratica avviene ciò che è rappresentato nella **Fig. 10.27**.

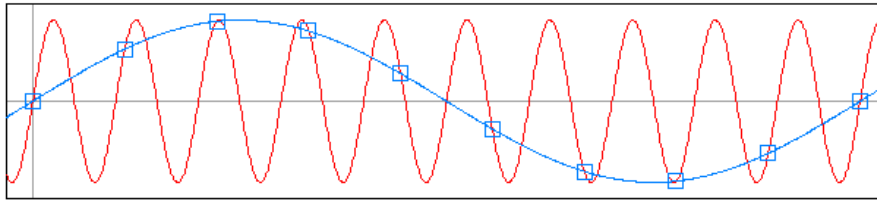


Fig. 10.27: esempio di due sinusoidi differenti che producono il medesimo segnale discreto a causa di un campionamento insufficiente.

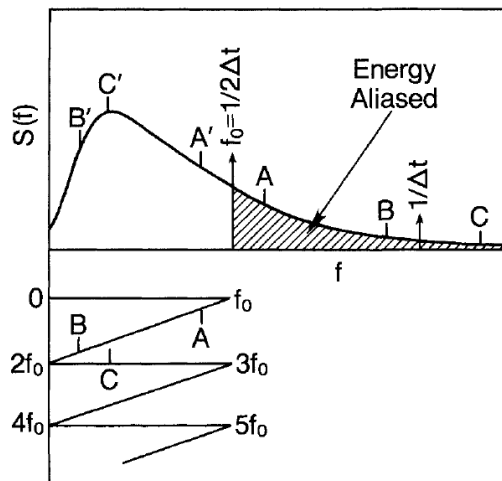


Fig. 10.28: spostamento dell'energia spettrale nello spettro. Le frequenze A, B e C appaiono a A', B' e C' nello spettro che osserveremo (Kaimal e Finnigan, 1994)

Questo problema lo abbiamo quando realizziamo misure micrometeorologiche per catturare la

turbolenza del *PBL*. Se campioniamo il segnale meteorologico ad una frequenza f_c , sicuramente produciamo un'*aliasing* delle armoniche a frequenza superiore alla frequenza $f_c/2$. Per fortuna, tutte le variabili micrometeorologiche presentano nello spettro un *Inertial Subrange* in cui lo spettro decresce molto rapidamente. Se poniamo la frequenza di campionamento f_c nell'*Inertial Subrange* (diciamo tra 10 e 20 Hz), gli effetti dell'*aliasing* raramente si propagano sotto la frequenza $f_c/2$ (**Fig. 10.28**). Tra l'altro, in questa zona spettrale non esiste un significativo trasporto di quantità di moto e di calore e quindi il calcolo dei flussi risulta poco sensibile all'*aliasing* (Kaimal e Finnigan 1994).

Un altro problema, fonte di *aliasing*, sta nel fatto che nella stazione meteorologica è sempre presente un'alimentazione elettrica di rete e quindi è inevitabile che nei segnali meteorologici analogici provenienti dai sensori si vengano a trovare disturbi alla frequenza di rete (50 Hz). Per ridurre o annullare tali effetti (Kaimal e Finnigan, 1994) conviene far sì che i disturbi in frequenza indotti dalla rete elettrica vengano spostati là dove fanno meno danni, cioè alla frequenza $f = 0$. È facile verificare che per far ciò è sufficiente campionare a 10 Hz.

Comunque, per rimuovere l'*aliasing*, l'unico mezzo di cui si dispone è un filtro analogico *passa-basso* applicato direttamente al segnale analogico (*filtro anti-aliasing*). Ovviamente un filtro *passa-basso* ideale è un filtro che presenta una risposta in frequenza tale da rimuovere completamente le frequenze superiori ad una frequenza massima detta frequenza di taglio (*cutoff*). In realtà un filtro ideale non esiste ed i filtri che l'elettronica ci fornisce presentano risposte in frequenza decisamente meno *nette* rispetto alla risposta in frequenza di un filtro ideale. Se prendiamo, per esempio il circuito riportato nella **Fig. 10.29**, ci accorgiamo subito che tale circuito è un filtro *passa-basso* (si rimanda al lettore la dimostrazione di ciò), ma che non è un filtro ideale, visto che la sua risposta in frequenza sarà simile a quella riportata in **Fig. 10.30**.

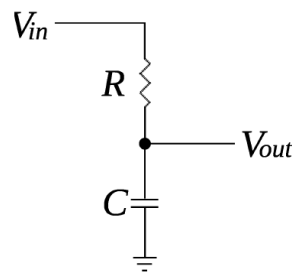


Fig. 10.29: Filtro passa-basso RC

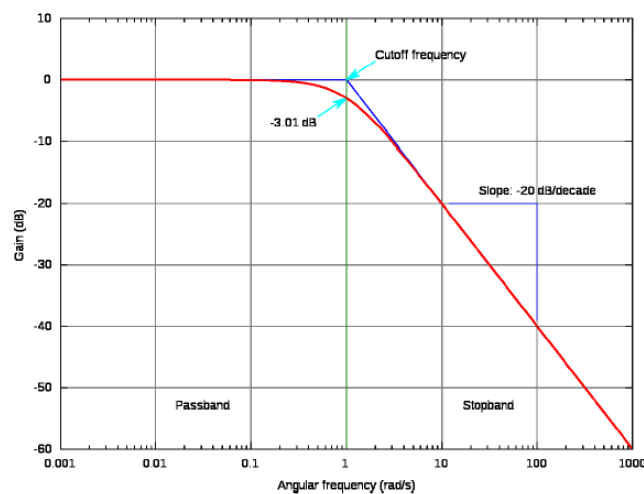


Fig. 10.30: tipica risposta in frequenza di un filtro passa-basso RC

In termini pratici, è consuetudine far sì che la *frequenza di cutoff* del filtro (che nel caso del filtro

di Fig. 10.30 è $1/2\pi RC$) sia pari a circa il 70÷80% della frequenza f_c a cui si vuol campionare in modo da assicurarsi che le informazioni portate dalle armoniche a frequenza superiore a f_c siano fortemente attenuate.

10.4.2 LA QUANTIZZAZIONE

Concettualmente il processo di Campionamento estrae ad ogni istante un campione del segnale continuo originario, che comunque resta sempre un valore elettrico (per esempio una tensione). Ciò che resta da fare è trasformare in un numero questo segnale elettrico rappresentativo del segnale analogico in un dato istante. La procedura che realizza ciò è la quantizzazione del segnale.

In sostanza, il segnale, una volta campionato, viene generalmente amplificato (aumentando o diminuendo la sua ampiezza) per poterlo portare a livelli di tensione tali da consentire una manipolazione più semplice. Ciò, di fatto, permette di acquisire segnali anche molto deboli o molto forti, senza provocare letture nulle o saturazioni. L'effetto dell'amplificatore ideale consiste nella moltiplicazione del segnale di ingresso per un guadagno, aumentandone o riducendone proporzionalmente il valore a seconda che il guadagno sia maggiore o minore di 1. In pratica, gli amplificatori reali esistenti si discostano da quelli ideali in almeno due aspetti importanti:

- la loro azione non è istantanea, ma tiene conto anche di una parte della storia passata del segnale. Quanto più l'amplificatore è veloce, tanto meno i valori passati del segnale hanno effetto e tanto più veloce può essere la frequenza di campionamento;
- tutti gli amplificatori reali sono lineari solo entro un intervallo di valori ben preciso del segnale di ingresso. Questo effetto, che dipende dalle modalità costruttive, è vero per le ampiezze, ma anche (e di fatto molto di più) per le frequenze.

A questo punto, il valore elettrico da analizzare viene inviato al quantizzatore che lo trasforma in un numero intero. Concettualmente, il quantizzatore genera al proprio interno una tensione di riferimento con cui definisce un numero fisso di livelli possibili del segnale e stabilisce a quale di questi livelli fissi il segnale è più vicino. In sostanza realizza una comparazione tra una scala fissa di valori ed il valore da analizzare. Comunque sia *fine* la scala adottata dal quantizzatore (cioè comunque sia elevato il numero di livelli), il quantizzare sarà comunque costretto a scegliere il livello più vicino al valore analogico da analizzare. Il risultato sarà un numero intero k che esprime il valore della scala di riferimento interna più vicino al valore analogico considerato. Per chiarire le idee, immaginiamo che il quantizzatore abbia un riferimento interno di tensione pari a ΔV , che è la più piccola tensione quantificabile. Usando questo campione elementare, il quantizzatore stabilisce una scala di valori interi pari a $n\Delta V$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Una volta a disposizione il segnale V da analizzare, il risultato della quantizzazione è il numero intero k che corrisponde al valore di tensione $k\Delta V$ più vicino al valore da analizzare V . Per poter realizzare questa scala di livelli, il quantizzatore deve fare riferimento ad alcuni elementi importanti:

- il range di variabilità del segnale. Ogni quantificatore è costruito per potere accettare segnali in *input* entro un *range* specifico delimitato da un valore minimo $V_{\min}$ e da un valore massimo $V_{\max}$. Essendo fissate queste grandezze, il segnale in *input* dovrà essere *precondizionato* prima del suo invio al quantizzatore, cioè dovrà essere amplificato o deamplificato in modo da far sì che si venga a trovare all'interno del *range*.
- il numero di bit. Ogni quantizzatore può suddividere il range ($V_{\max} - V_{\min}$) in un numero finito di livelli k . È normale definire non tanto il valore di k , quanto il *numero di digit binari* b (*bit*) con cui il quantizzatore lavora. In pratica, $k = 2^b$. Normalmente i quantizzatori dispongono di un numero di *bit* variabile tra 6 (256 livelli) e 16 (65536 livelli).

Definito $V_{\max}$ e $V_{\min}$ e se il numero di *bit* è b , la *granularità* della scala che il quantizzatore usa per il confronto con un segnale analogico (cioè la distanza tra un livello e l'altro) è data dalla relazione:

$$\Delta V = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2^b - 1} \quad [10.49a]$$

Quindi la misura digitale sarà data da:

$$V_{dig} = k \cdot \Delta V \quad [10.49b]$$

dove k è il numero intero più grande per cui è verificata la disequazione:

$$k \cdot \Delta V \leq V \quad [10.49c]$$

In pratica, ΔV rappresenta, da un lato, l'unità di misura con cui si realizza la conversione da segnale analogico a numero e, dall'altro, la risoluzione con cui viene realizzata tale conversione. Quindi, ad ogni digitalizzazione di una grandezza è associato un *errore* intrinseco, l'errore di quantizzazione che può essere definito con una certa precisione. Infatti se ΔV è la risoluzione di quantizzazione, k è il risultato della quantizzazione e V è il valore analizzato, l'errore normalizzato di quantizzazione è dato da:

$$\varepsilon_q = \frac{V - k \cdot \Delta V}{\Delta V} \quad [10.49d]$$

che sarà distribuito uniformemente secondo una densità di probabilità del tipo:

$$p(\varepsilon_q) = \begin{cases} 1 & -0.5 \leq \varepsilon_q \leq 0.5 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [10.49e]$$

Il valor medio di $x = \varepsilon_q$ è zero, per la simmetria della *pdf*, mentre la deviazione standard σ_x la si ottiene nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 p(x) \cdot dx = \int_{-0.5}^{0.5} x^2 \cdot dx = \frac{1}{12} \\ \sigma_x &= \sqrt{1/12} = 0.29 \end{aligned} \quad [10.49f]$$

Quindi l'errore standard (e l'incertezza tipo) associato alla singola misura quantizzata sarà $\pm 0.29\Delta V$, che potrà essere visto come un *rumore indotto dalla quantizzazione* (in generale molto inferiore ad altre cause di disturbo del segnale).

Nel caso in cui il quantizzatore abbia N *bit*, il rapporto segnale rumore *SNR* (*signal noise ratio*) risulta indipendente da ΔV (la risoluzione). Infatti:

$$SNR = \frac{(2^N - 1) \cdot \Delta V}{0.29 \cdot \Delta V} = \frac{(2^N - 1)}{0.29} \quad [10.49g]$$

Perciò, se $N = 16$, allora si avrà che $SNR = (65536 - 1)/0.29 \approx 118$ dB. Si ricordi che la relazione tra una variabile x espressa nella propria unità e la stessa espressa in dB (decibel) y è data dalla relazione $z = 20 \log_{10}(x/y)$.

10.4.3 LA TRASMISSIONE SERIALE

Una volta realizzata la conversione A/D, nel convertitore (normalmente chiamato *Data Logger*) sono disponibili dei *numeri* che devono ora essere inviati al sistema di calcolo (tipicamente un *PC*). Ciò normalmente avviene mediante un conduttore multipolare, detto *linea seriale*, attraverso cui transita un segnale elettrico digitale *comprensibile al computer*.

Consideriamo una generica misura. Essa è rappresentata da un *numero* costituito da un insieme di *caratteri*. Per esempio una misura di vento di $2.35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ viene vista come un insieme

di 4 caratteri, il carattere “2”, il carattere “.”, il carattere “3” ed il carattere “5”. Ogni carattere può essere rappresentato in base binaria come un insieme di 0 ed 1 (*bit*) secondo alcuni tipi di codifica standardizzati. La codifica più usata è la codifica ASCII secondo cui ogni carattere (numerico o meno) può essere visto come una sequenza di 8 *bit*. Pertanto la misura di velocità del vento verrà inviata lungo la linea seriale trasmettendo prima il carattere “2” e poi successivamente gli altri caratteri che la compongono. Quando si trasmette un carattere, in realtà si invia lungo la linea per un tempo Δt un segnale elettrico di tensione di ampiezza nulla se si trasmette uno 0 e di ampiezza V se si trasmette un 1. Per fare capire al computer che stiamo trasmettendo un carattere lungo la linea seriale, prima di trasmettere il primo *bit* della sequenza che definisce questo carattere si trasmette un *bit uguale a 1 (bit di start)* e dopo aver trasmesso l’ultimo degli 8 bit che codificano il carattere, si invia un altro *bit a 1 (bit di stop)* per indicare che la sequenza di codifica del carattere è terminata. In sostanza, se si deve trasmettere il carattere “2”, lungo la linea seriale verrà trasmessa una sequenza di 10 segnali elettrici rettangolari (*bit*), 8 per la codifica del carattere, un *bit* di start e un *bit* di stop. Dato che anche il segnale elettrico che transita nella linea seriale può essere perturbato da disturbi ed interferenze, normalmente si aggiunge alla sequenza di 10 bit un undicesimo *bit (bit di parità)* che vale 1 se la somma degli 8 *bit* di codifica è pari e 0 se è dispari. Quando il PC riceve il carattere, somma i *bit* della sua codifica, determina se questa somma è pari o dispari e confronta il risultato col *bit* di parità: se tra i due non c’è congruenza, sicuramente il segnale è stato corrotto ed il PC segnala il problema. L’invio di un carattere lungo la linea seriale richiede la trasmissione di 11 *bit*, quindi per trasmettere la misura di velocità del vento sono necessari 44 *bit*. Se una linea seriale consente una trasmissione di 9600 bit·s⁻¹, dato che un bit passa in 104 μ s, potranno in realtà passare 872 caratteri·s⁻¹.

Conduttore (pin)	Significato
1	Terra Protettiva
2	Trasmissione
3	Ricezione
4	Request-to-send
5	Clear-to-send
6	Data-set-ready
7	Terra di misura
8	Data carrier detect
9	Riservato
10	Riservato
11	n/d
12	Secondary data carrier detect
13	Secondary clear to send
14	Secondary transmission
15	Transmit signal element timing
16	Secondary receive
17	Receive signal element timing
18	n/d
19	Secondary request to send
20	Data terminal ready
21	Signal quality detector
22	Ring indicator
24	Data signal rate select
25	Transmit signal element timing
25	n/d

Tab. 10.1: Standard RS-232

Questo è in sintesi il modo con cui normalmente il *data logger* comunica con il computer. In realtà la linea seriale è multipolare per consentire non solo la trasmissione del segnale elettrico

digitale, ma anche per poter mantenere riferimenti elettrici *di base* tra *data logger* e Computer. Uno degli standard più utilizzati per la trasmissione seriale è lo Standard RS-232. Nella sua forma completa, tale standard richiede un conduttore a 25 poli. Il significato di ciascuno è riportato in **Tab.10.1**. Normalmente non vengono impiegati tutti i 25 poli: la forma più semplice di collegamento tra Data Logger e Computer vede coinvolti i pin 2 (trasmissione), 3(Ricezione) e 7 (terra della misura). Come è immediatamente chiaro, l'impiego di una linea seriale RS-232 è un collegamento *point-to-point* e ciò può essere scomodo in alcune situazioni. Lo Standard RS-232 non è l'unico mezzo di trasmissione seriale possibile. Sono stati proposti anche altri standard, molto più comodi e non più *point-to-point* ma *multipoint*. Uno degli standard più usati è lo standard RS-485. Per ulteriori dettagli in proposito si rimanda a testi specializzati.

10.5 CONCLUSIONI

In questo Capitolo abbiamo presentato in termini del tutto generali e con un certo grado di approfondimento il processo di misura di una o più variabili meteorologiche in un punto $P(\mathbf{x})$ ad un certo istante t o per un periodo di osservazione desiderato. Partendo dalla considerazione che ciò che effettivamente siamo in grado di ottenere da un processo di misura reale è la *cattura* di una delle possibili realizzazioni della variabile stocastica a cui il sensore utilizzato è sensibile, abbiamo mostrato come, dopo un lungo processo logico, alla fine otteniamo nel sistema di calcolo locale della postazione (sostanzialmente un PC) una versione discreta e quantizzata del segnale misurando originale, evidenziando tutti i limiti ed i problemi connessi al processo di misura.

Come abbiamo premesso, abbiamo utilizzato le variabili meteorologiche e micrometeorologiche (e la stazione meteorologica tipo) come base di tutti i ragionamenti e gli sviluppi teorici fatti. Tutto ciò, anche se spesso con una certa fatica ed inventiva, può essere esteso anche alla misura della concentrazione in aria delle sostanze passive o meno, gassose o particellari. Ciò è vero soprattutto quando la misura è dedicata alla quantificazione della presenza in aria di quelle sostanze importanti per definire lo stato della qualità dell'aria e quindi il livello di inquinamento atmosferico.

Di fatto, al termine del processo di misura reale qui descritto, nel sistema di calcolo locale cui afferisce la sensoristica della postazione di misura vengono collocate in forma digitale le *informazioni* desiderate. Esse dovranno poi, a seconda delle diverse esigenze, essere rese disponibili a sistemi di calcolo diversi e a utenti diversi. Di fatto, a questo stadio le informazioni meteorologiche o di concentrazione delle sostanze in aria hanno le medesime caratteristiche fisiche e logiche di ogni altra forma di informazione numerica di interesse nel mondo attuale e ad esse dovranno essere applicate tutte le tecniche informatiche attualmente disponibili. Potranno essere inserite in Data-Base ma soprattutto potranno essere condivise contemporaneamente da numerosi utenti diversi, senza limiti geografici, e tutto ciò è garantito dal mondo Internet.

PROBLEMI

- P10.01 Dato il seguente insieme di dati derivanti dalla calibrazione di un termometro, determinare i coefficienti della curva di calibrazione, nell'ipotesi che sia una relazione lineare, e stimare la sensibilità statica del termometro.

Osservazione	Input termometro (K)	Output termometro (V)
1	240	-6.59
2	245	-5.46
3	250	-4.17
4	255	-3.10
5	260	-10.12
6	265	-0.95
7	270	0.41
8	275	1.51
9	280	10.53
10	285	3.54
11	290	4.42
12	295	5.72
13	300	6.79
14	305	8.03
15	310	8.98
16	315	10.16
17	320	11.17

- P10.02 Ipotizziamo di considerare un piranometro di Classe 10. Se il range di misura è pari a 1000 W/m², quale dovrebbe essere l'errore massimo associato ad una misura dello stesso pari a 850 W/m²?

- P10.03 Consideriamo la variabile derivata temperatura potenziale θ (K) la cui definizione dipende dalla temperatura T (K) dell'aria e della pressione barometrica P (mb). Ricordando che:

$$\theta = T \left(\frac{1000}{P} \right)^{0.286}$$

determinare l'incertezza intrinseca alla sua stima ipotizzando che l'incertezza intrinseca di T e P siano rispettivamente pari a 0.5 K e 10 mb.

- P10.04 Riconsiderare il problema precedente ipotizzando, però, di non conoscere l'incertezza intrinseca di T e P ma di conoscerne l'errore massimo rispettivamente pari a 1 K e 30 mb.

- P10.05 Si ricordi che la lunghezza di Monin-Obukhov L , che stima il livello di turbolenza presente entro il SL , è definita come:

$$L = - \frac{T_0}{kg} \cdot \frac{\rho C_p u_*^3}{H_0}$$

dove la costante di von Karman k è pari a 0.4, $g = 9.81$ m/s², la temperatura di riferimento T_0 è pari a 300 K, $\rho C_p = 1200$, $u_* = 0.25$ m/s e $H_0 = 200$ Wm⁻². Se l'incertezza intrinseca al flusso turbolento di calore sensibile H_0 è pari a 5 W/m² e l'incertezza intrinseca alla friction velocity è pari a 0.05 m/s, stimare l'incertezza intrinseca di L .

- P10.06 Si ricordi che la velocità convettiva di scala w_* è definita come:

$$w_* = \left(\frac{g}{T_0} \cdot \overline{w'\theta'} \cdot z_i \right)^{1/3}$$

dove l'accelerazione di gravità è $g = 9.81$ m/s², la temperatura di riferimento T_0 è pari a 300 K, $\overline{w'\theta'} = H_0/\rho C_p$, $\rho C_p = 1200$, $H_0 = 200$ Wm⁻² e z_i è l'estensione verticale del PBL , pari a 1000 m. Se l'incertezza intrinseca al flusso turbolento di calore sensibile H_0 è pari a 5 W/m² e l'incertezza

intrinseca dell'estensione verticale del *PBL* è 10 m, stimare l'incertezza intrinseca di w_* .

- P10.07 Ipotizziamo di effettuare 10 misure ripetute di temperatura in un ambiente nominalmente a temperatura costante. Ipotizziamo che le misure grezze ottenute siano quelle riportate nella tabella seguente.

11.01	11.90
11.03	11.50
11.12	11.03
11.79	11.15
11.99	11.07

Stimare l'errore standard e la deviazione assoluta media (MAD) associate all'insieme delle misure.

- P10.08 Un termometro è portato rapidamente da un ambiente a 0°C ad un ambiente a 25°C. Essendo stati ottenuti i seguenti dati, determinare la costante di tempo. (Suggerimento: si consideri la relazione che esprime la risposta di un sensore del primo ordine ad un input a gradino e la si linearizzi in maniera da poter operare impiegando il metodo dei Minimi Quadrati Lineari).

Tempo (s)	0	1	2	3	4	5
Temperatura (°C)	0	7.09	110.16	15.80	18.41	20.28

- P10.09 Un termometro è portato rapidamente da un ambiente ad un altro producendo il transitorio seguente. Determinare la costante di tempo del termometro.

Tempo (s)	0	3	6	9	12	15
Temperatura (°C)	20.00	35.54	39.00	39.78	39.95	39.99

- P10.10 Calcolare la risposta di un sensore del primo ordine ad una rampa del tipo $x(t) = 0$ quando $t < 0$ e $x(t) = at$ per $t \geq 0$.

- P10.11 Calcolare la risposta di un sensore del primo ordine al segnale di input seguente:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{se } t > T \end{cases}$$

- P10.12 Determinare attraverso la Trasformata di Fourier la risposta di un sensore del secondo ordine ad un input sinusoidale.

- P10.13 Dimostrare che il circuito della Fig. 10.32 è un filtro passa basso e determinarne la frequenza di *cutoff*.

- P10.14 Se un data-logger ha 12 bit, qual è la risoluzione nel caso in cui il suo range di funzionamento sia $-5 \div +5$ V?

- P10.15 Si acquisisca un segnale analogico attraverso l'ingresso di un Data-Logger avente *range* $0 \div 1$ V. Di quanti bit deve essere caratterizzato il Data-Logger perché la risoluzione del segnale digitale sia di almeno 1 mV?

- P10.16 Si ipotizzi di utilizzare una porta di ingresso di un Data-Logger caratterizzata da un *range* pari a $0 \div 1$ V. Se il segnale in input varia tra 1 e 10 mV, individuare di quanti bit deve essere caratterizzato il Data-Logger, in che intervallo si viene a collocare l'errore di quantizzazione e quanto vale il rapporto segnale/rumore SNR.

11. TECNICHE DI MISURA: STRUMENTI

Dopo aver introdotto in maniera formale e un po' astratta il concetto di *misura di una variabile meteorologica e chimica*, a questo punto è indispensabile studiare, uno per uno, i vari sensori dedicati alla misura delle specifiche variabili di interesse. Mentre per i sensori meteorologici e micrometeorologici si è ormai raggiunto un elevato livello di standardizzazione, per gli analizzatori delle principali sostanze gassose e particellari, le cui concentrazioni in aria sono di interesse nello studio dell'inquinamento Atmosferico, della Molestia Olfattiva e della Tossicologia, la situazione è decisamente più *fluida* e meno definita. Nonostante ciò, cercheremo comunque e per quanto possibile di dare un quadro realistico della situazione.

La prima parte del Capitolo è dedicata a quei sensori che costituiscono la dotazione *normale* di una stazione meteorologica al suolo, che è poi il mezzo comunemente adottato per analizzare lo stato del *PBL* nei pressi dell'interfaccia aria-suolo. La maggior parte di queste stazioni, le *stazioni sinottiche* normalmente gestite dai vari servizi Meteorologici Nazionali, sono organizzate in *reti* di misura e coprono sostanzialmente tutta la superficie terrestre. La maggior parte di esse, rispondenti a specifiche caratteristiche strumentali e localizzative, fanno parte di un *circuito mondiale* e tutte forniscono, a tempi prefissati (cioè alle ore sinottiche 00 GMT, 06 GMT, 12 GMT, 18 GMT), le misure con cui si realizzano le *analisi* meteorologiche, cioè le ricostruzioni dei campi meteorologici con cui vengono alimentati i modelli meteorologici globali e a mesoscala. Nella **Fig. 11.1** viene mostrata la loro localizzazione. Come si vede, esse non sono equamente distribuite sulla superficie terrestre anche se sono evidenti zone del pianeta sostanzialmente prive di copertura meteorologica strumentale, come per esempio le zone degli oceani dove sono relativamente poco numerose le stazioni meteorologiche localizzate su boe fisse.

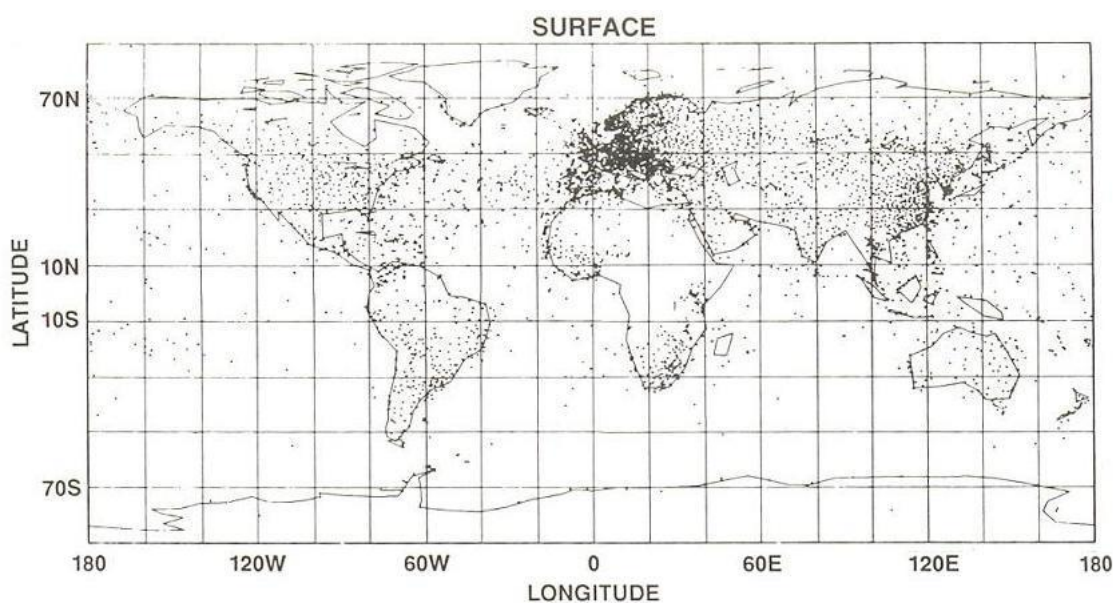


Fig. 11.1: distribuzione spaziale delle stazioni meteorologiche a supporto delle previsioni meteorologiche (European Centre for Medium Range Forecasting)

Oltre alle stazioni di questo tipo (le stazioni di tipo sinottico) ce ne sono molte altre che possiedono un carattere prettamente locale e sono dedicate a scopi specifici (l'agrometeorologia, l'idrologia, il controllo della qualità dell'aria, ecc.) e che coprono aree limitate. A titolo di

esempio, vanno segnalate tre importanti reti totalmente dedicate alla misura dei flussi di CO_2 e di vapor d'acqua: la rete EUROFLUX, la rete AMERIFLUX e la rete ASIAFLUX. Tutte queste reti sono costituite da stazioni meteorologiche molto più sofisticate rispetto a quanto lo siano le stazioni sinottiche, visto che la loro primaria funzione è la misura in continuo (e non alle ore sinottiche) dei flussi di CO_2 e di H_2O . La rete EUROFLUX copre una notevole porzione del continente europeo e presenta stazioni di misura poste in Islanda, Finlandia, Danimarca, Olanda, Belgio, Italia, Svezia Scozia, Germania e Francia. La rete AMERIFLUX, decisamente più estesa, conta un numero rilevante di postazioni di misura negli Stati Uniti, in Canada, nell'America centrale, in Brasile e nella parte meridionale dell'America del Sud. La rete ASIAFLUX, infine, copre il continente asiatico ed in particolare il territorio cinese e giapponese. Le postazioni meteorologiche avanzate di cui sono dotate queste reti sono sostanzialmente tutte simili tra loro, come simili sono i criteri impiegati per la loro localizzazione e per l'elaborazione delle misure raccolte. Quelli citati non sono che alcuni esempi di reti meteorologiche operative nel mondo. I sensori meteorologici impiegati direttamente in tutte queste stazioni poste al suolo ed i sensori necessari per la loro calibrazione, indispensabili per garantirne l'operatività, sono l'oggetto specifico della prima parte di questo Capitolo, dove studieremo anche numerosi sensori che, pur non comparando nelle reti meteorologiche convenzionali, sono indispensabili per poter stimare le principali variabili micrometeorologiche.

Per completare la visione meteorologica prodotta dalla rete di stazioni sinottiche poste al livello del suolo, dedicate alla misura dei parametri meteorologici all'interfaccia aria-suolo, è operativa anche una rete di radiosondaggi. Nello specifico, in alcuni dei siti in cui opera una stazione sinottica fissa vengono effettuati fino a quattro sondaggi giornalieri ad alcune ore sinottiche (almeno alle 00GMT e alle 12 GMT) con cui ottenere i profili delle principali variabili meteorologiche entro l'atmosfera (il profilo di temperatura e di umidità, il profilo della velocità e della direzione del vento medio, ecc.). La Fig. 11.2 mostra la localizzazione dell'insieme dei siti in cui vengono realizzati sistematicamente e quotidianamente i sondaggi e, come si nota, tutta la zona coperta dai grandi oceani è sostanzialmente sprovvista di informazioni. In questo capitolo presenteremo sommariamente la strumentazione utilizzata per realizzare questi sondaggi.

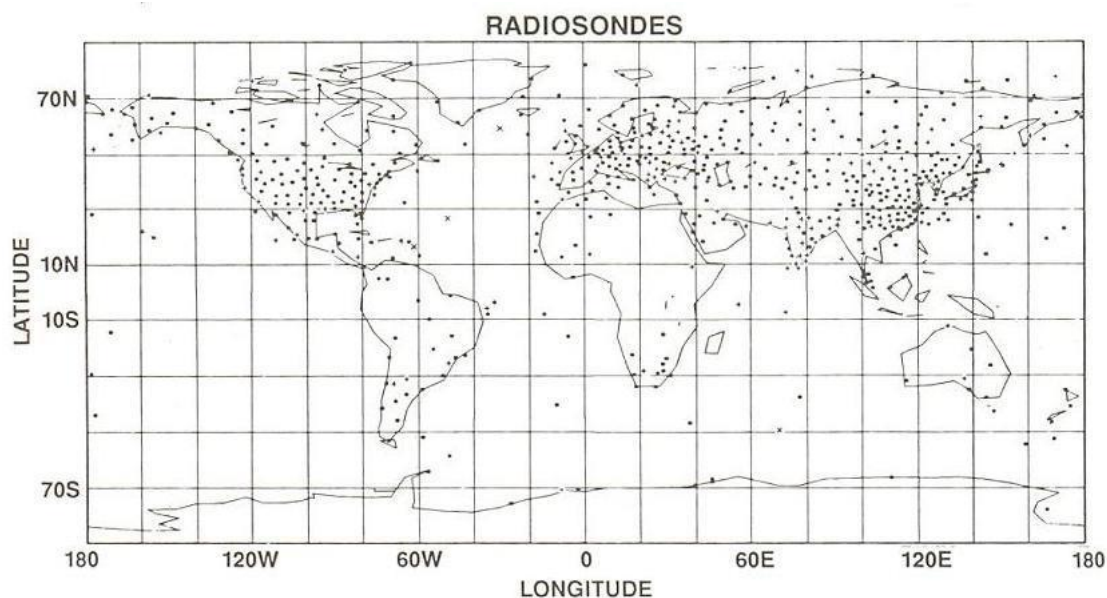


Fig. 11.2: distribuzione spaziale di radiosondaggi sinottici a supporto delle previsioni meteorologiche (European Centre for Medium Range Forecasting)

Come abbiamo accennato, esiste attualmente un certo numero di sistemi più o meno sofisticati, spesso aggregati in reti sovranazionali, in grado di effettuare misure di profilo e di distribuzione spaziale di specifiche variabili meteorologiche. Questi sistemi prendono il nome

collettivo di *Sistemi Remote Sensing*. In questo Capitolo descriveremo brevemente alcuni dei sistemi *remote sensing* più frequentemente utilizzati, soprattutto nella sorveglianza delle caratteristiche turbolente del *PBL*, trascurando il Radar meteorologico non specificamente dedicato allo scopo.

Inoltre, nel Capitolo verranno presentati gli analizzatori dedicati alla rilevazione della concentrazione in aria delle sostanze gassose e particellari. Il quadro che potremo fornire sarà abbastanza dettagliato per quanto riguarda quella sensoristica che costituisce la dotazione standard di una Rete di Monitoraggio della Qualità dell'Aria, aiutati anche delle disposizioni normative cui esse debbono essere necessariamente assoggettate. Per quanto riguarda, invece, gli analizzatori dedicati alla rilevazione della concentrazione di gas serra e, comunque, dei gas di interesse climatico ed agrometeorologico, verrà presentato il quadro sensoristico attualmente disponibile, senza entrare nel merito di soluzioni strumentali prototipali. Alcuni cenni verranno, infine, riservati alla rilevazione dei gas di interesse nello studio della Molestia Olfattiva e del Rischio Tossicologico, ricordando che attualmente è attiva un'intensa attività di ricerca volta ad individuare sistemi automatici e continui di rilevazione delle sostanze gassose e particellari di interesse.

A rigore, dovremmo trattare separatamente i sensori primari ed i sensori secondari, ma in pratica ciò che abbiamo a disposizione effettivamente sono sensori meteorologici con un *output* elettrico analogico o digitale, cioè l'insieme di un sensore primario e di un sensore secondario. È inevitabile, quindi, che in questo Capitolo ogni sensore trattato sia in realtà costituito da un sensore primario e dal sensore secondario ad esso dedicato.

11.1 MISURA DEL VENTO

La prima variabile meteorologica che prendiamo in considerazione è il vettore vento, cioè il moto delle masse d'aria entro il *PBL*. La sua osservazione, allo stato attuale della tecnologia, viene normalmente realizzata in stazioni meteorologiche localizzate in prossimità del suolo, anche se ad oggi risultano disponibili apparati *remote sensing* che sono in grado di estendere queste osservazioni o a un profilo verticale o a porzioni dello spazio. Tratteremo delle misure *remote sensing* successivamente. Ora ci dedichiamo allo studio della misura del vento con sensori localizzati in un punto (la stazione meteorologica) presso la superficie terrestre. Questi sensori, indicati collettivamente col termine di *anemometri*, sono normalmente collocati alla sommità di pali (o torri) a quote che in genere variano da 3 a 20 metri. Il WMO prescrive per le misure del vento una quota di rilevazione di 10 metri rispetto al suolo per tutte le stazioni meteorologiche che forniscono misure con cui vengono alimentati i modelli di previsione meteorologica, ma in micrometeorologia spesso risulta conveniente misurare a quote differenti, a seconda delle situazioni operative. Per esempio, se si devono realizzare misure di vento in una foresta di alberi alti circa 10 metri, sarà conveniente misurare ad una quota almeno di 15÷20 metri. Gli anemometri attualmente in uso sono di varie tipologie e si possono suddividere almeno in due classi:

- gli anemometri che misurano le caratteristiche della proiezione orizzontale del vettore vento;
- gli anemometri che misurano separatamente le tre componenti cartesiane del vettore vento.

Gli anemometri della prima classe vengono impiegati quando s'intende realizzare una *misura convenzionale* di velocità e direzione della proiezione orizzontale del vettore medio e, normalmente, vengono impiegati a questo scopo sensori relativamente semplici come l'*anemometro a coppe* (*cup anemometer*) per la misura della velocità (modulo) del vento orizzontale e l'*anemometro a banderuola* (*vane*) per la misura della sua direzione di provenienza. Questi sono sensori molto antichi, robusti, relativamente poco costosi, totalmente meccanici e caratterizzati

da inerzie non sempre trascurabili che ne limitano moltissimo l'impiego nelle misure dirette della turbolenza. Per questo è bene che essi vengano impiegati prevalentemente per determinare i valori medi di queste grandezze, ricordando però i limiti connessi al loro comportamento dinamico. La soluzione classica adottata nelle stazioni meteorologiche convenzionali (in particolare in quelle sinottiche) è quella di impiegare una coppia *cup/vane* con cui risulta possibile caratterizzare completamente la proiezione orizzontale del vettore vento.

Un'alternativa alla coppia *cup/vane* (coppia che, complessivamente, riesce a caratterizzare la proiezione orizzontale del vento) è costituita da un *anemometro ad elica singola (propeller)* integrato in un *vane* che costituisce un metodo robusto, economico ed affidabile di misurare il vento orizzontale con buone prestazioni dinamiche.

L'attuale maturità tecnologica degli anemometri ultrasonici (che in versione triassiale sono lo strumento principale per la misura della turbolenza del *PBL*) ha portato alla realizzazione di anemometri ultrasonici biassiali (con elettronica semplificata per ridurre i costi) che rendono anacronistici sia l'anemometro a coppe che il *vane*, dato che il costo di questo nuovo sensore (che ovviamente misura sia la velocità che la direzione del vento e spesso anche la temperatura potenziale dell'aria) è del tutto paragonabile a quello della somma dei due vecchi sensori (a volte addirittura inferiore) a fronte di prestazioni molto maggiori e manutenzione molto più ridotta.

Tutti questi sensori, ad eccezione degli anemometri ultrasonici biassiali, sono poco adatti, per le caratteristiche dinamiche che li contraddistinguono, ad essere impiegati nella misura della turbolenza atmosferica e quindi il loro scopo principale è quello di determinare la velocità e la direzione media della proiezione orizzontale del vettore vento. Se, invece, lo scopo è la misura della turbolenza e, quindi, la determinazione delle varianze e covarianze delle componenti del vento e delle covarianze con altre misure meteorologiche veloci, come la temperatura e l'umidità, è inevitabile impiegare sensori di tipo differente. Ad oggi sono possibili due soluzioni, una di tipo meccanico ed una di tipo ultrasonico. La soluzione di tipo meccanico è costituita dal glorioso anemometro *Gill UVW*. Questo sensore è sostanzialmente costituito da tre anemometri ad elica singola i cui assi di rotazione sono ortogonali tra loro e orientati in modo da formare un sistema di assi cartesiani con uno di essi rivolto lungo la verticale. In questo modo, il sensore misura direttamente le tre componenti cartesiane del vento. È uno strumento meccanico dalla concezione geniale e dalle prestazioni estremamente interessanti che, nei decenni passati, ha costituito lo strumento per eccellenza per la misura della turbolenza atmosferica. Oggi, con la disponibilità degli *anemometri ultrasonici triassiali*, l'importanza del *Gill UVW* si è ridotta di molto. Gli anemometri ultrasonici, come sarà mostrato nel seguito dove ne descriveremo nel dettaglio il principio di funzionamento, hanno anche la possibilità di misurare la temperatura virtuale dell'aria e ciò attribuisce all'anemometro ultrasonico anche la funzione di sensore di temperatura veloce. Con queste caratteristiche, l'anemometro ultrasonico triassiale è lo strumento principe per la misura non solo del valore medio delle componenti del vento, ma anche della temperatura virtuale dell'aria, delle relative deviazioni standard e delle covarianze tra tutte queste grandezze e quindi, in ultima analisi, del flusso di quantità di moto e di calore sensibile. Dato che praticamente ogni anemometro ultrasonico consente di acquisire anche segnali esterni provenienti da altri sensori meteorologici veloci, come per esempio segnali di umidità dell'aria, CO₂ ecc., tale sensore può in questo caso estendere le proprie capacità alla determinazione dei flussi turbolenti di altre variabili, come il flusso turbolento di calore latente, il flusso turbolento di vapor d'acqua e di altri gas per cui siano disponibili sensori veloci. Questa è la ragione per cui l'anemometro ultrasonico triassiale accoppiato con misuratori veloci di CO₂ e H₂O costituisce la dotazione principale della maggior parte delle postazioni delle reti EUROFLUX, AMERIFLUX ed ASIAFLUX. La disponibilità di questo sensore triassiale ha consentito lo sviluppo completo di quella tecnica diretta di stima dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica, nota come *Eddy Covariance* di cui si tratterà ampiamente nel Capitolo 13.

Questi sono i sensori per la misura del vento normalmente impiegati nelle stazioni meteorologiche sia tradizionali che avanzate, ma, per completare la panoramica sull'argomento, descriveremo altri due tipi di sensori che, pur non venendo di norma impiegati direttamente nelle stazioni meteorologiche, servono per realizzare la calibrazione in galleria del vento degli

anemometri operativi nelle stazioni. Essi sono il *Tubo di Pitot*, che è il sensore di velocità normalmente impiegato negli aeromobili, e l'*anemometro a filo caldo*. L'*anemometro a filo caldo* è noto da lungo tempo ma è caratterizzato da una notevole complessità d'uso e da una intrinseca fragilità. Per questo, il suo impiego è sempre stato limitato al laboratorio (galleria a vento). Tuttavia l'evoluzione tecnologica che anche in questo settore ha avuto luogo, ha portato negli ultimi tempi alla realizzazione di sensori adatti anche alle misure di *routine*. Attualmente sono disponibili sensori di questo tipo robusti ed affidabili, concepiti non tanto per la misura della turbolenza, quanto per la misura dei parametri medi del vento orizzontale, in diretta concorrenza con il sonico biassiale nella sostituzione della gloriosa coppia *cup/vane*.

Di tutto questo parleremo nei paragrafi seguenti dove verranno descritti nel dettaglio i diversi tipi di anemometri attualmente impiegati in meteorologia e micrometeorologia. Quelli descritti non sono tutti gli anemometri sviluppati e presenti sul mercato, ma solo quelli più interessanti e più usati nella pratica. Concluderemo, poi, lo studio indicando almeno sommariamente le loro procedure di taratura.

11.1.1 L'ANEMOMETRO A COPPE

L'anemometro a coppe (*cup anemometer*) è stato inventato dall'astronomo irlandese Thomas R. Robinson nel 1864. È quindi uno dei più antichi anemometri realizzati e sicuramente è il più impiegato nelle stazioni meteorologiche convenzionali dove il suo compito è la misura della velocità orizzontale del vento, cioè del modulo della proiezione orizzontale del vettore vento. È uno strumento robusto, relativamente economico, semplice da montare e da mantenere, spesso caratterizzato da una notevole precisione ed accuratezza, tuttavia il suo impiego in misure micrometeorologiche presenta alcuni grossi limiti a causa delle proprietà dinamiche che lo caratterizzano. Dal punto di vista geometrico (**Fig. 11.3**) questo sensore è costituito da tre o più superfici cave (*coppe*) che normalmente hanno la forma di calotte sferiche o coni, forma che presenta una resistenza aerodinamica diversa a seconda che il flusso d'aria investa la superficie dalla parte concava o convessa. Queste coppe, equidistanti angularmente una dall'altra, sono collegate rigidamente in modo da formare un equipaggio rotante collegato a cuscinetti che ne permettono il movimento, limitandone gli attriti. Il sistema rigido costituito dalle coppe in presenza di vento si pone in rotazione e dalla sua velocità angolare si deduce la velocità orizzontale del vento.



Fig. 11.3: un tipico anemometro a coppe

Dalla sua origine ad oggi, la struttura dell'anemometro a coppe non è sostanzialmente cambiata. Oggi si è giunti a dimostrare che un buon anemometro a coppe deve avere un numero di coppe, in generale semisferiche, pari a 3 e che un disegno ottimale del sensore deve prevedere che il

rapporto tra il diametro della coppa ed il diametro del cerchio percorso dal centro della coppa nella rotazione attorno all'asse di simmetria del sensore sia pari a 0.5.

L'*output* vero del sensore (*primario*) è la velocità angolare di rotazione dell'equipaggio mobile attorno all'asse di rotazione (che è anche l'asse di simmetria del sensore). La velocità di rotazione viene poi trasformata in una variabile elettrica tipicamente in due modi:

- per mezzo di un *fotoaccoppiatore*, che fornisce in uscita un treno di impulsi con frequenza proporzionale alla velocità di rotazione;
- tramite una *dinamo tachimetrica*, che in uscita produce una tensione proporzionale alla velocità di rotazione.

In entrambi i casi, la relazione tra la variabile di uscita e la velocità del vento risulta di tipo essenzialmente lineare, con un *offset* in generale non nullo.

Se si pone un anemometro a coppe in un flusso d'aria a velocità costante e si registra con elevatissima frequenza la sua velocità angolare, si nota come il valore *istantaneo* di questa grandezza continui ad oscillare lievemente attorno ad un valore medio costante. Queste piccole oscillazioni (*wobbling*) sono il risultato del fatto che durante la rotazione l'anemometro espone al vento una superficie di volta in volta differente (una volta concava e una volta convessa) e quindi riceve una spinta di volta in volta differente, da qui un continuo variare della propria velocità di rotazione. Questo fenomeno si riduce al ridursi del raggio percorso dal centro delle coppe. Ovviamente queste oscillazioni sono periodiche con periodo pari al periodo di rotazione dell'equipaggio mobile e scompaiono quando si media la velocità di rotazione dell'anemometro su un periodo di mediazione multiplo del periodo di rotazione dell'equipaggio mobile.

11.1.1.1 Il modello di un anemometro a coppe

Per poter descrivere le principali caratteristiche statiche e dinamiche di un anemometro a coppe è opportuno svilupparne un modello matematico sufficientemente realistico. Alcuni esempi di ciò sono stati proposti da Wyngaard (1981a), Busch e al. (1982) e Hayashi (1987).

Inizialmente conviene considerare il modello semplificato dell'anemometro a coppe proposto da Wyngaard (1981) che parte dall'evidenza che tale sensore è un sistema rigido, simmetrico e rotante attorno ad un asse di rotazione fisso, cui si applica inevitabilmente il Principio di Conservazione del Momento della Quantità di Moto. Per semplificare la trattazione, ipotizziamo che l'equipaggio rotante dell'anemometro non subisca alcun attrito (i cuscinetti su cui ruota abbiano attrito nullo) e che sia costituito da una sola coppia di coppe come mostrato in **Fig. 11.4** dove è indicato anche il vettore velocità del vento perpendicolare all'asse di rotazione e quindi parallelo alla superficie terrestre.

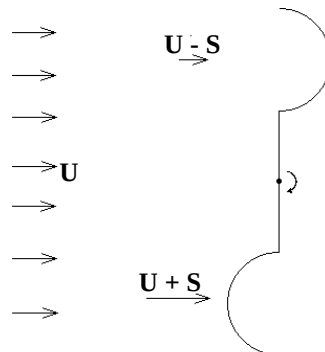


Fig. 11.4: modello a due coppe di Wyngaard (1981). U è la velocità dell'aria ed S è la velocità tangenziale del centro delle coppe in moto con velocità relativa $U-S$ (coppa investita frontalmente dal vento) e $U+S$ (coppa investita dal vento sul retro).

Per poter procedere, è necessario ricordare che il vento, colpendo un oggetto rigido che presenta nel senso del moto dell'aria una sezione di area A , esercita su di esso una forza di drag data da:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho A U^2 \quad [11.1]$$

dove ρ è la densità dell'aria, U è la velocità del vento e A è l'area della sezione dell'oggetto perpendicolare alla direzione del vento. Se le coppe sono semisferiche con raggio R , $A = \pi R^2$ sia che il vento le colpisca frontalmente che dal retro. Il coefficiente C_d è il *coefficiente di drag*, sempre positivo, non superiore a 1 e che dipende dalla forma dell'oggetto e dalla velocità U .

Riferendoci alla **Fig. 11.4**, il vento che colpisce le due coppe è orizzontale, quindi perpendicolare all'asse di rotazione, con un valore istantaneo pari $U + u$, dove U è il valor medio e u è la relativa fluttuazione turbolenta. Colpendo le due coppe, una frontalmente e l'altra sul retro, il vento fa ruotare l'equipaggio mobile dell'anemometro ad una velocità angolare ω ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) e quindi il centro di ciascuna coppa avrà una velocità periferica relativa istantanea pari a $S + s$ dove S è la velocità di rotazione media ed s è la fluttuazione relativa che non è necessariamente nulla in media. Quindi, il *momento* delle forze applicate alle due coppe dal vento sarà pari a:

$$T = \frac{\rho A r}{2} [C_d (U + u - S - s)^2 - c_d (U + u + S + s)^2] \quad [11.2]$$

dove r è la distanza dall'asse di rotazione al centro di ogni coppa (il *braccio* insomma). Si noti come il coefficiente di *drag* C_d della coppa colpita frontalmente dal vento non sia necessariamente uguale al coefficiente di *drag* c_d della coppa colpita dal retro. In condizioni stazionarie, la velocità del vento si stabilizzerà al valore medio U (e quindi la fluttuazione u sarà nulla) e manterrà in rotazione l'equipaggio mobile ad una velocità angolare media costante. Anche la velocità periferica sarà in media costante e, in prima approssimazione e a velocità del vento non troppo bassa, sarà linearmente proporzionale a U secondo la relazione:

$$S = K \cdot U \quad [11.3]$$

Il coefficiente K , come vedremo, è il *fattore di calibrazione* dell'anemometro e un suo valore tipico è 0.3. In queste condizioni il momento delle forze è nullo e quindi la (11.2) si riduce a:

$$C_d (U^2 - 2US + S^2) = c_d (U + 2US + S^2) \quad [11.4]$$

Le equazioni (11.2), (11.3) e (11.4) possono essere combinate tra loro per riformulare l'espressione del momento delle forze esterne che agiscono sulla coppia di coppe, ottenendo dopo un po' di algebra, la relazione seguente:

$$T = \frac{2\rho r C_d A K U^2}{(1 + K)^2} \cdot \mathfrak{Z} \quad [11.5a]$$

dove:

$$\mathfrak{Z} = \left[(1 - K^2) \frac{u}{U} - (1 - K^2) \frac{s}{S} + \left(\frac{u}{U} \right)^2 + K^2 \left(\frac{s}{S} \right)^2 - (1 + K^2) \frac{s}{S} \cdot \frac{u}{U} \right] \quad [11.5b]$$

Nonostante la *brutalità* del modello, è comunque possibile già a questo punto osservare alcune caratteristiche non lineari peculiari dell'anemometro a coppe. Immaginiamo che la velocità del vento aumenti improvvisamente (a gradino) di un ammontare u con l'anemometro inizialmente in equilibrio con velocità periferica S (e quindi con $s = 0$). Se introduciamo il *momento di inerzia* I dell'anemometro rispetto all'asse di rotazione, il Principio di Conservazione del Momento della Quantità di Moto ci porta a dire che:

$$\frac{I}{r} \cdot \frac{ds}{dt} = T = \frac{2\rho r C_d A K U^2}{(1 + K)^2} \left[(1 - K^2) \frac{u}{U} + \left(\frac{u}{U} \right)^2 \right] \quad [11.6a]$$

Da questa relazione si nota come la variazione della velocità di rotazione dipenda dal *segno* della fluttuazione u . In particolare, quando $u > 0$ si avrà un'accelerazione angolare superiore a quando

$u < 0$. La differente risposta dell'anemometro ad incrementi e decrementi della velocità del vento è stata studiata in dettaglio anche da Hayashi (1987).

Per concludere l'esame di questo semplice modello di anemometro a coppe, immaginiamo che le fluttuazioni u e s siano piccole rispetto al valor medio. In questo caso la relazione (11.6a) si semplifica riducendosi a:

$$\frac{I}{r} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{2\rho r C_d A K U (1 - K^2)}{(1 + K)^2} [Ku - s] \quad [11.6b]$$

cioè:

$$\frac{L}{U} \cdot \frac{ds}{dt} + s = Ku \quad [11.6c]$$

dove $L = I/\rho r^2 C_d A$ e C è un coefficiente di drag *efficace* che include anche i vari fattori numerici. Il parametro L ha le unità di una lunghezza e prende il nome di costante di distanza. La relazione precedente indica che, quando le fluttuazioni sono di piccola entità, un anemometro a coppe è sostanzialmente un sistema lineare del primo ordine con una costante di tempo τ inversamente proporzionale alla velocità media del vento e quindi la sua equazione dinamica può essere riscritta nel modo seguente:

$$\tau \cdot \frac{ds}{dt} + s = Ku \quad [11.6d]$$

Sostanzialmente simile è il modello proposto da Busch e al. (1982).

Concettualmente differente e molto più flessibile è il modello proposto da Kristensen (1993, 1994 e 1998a) che utilizzeremo nel seguito. Ciò che lo contraddistingue dagli altri modelli è il fatto che non tenta neppure di descrivere il comportamento delle varie parti meccaniche dell'anemometro a coppe, ma si limita ad affermare ciò che l'esperienza ci suggerisce, cioè che la velocità istantanea di rotazione dell'equipaggio mobile dell'anemometro $\tilde{s}$ ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$) varia nel tempo in funzione della velocità di rotazione istantanea stessa, della proiezione orizzontale istantanea del vettore vento $(\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2)^{1/2}$ e della componente verticale del moto $\tilde{w}$ secondo una relazione del tutto generica del tipo:

$$\frac{d\tilde{s}}{dt} = F(\tilde{s}, \sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2}, \tilde{w}) \quad [11.7]$$

senza specificare più di tanto la struttura analitica della funzione F . Sarà con questa relazione, anche se apparentemente molto *povera*, che svilupperemo tutte le considerazioni relative al comportamento statico e dinamico dell'anemometro a coppe.

11.1.1.2 Caratteristiche statiche di un anemometro a coppe

Il primo passo nello studio dell'anemometro a coppe è la determinazione delle sue caratteristiche statiche. In sostanza, consideriamo il caso in cui l'anemometro venga posto in un ambiente (galleria del vento) in cui l'aria è in movimento orizzontale a velocità costante e nota U . L'anemometro, posto con l'asse di rotazione rigorosamente verticale, si porrà in rotazione e, dopo un transitorio iniziale, la sua velocità di rotazione raggiungerà un valore costante nel tempo. Se adottiamo il modello di Kristensen (11.7), questa condizione di completa stazionarietà sarà descritta dal fatto che il moto dell'aria è costante e pari a U ($u = 0$), che la componente verticale del moto è assente (quindi $w = 0$) e che la velocità di rotazione dell'anemometro è costante e pari ad S (quindi $s = 0$). Come si nota abbiamo adottato per semplicità la convenzione secondo cui una variabile media è indicata con una lettera maiuscola e la fluttuazione turbolenta con la relativa lettera minuscola. Quindi la (11.7) si riduce a:

$$F(S, U, 0) = 0 \quad [11.8a]$$

Ammettendo che questa relazione implicita possa essere esplicitata rispetto alla velocità di rotazione media S , si avrà:

$$S = G(U) \quad [11.8b]$$

che è la relazione di calibrazione dell'anemometro. Per ottenerla, operativamente si pone in una galleria del vento l'anemometro da calibrare in posizione rigorosamente orizzontale, si mantiene la velocità dell'aria nella galleria ad un valore costante e noto U e si registra, dopo un transitorio iniziale, la velocità di rotazione media S . Ripetendo questa procedura per velocità dell'aria diverse si otterrà per punti la relazione (11.8b). L'evidenza sperimentale acquisita in galleria del vento ci indica che la funzione di calibrazione $G(U)$ è sempre una funzione monotona crescente. Nella **Fig. 11.5** è presentata una tipica curva di calibrazione di un anemometro a coppe da cui si nota come tra la velocità di rotazione dell'anemometro S e la velocità del vento U si stabilisca una relazione biunivoca lineare al di sopra di un certo valore di velocità del vento. Al di sotto di tale valore, la curva non raggiunge il punto $(U, S) = (0, 0)$. In sostanza, a velocità U positive ma piccole, l'anemometro resta fermo, visto che le forze di *drag* non sono in grado di vincere gli attriti dei cuscinetti su cui ruota l'equipaggio mobile. Superato un certo valore di U (*starting speed*) l'anemometro comincia a ruotare e la relazione tra S e U è sempre più lineare con l'aumentare di U .

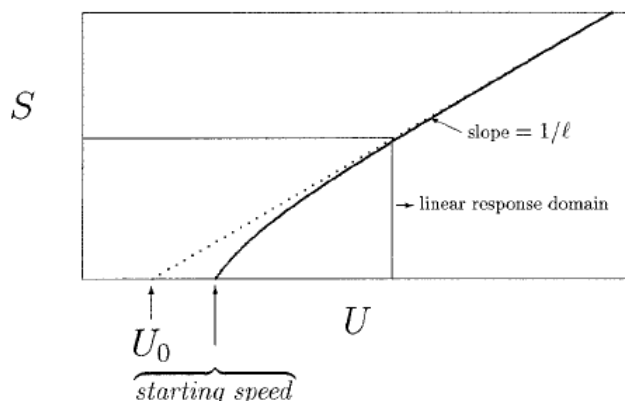


Fig. 11.5: la linea continua è la curva di taratura di un anemometro a coppe (Kristensen 1993)

La $G(U)$, cioè la funzione di calibrazione dell'anemometro, è una funzione monotona crescente. Se, per semplicità, la assumiamo lineare (linea punteggiata in Fig. 11.5) essa prenderà la forma:

$$S = (U - U_0)/\ell \quad (11.8c)$$

in cui la velocità positiva U_0 è detta offset speed. Essa, per un buon anemometro, è dell'ordine di $0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. In realtà, questa approssimazione lineare non è così drammatica come apparirebbe a prima vista. Infatti, la calibrazione in galleria del vento è estremamente difficile quando U è minore di $0.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e ciò è dovuto al fatto che nella galleria la velocità, anche se di poco, fluttua sempre attorno ad un valor medio e che le velocità molto basse sono difficili da determinare con la strumentazione standard di cui è dotata una galleria del vento (tubo di Pitot). Quindi, la vera velocità di soglia oltre la quale l'anemometro si pone in movimento è superiore a U_0 . Nella (11.8c) è presente il parametro ℓ che ha le dimensioni di una lunghezza. Tale parametro è una lunghezza di scala dell'anemometro, prende il nome di distanza di calibrazione (*calibration distance*) e coincide con la lunghezza della colonna d'aria che è transitata attraverso l'anemometro quando l'equipaggio mobile è ruotato di un radiante. Un buon anemometro può presentare un valore di ℓ dell'ordine di 20 cm. È interessante notare come nella curva di calibrazione non appaia il momento di inerzia, cioè la vera e propria struttura fisico/geometrica dell'anemometro. Come si vedrà successivamente, ciò non sarà altrettanto vero quando si considerano le caratteristiche dinamiche dell'anemometro.

La curva di taratura (11.7) così com'è stata presentata e determinata in galleria del vento presuppone che l'asse di rotazione dell'anemometro sia rigorosamente perpendicolare alla direzione del vento. Se quest'ultima è orizzontale rispetto alla superficie, l'anemometro dovrà essere perpendicolare ad essa. Dato che, in teoria, un anemometro a coppe dovrebbe essere sensibile solo al vento perpendicolare al suo asse di rotazione, idealmente un anemometro a coppe inclinato

di un angolo Φ rispetto alla verticale dovrebbe avere una *risposta cosinusoidale*. In sostanza, se U è la velocità orizzontale del vento, la velocità U_a vista dall'anemometro dovrebbe essere:

$$U_a = U \cdot \cos \Phi \quad [11.9a]$$

Gli anemometri reali hanno normalmente una risposta non cosinusoidale, data in generale da:

$$U_a = U \cdot F(\Phi) \quad [11.9b]$$

dove la funzione di *tilt* $F(\Phi)$ viene determinata direttamente in galleria del vento ponendo in essa l'anemometro da caratterizzare in un flusso di velocità U ed inclinando progressivamente l'anemometro. Nella **Fig. 11.6** viene presentato un tipico andamento della funzione $F(\Phi)$ che mostra come per angoli superiori a 30° la risposta di un anemometro reale sia abbastanza lontana da quella di un anemometro ideale.

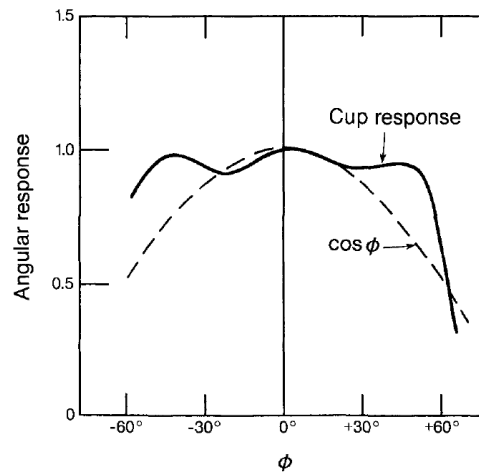


Fig. 11.6: risposta di un anemometro a coppe inclinato di un angolo Φ e risposta cosinusoidale teorica (da Busch e al. 1982)

11.1.1.3 Caratteristiche dinamiche di un anemometro a coppe

Per individuare le caratteristiche dinamiche di un anemometro a coppe è necessario studiarne il comportamento a fronte di un *input* variabile nel tempo, caso reale quando l'anemometro si trova ad operare nella turbolenza del *PBL*. Nel dedurre le caratteristiche dinamiche di un anemometro a coppe, seguiremo Kristensen (1993 e 1998).

First-order perturbation analysis

Nelle condizioni operative, l'anemometro a coppe si troverà un *input* variabile nel tempo nel senso che la velocità e la direzione del vento fluttueranno a causa della turbolenza del *PBL*. Se allineiamo l'asse x lungo la direzione media del vento, avremo che l'unica componente del moto media non nulla è la componente U . Inoltre ipotizziamo che le fluttuazioni turbolente siano piccole se comparate a U . Quindi il moto sarà descritto ad ogni istante dal vettore $(U+u, v, w)$, mentre l'equipaggio mobile dell'anemometro ruoterà ad una velocità $S+s$. Come si è detto, il valor medio delle fluttuazioni s non è necessariamente nullo e questa sarà una manifestazione del fenomeno detto di *overspeeding*. In questo caso, la relazione (11.7) può essere espansa in Serie di Taylor attorno al punto $(S(U), U, 0)$ e troncata al primo ordine, ottenendo:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial F}{\partial S} s + \frac{\partial F}{\partial U} u + \frac{\partial F}{\partial W} w \quad [11.10a]$$

Perché in questa relazione non è presente alcun termine proporzionale alle fluttuazioni trasversali v ? Come abbiamo visto, la (11.7) esprime il fatto che la rotazione dell'anemometro è proporzionale al modulo della proiezione orizzontale della velocità istantanea del vento. Se consideriamo

la situazione in esame, possiamo osservare che:

$$\begin{aligned}\sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2} &= \sqrt{(U + u)^2 + v^2} = U \sqrt{1 + 2\frac{u}{U} + \frac{u^2}{U^2} + \frac{v^2}{U^2}} \\ &= U \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(2\frac{u}{U} + \frac{u^2}{U^2} + \frac{v^2}{U^2} \right) - \frac{1}{8} \left(2\frac{u}{U} \right)^2 + \dots \right\} \approx U + u + \frac{v^2}{2U}\end{aligned}\quad [11.10b]$$

quindi, conducendo un'analisi al primo ordine, possiamo trascurare l'apporto della componente fluttuante v che interviene solo al secondo ordine.

La (11.10a) asserisce che la variazione di velocità angolare dell'equipaggio mobile è proporzionale alle fluttuazioni u e w ed alla deviazione s dalla velocità angolare media. Per semplificarci la vita, consideriamo il caso in cui siano presenti solo le fluttuazioni u (e quindi w sia sempre nulla). Sia u positiva. In questo caso sappiamo per esperienza che ciò comporterà un aumento della rotazione dell'anemometro, cioè che $s > 0$. Ciò implica che il termine $\partial F/\partial U$ deve essere positivo. Ma allora il termine $\partial F/\partial S$ dovrà essere negativa altrimenti la rotazione crescerà esponenzialmente invece di stabilizzarsi alla velocità di rotazione corrispondente alla velocità del vento $U + u$. Un'occhiata alla (11.10a) mostra che $\partial F/\partial S$ ha le dimensioni del reciproco di un tempo e quindi possiamo definire il tempo di scala τ_0 come:

$$\tau_0 = - \left(\frac{\partial F}{\partial S} \right)^{-1} \quad [11.10c]$$

che sarà, in generale, funzione della velocità media U .

Vediamo ora come possiamo esprimere il termine $\partial F/\partial U$. Se consideriamo la curva di calibrazione, abbiamo che:

$$\frac{\partial F}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial U} + \frac{\partial F}{\partial U} = -\frac{1}{\ell \tau_0} + \frac{\partial F}{\partial U} = 0 \quad [11.10d]$$

e quindi:

$$\frac{\partial F}{\partial U} = \frac{1}{\ell \tau_0} \quad [11.10e]$$

A questo punto, dall'analisi del primo ordine otteniamo l'equazione dinamica dell'anemometro a coppe (relativa ad un'analisi del primo ordine) che è data da:

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau_0} = \frac{1}{\ell} \cdot \frac{u}{\tau_0} + \frac{\partial F}{\partial W} w \quad [11.11]$$

Il membro di destra contiene le forzanti esterne che consistono di termini in cui le fluttuazioni u e w vengono moltiplicate per le rispettive sensibilità dello strumento, mentre il membro di sinistra rappresenta la reazione dell'anemometro a coppe. Se consideriamo una situazione in cui siano presenti solo le fluttuazioni $u(t)$, l'equazione precedente si riduce a:

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau_0} = \frac{1}{\ell} \cdot \frac{u}{\tau_0} \quad [11.12a]$$

Questa è l'equazione dinamica di risposta di un sistema lineare del primo ordine dell'anemometro scritta in funzione dei parametri caratteristici ℓ e τ_0 . Per evidenziare meglio la situazione, consideriamo una funzione $u(t)$ a gradino, cioè una funzione del tipo:

$$u = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ \Delta U & \text{per } t \geq 0 \end{cases} \quad [11.12b]$$

La risposta del sensore ad un tale *input* sarà:

$$s(t) = \frac{\Delta U}{\ell} (1 - e^{-t/\tau_0}) \quad [11.12c]$$

cioè la classica risposta di un sistema lineare del primo ordine (**Fig. 11.7**), in cui τ_0 è una misura del tempo necessario al sistema per rispondere alla variazione a gradino ricevuta in *input*.

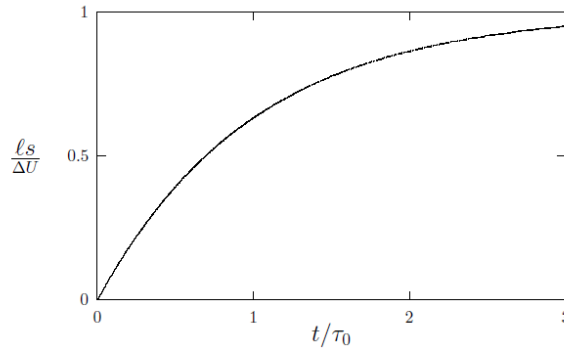


Fig. 11.7: risposta del primo ordine di un anemometro a coppe ad una variazione ΔU in *input*

Finora abbiamo sempre ipotizzato che l'asse di rotazione dell'anemometro fosse posto perfettamente verticale rispetto al vettore $\mathbf{U}$. Ciò in generale è impossibile e in pratica si è spesso in situazioni simili a quella riportata in **Fig. 11.8** dove tra la direzione di $\mathbf{U}$ e la perpendicolare all'asse di rotazione c'è un angolo θ diverso da zero.

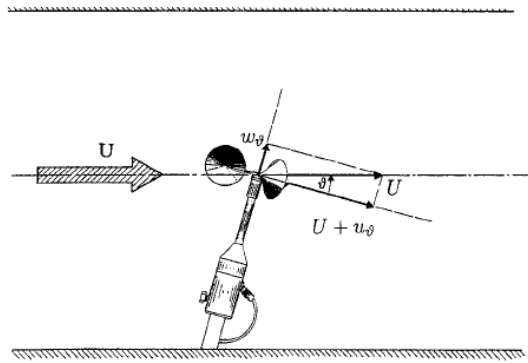


Fig. 11.8: anemometro non orizzontale rispetto al flusso dell'aria (Kristensen 1993)

In questo caso, l'anemometro *vede* anche una componente verticale w_θ del moto dell'aria. Quindi, la componente orizzontale del vento vista dal sensore non sarà più U , ma $U + u_\theta$ che, nelle condizioni geometriche riprodotte nella figura, sarà quantificabile in:

$$u_\theta = - \left(U - \sqrt{U^2 - w_\theta^2} \right) \quad [11.13a]$$

cioè:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{w_\theta}{U} \right) \quad [11.13b]$$

Perciò la risposta del sensore quando U è costante non sarà più data dalla (11.8b) ma sarà funzione dell'*angolo di attacco* θ e di U . Se indichiamo con $G(0, U)$ la (11.8b) e con $G(\theta, U)$ la nuova curva di taratura, allora possiamo definire come *risposta angolare* del sensore la funzione seguente:

$$g(\theta, U) = \frac{G(\theta, U)}{G(0, U)} \quad [11.13c]$$

che, sulla base delle misure, non risulta dipendente da U . In generale l'inclinazione rispetto alla verticale dell'anemometro sarà piccola e, sperabilmente, anche le fluttuazioni verticali della velocità dell'aria nel *PBL* saranno piccole rispetto ad U . In questo caso:

$$u_\theta \approx -\frac{w_\theta^2}{2U} \quad [11.13d]$$

quindi perturbazioni costanti w_θ della componente verticale della velocità comportano perturbazioni orizzontali di velocità del secondo ordine in w_θ . Kristensen (1993) rivaluta la (11.11) e alla fine ottiene la seguente espressione per la risposta angolare:

$$g(\theta) = 1 + \mu_1 \theta \quad [11.13e]$$

dove il coefficiente μ_1 è pari a:

$$\mu_1 = \ell \tau_0 \frac{\partial F}{\partial W} \quad [11.13f]$$

e, come ℓ , può essere determinato tarando l'anemometro in galleria del vento. Dato che θ è piccolo, in realtà la (11.13e) è pari a:

$$g(\theta) = \cos(\theta) + \mu_1 \theta \quad [11.13g]$$

Come mostrato da Kristensen (1998), un buon anemometro a coppe dovrebbe avere un coefficiente μ_1 molto piccolo, tendenzialmente nullo in modo che la sua risposta angolare sia la più prossima possibile ad una risposta cosinusoidale.

A questo punto, possiamo riscrivere la curva di taratura dell'anemometro a coppe che, trascurando l'*offset speed* U_0 , diventa:

$$G(\theta, U) = \frac{U}{\ell} \cdot (1 + \mu_1) \quad [11.14]$$

Detto ciò, possiamo concludere l'analisi del primo ordine mettendo insieme tutti gli elementi fin qui incontrati e ciò porta a riformulare in termini più generali l'equazione del moto relativa all'anemometro a coppe (11.11) tenendo conto anche delle contaminazioni dovute alla componente verticale del moto, relazione ora così espressa:

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau_0} = \frac{1}{\ell} \cdot \left\{ \frac{u}{\tau_0} + \mu_1 \frac{w}{\tau_0} \right\} \quad [11.15a]$$

La soluzione di questa equazione, ipotizzando che $s(-\infty) = 0$, risulta pari a:

$$s(t) = \frac{1}{\ell} \int_0^\infty \{u(t - \tau) + \mu_1 w(t - \tau)\} \cdot \exp(-t/\tau_0) \frac{d\tau}{\tau_0} \quad [11.15b]$$

Fin qui sono stati introdotti tre coefficienti ℓ , μ_1 e μ_2 ; essi possono essere determinati sperimentalmente per uno specifico anemometro in galleria del vento.

Second-order perturbation analysis

Espandiamo, ora, l'equazione dinamica dell'anemometro a coppe rappresentata dalla relazione (11.7) in serie di Taylor nell'intorno del punto $(S(U), U, 0)$ arrestandoci, questa volta, ai termini del secondo ordine e trascurando i termini di ordine superiore. Il risultato che si ottiene è:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau_0} = & \frac{1}{\ell \tau_0} u + \frac{\mu_1}{\ell \tau_0} w + \frac{1}{\ell \tau_0} \frac{v^2}{2U} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial U^2} u^2 + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial U \partial W} uw + \frac{\partial^2 F}{\partial W^2} w^2 \right\} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} s^2 + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial U} su + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial W \partial S} ws \right\} \end{aligned} \quad [11.16]$$

che non è certamente un risultato comodo ed espressivo. Se, però, eseguiamo un'analisi del secondo ordine della risposta angolare dell'anemometro, ciò che otteniamo è (Kristensen 1993):

$$g(\theta) \approx \cos(\theta) + \mu_1 \theta + \frac{1}{2} \mu_2 \theta^2 \quad [11.17a]$$

in cui è stato introdotto il coefficiente μ_2 dato da:

$$\mu_2 = \ell U \frac{\partial^2 S}{\partial W^2} \quad [11.17b]$$

Ancora una volta, le misure in galleria del vento hanno evidenziato una sostanziale indipendenza della risposta angolare dalla velocità del vento U e di conseguenza anche μ_2 deve essere indipendente da U . Un buon anemometro a coppe avrà una risposta angolare di tipo cosinusoidale solo se μ_1 e μ_2 sono entrambi nulli. Fin qui sono stati introdotto tre coefficienti ℓ , μ_1 e μ_2 ; essi possono essere determinati sperimentalmente per uno specifico anemometro in galleria del vento.

11.1.1.4 Overspeeding

All'inizio della discussione sul comportamento dinamico dell'anemometro a coppe sulla base del modello semplificato di Wyngaard, si era giunti alla relazione (11.6a) da cui risulta evidente come un *incremento* Δu della velocità del vento determini un aumento della velocità angolare numericamente maggiore del decremento di velocità angolare determinata da una diminuzione Δu della velocità del vento. Ora cerchiamo di quantificare il fenomeno in maniera più precisa, coerentemente con il modello di Kristensen. Consideriamo a tale scopo una situazione in cui il vento è variabile nel tempo, ma è orizzontale e stazionario, in modo tale che:

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0 \quad [11.18a]$$

In questo caso è interessante verificare quanto vale il valor medio delle fluttuazioni di velocità angolare dell'equipaggio mobile dell'anemometro a coppe. Per fare ciò, conviene mediare nel tempo la relazione (11.16), che esprime la dinamica del sensore al secondo ordine, e normalizzare il tutto con la curva di calibrazione $S = S(U)$, ottenendo la complessa relazione seguente:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{s}}{\bar{s}} = \frac{\overline{v^2}}{2U^2} + \frac{\ell\tau_0}{2U} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial U^2} \overline{u^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial U \partial W} \overline{uw} + \frac{\partial^2 F}{\partial W^2} \overline{w^2} \right\} \\ + \frac{\ell\tau_0}{2U} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \overline{s^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial U} \overline{su} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial W \partial S} \overline{ws} \right\} \end{aligned} \quad [11.18b]$$

Per ottenerla si è utilizzata la curva di taratura lineare ignorando U_0 . Il suo membro di destra non è nullo, ma dipende dalle proprietà turbolente dell'atmosfera nel periodo di misura. Dato che l'anemometro viene calibrato in una galleria del vento in cui il campo di moto è costante e laminare, ciò significa che $\bar{s}$ deve essere interpretato come un incremento alla velocità media del vento misurata se si usa la curva di calibrazione. Quindi, in condizioni dinamiche, un anemometro a coppe avrà una velocità di rotazione media diversa rispetto a quanto ci si aspetterebbe dalla curva di calibrazione. È questo il fenomeno che prende il nome di *overspeeding*.

Dalla (11.18b), il *bias* relativo $\bar{s}/S$, cioè l'incremento (algebrico) della velocità media di rotazione dell'equipaggio mobile dell'anemometro, acquisisce contributi che dipendono dalle varianze delle tre componenti del vento e dalla covarianza $\overline{uw}$, contributi che indicheremo come δ_u , δ_v , δ_w , δ_{uw} , oltre ai termini che stanno nell'ultima riga della (11.18b) in cui è presente la risposta s del sensore sia come varianza sia come covarianza con le componenti u e w del moto e tutto ciò ci complica la vita. Per superare tali difficoltà, per prima cosa ricordiamo che le funzioni di varianza e covarianza delle componenti u e w sono definite nel dominio del tempo come:

$$\begin{aligned} R_u(\tau) &= \overline{u(t) \cdot u(t + \tau)} \\ R_w(\tau) &= \overline{w(t) \cdot w(t + \tau)} \\ R_{uw}(\tau) &= \overline{u(t) \cdot w(t + \tau)} \end{aligned} \quad [11.19a]$$

mentre nel dominio delle frequenze la loro controparte sono gli spettri ed i cross-spettri. In particolare, le funzioni di covarianza dipendono dalle densità spettrali secondo le relazioni:

$$\begin{aligned}
R_u(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_u(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\omega \\
R_w(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_w(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\omega \\
R_{uw}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{uw}(\omega) \cdot \exp(j\omega\tau) \cdot d\omega
\end{aligned} \tag{11.19b}$$

dove:

$$\begin{aligned}
S_u(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_u(\tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau \\
S_w(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_w(\tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau \\
S_{uw}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{uw}(\tau) \cdot \exp(-j\omega\tau) \cdot d\tau
\end{aligned} \tag{11.19c}$$

Il cross-spettro $S_{uw}(\omega)$ è una variabile complessa, tradizionalmente espressa in termini di cospettro $Co_{uw}(\omega)$ (funzione pari) e di spettro di quadratura $Q_{uw}(\omega)$ (dispari) secondo la relazione:

$$S_{uw}(\omega) = Co_{uw}(\omega) + jQ_{uw}(\omega) \tag{11.19d}$$

Se si impiega la soluzione dell'analisi del primo ordine espressa dalla (11.15b), è possibile (Kristensen 1993) giungere alla determinazione della varianza delle fluttuazioni della velocità angolare dell'anemometro e della sua covarianza con le componenti del moto, ottenendo le relazioni seguenti nel dominio del tempo:

$$\begin{aligned}
\overline{su} &= \frac{1}{\ell} \int_0^{\infty} \{R_u(\tau) + \mu_1 R_{uw}(-\tau)\} \cdot \exp(-\tau/\tau_0) \cdot \frac{d\tau}{\tau_0} \\
\overline{sw} &= \frac{1}{\ell} \int_0^{\infty} \{R_{uw}(\tau) + \mu_1 R_w(\tau)\} \cdot \exp(-\tau/\tau_0) \cdot \frac{d\tau}{\tau_0} \\
\overline{s^2} &= \frac{1}{\ell^2} \int_0^{\infty} \{R_u(\tau) + \mu_1 [R_{uw}(\tau) + R_{uw}(-\tau)] + R_w(\tau)\} \cdot \exp(-\tau/\tau_0) \cdot \frac{d\tau}{\tau_0}
\end{aligned} \tag{11.19e}$$

che nel dominio delle frequenze diventano rispettivamente:

$$\begin{aligned}
\overline{su} &= \frac{1}{\ell} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_u(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega + \frac{\mu_1}{\ell} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Co_{uw}(\omega) + \omega \tau_0 Q_{uw}(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega \\
\overline{sw} &= \frac{\mu_1}{\ell} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_w(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega + \frac{1}{\ell} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Co_{uw}(\omega) - \omega \tau_0 Q_{uw}(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega \\
\overline{s^2} &= \frac{1}{\ell^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_u(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega + \frac{\mu_1^2}{\ell^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_w(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega + \frac{\mu_1}{\ell^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2Co_{uw}(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} d\omega
\end{aligned} \tag{11.19f}$$

Da queste relazioni (Kristensen 1993) si vede come il contributo principale a queste covarianze ed alla varianza di s derivi dalla parte a bassa frequenza delle varianze di u e di w e della covarianza tra u e w . Ora abbiamo tutti gli strumenti per determinare i vari *bias*.

u -bias

Immaginiamo per il momento che siano assenti le fluttuazioni w . In questo caso sarà nulla la varianza di w e le covarianze tra w e u e s . Introducendo tutto ciò nella relazione (11.18b), si giunge alla relazione (Kristensen, 1993) seguente che quantifica l'*u-bias*:

$$\delta_u = \frac{\ell U \tau_0}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial U^2} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2} S_u(\omega) \cdot d\omega \tag{11.20a}$$

Perciò l'*u-bias* è proporzionale all'integrale del prodotto tra lo spettro $S_u(\omega)$ ed il filtro passa alto che ha la risposta in frequenza data da:

$$H(\omega) = \frac{\omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad [11.20b]$$

e quindi è proporzionale al quadrato dell'intensità di turbolenza σ_u/U . L'integrale, poi, seleziona la parte dello spettro ad alta frequenza. Per rendersi conto di ciò, consideriamo uno spettro tipico di $u(t)$ normalizzato dalla varianza (**Fig. 11.9**) in funzione della frequenza adimensionale ωT_u dove T_u è il *tempo integrale di scala*, cioè una misura della memoria di $u(t)$, definito come:

$$T_u = \int_0^\infty \frac{R_u(\tau)}{R_u(0)} d\tau \quad [11.20c]$$

Questo spettro ha una parte a bassa frequenza $|\omega| \leq T_u^{-1}$ poco variabile ed una parte ad alta frequenza che decresce con una legge di potenza. Questo spettro è rappresentato in **Fig. 11.9** assieme a tre filtri *passa-alto* che possiedono tre valori diversi per il rapporto τ_0/T_u . Si vede immediatamente che, se l'anemometro è lento ($\tau_0 \gg T_u$), si ha un *u-bias* maggiore rispetto a quello che si avrebbe se l'anemometro fosse veloce ($\tau_0 \ll T_u$).

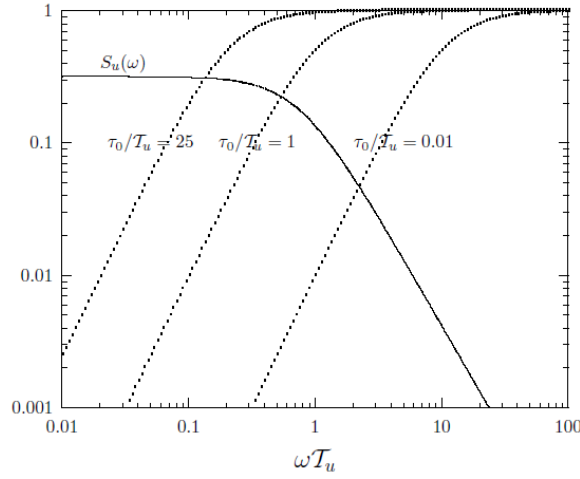


Fig. 11.9: lo spettro $S_u(\omega)$ (linea continua) ed il filtro passa-alto $H(\omega)$ (linee a punti) per tre differenti valori del rapporto τ_0/T_u (Kristensen, 1993)

L'*u-bias* è quindi effettivamente calcolabile, visto che la $\partial^2 F / \partial U^2$ è misurabile (anche se non facilmente) in galleria del vento.

w-bias

Immaginiamo ora che siano assenti le fluttuazioni u . Procedendo alla stessa maniera otteniamo:

$$\delta_w = \frac{\mu_2}{2U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_w(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \cdot d\omega + \frac{\ell U \tau_0}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial W^2} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2} S_w(\omega) \cdot d\omega \quad [11.21a]$$

Questo risultato può essere ulteriormente semplificato (Kristensen, 1993) nel modo seguente:

$$\delta_w \cong \frac{\mu_2}{2} \frac{\overline{w^2}}{U^2} \quad [11.21b]$$

Quindi il *w-bias* è solo proporzionale al quadrato dell'intensità di turbolenza di w e si annulla se l'anemometro ha una risposta angolare sinusoidale, cioè se il coefficiente μ_2 è nullo.

Stress-bias

Infine, quando sono presenti sia le fluttuazioni u che le fluttuazioni w , il relativo *bias* è dato da:

$$\delta_{uw} = \ell U \tau_0 \frac{\partial^2 F}{\partial U \partial W} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2} C o_{uw}(\omega) \cdot d\omega + U \tau_0 \left\{ \mu_1 \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial U} - \frac{\partial^2 F}{\partial W \partial S} \right\} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} Q_{uw}(\omega) \cdot d\omega \quad [11.22]$$

Le derivate presenti nella relazione si possono determinare con una taratura in galleria del vento.

v-bias

Il *bias* δ_v deriva dal fatto che il sensore risponde non solo alla componente longitudinale della velocità, ma anche alle fluttuazioni di direzione del vento. Esso vale:

$$\delta_v = \frac{\overline{v^2}}{2U^2} \quad [11.23]$$

Dal punto di vista applicativo, tutti questi *bias* possono essere quantificati da misure in galleria del vento. Tuttavia, sarebbe decisamente una buona cosa se esse derivassero tutte da pochi parametri caratteristici dello strumento.

11.1.1.5 Modello di Kristensen

Sulla base di estesi studi teorici e sperimentali, Kristensen (1993; 1994) propone un modello per la funzione F caratteristica della dinamica dell'anemometro a coppe dipendente dal valore istantaneo del modulo della proiezione orizzontale del vettore vento:

$$\tilde{h} = \sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2} \quad [11.24a]$$

e dal valore istantaneo della velocità angolare dell'anemometro, ma anche dalle caratteristiche fisiche dell'anemometro come il momento d'inerzia I ed il *raggio efficace* r dell'equipaggio mobile, *oltre che dall'area* A della singola coppa *vista* dal flusso dell'aria. Se si ipotizza, inoltre, che siano assenti le fluttuazioni verticali di velocità, tale modello risulta dato dalla relazione:

$$F(\tilde{s}, \tilde{h}, 0) = \frac{1}{2} \rho C \frac{Ar}{I} (\tilde{h} - \ell \tilde{s}) \cdot (\tilde{h} + \Lambda \tilde{s}) \quad [11.24b]$$

dove C è una costante adimensionale e ρ è la densità dell'aria. La quantità Λ che compare nella relazione è una lunghezza di scala dello strumento e l'esperienza mostra che essa è positiva.

Il primo risultato che l'Autore ottiene (per i dettagli si rimanda ai lavori originali) è che:

$$\tau_0 = - \left(\frac{\partial F}{\partial S} \right)^{-1} = \frac{1}{U} \frac{2I}{\rho C A r (\ell + \Lambda)} \quad [11.25a]$$

La costante di tempo τ_0 è, quindi, inversamente proporzionale a U , con un fattore di proporzionalità che è interamente determinato dalla densità dell'aria, dal materiale di cui è fatto il rotore e dalla sua geometria. Invece di usare la costante di tempo τ_0 , è più naturale usare la costante di distanza (*distance constant*) ℓ_0 definita come:

$$\ell_0 = U \tau_0 = \frac{2I}{\rho C A r (\ell + \Lambda)} \quad [11.25b]$$

dato che questa quantità è una vera costante strumentale che non dipende da U . A questo punto, la (11.24b) può essere riformulata come:

$$F(\tilde{s}, \tilde{h}, 0) = \frac{(\tilde{h} - \ell \tilde{s}) \cdot (\tilde{h} + \Lambda \tilde{s})}{\ell_0 (\ell + \Lambda)} \quad [11.25c]$$

È quindi evidente come la forzante dovuta al vento orizzontale possa essere specificata per mezzo di tre lunghezze di scala ℓ , ℓ_0 e Λ , tutte determinabili dalle calibrazioni in galleria del vento.

Le varie derivate parziali della funzione F utilizzate in precedenza possono essere espresse, ora, nel modo seguente:

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial S}, \frac{\partial F}{\partial U} \right\} = \left\{ -\frac{U}{\ell_0}; \frac{U}{\ell \ell_0} \right\} \quad [11.25d]$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial S \partial U} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial U^2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -2 \frac{\ell \Lambda}{\ell_0(\ell + \Lambda)} \\ \frac{\ell - \Lambda}{\ell_0(\ell + \Lambda)} \\ \frac{2}{\ell_0(\ell + \Lambda)} \end{array} \right\} \quad [11.25e]$$

Se poi si rimuove l'ipotesi restrittiva dell'assenza di fluttuazioni verticali del moto, la (11.25c) può essere riscritta giungendo finalmente ad un modello generale per l'anemometro a coppe:

$$F(\tilde{s}, \tilde{h}, \tilde{w}) = \frac{(\tilde{h} + \mu_1 \tilde{w} - \ell \tilde{s}) \cdot (\tilde{h} + \mu_1 \tilde{w} + \Lambda \tilde{s})}{\ell_0(\ell + \Lambda)} + \frac{\mu_2 \tilde{w}^2}{2\ell_0 \ell} \quad [11.26]$$

che, come si vede, è completamente determinabile una volta stimati in galleria del vento, per uno specifico anemometro, i coefficienti $\ell, \ell_0, \Lambda, \mu_1$ e μ_2 e sia nota la velocità del vento U .

A questo punto possiamo rivisitare anche le relazioni che quantificano l'*overspeeding* attraverso i vari *bias*. Prima di fare ciò, conviene invocare l'Ipotesi di Taylor e sostituire nelle relazioni spettrali la frequenza angolare ω con il numero d'onda k , ricordando che tra queste due variabili vale la relazione $\omega = k \cdot U$. In questo modo, tra le densità spettrali espresse in termini di frequenza angolare e la loro controparte espressa in termini di numero d'onda vale la relazione:

$$S_u(k) = F_u(k) \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{U} F_u(k) \quad [11.27]$$

Ora, seguendo Kristensen (1993), risulta possibile riscrivere le relazioni dei vari *bias* introducendo esplicitamente i coefficienti dello specifico anemometro a coppe. In particolare si ha che:

- l'*u-bias* è espresso dalla relazione:

$$\delta_u = \frac{\ell}{\ell + \Lambda} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 \ell_0^2}{1 + k^2 \ell_0^2} F_u(k) dk \quad [11.28a]$$

- il *w-bias* è espresso dalla relazione:

$$\delta_w = \frac{\mu_2}{2} \frac{\overline{w^2}}{U^2} + \frac{\mu_1^2 \ell}{\ell + \Lambda} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 \ell_0^2}{1 + k^2 \ell_0^2} F_w(k) dk \quad [11.28b]$$

- lo *stress-bias* è espresso da:

$$\delta_{uw} = \frac{2\mu_1 \ell}{\ell + \Lambda} \frac{1}{U^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k^2 \ell_0^2}{1 + k^2 \ell_0^2} Co_{uw}(k) dk \quad [11.28c]$$

Se l'anemometro ha una risposta angolare cosinusoidale, $\mu_1 = \mu_2 = 0$ e quindi $\delta_u = \delta_{uw} = 0$. I quattro *bias* sommati tra loro determinano l'*overspeeding*. Dalle relazioni precedenti si nota che, una volta noti i coefficienti caratteristici di un dato anemometro a coppe, è possibile stimare i vari *bias* se sono note le informazioni spettrali richieste dalle varie relazioni.

10.1.1.6 Determinazione della Distance Constant

Tutti i parametri che caratterizzano l'anemometro a coppe possono essere determinati in galleria del vento. Rimandando alla Letteratura per i dettagli (per esempio Dahlberg e al., 2006), qui ci limiteremo a trattare brevemente le metodologie che possono essere usate per determinare la

distance constant ℓ_0 che è il parametro di maggior interesse per decidere la correttezza o meno dell'impiego di un dato anemometro a coppe in campo. Ricordiamo che minore è ℓ_0 maggiore è la capacità dell'anemometro di *catturare* le fluttuazioni turbolente del vettore vento.

La disponibilità della galleria del vento è indispensabile per ottenere il primo dei parametri che caratterizzano un anemometro a coppe, cioè la *calibration constant* ℓ . Se si pone in assetto rigorosamente orizzontale l'anemometro in esame e lo si pone nella galleria del vento, è possibile individuare la *curva di calibrazione* dell'anemometro. Per fare ciò, si realizza nella galleria un flusso laminare di aria a velocità U e la si mantiene per un tempo sufficientemente lungo. Dopo un transitorio più o meno lungo, la velocità di rotazione media dell'anemometro raggiungerà il valore di equilibrio S . Ripetendo questa procedura un certo numero di volte e registrando le coppie di valori (U_i, S_i) , si otterrà per punti la curva di calibrazione che sarà data, come visto, dalla relazione lineare:

$$S = (U - U_0)/\ell \quad [11.29]$$

Questa relazione non è valida nell'intorno della *starting speed* U_0 . La determinazione della *calibration constant* ℓ è immediata, applicando i consueti metodi di stima parametrica, come per esempio il metodo dei minimi quadrati, alle misure ottenute durante la calibrazione. Per un buon anemometro, U_0 presenta valori dell'ordine di $0.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ed ℓ valori dell'ordine di 0.2 m .

Più complesso è determinare la *distance constant* che riassume la maggior parte delle caratteristiche dinamiche dell'anemometro a coppe. Per fare ciò, facciamo riferimento Kristensen e Hansen (2002) in cui si prospettano due metodi alternativi per la sua determinazione.

Metodo della galleria del vento

Ricordiamo che nelle condizioni di perfetta orizzontalità del sensore nella galleria del vento, l'equazione dinamica (al primo ordine) dell'anemometro a coppe proposta da Kristensen (1993) può essere semplificata come:

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{[U - U_0 - \ell s(t)] \cdot [U - U_0 + \beta \ell s(t)]}{\ell \cdot \ell_0 (1 + \beta)} \quad [11.30]$$

dove $s(t)$ è la sequenza temporale della velocità di rotazione dell'anemometro in risposta al suo *input*, U è il valor medio di $u(t)$ e ℓ_0 è la *distance constant*. La costante non negativa β è pari a Λ/ℓ .

Si ponga l'anemometro in galleria del vento orizzontalmente rispetto al flusso che in essa si stabilisce. Fino ad un tempo arbitrario $t = 0$, si tenga bloccato l'equipaggio mobile dell'anemometro e al tempo $t = 0$ lo si rilasci. A questo punto l'anemometro si pone in rotazione e, dopo un transitorio iniziale, raggiunge la velocità di rotazione media costante S . Riproduciamo analiticamente questo ragionamento, integrando la (11.30) con condizione iniziale $s(0) = 0$:

$$s(t) = \frac{U - U_0}{\ell} \frac{1 - \exp[(U - U_0)t/\ell_0]}{1 + \beta \exp[(U - U_0)t/\ell_0]} = S \frac{1 - \exp\left(-\frac{\ell}{\ell_0} St\right)}{1 + \beta \exp\left(-\frac{\ell}{\ell_0} St\right)} \quad [11.31]$$

È evidente che solo quando $\beta = 0$, il comportamento dinamico dell'anemometro è pari ad un filtro del primo ordine. Una volta determinata la *calibration constant* ℓ , registrando il segnale $s(t)$ ed impiegando un normale metodo di stima parametrica (per esempio il metodo dei minimi quadrati), dalla (11.31) si ottiene il valore della *distance constant* ℓ_0 . L'esperienza ha mostrato che per un buon anemometro a coppe, essa presenta valori dell'ordine di $1 \div 2 \text{ m}$.

Metodo dello spettro

Un'alternativa alla galleria del vento è quella di esporre direttamente l'anemometro da analizzare alla turbolenza atmosferica del *SL*. Si immagini di porre nei pressi del suolo l'anemometro da analizzare con accanto ed alla medesima quota di misura un anemometro di riferimento dal comportamento praticamente ideale (per esempio un anemometro ultrasonico triassiale). Ipotizziamo

che l'andamento *reale* col tempo della velocità longitudinale del vento sia $u(t)$ e che tale andamento sia registrato fedelmente dall'anemometro ultrasonico. Allo stesso tempo, registriamo l'andamento nel tempo della velocità di rotazione $s(t)$ dell'anemometro a coppe. Da queste due andamenti determiniamo i relativi andamenti delle fluttuazioni $u'(t)$ e $s'(t)$. Ricordando che l'equazione dinamica dell'anemometro a coppe scritta in termini di fluttuazioni è pari a:

$$\frac{ds'}{dt} + \frac{s'}{\tau_0} = \frac{u'}{\ell\tau_0} \quad [11.32a]$$

ed applicando alcune considerazioni spettrali (Kristensen e Hansen 2002), si giunge all'importante relazione seguente:

$$P_s(\omega) = \frac{1}{\ell^2} \cdot \frac{P_u(\omega)}{1 + \omega^2\tau_0^2} \quad [11.32b]$$

L'analisi del segnale registrato dall'anemometro ultrasonico consente di determinare la densità spettrale $P_u(\omega)$, mentre la densità spettrale $P_s(\omega)$ la si determina dal segnale $s'(t)$. Pertanto la *funzione di trasferimento*, cioè rapporto nel dominio delle frequenze tra l'*input* e l'*output*, una volta espressa la costante di tempo in termini di *distance constant*, è data da:

$$T(\omega) = \frac{1}{1 + \ell_0^2(\omega/U)^2} \quad [11.32c]$$

Anche in questo caso, applicando un metodo di stima parametrica come i minimi quadrati alla funzione di trasferimento registrata durante la calibrazione in campo si ottiene in maniera naturale il valore della *distance constant*.

11.1.1.7 Osservazioni conclusive

L'anemometro a coppe, robusto, affidabile ed economico, ha da sempre costituito un valido supporto nelle misure meteorologiche di *routine*, tuttavia il suo impiego in misure micrometeorologiche richiede molta prudenza soprattutto in presenza dell'*overspeeding*. Ci sono poi altri importanti aspetti da considerare.

Il primo si riferisce alla velocità di avvio dell'anemometro. Se la velocità del vento non raggiunge tale soglia, l'anemometro non si pone in movimento e quindi si registra un evento indicato come *calma di vento*, un chiaro artefatto dovuto all'incapacità fisica del sensore di registrare la variabile d'interesse. Purtroppo ci sono situazioni climatiche in cui la presenza di calme di vento è molto frequente. Perché sia possibile realizzare misure di vento in tali zone è imperativo utilizzare anemometri molto leggeri per i quali la velocità di avvio è estremamente bassa.

Il secondo aspetto si riferisce alla capacità dell'anemometro di realizzare misure di interesse micrometeorologico, in cui bisogna stimare momenti di ordine superiore (varianze e covarianze). Ovviamente, se si è intenzionati ad usare un anemometro a coppe, almeno tale anemometro dovrà possedere una *distance constant* estremamente bassa in modo da *catturare* quanto più possibile le fluttuazioni ad alta frequenza. Comunque sarà poi necessario correggere con i metodi di tipo spettrale la stima dei momenti, tenendo conto delle caratteristiche di risposta, come si vedrà nel dettaglio al Capitolo 13.

10.1.2 L'ANEMOMETRO A BANDERUOLA (WIND VANE)

L'anemometro a banderuola (*wind vane*) è un anemometro dedicato esclusivamente alla misura della direzione di provenienza del vento. Con l'anemometro a coppe è uno dei più antichi strumenti usati in meteorologia ed in virtù della sua semplicità costruttiva, della sua robustezza e del basso costo è tuttora uno degli strumenti più diffusi per la misura della direzione del vento. È costruito in molte maniere differenti, ma la sua forma più diffusa è quella che si può vedere nella **Fig. 11.10**. Raramente è presente da solo in una postazione di misura, anzi normalmente è collocato assieme ed addirittura integrato con un anemometro a coppe, costituendo un sistema robusto

ed economico per la misura del vettore vento, o almeno della sua proiezione orizzontale.

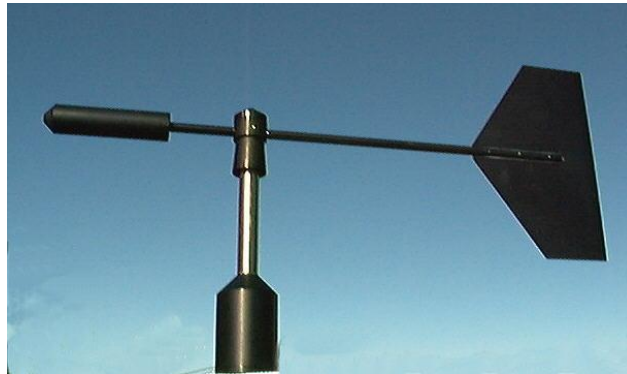


Fig. 11.10: anemometro a banderuola (wind vane)

Come si vede dalla **Fig. 11.10**, il *wind vane* è costituito da un'asta metallica orizzontale, sottile, robusta e rigida, collegata, da un lato, ad una superficie aerodinamica sottile (*vane, coda*), che si pone sottovento al flusso dell'aria, e dall'altro ad un contrappeso. Il baricentro dell'intero sistema è incernierato ad un braccio verticale che può ruotare su sé stesso e che, a sua volta, è collegato ad un sistema elettrico (in generale un potenziometro inserito in un opportuno circuito elettrico) che trasforma la rotazione del braccio verticale in un segnale elettrico. L'asta e la coda della banderuola sono realizzate in molte fogge differenti. La forma più diffusa è una coda ad un elemento, a sezione rettangolare oppure a profilo alare simmetrico. Normalmente l'asta è congegnata in modo tale che il suo punto di rotazione corrisponda al baricentro meccanico, in modo da non esercitare momenti che, alla lunga, potrebbero provocare usura e perdita di prestazioni del cuscinetto. La *trasduzione* della direzione parallela alla banderuola è poi operata in vari modi, a seconda dei modelli, anche se il metodo più diffuso è costituito da un potenziometro circolare che varia il valore della propria resistenza elettrica a seconda della posizione della banderuola. Per costruzione, il potenziometro non può coprire tutto l'angolo giro, quindi esiste sempre un *angolo morto* di circa 1° . Un opportuno circuito elettrico consente di trasformare il valore di resistenza in una tensione elettrica.

11.1.2.1 Wind Vane di riferimento

Per poter descrivere il comportamento statico e dinamico di un *wind vane* conviene far riferimento alla sua forma geometrica più semplice. Una possibilità è schematizzarlo come un'asta rigida orizzontale con un contrappeso ad un estremo ed una *coda* di forma rettangolare all'altro, posta in verticale rispetto all'asse di rotazione (**Fig. 11.11**).

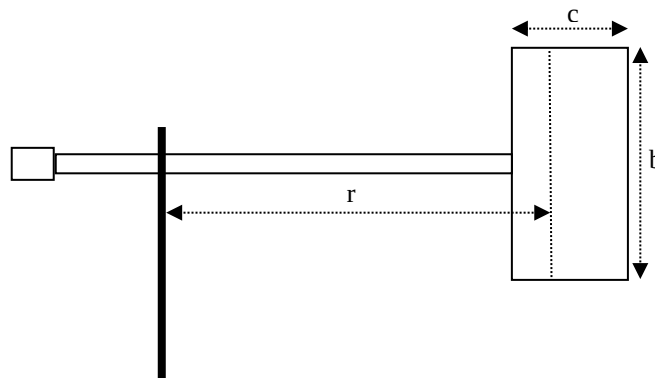


Fig. 11.11: wind vane di riferimento

Il lato verticale b è detto *span* ed il lato orizzontale c è detto *chord*. Il vento esercita sulla superficie aerodinamica (la coda) del *vane* una pressione dinamica pari a:

$$p = \frac{1}{2} \rho U^2 \quad [11.33]$$

dove ρ è la densità dell'aria e U è la velocità del vento. Da questa pressione dinamica ha origine una forza $\mathbf{F}$ applicata dal vento alla superficie aerodinamica e precisamente al suo centro aerodinamico localizzato, se si fa riferimento alla semplice geometria di **Fig. 11.11**, a circa $\frac{1}{4} c$. La distanza tra il centro aerodinamico della coda ed il centro di rotazione sia r . Questa forza presenta due componenti: una componente perpendicolare al vento (forza di *lift*) ed una componente parallela al vento (forza di *drag*) che normalmente per un sistema come quello considerato è almeno di un ordine di grandezza maggiore della precedente. Questa geometria sarà il riferimento per tutti i ragionamenti che verranno sviluppati nel seguito.

11.1.2.2 Caratteristiche statiche e dinamiche del wind vane

Dal punto di vista statico, il comportamento del *vane* è estremamente semplice, una volta posizionato in modo che sia definita una direzione di riferimento (normalmente il Nord) cui corrisponda un valore di resistenza noto (normalmente 0°). La taratura risulta semplice e si ottiene associando ad ogni valore di direzione un ben preciso valore di resistenza ed il risultato è una relazione lineare che lega la resistenza elettrica alla direzione di provenienza del vento.

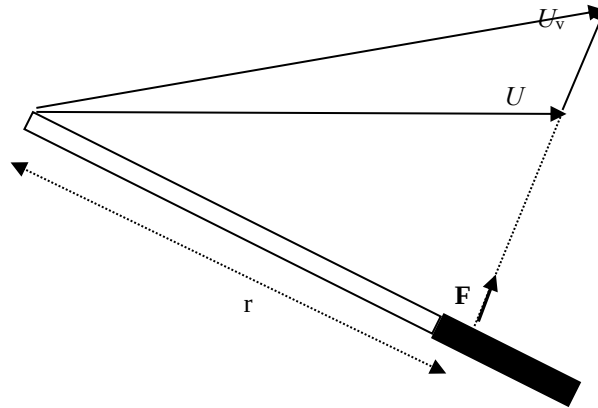


Fig. 11.12: geometria considerata per l'analisi dinamica del wind vane

Il comportamento dinamico del *vane* invece è molto complesso ed una sua trattazione semplificata è riportata in Wieiringa (1967), Wyngaard (1981a) e Busch e al. (1982). Qui seguiremo la trattazione di Wyngaard, facendo riferimento alla situazione schematicamente rappresentata in **Fig. 11.12**. Consideriamo una situazione in cui il vento istantaneo U presenta un *angolo di attacco* β con l'asta orizzontale del *wind vane*. In questo caso il vento agirà sul *vane* con una forza $\mathbf{F}$ diretta perpendicolarmente al centro aerodinamico del *vane* stesso e, a causa di essa, il *vane* ruoterà con una velocità periferica $r \cdot d\beta/dt$. Nel sistema di coordinate in movimento col *vane*, la velocità dell'aria sarà U_v e l'*angolo di attacco istantaneo* sarà, per piccoli β , pari a:

$$\beta_v \cong \beta + \frac{r}{U} \frac{d\beta}{dt} \quad [11.34a]$$

Se β è piccolo, $U_v \approx U$ e la forza aerodinamica agente sul centro di massa del *vane* sarà pari a:

$$F = \frac{1}{2} \rho U^2 K A \beta_v \quad [11.34b]$$

cui corrisponde un momento di quantità di moto:

$$T = \frac{1}{2} \rho U^2 K A \cdot r \cdot \left(\beta + \frac{r}{U} \frac{d\beta}{dt} \right) \quad [11.34c]$$

In queste relazioni con A si è indicata l'area del *vane* e con K una costante adimensionale da determinarsi sperimentalmente per ogni *vane*, dipendente dalla sua forma e dalle sue dimensioni.

Se si considerano anche gli attriti dovuti alla rotazione del *vane* sui cuscinetti e si applica il Principio di Conservazione del Momento della Quantità di Moto, si giunge alla relazione seguente che esprime la dinamica del *wind vane*:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{d\beta}{dt} + \omega_0^2\beta = \omega_0^2\alpha \quad [11.35a]$$

dove α è la direzione del vettore vento. Questa è un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine e quindi il *wind vane* è un *sensore del secondo ordine*. In essa compaiono due grandezze caratteristiche ζ e ω_0 . La grandezza ω_0 è la frequenza naturale del *vane*, definita come:

$$\omega_0 = U \sqrt{\frac{\rho r A K}{2I}} \quad [11.35b]$$

e dipende sia dalla velocità del vento U che dalle caratteristiche costruttive del *vane*, in particolare dal braccio r , dall'area A , dal coefficiente K e dal momento d'inerzia I . La grandezza ζ è il rapporto di smorzamento (*damping ratio*) che è definito come:

$$\zeta = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{\rho r A K}{2I}} \quad [11.35c]$$

e che dipende solo dalla geometria dello strumento. È immediato verificare che è possibile ottenere dalla relazione (11.35b) una lunghezza caratteristica dello strumento detta risposta naturale del *vane* che è indipendente dalla velocità del vento e che dipende solo dalle caratteristiche dello strumento. Essa è data da:

$$\lambda = \frac{\omega_0}{U} = \sqrt{\frac{\rho r A K}{2I}} \quad [11.35d]$$

e da questa definizione discende che:

$$\zeta = \frac{r}{2\lambda} \quad [11.35e]$$

Spesso le descrizioni tecniche che corredano i *vane* disponibili sul mercato utilizzano per caratterizzare la risposta dinamica di un *vane* parametri diversi da quelli qui presentati. Per costruire un parallelismo tra i parametri introdotti sopra e quelli spesso utilizzati nei prodotti commerciali conviene definire questi ultimi in funzione dei primi nel modo seguente:

- frequenza naturale smorzata (*damped natural frequency*) definita come:

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad [11.35f]$$

- lunghezza d'onda naturale (*undamped natural wavelength*) definita come:

$$\lambda_n = \frac{2\pi U}{\omega_0} \quad [11.35g]$$

- lunghezza d'onda naturale smorzata (*damped natural wavelength*) definita come:

$$\lambda_d = \frac{2\pi U}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad [11.35h]$$

- distance constant del *vane* definita come:

$$L = \frac{\lambda}{2\pi\zeta} \quad [11.35i]$$

Con queste grandezze è possibile riformulare l'equazione dinamica del *vane* nel modo seguente:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\lambda} U \frac{d\beta}{dt} + \frac{U^2}{\lambda^2} (\beta - \alpha) = 0 \quad [11.36]$$

Come nel caso dell'anemometro a coppe, possiamo studiare il comportamento dinamico del *vane*, che si presenta come un oscillatore smorzato, in funzione di diversi segnali di *input*, il più interessante dei quali è un gradino. Questa non è solo un'analisi teorica del comportamento del *vane*, ma è anche la metodica abituale utilizzata in galleria del vento per determinarne le caratteristiche. In pratica, si posiziona un *vane* nel flusso d'aria e lo si tiene bloccato in modo tale che presenti un angolo d'attacco voluto. Ad un certo istante lo si lascia libero e si registra la sua risposta e con ciò si è realizzato un reale *input* a gradino. Si ipotizzi quindi che al *vane* venga applicato un segnale di *input* a gradino $\alpha(t)$ del tipo:

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t < 0 \\ \alpha & \text{per } t \geq 0 \end{cases} \quad [11.37a]$$

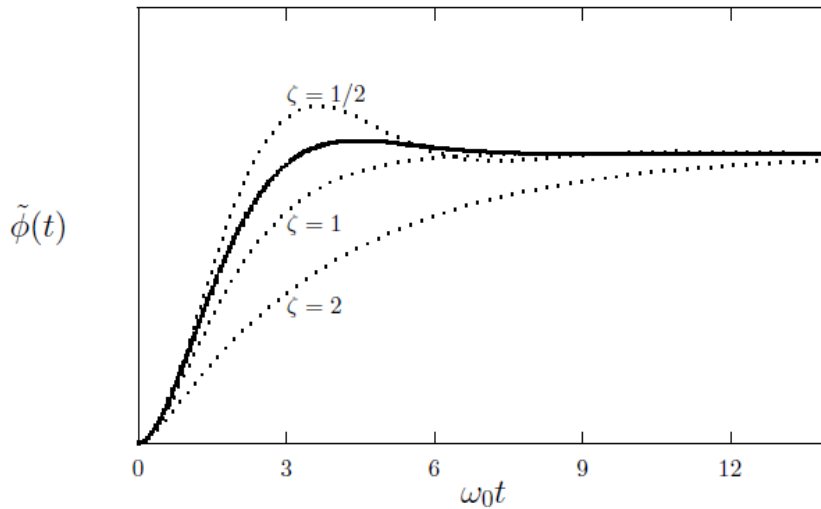


Fig. 11.13: risposta di un *vane* ad un input a gradino (Kristensen, 1994)

La risposta del *vane* è un angolo di rotazione Φ che si ottiene integrando l'equazione (11.36). Sulla base dell'analisi di Kristensen (1994) l'*output* che si ottiene è dato dalle complesse relazioni seguenti che, come si nota nella **Fig. 11.13**, dipende in modo determinante dal rapporto di smorzamento ζ :

$$\Phi(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_0 t} \left\{ \cos(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_0 t) \right\} \quad \text{se } 0 \leq \zeta < 1 \quad [11.37b]$$

$$\Phi(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_0 t} \cdot \{1 + \omega_0 t\} \quad \text{se } \zeta = 1 \quad [11.37c]$$

$$\Phi(t) = 1 - 1 - e^{-\zeta\omega_0 t} \left\{ \cosh(\sqrt{\zeta^2 - 1} \cdot \omega_0 t) + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \sinh(\sqrt{\zeta^2 - 1} \cdot \omega_0 t) \right\} \quad \text{se } 1 < \zeta < \infty \quad [11.37d]$$

In particolare, quando $\zeta \geq 1$, l'*output* cresce col tempo in modo simile alla risposta di un sensore del primo ordine, mentre quando $0 < \zeta < 1$ l'*output* è un'oscillazione smorzata. Nella figura, in

grassetto è disegnata la risposta relativa ad un *vane* che è caratterizzato da $\zeta = 1/\sqrt{2}$. Questo valore di *rapporto di smorzamento* garantisce il miglior compromesso tra una risposta veloce ed un minimo *overshoot*.

Sulla base di questa analisi, è possibile determinare sperimentalmente i parametri ω_0 e ζ di un *vane* di interesse. Applichiamo in galleria del vento al *vane* da studiare un ingresso a gradino come abbiamo brevemente discusso poco sopra e registriamo la sua risposta. Ciò che otterremo sarà una variazione angolare del tipo rappresentato in **Fig. 11.14** da cui è facile determinare h , che è l'estensione della prima sovra-elongazione (*overshoot*) rispetto al valore a regime che ha luogo all'istante $t_{\max}$, e il tempo in corrispondenza del quale si ha il primo minimo della risposta τ_d , detto *damped period*.

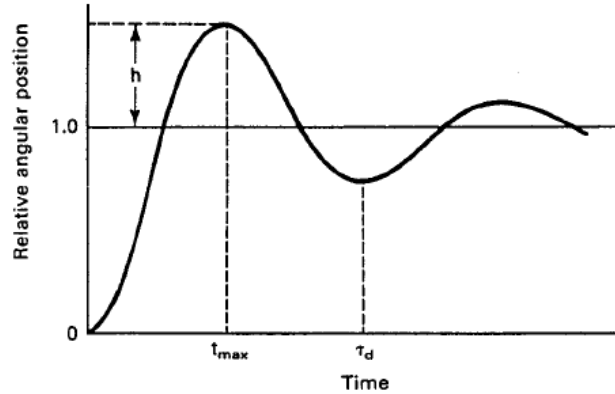


Fig. 11.14: output di un *vane* posto in galleria del vento e sottoposto ad un input a gradino

Si può dimostrare, impiegando la soluzione dell'equazione dinamica del *vane* in corrispondenza di un *input* a gradino e ricercando le rappresentazioni analitiche delle variabili h e τ_d , che:

$$h = \exp\left(\frac{-\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \quad [11.38a]$$

e quindi che:

$$\zeta = \frac{\ln h}{\sqrt{\pi^2 + (\ln h)^2}} \quad [11.38b]$$

Nota τ_d e ζ , si può dimostrare che:

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega_0} = \tau_d \sqrt{1-\zeta^2} \quad [11.38c]$$

e quindi:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\tau_d \sqrt{1-\zeta^2}} \quad [11.38d]$$

In questo modo è stato completamente caratterizzato il comportamento dinamico del *vane*.

11.1.2.3 Stima della varianza della componente trasversale del vento

Un quesito che è lecito porsi è se sia possibile stimare dalle misure prodotte da un *wind vane* la varianza della velocità trasversale del vento e quale incertezza sia intrinseca a tale stima. Da quanto si è detto sulla dinamica dello strumento, questa stima parrebbe abbastanza critica. Kristensen (1994) ha affrontato il problema sviluppando puntigliosamente tutti i calcoli necessari di cui presentiamo solo una breve sintesi.

Usando la *risposta naturale* del *vane* λ ed il *rapporto di smorzamento* ζ per descrivere la dinamica del sensore, dall'equazione dinamica del *vane* possiamo ottenere una relazione per la

varianza della direzione del vento. Essa risulta piuttosto complicata, dipende dalla densità spettrale della componente trasversale del vento $F_v(k)$ (k è il numero d'onda) ed è così espressa:

$$U^2 \overline{\beta^2} = \overline{v^2} + 2 \int_0^\infty \frac{2 \cdot (1 - 2\zeta^2) \lambda^2 k^2 - \lambda^4 k^4}{(1 - \lambda^2 k^2)^2 + 4\zeta^2 \lambda^2 k^2} F_v(k) \cdot dk \quad [11.39a]$$

Considerazioni legate al fatto che la lunghezza integrale di scala per la componente trasversale del vento è molto maggiore di λ portano a ritenere che per la densità spettrale $F_v(k)$ si possa impiegare l'espressione valida nell'*Inertial Subrange*. In questo caso, la relazione precedente si semplifica e si può ottenerne una che lega tra loro la varianza della componente trasversale del vento e $U^2 \overline{\beta^2}$ che ne sarebbe la stima naturale. Tale relazione è così espressa:

$$\overline{v^2} - U^2 \overline{\beta^2} = \frac{4}{3} \alpha_v (\varepsilon \lambda)^{2/3} \cdot \{h(\zeta) - 2(1 - 2\zeta^2) \cdot g(\zeta)\} \quad [11.39b]$$

in cui ε è il tasso di dissipazione media di energia cinetica turbolenta e α_v è la costante di Kolmogorov per la componente trasversale del vento. Essa indica come la stima naturale della varianza della componente orizzontale del vento realizzata da un *vane* sia affetta da un errore espresso dalla parte destra della relazione in cui compaiono, oltre alla risposta naturale del *vane* anche due funzioni piuttosto complesse, entrambe dipendenti solo del *rapporto di smorzamento*, le cui espressioni analitiche sono fornite da Kristensen (1994) e riportate nella **Fig. 11.15**.

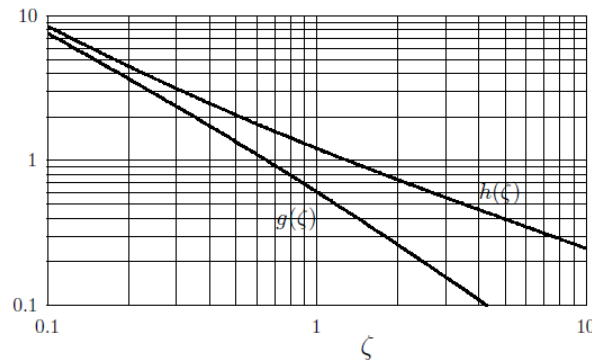


Fig. 11.15: grafico delle funzioni $h(\zeta)$ e $g(\zeta)$

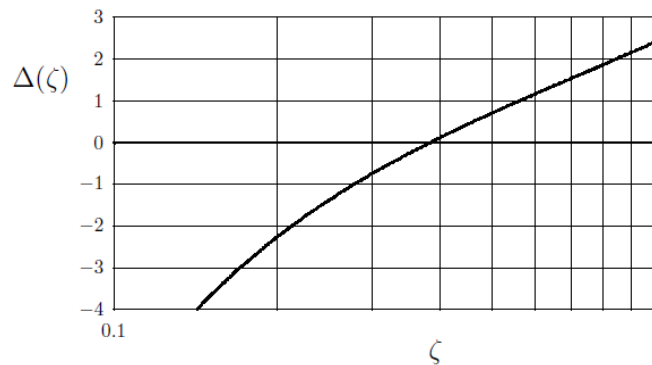


Fig. 11.16: grafico della funzione $\Delta(\zeta)$

Nella **Fig. 11.16** è riportata invece la funzione:

$$\Delta(\zeta) = h(\zeta) - 2(1 - 2\zeta^2) \cdot g(\zeta) \quad [11.39c]$$

da cui risulta chiaro che quando ζ è inferiore ad un valore $\zeta_0 < 1/\sqrt{2}$, la *perdita* di varianza è *negativa*, cioè la stima della varianza fatta dal *vane* è superiore a quella reale. Kristensen dimostra

che $\zeta_0 \approx 0.3811$. In sostanza si può vedere come la stima della varianza della componente trasversale della velocità del vento determinata dalle misure fornite da un *wind vane* sia piuttosto critica e dipenda moltissimo dalle caratteristiche costruttive del singolo sensore.

11.1.2.4 Osservazioni conclusive

Alla luce di quanto esposto, il *wind vane*, di fronte ad una variazione istantanea della direzione del vento, risponde con una risposta oscillante e ciò è consistente con la sua natura di *strumento del secondo ordine*. Come accade anche nel caso di tutti gli altri strumenti di questo tipo, la banderuola è caratterizzata da una *frequenza caratteristica*, cioè una frequenza nel segnale di ingresso (la direzione del vento) in corrispondenza della quale le oscillazioni della banderuola aumentano progressivamente di ampiezza, sino a raggiungere una situazione di equilibrio dominata da altri fenomeni (ad esempio, la resistenza indotta dal flusso medio del vento). Come già detto a proposito dei sensori del secondo ordine, anche il *vane* presenta la sgradevole caratteristica di amplificare e sfasare in maniera diversa le differenti armoniche di cui si compone il segnale di direzione del vento. Per minimizzare ciò è opportuno scegliere in modo accurato i sensori in base al valore dei due parametri λ e ζ . In particolare, dato che è opportuno avere ω_0 il più alto possibile, è indispensabile che λ sia il minimo possibile (frequentemente, nei sensori commercialmente disponibili, λ assume valori dell'ordine di $1 \div 2$ m). Per quanto riguarda ζ , è facile vedere che valori appropriati stanno attorno a 0.6. Si noti come gli anemometri a banderuola realizzati per il supporto al controllo del volo siano caratterizzati da masse notevolmente elevate (in particolare proprio in corrispondenza della banderuola). Per questo, essi hanno una frequenza propria di oscillazione mediamente piuttosto bassa e che cade in una regione dello spettro della direzione del vento di regola molto intensa nelle situazioni reali. Se il vento medio non è molto elevato, l'azione smorzante di questo sulle oscillazioni non è sufficiente ad arrestare la risonanza, che fa compiere alla banderuola oscillazioni di ampiezza anche superiore ai 25° . Basta questa constatazione per sconsigliare in modo categorico l'impiego degli anemometri a coppe e banderuola di costruzione non accurata per compiere misure di vento utili in micrometeorologia.

Da ultimo, va notato che, per quanto bassi, gli attriti possono impedire al *vane* di spostarsi in condizioni di vento basso e pertanto il sensore registra una direzione di provenienza del vento errata. Esiste anche per i *vane* quindi una *velocità di avvio*, come nel caso degli anemometri a coppe, e spesso è dello stesso ordine di grandezza, rendendo problematico l'uso del *vane* in siti caratterizzati da venti deboli.

11.1.3 L'ANEMOMETRO AD ELICA (PROPELLER)

Nel marzo del 1967 il prof. G.C. Gill e due suoi studenti (J. Bradley e J. Sela) dell'Università del Michigan presentarono al Meeting Annuale dell'American Meteorological Society una memoria che descriveva dettagliatamente un nuovo tipo di anemometro che ha accompagnato per anni i pionieri della ricerca micrometeorologica sperimentale. Successivamente, Gill (1975) ha presentato uno studio dettagliato e puntiglioso di questo tipo di anemometro che si basa su una geniale idea di fondo: l'uso di un'elica in sostituzione delle coppe (**Fig. 11.17**).

La versione più semplice di un anemometro di questo tipo è costituita da un'elica ad n pale calettata su di un albero, la cui velocità di rotazione è convertita in una corrente elettrica leggibile per mezzo di un opportuno trasduttore (tipicamente una dinamo tachimetrica). Di per sé l'elica misura agevolmente un vento parallelo al proprio asse di rotazione e questa, che può sembrare una limitazione, ha stimolato fin dal principio una serie di possibili soluzioni tecniche.

La prima soluzione è un'elica montata sopra un *vane* che la mantiene parallela alla direzione del vento. Questa soluzione (**Fig. 11.18**) è ancora estremamente attuale ed è molto impiegata sia in postazioni di tipo aeronautico che nelle normali postazioni meteorologiche.



Fig. 11.17: tipico propeller di forma elicoidale (R.M. YOUNG Company)



Fig. 11.18: propeller integrato in un vane (R.M. YOUNG Company)



Fig. 11.19: propeller triassiale Gill UVW (R.M. YOUNG Company)

La soluzione tecnica più famosa, a tutti nota come *Gill propeller UVW*, è in realtà anche la soluzione tecnica più semplice e più logica: il vento è un vettore che può essere decomposto in tre componenti cartesiane ortogonali, quindi era logico costruire un sistema di bracci tra loro perpendicolari (un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, insomma), uno verticale, gli altri orizzontali, alle cui estremità era posta un'elica che misurava la componente del vettore vento lungo la direzione del singolo braccio (**Fig. 11.19**). Questo geniale apparato, dotato di eliche molto leggere, ha consentito lo sviluppo della fase pionieristica degli studi micrometeorologici.

11.1.3.1 Il modello di un propeller

Flusso assiale dell'aria

Consideriamo l'elica singola a quattro pale come mostrato in **Fig. 11.17** (è il disegno classico, di fatto l'unico attualmente impiegato) che ruota su un perno fisso. Immaginiamo, poi, che l'asse del *propeller* sia esattamente parallelo al flusso delle masse d'aria. Lasciata libera, l'elica ruota con una velocità di rotazione proporzionale alla velocità dell'aria. Per rendersi conto del meccanismo che determina questa rotazione, adottiamo un modello fisico estremamente semplice illustrato nella **Fig.11.20** (Wyngaard, 1981; Busch e al, 1982; Davis e Weller, 1982).

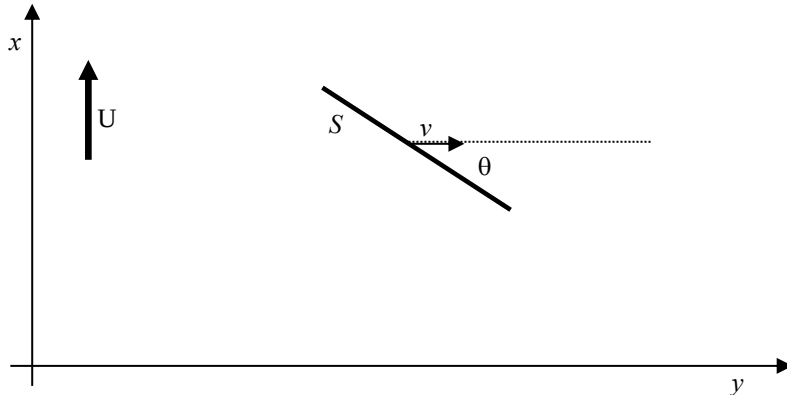


Fig. 11.20: schema di principio della superficie aerodinamica rappresentante l'elica

Come si vede, il vettore vento $\mathbf{U}$ è diretto secondo l'asse x e l'elica è rappresentata solo da una superficie aerodinamica S sottile che può spostarsi solo nella direzione y con una velocità v . L'inclinazione θ rispetto all'asse y (*pitch angle*) è tale per cui la velocità v risulta positiva. La velocità relativa tra aria e superficie aerodinamica è un vettore $\mathbf{U}_r$ il cui modulo è:

$$U_r = \sqrt{U^2 + v^2} \quad [11.40a]$$

e la cui direzione è quella indicata nella **Fig. 11.21**.

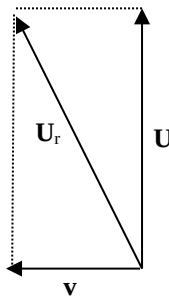


Fig. 11.21: velocità relativa dell'aria rispetto alla superficie aerodinamica

In condizioni stazionarie, la velocità dell'aria risulta quasi parallela alla superficie aerodinamica; più precisamente tra la direzione dell'aria e la superficie aerodinamica viene ad instaurarsi un angolo α (*angolo di attacco del vento*) pari a:

$$\alpha = \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \tan^{-1} \left(\frac{v}{U} \right) \quad [11.40b]$$

A causa dell'azione del moto dell'aria, sulla superficie aerodinamica agiscono tre forze distinte:

- una forza di drag diretta secondo l'asse y , perpendicolare alla direzione del vento e bilanciata dall'asse di rotazione;
- una forza di lift parallela alla direzione del moto, il cui modulo è pari a:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho A C_L(\alpha) \cdot (U^2 + v^2) \quad [11.40c]$$

Il coefficiente di *lift* C_L dipende dall'angolo di attacco α , mentre con A si è indicata l'area della superficie aerodinamica e con ρ la densità dell'aria. Per piccoli valori dell'angolo di attacco, si ha che:

$$C_L(\alpha) = C_{L0} \alpha \quad [11.40d]$$

- il fatto che l'elica sia incernierata sull'asse di rotazione comporta che si eserciti sull'elica una forza di attrito F_f proporzionale a v , cioè:

$$F_f = \mu v \quad [11.40e]$$

dove μ è un'opportuna costante.

Il bilancio delle tre forze agenti sulla superficie aerodinamica esposta al vento U è pari a:

$$\frac{1}{2} \rho A C_{L0} \alpha \cdot (U^2 + v^2) - \mu v = 0 \quad [11.41a]$$

cioè che:

$$\left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \tan^{-1} \left(\frac{v}{U} \right) \right] \cdot (U^2 + v^2) - \frac{2\mu}{\rho A C_{L0}} v = 0 \quad [11.41b]$$

Se ipotizziamo per semplicità che $\mu = 0$, si ha che:

$$\frac{v}{U} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad [11.41c]$$

La superficie aerodinamica non è libera di spostarsi lungo l'asse y . Se si considera un suo punto a distanza r dall'asse di rotazione, tale punto si sposterà lungo la superficie ad una velocità v ed il risultato netto di ciò è che l'elica girerà con una velocità di rotazione ω tale che:

$$v = r\omega \quad [11.42a]$$

Se il modulo U del vettore vento è costante (il vento è stazionario), perché l'elica giri ad una velocità di rotazione ω costante, è necessario che:

$$r\omega = U \cdot \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad [11.42b]$$

e ciò lo si ottiene con un profilo elicoidale. Da questa relazione si nota come questo modello estremamente semplificato di *propeller* conduca ad una *relazione lineare* tra la velocità di rotazione dell'elica e la velocità del vento parallelo all'asse di rotazione. In pratica, un *propeller* elicoidale di raggio R ha una curva di calibrazione del tipo:

$$U = KR\omega + \Delta u_f \quad [11.43]$$

dove K è un'opportuna costante e Δu_f è un termine (dell'ordine di $0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) che tiene conto dell'attrito dei cuscinetti su cui avviene la rotazione. Entrambi questi coefficienti si determinano calibrando il *propeller* in galleria del vento. In generale, la costante K è scritta come il prodotto di due costanti, una costante k che tiene conto degli attriti e la costante γ_R nota come *pitch factor* che nei *propeller* attualmente impiegati è pari a 0.411. Questa curva di calibrazione, come si è visto nel caso dell'anemometro a coppe, è valida solo per velocità del vento superiori ad un valore minimo, al di sotto del quale l'elica non si muove (*starting speed*).

Flusso non assiale dell'aria

Queste considerazioni sono state fatte ipotizzando una velocità del vento parallela all'asse di rotazione dell'elica e ciò è abbastanza vicino alla realtà quando il *propeller* è montato direttamente su un *wind vane* che lo mantiene orientato nella direzione del vento medio. Se così non fosse, la teoria sviluppata ci dovrebbe indicare anche come il *propeller* risponda ad un vento non assiale. Infatti, se il vettore vento di modulo U possiede una componente u_x in direzione dell'asse di rotazione dell'elica e u_y nella direzione perpendicolare ad esso, si avrà un angolo di attacco pari a:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{u_y}{u_x} \right) \quad [11.44a]$$

In questo caso, la risposta del propeller sarà:

$$S(\theta) = k\gamma_R \frac{R\omega}{U - \Delta u_f} \quad [11.44b]$$

dove questa funzione dovrebbe essere esattamente pari a $\cos(\theta)$. In realtà, le calibrazioni in galleria del vento hanno evidenziato come ciò non sia vero, cosa che evidenziata anche nella **Fig.11.22**.

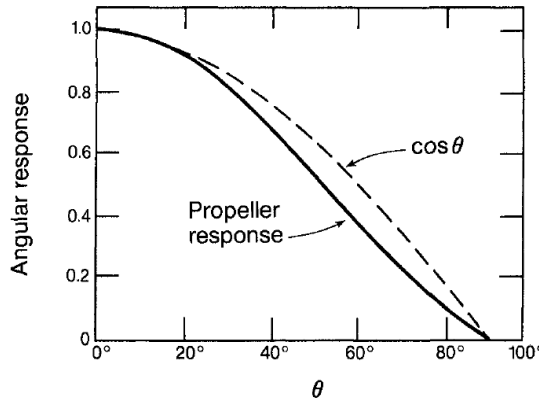


Fig. 11.22: risposta angolare del propeller

Questa risposta può essere approssimata (Busch e al., 1982) con un'espansione polinomiale in $\cos(\theta)$ del tipo:

$$S(\theta) = \cos \theta \cdot \sum_{j=0}^3 b_j \cos(\theta^{2j}) \quad [11.44c]$$

dove $b_0 = 0.656$, $b_1 = 0.408$, $b_2 = 0.064$ e $b_3 = -0.128$. Il fatto che la risposta angolare non sia cosinusoidale implica che l'angolo di attacco debba essere noto a priori per poter determinare la componente assiale del vento e ciò costituisce un problema pratico quando si usa il *propeller* triassiale. Su questo argomento ritorneremo tra poco.

Una situazione estrema è sperimentata dall'elica dedicata alla misura della componente verticale del vento nella configurazione tridimensionale. Di regola, tale componente è molto minore in valore assoluto della componente orizzontale (tipicamente, il 10% del valore delle componenti orizzontali) e per questa ragione, l'elica usata per la misura verticale si trova con maggior frequenza delle altre in condizioni prossime allo stallo, cosa che induce mediamente una sotto-stima sistematica. Per compensarla, la correzione normalmente utilizzata è:

$$W_{\text{corretta}} = 1.25 \cdot W_{\text{acquisita}} \quad [11.44d]$$

Se si considera la configurazione triassiale UVW del *propeller*, si nota come durante il funzionamento questo sensore produca, una volta utilizzata la appropriata curva di calibrazione, una terna di valori (u , v , w) che rappresentano le tre componenti vento *sentite* dalle tre eliche, che, per quanto detto, di norma differiscono dalle tre componenti reali. Operativamente, per prima cosa si

applicherà sulla componente verticale la correzione (11.44d) e successivamente si cercherà di correggere le tre componenti per la risposta non cosinusoidali. Questa correzione, per poter essere applicata, ha bisogno della conoscenza dell'angolo di attacco del vento per ciascun asse di rotazione, cosa che non è possibile conoscere a priori. Operativamente si può operare in vari modi come illustrato in Bowen e Teunissen (1986), Massman e Zeller (1988) e soprattutto in Horst (1973). Sfortunatamente tali metodi sono di tipo iterativo e scomodi da utilizzare. Nella **Fig. 11.23** viene presentata una routine FORTRAN che implementa il modello di Horst e che si basa sulle misure realizzate in galleria del vento con un *propeller UVW* Gill con eliche in polipropilene (modello 08274 con diametro di 22 cm).

**METODO DI HORST PER LA CORREZIONE DELLA RISPOSTA NON - COSINUSOIDALE
DELL'ANEMOMETRO GILL UVW**

La routine (**GILL_COR**) richiede in ingresso i valori v_x, v_y, v_z corrispondenti rispettivamente alle due componenti orizzontali del vento ed alla componente verticale. Eseguiti i calcoli, la routine sostituisce ai precedenti i valori corretti. Il processo è di tipo iterativo e si è ipotizzato di iterare non più di 6 volte, cosa che, alla luce delle esperienze, è risultata soddisfacente. Nel DATA della routine sono contenuti i coefficienti correttivi ottenuti in galleria del vento per le eliche realizzate dalla Gill in polipropilene, modello 08274 (diametro 22 cm). Per altri tipi di eliche sono disponibili presso il costruttore analoghi coefficienti sperimentali.

```
!      =====
!      Subroutine GILL_COR(VX,VY,VZ)
!      =====
      REAL GILL(101)
      DATA GILL /1.04,5*1.05,1.06,2*1.07,1.08,1.09,1.1,1.11,1.12,1.13,    &
1.15,1.16,1.18,1.19,1.21,1.23,1.24,2*1.25,3*1.26,3*1.25,1.26,1.27,    &
1.28,3*1.29,1.28,1.29,1.3,1.29,1.27,1.24,1.22,1.19,1.16,1.12,1.06,    &
1.,.94,.96,2*1.,1.09,1.46,1.62,1.55,1.52,3*1.51,3*1.5,1.49,1.47,    &
1.46,1.48,1.5,1.49,1.47,1.44,1.42,1.4,1.37,1.34,1.32,1.31,1.3,1.29,    &
1.28,1.27,1.26,1.25,1.22,1.2,1.18,1.16,1.14,1.12,1.1,1.09,1.08,    &
1.07,1.06,1.05,1.04,1.03,2*1.02,1.01,1./

      N = 0
      IX = 1
      IY = 1
      IZ = 1
      VXX = VX
      VYY = VY
      VZZ = VZ
      DO i=1,6
        VX = VXX*GILL(IX)
        VY = VYY*GILL(IY)
        VZ = VZZ*GILL(IZ)
        IF(vx .EQ. 0. .AND. vy .EQ. 0. .AND. vz .EQ. 0.) RETURN
        SMOD = (VX**2 + VY**2 + VZ**2)**.5
        IIX = INT(VX*50./SMOD)+51
        IIY = INT(VY*50./SMOD)+51
        IIZ = INT(VZ*50./SMOD)+51
        IF((ABS(IIX-IX).GT.2).OR.(ABS(IIY-IY).GT.2).OR.(ABS(IIZ-IZ).GT.2)) Then
          N = N+1
          IX = IIX
          IY = IIY
          IZ = IIZ
        Else
          RETURN
        Endif
      End DO
      END
```

Fig. 11.23: Routine FORTRAN per la correzione iterativa delle tre componenti del vento

11.1.3.2 Caratteristiche dinamiche del propeller

Se il vento è allineato con l'asse di rivoluzione dell'elica, l'equazione di moto del *propeller* sostanzialmente è quella di un sensore del primo ordine. Infatti, se il *propeller* si trova in un flusso d'aria a velocità costante U , si porrà in rotazione ad una velocità angolare Ω costante data dalla curva di calibrazione (si è ignorato il termine Δu_f):

$$U = KR\Omega = \ell\Omega \quad [11.45a]$$

Una variazione u della velocità dell'aria comporterà una variazione ω della velocità di rotazione del *propeller* e tra le due grandezze varrà la relazione tipica di un sensore lineare del primo ordine che può essere espressa da (Kristensen, 1994):

$$\tau_0 \frac{d\omega}{dt} + \omega = \frac{u}{\ell} \quad [11.45b]$$

cui corrisponde una funzione di trasferimento:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + (\tau_0\omega)^2} \quad [11.45c]$$

dove ω è la frequenza angolare (rad s^{-1}). Il fatto che *la singola elica sia un sensore del primo ordine* comporta che la configurazione monoelica del *propeller* inserita su un *wind vane* non soffra troppo dei problemi riscontrati con l'utilizzo del *vane*. Nel caso in cui si consideri la configurazione tridimensionale, possiamo a tutti gli effetti ipotizzare che, a parte le correzioni per la risposta non cosinusoidali, le tre componenti del vento siano misurate ciascuna con uno strumento del primo ordine. Infatti, in **Fig. 11.24** viene confrontata la risposta in frequenza dell'elica verticale di un Gill UVW con la risposta tipica di un sensore del primo ordine e tale confronto evidenzia quanto le due siano vicine.

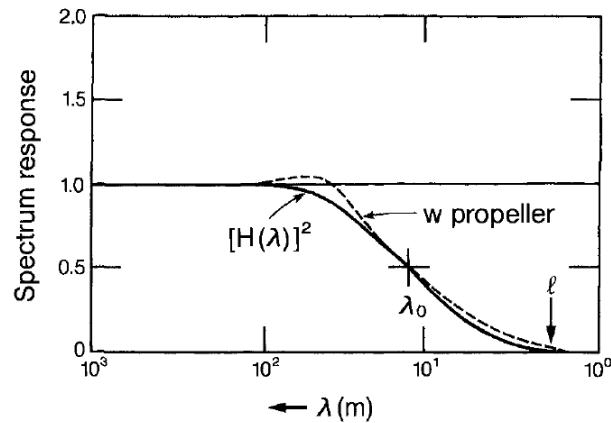


Fig. 11.24: confronto tra la risposta in frequenza dell'elica verticale di un Gill UVW e quella di un sensore del primo ordine con $\lambda = 2\pi U/\omega$ e $\lambda_0 = 2\pi L$ (Kaimal e Finnigan, 1994)

Come per ogni sensore del primo ordine, anche per l'anemometro ad elica può essere definita una *distance constant* L pari a:

$$L = \tau_0 U \quad [11.45d]$$

Accurate misure in galleria a vento (McBean, 1972) hanno fornito attendibili valori per L ed hanno evidenziato la sua dipendenza dall'angolo θ tra la direzione del vento e l'asse dell'elica (circa 1.2 m per θ pari a 30° e 1.5 m per θ pari a 60°). Dai dati riportati è facile ottenere la relazione semiempirica seguente:

$$L = 2.2 - 1.1352 \cos(\theta) \quad [11.45e]$$

Tuttavia, Fichtl e Kumar (1974), confermati sostanzialmente anche da Hicks (1972), hanno evidenziato un aspetto importantissimo del problema che spiega come il *Gill UVW* sia un ottimo sensore per la misura delle fluttuazioni delle componenti cartesiane del vento e quindi della turbolenza atmosferica. Essi, interpretando i risultati sperimentali ottenuti in campo, hanno evidenziato come nelle misure di turbolenza non sia appropriato considerare L come parametro descrittivo della dinamica del sensore. Viceversa hanno individuato un suo corrispettivo, che indichiamo come L_t , da usarsi soprattutto nell'analisi delle misure della componente verticale del vento, che può essere espresso nel modo seguente:

$$L_t = \frac{1.08}{2\pi} \left(\frac{\sigma_w}{U} \right)^{1/3} \left[1 + \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_w} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{\sigma_w} \right)^2 + \left(\frac{U}{\sigma_w} \right)^2 \right]^{1/2} \quad [11.45f]$$

Come evidenziato dagli Autori, i valori di L_t che si ottengono con questa relazione risultano pari a circa un quarto dei valori tipici di L e ciò significa che l'anemometro presenta una maggiore *rapidità* nell'adeguarsi alle fluttuazioni turbolente che a passare da una situazione di riposo ad una situazione di equilibrio. Questa inaspettata proprietà ha consentito al *tripropeller* di essere il protagonista (prima dell'avvento massiccio dell'anemometro ultrasonico) di molte campagne micrometeorologiche svolte con successo nel recente passato. Tuttavia questa affermazione non risulta universalmente condivisa. Infatti Kaimal e Finnigan (1994) hanno discusso nuovamente il problema e anche in questo caso risulta evidente il buon comportamento dell'anemometro *Gill UVW* nella misura della turbolenza. Tuttavia, gli Autori hanno sottolineato come, per la componente verticale del vento, tale anemometro si comporti come un filtro passa basso *RC* con una lunghezza caratteristica dell'ordine di 0.8 m. Anche se meno ottimistica delle previsioni della (11.45e), questo valore può annoverare il *Gill UVW* tra i sensori utilizzabili per quantificare la turbolenza atmosferica.

11.1.3.3 Osservazioni conclusive

I vantaggi degli anemometri ad elica rispetto agli anemometri a coppe, o meglio rispetto alla coppia *cup/vane*, si possono così riassumere:

- a parità di condizioni di moto e per angoli di attacco sufficientemente lontani dalla regione di stallo, le forze di portanza sono molto superiori a quelle di resistenza e ciò rende possibile costruire anemometri con una risposta spesso più rapida di quanto accada per gli anemometri a coppe;
- se le eliche sono abbastanza leggere, la soglia di attivazione risulta molto ridotta e la prontezza dello strumento notevolmente elevata, tanto da permettere l'uso dell'anemometro ad elica (triassiale) come misuratore delle fluttuazioni turbolente delle tre componenti cartesiane del moto;
- nel caso particolare degli anemometri ad elica mono-assiali, la rotazione dell'elica produce un momento che contribuisce a smorzare le oscillazioni della banderuola, migliorando la risposta complessiva dello strumento alle variazioni della direzione del vento.

L'inerzia (spesso piccola) delle parti rotanti agisce sul segnale di ingresso sostanzialmente come un filtro passa-basso. Nelle applicazioni più tradizionali, questa caratteristica non comporta particolari conseguenze. Negli studi sulla turbolenza atmosferica, questo filtraggio comporta due effetti: il primo effetto, estremamente benefico, è costituito dalla diminuzione del rumore strumentale, mentre il secondo, meno positivo, tuttavia di entità ridotta, consiste nella *sottostima* sistematica delle varianze e delle covarianze.

11.1.4 L'ANEMOMETRO ULTRASONICO

L'anemometro ultrasonico triassiale è attualmente lo strumento principe per lo studio della turbolenza atmosferica e, nella versione più diffusa, non è solo uno strumento per la misura delle componenti del vento e ma anche della temperatura dell'aria. Paradossalmente l'idea su cui si basa l'anemometro ultrasonico non è molto recente ed è basata sul fatto che la velocità del suono in aria è alterata dalla velocità del vento e dalla temperatura e umidità dell'aria stessa. Pur essendo ben noto tutto ciò, la realizzazione di un anemometro (e di un termometro) basato su questo principio è stata lungamente ostacolata da una serie di difficoltà tecniche che sono state superate solo grazie all'avvento della nuova tecnologia elettronica ed informatica. Il primo uso noto dell'antennato di un anemometro di questo tipo nella misura della turbolenza del *PBL* è documentato nel famoso Progetto Prairie Grass condotto nella metà degli anni '50 (Barad, 1958). Chi lo ha proposto fu V.E. Suomi dell'Università del Wisconsin. Quasi contemporaneamente, Bovsheverov, Voronov e Gurvich (Monin e Yaglom, 2007a) svilupparono all'Università di Mosca nel 1958 un prototipo di anemometro sonico molto simile al disegno attuale. Da allora questo strumento si è sviluppato lentamente, interiorizzando le tecnologie elettroniche più attuali e realizzando una continua ingegnerizzazione sia della sua struttura meccanica che di quella elettronica. È poi entrato nell'uso comune in micrometeorologia grazie ad un nutrito numero di ricercatori, su cui sventa principalmente J.C. Kaimal che ha avuto il merito di portarlo al livello tecnologico attuale, e ad una serie di realizzazioni industriali di altissimo livello. Lo sviluppo di questo strumento è tuttora attivo ed è finalizzato, da un lato, al miglioramento delle prestazioni degli esemplari dedicati al mondo della ricerca (Nosov e al., 2019; Ma e al. 2020) e dall'altro alla realizzazione di strumenti *low-cost* e miniaturizzati (Han D., e al. 2008; Ghahramani e al., 2019). Come esempio significativo di ciò val la pena sottolineare come attualmente è stato costruito ed è disponibile commercialmente un anemometro ultrasonico triassiale miniaturizzato (TrisonicaTM prodotto da AnemomentTM di dimensioni 9.1x9.1x5.2 cm e peso 50 g) che ha consentito il suo uso a bordo di palloni frenati (Nambiar e al. 2020) con i quali è possibile esplorare l'intero *PBL*.

Prima di descrivere nei dettagli questo tipo di anemometro, è opportuno richiamare alcune nozioni relative alla velocità di propagazione di un'onda sonora in aria. Inizieremo innanzitutto considerando un'aria secca, del tutto assimilabile ad un gas perfetto, e successivamente estendendo i ragionamenti all'aria umida.

11.1.4.1 Principi di funzionamento

Nel momento in cui in aria si genera un impulso di pressione, tale impulso produce un'onda di pressione che si propaga all'interno del fluido producendo in esso zone di compressione, dove la densità e la pressione dell'aria aumentano, alternate a zone in cui la densità dell'aria e la pressione diminuiscono. Inizialmente semplifichiamo il quadro di riferimento considerando un tubo cilindrico in cui un pistone viene spostato con un movimento improvviso Δx da sinistra verso destra (**Fig. 11.25a**). A causa di questo spostamento *impulsivo* si viene a creare nel fluido, immediatamente vicino al pistone, un aumento di pressione dp (e quindi anche un aumento di densità dp) che, però, non si propaga istantaneamente in tutti i punti del condotto, visto che il fluido è dotato di inerzia e di elasticità. In questo modo si è creata un'onda di pressione, che ha origine dal pistone e si propaga verso destra, la cui velocità di propagazione c prende il nome di velocità del suono. Per poter determinare questa velocità, consideriamo un osservatore solidale col fronte d'onda (**Fig. 11.25b**): per un tale osservatore è il fluido a muoversi e non il fronte d'onda ed in particolare il fluido si muove da destra verso sinistra. Prima del fronte d'onda la velocità del fluido in questo sistema di riferimento è c mentre dopo il fronte d'onda la velocità è $c - dc$. In questo sistema di riferimento consideriamo un elemento cilindrico infinitesimo di fluido posto a cavallo del fronte d'onda come indicato nella parte *b* della figura.

Per il Principio di Conservazione della Massa, il flusso di massa m (cioè la derivata temporale della massa) che attraversa l'onda nell'unità di tempo deve essere uguale al flusso che

l'onda si lascia alle spalle.

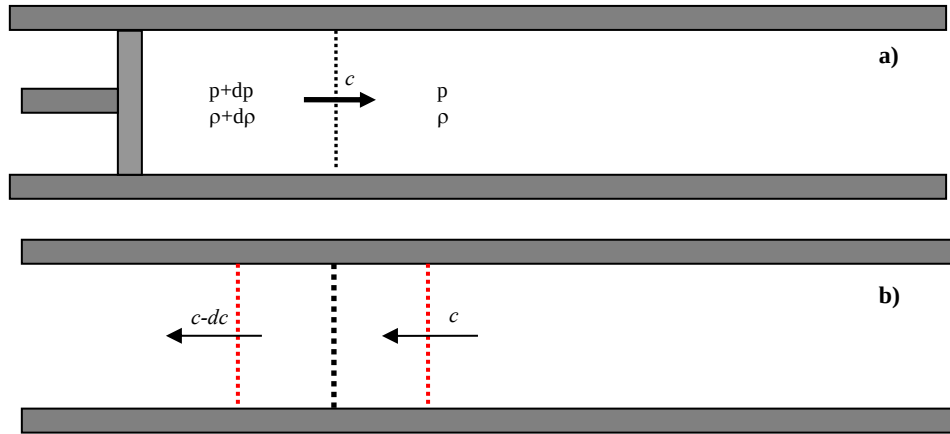


Fig. 11.25: condotto in cui si genera un'onda acustica di pressione (a). La stessa situazione vista da un osservatore solidale col fronte d'onda (b)

Applicando questo principio al cilindrico infinitesimo di aria secca (**Fig. 11.25b**), la variazione della massa col tempo è pari a:

$$\frac{dm}{dt} = \rho c = (\rho + d\rho) \cdot (c - dc) = 0 \quad [11.46a]$$

che, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore, diventa:

$$c \cdot d\rho = \rho \cdot dc \quad [11.46b]$$

Il Principio di Conservazione della Quantità di Moto afferma poi che le forze applicate al cilindro infinitesimo si devono bilanciare. In particolare, sulle due basi del cilindro, che consideriamo ad area unitaria, agirà sia una forza dovuta alla pressione che una forza dovuta al movimento dell'aria. Ipotizzando un intervallo temporale unitario, si ha che la risultante delle forze di pressione è pari a:

$$\Delta F_p = p - (p + dp) \quad [11.46c]$$

mentre la forza di massa sarà pari alla massa contenuta nel cilindretto (approssimativamente pari a ρc) per l'accelerazione, quindi:

$$\Delta F_m = \rho c \cdot [c - (c - dc)] \quad [11.46d]$$

Dato che le due forze si devono bilanciare si ha che:

$$dp = \rho c \cdot dc \quad [11.46e]$$

Le (11.46b) e (11.46e) devono valere contemporaneamente e da esse si ottiene un'espressione per la velocità di propagazione dell'onda sonora, cioè del suono nell'aria, che risulta pari a:

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad [11.47]$$

Questa relazione è vera in generale. Per procedere conviene fare alcune ipotesi. Per prima cosa immaginiamo di considerare l'aria secca costituita prevalentemente da molecole biatomiche (come N_2 , O_2 , ecc.) alla temperatura T . Ed infine, immaginiamo che il processo di propagazione dell'onda sia adiabatico. In questo caso, considerando la legge dei gas perfetti:

$$p = \rho R_d T \quad [11.48a]$$

($R_d = 287.04 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$) ed essendo il processo adiabatico, quindi rimanendo costante l'entalpia,

vale anche la relazione seguente:

$$p = k\rho^{\gamma_d} \quad [11.48b]$$

dove k è una costante e $\gamma_d = 1.404 = C_p/C_v$ (C_p è il calore specifico a pressione costante e C_v il calore specifico a volume costante). Inserendo tutto ciò nella relazione (11.47) si ha che un impulso sonoro generato in un fluido in quiete, cioè una variazione locale di pressione e di densità, si propaga lungo il fluido con la velocità del suono c data dalla legge seguente:

$$c^2 = \gamma_d R_d T = 402.7 \cdot T \quad [11.49]$$

secondo cui il quadrato della velocità del suono è direttamente proporzionale alla temperatura assoluta dell'aria e tutto ciò è vero per l'aria secca.

Esercizio 11.1

I ragionamenti che hanno portato alla definizione della velocità del suono in aria secca possono anche essere rifatti impiegando direttamente le leggi della Fluidodinamica. In questo esercizio facciamo proprio questo, seguendo quanto riportato da Holton (2004, paragrafo 7.11.1).

Il sistema considerato è sempre quello di **Fig. 11.25a**, quindi una generazione ed una propagazione adiabatica di un'onda di pressione longitudinale. In questo caso, però, non assumiamo che la velocità lungo la direzione del cilindro (direzione x) sia nulla, ma sia ad ogni istante pari a u . Le relazioni che descrivono questa situazione adiabatica sono quelle della conservazione della quantità di moto, della massa e del calore che si riducono alle formulazioni seguenti una volta trascurata la rotazione terrestre, la gravità e gli sforzi viscosi:

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (\alpha 1)$$

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (\alpha 2)$$

$$\frac{D \ln \theta}{Dt} = 0 \quad (\alpha 3)$$

dove $D/Dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x$. Ricordando la definizione di temperatura potenziale θ , possiamo eliminare θ dalla ($\alpha 3$), ottenendo:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{D \ln p}{Dt} - \frac{D \ln \rho}{Dt} = 0 \quad (\alpha 4)$$

dove $\gamma = C_p/C_v$. Eliminando poi ρ dalla ($\alpha 2$) e dalla ($\alpha 4$) otteniamo:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{D \ln p}{Dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\alpha 5)$$

Per poter procedere applichiamo la metodologia della *linearizzazione* secondo cui le variabili u , p e ρ sono divise in una porzione costante (sopra-segnata) ed una perturbazione:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \bar{u} + u'(x, t) \\ p(x, t) &= \bar{p} + p'(x, t) \\ \rho(x, t) &= \bar{\rho} + \rho'(x, t) \end{aligned} \quad (\alpha 6)$$

Sostituendo questa ripartizione di variabili nelle relazioni ($\alpha 1$) e ($\alpha 5$), trascurando gli infinitesimi di ordine superiore ed introducendo l'approssimazione:

$$\frac{1}{\bar{\rho} + \rho'} \approx \frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 - \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \right) \quad (\alpha 7)$$

si ottengono le relazioni per le perturbazioni lineari:

$$\frac{Du'}{Dt} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (\alpha 8)$$

$$\frac{Dp'}{Dt} + \gamma \bar{p} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (\alpha 9)$$

dove questa volta $D/Dt = \partial/\partial t + \bar{u} \cdot \partial/\partial x$. Come facilmente si vede, queste due relazioni differenziali si possono compattare nella singola relazione seguente:

$$\frac{D^2 p'}{Dt^2} - \frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}} \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (\alpha 10)$$

che è la forma standard dell'equazione delle onde. Una semplice soluzione che rappresenta un'onda piana che si propaga nella direzione x è:

$$p' = \text{Re}[A \cdot \exp(jk(x - ct))] \quad (\alpha 11)$$

Sostituendola nella relazione ($\alpha 10$), è necessario che:

$$(-jkc + jk\bar{u})^2 - (\gamma \bar{p}/\bar{\rho}) \cdot (jk)^2 = 0 \quad (\alpha 12)$$

cioè:

$$c = \bar{u} \pm (\gamma R \bar{T})^{1/2} \quad (\alpha 13)$$

che, quando il fluido è in quiete, coincide con la (10.49).

Ovviamente siamo interessati alla propagazione di impulsi sonori nell'aria del *PBL* dove coesistono molecole biatomiche (come NO_2 , O_2 , ecc.) con alcune molecole triatomiche come l'acqua. Di fatto, ci troviamo sempre in condizioni di aria umida e in questo caso (Richiardone e al. 2012), detta ρ la densità dell'aria umida, ρ_d la densità dell'aria secca e ρ_v la densità del vapor d'acqua, è evidente che:

$$\rho = \rho_d + \rho_v \quad [11.50a]$$

e le equazioni di stato per l'aria secca ed il vapor d'acqua diventano:

$$\begin{aligned} p_d &= \rho_d R_d T \\ e &= \rho_v R_v T \end{aligned} \quad [11.50b]$$

dove $R_v = 461 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ ed e è la tensione di vapore. Inoltre, la legge di Dalton afferma che:

$$p = p_d + e \quad [11.50c]$$

e per un processo adiabatico valgono ancora le leggi:

$$\begin{aligned} p_d &= k' \rho_d^{\gamma_d} \\ e &= k'' \rho_v^{\gamma_v} \end{aligned} \quad [11.50d]$$

Sulla base di tutto ciò, la relazione (11.47), che legava il quadrato della velocità del suono alla derivata della pressione rispetto alla densità dell'aria, può essere riscritta per l'aria umida con umidità specifica q , assumendo ora a forma seguente:

$$c^2 = \gamma_d R_d T \left[1 + q \left(\frac{\gamma_v R_v}{\gamma_d R_d} \right) \right] = \gamma_d R_d T [1 + 0.529q] = 402.7 \cdot T_s \quad [11.51a]$$

dove T_s è la temperatura sonica, definita come:

$$T_s = T \left[1 + q \left(\frac{\gamma_v R_v}{\gamma_d R_d} \right) \right] = T \cdot (1 + 0.529q) = T \cdot \left(1 + 0.32 \frac{e}{p} \right) \quad [11.51b]$$

Al Capitolo 1 è stata introdotta la *temperatura virtuale* T_v che tiene conto della presenza di vapor d'acqua in aria e che è definita come:

$$T_v = T \cdot \left(1 + 0.38 \frac{e}{p} \right) \quad [11.51c]$$

Confrontando questa definizione con la relazione (11.51b) notiamo come la temperatura sonica praticamente coincida con la temperatura virtuale.

Per concludere, dalla relazione (11.51a) si vede come la velocità del suono in atmosfera (che è la velocità con cui si propaga un impulso di pressione in aria) è tanto maggiore quanto maggiore è la presenza di vapor d'acqua in aria e quanto minore è la pressione della stessa. Dato

che nel *PBL* la temperatura, la pressione ed il contenuto di vapor d'acqua variano continuamente, anche se di poco, attorno ad un valore medio, anche la velocità del suono non potrà essere una costante e proprio da ciò seguiranno importantissime conseguenze.

Esercizio 11.2

Si immagini di inviare un impulso sonoro da un trasmettitore ad un ricevitore separati l'uno dall'altro da una distanza di 20 cm. In questo caso la velocità del suono nell'aria a 20°C e priva di umidità sarà pari a:

$$c = \sqrt{402.7 \cdot 293.15} = 343.6 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

ed il tempo di transito dell'impulso tra trasmettitore e ricevitore sarà pari a:

$$t = 0.2\text{m}/343.6 = 582.07 \text{ } \mu\text{s}$$

A differenza delle onde elettromagnetiche, le onde sonore richiedono un mezzo per essere trasportate e se tale mezzo (l'aria) è in movimento rispetto ad un dato sistema di riferimento, la velocità dell'impulso sonoro varia la propria velocità (sempre relativamente a questo sistema di riferimento) con la velocità del mezzo in cui si propaga, come è stato mostrato nell'*Esercizio 1*. È questo, in pratica, l'unico principio su cui si fonda il funzionamento dell'anemometro sonico.

Per impiegare queste considerazioni nella misura della velocità dell'aria, consideriamo ora due punti su una retta (P_1 e P_2) separati da una distanza d (*path*) ed in cui siano localizzati nel punto P_1 l'emettitore T_1 ed il ricevitore R_2 e nel punto P_2 l'emettitore T_2 ed il ricevitore R_1 . Se T_1 emette un impulso sonoro, R_1 lo riceverà dopo un tempo t_1 e se successivamente T_2 emette un impulso in direzione opposta, R_2 lo riceverà dopo un tempo t_2 . Ipotizziamo poi che l'aria ambiente sia dotata di una velocità istantanea V_d parallela al *path* (**Fig. 11.26**).

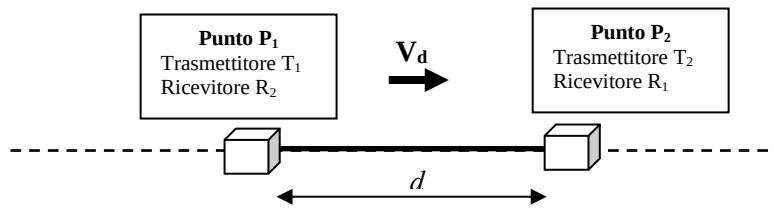


Fig. 11.26: coppia emettitori-ricevitori

Considerando questa geometria e l'effetto di trascinamento determinato dal vento sull'impulso sonico (dimostrato analiticamente nell'*Esempio 1*), si ha che:

$$t_1 = \frac{d}{c + V_d} \quad t_2 = \frac{d}{c - V_d} \quad [11.52a]$$

Perciò i tempi di propagazione dell'impulso sonoro tra emettitore e ricevitore sono proporzionali sia alla velocità del suono in aria (a quelle condizioni di temperatura, umidità e pressione) che alla componente della velocità del vento diretta parallelamente al *path*. Come si vede, i tempi di propagazione degli impulsi t_1 e t_2 risultano diversi tra loro.

Per maggior generalità, si consideri ora la situazione illustrata in **Fig. 11.27** in cui il vettore vento non risulta parallelo al *path*. Come si nota, sono ancora evidenti le due coppie emettitore/trasmettitore, ma questa volta il vento istantaneo risulta sghembo rispetto al *path*. In questo caso, quindi, il vettore vento ha una componente V_d parallela al *path* ed una ad esso perpendicolare V_n . La presenza della componente V_n fa sì che il fascio sonoro venga in un certo senso piegato ed una semplice visualizzazione di ciò è riportata nella parte destra della figura, in cui si individuano i percorsi *apparenti* dei due impulsi sonori, entrambi più lunghi del *path*. Semplici considerazioni geometriche portano alle relazioni seguenti per i tempi di percorrenza dei due impulsi sonori:

$$t_1 = \frac{d}{c \cdot \cos(\alpha) + V_d} \quad t_2 = \frac{d}{c \cdot \cos(\alpha) - V_d} \quad [11.52b]$$

dove $\alpha = \sin^{-1}(V_n/c)$. I due tempi di trasmissione anche in questo caso sono quindi diversi.

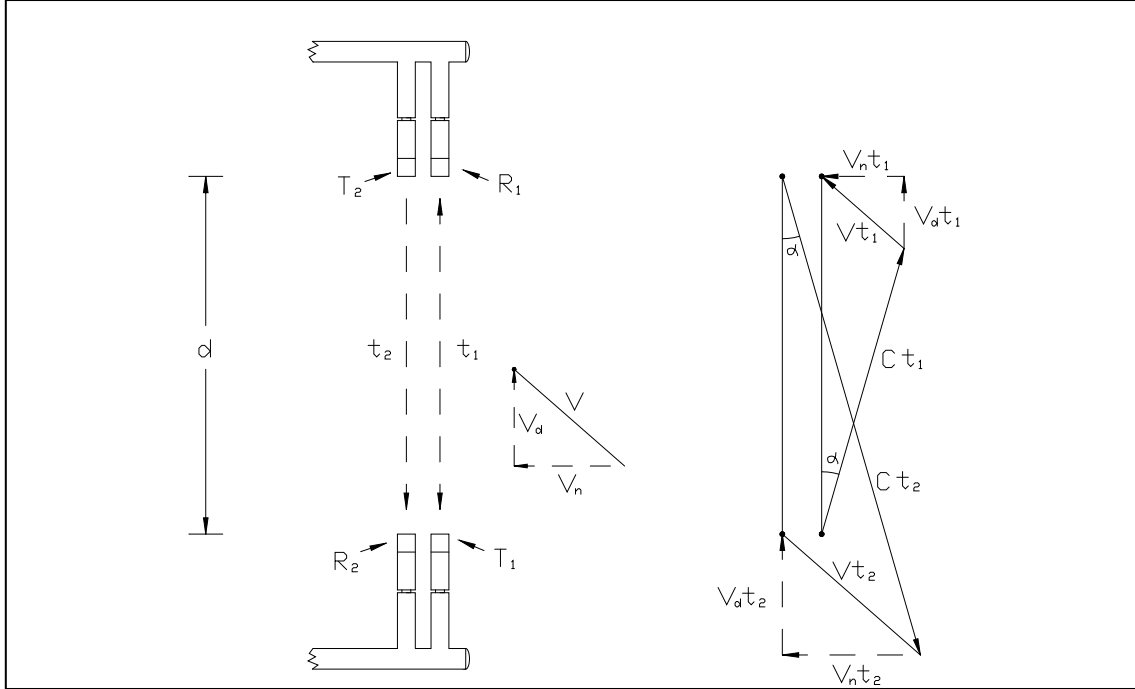


Fig. 11.27: una coppia emettitore/trasmittitore e percorsi apparenti degli impulsi sonori

La prima considerazione che si può fare è che, noti t_1 e t_2 (dell'ordine delle frazioni di millisecondi, con d dell'ordine delle decine di centimetri), è immediato calcolarne la differenza Δt che per le (11.48) porta alla relazione:

$$\Delta t = \frac{2V_d d}{c^2 - V^2} \quad [11.52c]$$

in cui $V^2 = V_d^2 + V_n^2$. Assumendo V^2 molto inferiore a c^2 , la relazione precedente può essere approssimata come:

$$\Delta t = \frac{2d}{c^2} V_d \quad [11.52d]$$

ed evidenzia il fatto che, se la situazione descritta nella **Fig.11.27** fosse tecnicamente realizzabile, si sarebbe ottenuto un misuratore della componente V_d della velocità del fluido in cui è immerso e quindi un assetto tridimensionale di apparati simili porterebbe alla realizzazione di un anemometro triassiale ed è quello che è avvenuto fino alla metà degli anni '60. Il problema però sta nel fatto che, come abbiamo appena detto, la velocità del suono c varia con la temperatura e con l'umidità dell'aria e quindi un anemometro basato su queste considerazioni teoriche varierebbe la propria sensibilità nel tempo, richiedendo continue calibrazioni. E comunque, la teoria fin qui sviluppata conduce solo all'individuazione di un anemometro.

L'avvento di nuove tecnologie elettroniche ha consentito di migliorare la misura dei tempi di propagazione del suono e quindi di sperimentare nuove strade. La più evidente è quella di non impiegare direttamente i tempi di propagazione degli impulsi sonori ma i loro reciproci. In particolare, dalle (11.52b) si possono ottenere le relazioni seguenti:

$$\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{2}{d} V_d \quad [11.53a]$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{2}{d}(c^2 - V_n^2) \quad [11.53b]$$

da cui si ha immediatamente che:

$$V_d = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) \quad [11.53c]$$

relazione lineare tra la differenza dei reciproci dei tempi di propagazione e la componente V_d (direzione parallela al percorso acustico), con una sensibilità dipendente solo dalle caratteristiche costruttive dello strumento. Questa relazione è l'ideale per la definizione di un anemometro e la precisione che attualmente si può raggiungere nella misura di V_d è di 0.005 m/s. La composizione di tre strutture di questo tipo, poste ortogonali tra loro o sghembe, ma non complanari, definisce un vero anemometro triassiale, nella configurazione attuale.

L'individuazione delle tre componenti istantanee del vettore vento non esaurisce le potenzialità dell'anemometro sonico. Infatti, sommando tra loro i reciproci dei tempi di trasmissione degli impulsi sonori t_1 e t_2 , si ottiene facilmente che:

$$c^2 = \frac{d}{4} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)^2 + V_n^2 \quad [11.54a]$$

relazione che suggerisce la possibilità di misurare la velocità del suono. La presenza di V_n non risulta preoccupante in un sistema triassiale perché è sempre calcolabile una volta note le caratteristiche geometriche dell'apparato. Tuttavia dalla relazione (11.51a) si ha che, una volta conosciuta la velocità del suono, è immediato conoscere anche la *temperatura sonica*:

$$T_s = \frac{c^2}{402.7} = T(1 + 0.32 \cdot e/P) \quad [11.54b]$$

che, con un errore ridottissimo ($\pm 0.1^\circ\text{C}$), può essere equiparata alla *temperatura virtuale* definita come $T_v = T \cdot (1 + 0.38 e/P)$. Pertanto, dalla (11.54a) e dalla (11.54b) si ha che:

$$T_s = \frac{d^2}{1612} \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} \right)^2 + \frac{V_n^2}{403} \quad [11.54c]$$

Quindi un tale apparato, non solo è in grado di misurare la velocità del vento (tridimensionale se l'apparato è tridimensionale) ma anche la temperatura e quindi è logico dire che un tale apparato è un *anemometro - termometro ultrasonico*.

11.1.4.2 Le realizzazioni pratiche attuali

Attualmente esistono in commercio tre classi distinte di anemometri ultrasonici:

- anemometri mono-assiali costituito da una sola coppia emettitore/ricevitore posta in verticale. In questo caso, l'applicazione della (11.53c) consente la determinazione della componente verticale del vento. Questi anemometri possono misurare la velocità del vento nella direzione che interessa, ma *non* la temperatura, non essendoci alcun modo per stimare la componente della velocità del vento normale alla direzione di misura. Spesso nel passato a questo anemometro monodimensionale veniva associato un termometro a risposta rapida (normalmente una termocoppia sottile) posto nelle immediate vicinanze del sensore e gestito dalla medesima elettronica. Il sistema così costituito rappresentava un buon modo per la stima di σ_w , σ_θ e soprattutto della covarianza $\overline{w\theta}$, cioè del flusso turbolento di calore sensibile. Attualmente questo tipo di anemometro è raramente disponibile commercialmente e viene usato solo per monitoraggi particolari (per es. studio dei flussi d'aria in gallerie, metropolitane, ecc.). Un esempio di moderna realizzazione di un anemometro ultrasonico mono-assiale è riportato nella **Fig. 11.28**.



Fig. 11.28: moderna realizzazione di un anemometro ultrasonico mono-assiale (uSonic-1 Flow, Metek GmbH)

- anemometri biassiali (Fig. 11.29) di nuova concezione realizzati semplificando drasticamente l'elettronica del *signal processing* e disegnati per rilevare le due componenti orizzontali del vento e quindi naturali candidate alla sostituzione della classica coppia anemometro a coppe/*wind vane* nella misura standard della velocità e direzione del vento orizzontale. Questo sensore però non può essere impiegato per determinare direttamente i parametri caratteristici della turbolenza atmosferica, mancando dell'informazione sulla componente verticale del moto. Va detto che attualmente vengono sviluppati anemometri biassiali sempre più *low-cost* e con dimensioni e peso sempre più ridotti ampliandone le possibilità d'impiego.



Fig. 11.29: anemometro ultrasonico biassiale (Metek GmbH)

- anemometri triassiali, attualmente i più utilizzati in Micrometeorologia e costituiti concettualmente da tre sistemi mono-assiali opportunamente organizzati geometricamente. Grazie alla disponibilità della velocità del vento lungo tre direzioni non complanari (con una precisione dell'ordine di $0.005 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), risulta sempre possibile calcolare la componente della velocità del vento normale ad uno qualsiasi dei tre assi e dunque si può utilizzare la formula per il calcolo della temperatura, oltre che della velocità. La precisione della misura di temperatura raggiungibile attualmente è dell'ordine di 0.01°C e quindi un tale sistema consente di ottenere non solo le componenti medie della velocità del vento e la temperatura virtuale, ma anche e soprattutto le deviazioni standard delle tre componenti del vento e della temperatura, le covarianze delle componenti del vento (da cui è immediato dedurre la velocità di frizione) e la covarianza tra componenti del vento e temperatura virtuale, da cui è immediata la determinazione del flusso turbolento di calore sensibile, questo anche perché, di fatto, l'anemometro ultrasonico ha una dinamica molto vicina a quella di un sensore di ordine zero.

Gli anemometri ultrasonici triassiali vengono costruiti secondo numerose

geometrie differenti, spesso specifiche per le diverse applicazioni pratiche. Alcuni costruttori preferiscono adottare direzioni di misura tra loro ortogonali (**Fig. 11.30**) e organizzate in maniera tale che il loro montaggio *a sbalzo* rispetto al palo consenta di minimizzare le distorsioni indesiderate del flusso d'aria (anche se minime) dovute all'effetto di scia prodotto dagli emettitori/ricevitori, mentre altri (**Fig. 11.31**) hanno adottato direzioni sghembe (ric conducendosi comunque a tre assi ortogonali al momento della restituzione dei valori), più adatte al montaggio verticale. Alcuni costruttori, poi, hanno costruito teste di misura particolari come quella mostrata in **Fig. 11.32** che è stata ottimizzata in modo da minimizzare il più possibile la distorsione di flusso nella misura delle caratteristiche di masse d'aria dirette secondo la perpendicolare della figura.

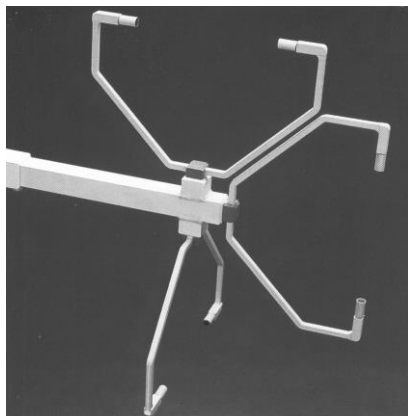


Fig. 11.30: anemometro ultrasonico triassiale – geometria ortogonale (Applied Technology Inc.)

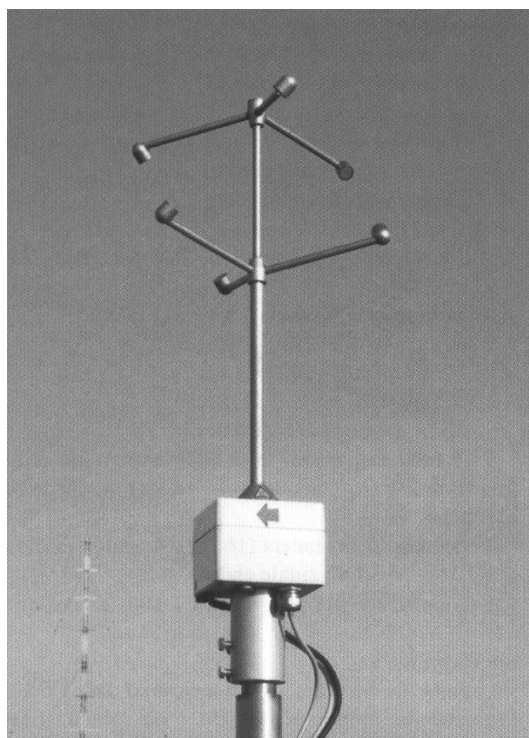


Fig. 11.31: anemometro ultrasonico triassiale – geometria non ortogonale (METEK GmbH)

Qualunque sia la geometria adottata, i vari costruttori fanno sì che l'elettronica contenuta nell'anemometro restituisca, una volta orientato appositamente il sensore, le

componenti del vento nel sistema di coordinate meteorologico (asse x diretto verso N, asse y diretto verso E, asse z rivolto verso l'alto).

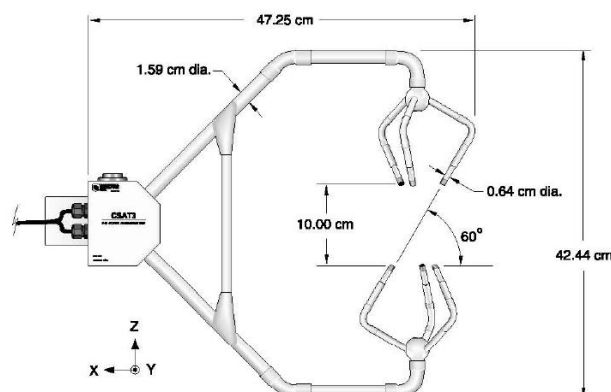


Fig. 11.32: geometria particolare di un anemometro ultrasonico triassiale (Campbell CSAT3).

Uno dei problemi tecnici affrontati nella costruzione degli anemometri sonici è stato quello di determinarne la frequenza di lavoro. Nelle realizzazioni attuali della versione triassiale, perché la differenza tra i tempi di propagazione si possa determinare in modo ripetibile, si è scelta una frequenza ultrasonica (da qui il nome di anemometro ultrasonico) dell'ordine dei 40 kHz. Ciò deriva da alcune considerazioni. La prima è che a tale frequenza l'impulso sonoro è maggiormente direzionale, con l'indubbio vantaggio di un minore disturbo. La seconda sta nel fatto che la forma d'onda risulta più ripida (la derivata di una funzione armonica nel tempo è proporzionale alla frequenza) e ciò rende più facile la determinazione dei tempi di propagazione. L'unico svantaggio di tale scelta risiede nel fatto che il segnale si smorza tanto più velocemente quanta più elevata è la frequenza e per questo la distanza emettitore-ricevitore d deve essere piccola. Ciò si realizza con d dell'ordine dei 15÷20 cm, cosa comunque positiva perché riduce il volume di misura e quindi rende la misura sempre più vicina ad una misura puntuale.

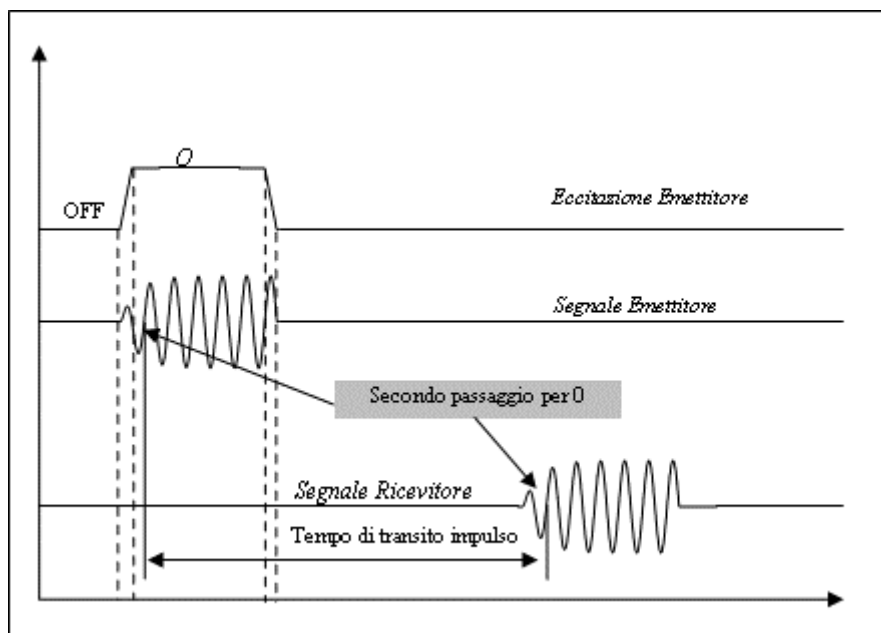


Fig. 11.33: metodologia per la determinazione del tempo di percorrenza dell'impulso sonoro.

Varie sono state e sono le tecniche impiegate per misurare i tempi di percorrenza del suono tra

emettitori e ricevitori, misura estremamente delicata, vista l'esiguità degli intervalli temporali da misurare (dell'ordine del μs). Un metodo molto impiegato è il seguente (**Fig.11.33**). Uno degli emettitori emette un pacchetto sonoro costituito da un segnale di base armonico ad una frequenza dell'ordine dei 40 kHz che raggiunge il suo livello di equilibrio dal valore nullo di partenza con un transitorio iniziale *relativamente lento* che smorza le oscillazioni (dovute all'inerzia naturale degli emettitori piezoelettrici) e che termina repentinamente con un transitorio finale molto rapido. È quindi più semplice individuare il fronte di salita del segnale dopo il secondo passaggio per lo zero al ricevitore e quindi misurare il tempo di percorrenza dell'impulso sonoro con un *timer* (per esempio con frequenza di taglio di 6 MHz).

Al di là della frequenza dell'impulso sonoro, riveste un'enorme importanza la frequenza con cui l'anemometro ultrasonico restituisce le tre componenti ortogonali del vento e la temperatura. Normalmente questi pacchetti di dati elementari vengono restituiti al sistema elettronico interno con una frequenza elevatissima (per esempio 200 Hz). Una volta mediati a gruppi di 10 o 20 (cioè, da un lato, diminuisce il numero complessivo di dati grezzi restituiti all'utente e, dall'altro, riduce sensibilmente eventuali *spike* e artefatti dovuti all'acquisizione non continua del segnale), i dati sono disponibili per le elaborazioni micrometeorologiche normalmente ad una frequenza di 10÷40 Hz, quindi il numero di dati grezzi con cui vengono stimati i valori medi, le varianze e le covarianze è statisticamente più che sufficiente.

11.1.4.3 Il problema della temperatura sonica

Dalla relazione (11.54c) si è visto come sia possibile misurare con un anemometro ultrasonico triassiale una temperatura che abbiamo indicato come *temperatura sonica*, molto prossima alla temperatura virtuale. Va comunque precisato che l'anemometro ultrasonico non è uno strumento adatto a misurare la temperatura media dell'aria, come sottolineato in Kaimal e Finnigan (1994). Quando lo si usa con questo scopo, per ragioni costruttive, la sua precisione è relativamente modesta. Viceversa, nella misura delle fluttuazioni presenta le sue caratteristiche migliori. Infatti le fluttuazioni della temperatura sonica possono essere ritenute pari alle fluttuazioni di temperatura virtuale, con un errore standard di $\pm 0.01^\circ\text{C}$. Un potenziale problema a cui si può porre rimedio con relativa semplicità (come vedremo in un Capitolo successivo) è il fatto che a volte si riscontrano degli *spikes* nelle misure realizzate dall'anemometro ultrasonico. Ciò deriva da molte ragioni tecniche (per esempio la presenza in aria di idrometeore, ecc.) e molti esemplari commerciali sono dotati di sistemi analogici o digitali dedicati all'individuazione ed eliminazione della maggior parte degli *spikes*. Tuttavia va ricordato che per come viene determinata la temperatura, *spikes* di entità pressoché trascurabile per le componenti del vento si ingigantiscono nella temperatura, ragion per cui è comunque sempre consigliabile realizzare un ulteriore *despiking* del segnale di temperatura rilevato dal sonico.

Sempre dalla relazione (11.54c) si vede come per la stima della temperatura sonica (che di fatto riterremo coincidente con la temperatura virtuale) sia necessario tener conto anche del valore delle varie componenti del vento misurato dallo stesso anemometro. Va comunque ricordato che l'influenza dell'anemologia è estremamente ridotta e spesso può essere trascurata, salvo in condizioni di vento molto forte. Comunque tali influenze si estenderanno anche nella stima della varianza della temperatura e delle covarianze con le componenti della velocità del vento. Le relazioni che ne derivano, proposte in Kaimal e Gaynor (1991) e Schotanus e al. (1983) e, soprattutto, da Liu e al. (2001) costituiscono il riferimento necessario. Qui di seguito sintetizziamo il lavoro di Liu e al. (2001), anche se ritorneremo sull'argomento quando si esporrà la tecnica di stima parametrica *Eddy Covariance* (Capitolo 13).

Se consideriamo per semplicità un solo *path*, la temperatura sonica è data sempre dalle relazioni (11.54). In particolare, se consideriamo un sonico triassiale ed indichiamo con il pedice *i* il generico *path*, la temperatura sonica ottenuta da tale *path* attraverso la misura della velocità del suono rilevata dalla coppia di emettitori/trasmittitori c_i risulta pari a:

$$T_{Si} = T \cdot (1 + 0.51q) - \frac{V_{ni}^2}{\gamma_d R_d} \quad [11.55a]$$

dove V_{ni} è la componente del vento normale al *path*, R_d è la costante dei gas per l'aria secca pari a $287.04 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$, $\gamma_d = 1.404$, $\gamma_d R \approx 403 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, T è la temperatura reale, q è l'umidità specifica e T_{Si} è la temperatura sonica misurata senza tener conto dell'effetto dovuto al vento trasversale, cioè:

$$T_{Si} = \frac{c_i^2}{\gamma_d R} \quad [11.55b]$$

Su questa base, la temperatura T_s prodotta in *output* da un anemometro sonico triassiale è data da:

$$T_s = T \cdot (1 + 0.51q) - \frac{1}{3} \left(\frac{V_{n1}^2}{403} + \frac{V_{n2}^2}{403} + \frac{V_{n3}^2}{403} \right) \quad [11.55c]$$

dove:

$$T_s = (c_1^2 + c_2^2 + c_3^2)/1209 \quad [11.55d]$$

Il problema pratico nell'impiegare queste relazioni sta nel fatto che le componenti del vento richieste non sono le normali tre componenti cartesiane del vettore vento, ma le componenti trasversali ai singoli *path* e quindi dipendono dalla geometria dello specifico anemometro sonico considerato. Liu e al. (2001) hanno studiato il problema e sono giunti alla determinazione di un sistema di equazioni che lega tra loro le componenti cartesiane del vento u, v, w con le componenti V_{n1} , V_{n2} e V_{n3} trasversali ai vari *path*, così espresse:

$$\begin{aligned} V_{n1}^2 &= A_1 u^2 + B_1 v^2 + C_1 uv \\ V_{n2}^2 &= A_2 u^2 + B_2 v^2 + C_2 uv \\ V_{n3}^2 &= A_3 u^2 + B_3 v^2 + C_3 uv \end{aligned} \quad [11.55e]$$

I vari coefficienti presenti nel sistema di equazioni devono essere determinati per ogni specifica geometria del sonico e nella **Tab. 11.1** sono raccolti i loro valori per alcuni sonici triassiali largamente diffusi nella comunità scientifica.

Fattore	CSAT3	USA-1	Gill R3, R3A, HS	Gill R2
A ₁	3/4	1	1 - cos ² φ	1/2
A ₂	15/16	5/8	1 - 1/4 cos ² φ	0
A ₃	15/16	5/8	1 - 1/4 cos ² φ	0
B ₁	1	1/2	1	1
B ₂	13/16	7/8	1 - 3/4 cos ² φ	0
B ₃	13/16	7/8	1 - 3/4 cos ² φ	0
C ₁	0	0	0	0
C ₂	(3) ^{1/2} /8	(3) ^{1/2} /4	(3) ^{1/2} cos ² φ	0
C ₃	-(3) ^{1/2} /8	-(3) ^{1/2} /4	-(3) ^{1/2} cos ² φ	0
A	7/8	3/4	1 - 1/2 cos ² φ	1/2
B	7/8	3/4	1 - 1/2 cos ² φ	1

Tab. 11.1: fattori di correzione per alcuni anemometri sonici. L'angolo ϕ che caratterizza alcuni dei sonici Gill vale 45° per R3 e R3A e 48.75° per HS.

Va ricordato che le componenti u e v presenti nelle relazioni precedenti sono le componenti istantanee rilevate dal sonico ed il risultato è il valore istantaneo della temperatura sonica. Se si definisce un opportuno tempo di mediazione, si ottiene la temperatura sonica media campionaria $\bar{T}_s$ e, per ogni valore istantaneo, anche la relativa fluttuazione. La relazione che intercorre tra il valore istantaneo di fluttuazione della temperatura sonica T'_s corretta dall'influenza del vento

trasversale ai *path* ed il valore istantaneo di fluttuazione della temperatura convenzionale T' dipende dalle fluttuazioni delle componenti orizzontali del vento (u' e v'), dalla fluttuazione dell'umidità specifica (q'), dalla temperatura media $\bar{T}$ e dal valore medio delle componenti orizzontali del vento ($\bar{u}$ e $\bar{v}$) secondo la relazione:

$$T'_s = T' + 0.51q'\bar{T} - \frac{2\bar{T}}{c^2} [u'\bar{u}A + v'\bar{v}B] \quad [11.56a]$$

dove:

$$\begin{aligned} A &= (A_1 + A_2 + A_3)/3 \\ B &= (B_1 + B_2 + B_3)/3 \end{aligned} \quad [11.56b]$$

Naturalmente, il valore istantaneo della temperatura sonora T_s lo si potrà ottenere da $\bar{T}_s$ come:

$$T_s = \bar{T}_s + T'_s \quad [11.57a]$$

Noto ciò, è possibile ottenere una relazione che lega tra loro la varianza della temperatura sonora (calcolata in maniera campionaria in un specificato tempo di mediazione) e la varianza della temperatura convenzionale. La relazione completa è molto complessa ed è riportata in Liu e al. (2001), ma dalla discussione che gli Autori fanno del peso dei singoli termini presenti in essa, risulta che una relazione semplificata sufficientemente corretta è la seguente:

$$\sigma_{T_s}^2 = \sigma_{T_s}^2 - 1.02 \cdot \bar{T} \cdot \overline{q'T'} - 0.51^2 \cdot \overline{q'^2} \cdot \bar{T}^2 + \frac{4\bar{T}}{c^2} (\overline{u'T'} \cdot \bar{u}A + \overline{v'T'} \cdot \bar{v}B) \quad [11.57b]$$

anche se il primo ed il secondo termine di destra della relazione sono predominanti rispetto a tutti gli altri. Una relazione analoga è stata derivata tra la covarianza tra la temperatura sonora e la componente verticale del vento e la covarianza tra la temperatura convenzionale e la componente verticale del vento. Essa risulta data da:

$$\overline{w'T'} = \overline{w'T'_s} - 0.51 \overline{w'q'} \cdot \bar{T} + \frac{2\bar{T}}{c^2} (\overline{w'u'} \cdot \bar{u}A + \overline{w'v'} \cdot \bar{v}A) \quad [11.57c]$$

e dei tre termini di destra della relazione i predominanti sono i primi due.

11.1.4.4 Il comportamento dinamico dell'anemometro sonico

Le formule appena viste che descrivono la risposta dello strumento sono espressioni puramente algebriche e ciò è sufficiente per classificare l'anemometro ultrasonico come *strumento di ordine 0* e tale deve essere considerato, almeno in prima approssimazione. Tuttavia, la vera limitazione dell'anemometro sonico, specialmente quando si misura molto vicino al suolo, è dovuta al fatto che la risposta alle piccole fluttuazioni turbolente è limitata dalla dimensione del *path* di misura che di fatto effettua un filtraggio (mediazione) spaziale delle strutture turbolente. Intuitivamente, nulla che ha dimensioni inferiori al *path* potrà essere rilevato dall'anemometro ultrasonico.

Determinare le distorsioni indotte dal *path* è estremamente difficile e per i complicati dettagli che le quantificano si faccia riferimento a Kristensen e Fitzjarrald (1984), Wamser e al. (1997) e Horst e Oncley (2006). Comunque, una semplice regola operativa ben verificata nella pratica è che l'anemometro ultrasonico (con *path* lunghi d) per tutte le variabili che misura si comporta come un *filtro passa-basso di tipo RC* con una *frequenza di roll-off* f_c (frequenza in corrispondenza della quale la risposta spettrale risulta pari al 98% del valore a frequenza nulla) data da (Kaimal, 1986):

$$f_c = \frac{U}{2\pi d} \quad [11.58]$$

cioè un tempo caratteristico dato da $\tau = 0.14 d/U$ dove U è il vento medio. In pratica, ciò è quanto si può vedere nella **Fig. 11.34** in cui viene presentata una versione semplificata della funzione di trasferimento tra la densità spettrale della componente verticale *vera* del vento e la densità spettrale della rispettiva componente *sonica*. In questa figura la funzione di trasferimento è funzione

del parametro adimensionale kl , dove k è il numero d'onda $k = 2\pi f/U$ e $l = d$.

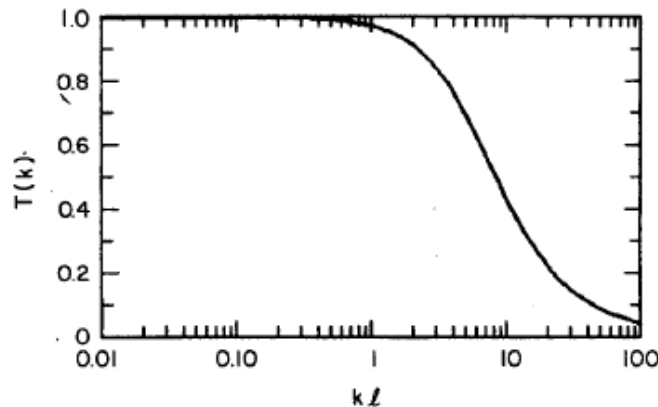


Fig. 11.34: funzione di trasferimento dello spettro della componente verticale del vento (Kaimal e Finnigan, 1994)

Come si è detto, Kaimal e Finnigan (1994) affrontano il problema di come la quota di misura influenzi le distorsioni spettrali indotte dalla mediazione spaziale del *path* di misura e concludono che l'anemometro sonico dovrebbe essere posto ad una quota pari ad almeno $z_{\min} = 8\pi d$. Se si ha $d = 0.2$ m, $z_{\min} = 5$ m. Questa valutazione pare decisamente pessimistica e Kistensen e Fitzjarrald (1984) sostengono che il calcolo dei flussi verticali è sostanzialmente corretto anche per quote di misura inferiori, anche pari a circa 2 m.

Altre distorsioni spettrali possono derivare dal fatto che la maggior parte degli anemometri sonici attualmente disponibili opera ad una frequenza elevatissima. I dati elementari così ottenuti non vengono, in generale, inviati direttamente all'*output* (sarebbero sovrabbondanti per la stima delle varianze e covarianze), ma vengono mediati tra loro per produrre un *record* di dati ad una frequenza più bassa. Ciò deriva anche dal desiderio di diminuire drasticamente il rumore strumentale ed il fenomeno dell'*aliasing*. Per esempio, l'anemometro sonico Gill opera ad una frequenza di 168 Hz, ma produce un record di dati *grezzi* ad una frequenza di 21 Hz, mediando le misure a frequenza elevata in pacchetti di 8. Questa operazione, se da un lato diminuisce il rumore strumentale, dall'altro induce distorsioni spettrali dovute al fatto che la mediazione di pacchetti di dati costituisce di fatto un filtro numerico passa-basso applicato al segnale digitale prodotto dall'anemometro ultrasonico. Queste distorsioni possono essere valutate quantitativamente come è stato fatto da Henjes e al. (1999). Per ulteriori dettagli è conveniente riferirsi al riferimento originale.

11.1.4.5 Osservazioni conclusive

I vantaggi pratici derivanti dall'utilizzo degli anemometri ultrasonici si possono così riassumere:

- misura delle componenti istantanee del vento in *tutte* le direzioni spaziali assieme alla misura istantanea della temperatura virtuale (sonica),
- elevata frequenza di campionamento senza apprezzabili distorsioni spettrali (alcuni modelli di anemometro ultrasonico permettono frequenze di campionamento dell'ordine di 100Hz),
- elevata accuratezza nella misura delle componenti cartesiane delle velocità e della temperatura sonica,
- capacità di calcolare la temperatura alla stessa frequenza e nello stesso volume di misura delle componenti del vento e quindi di calcolare le correlazioni statistiche tra le diverse variabili, che permettono di caratterizzare la turbolenza,

- totale assenza di inerzie, dato che non vi sono parti meccaniche in movimento: l'anemometro ultrasonico è un esempio di strumento di ordine 0.

Per contro, i complessi calcoli di piccolissime differenze di tempi di propagazione rendono pressoché indispensabile ai costruttori l'uso di componenti programmabili: i valori delle misure sono perciò disponibili in forma *digitale*, cosa del tutto diversa dall'interfaccia analogica usata nel caso degli strumenti di impostazione *tradizionale*. A fronte di questi vantaggi, l'anemometro ultrasonico presenta anche alcuni (pochi) aspetti negativi:

- nonostante gli enormi progressi tecnologici, l'anemometro ultrasonico triassiale mantiene ancor oggi costi maggiori rispetto alla coppia *cup/vane*. Ovviamente quest'ultima non è in grado di misurare la componente verticale del vento e quindi non può essere un concorrente nella stima dei flussi turbolenti. Un concorrente credibile nella determinazione dei flussi potrebbe essere il *propeller* triassiale, ma l'elevato costo di quest'ultimo e la sua fragilità ne limita grandemente l'applicazione nelle situazioni pratiche. Va tuttavia sottolineato come attualmente la tecnologia sta evolvendo producendo anemometri sonici, soprattutto biassiali, a bassi costi e con dimensioni veramente ridotte;
- l'anemometro va maneggiato con cura visto che l'elemento essenziale su cui si basa il funzionamento dell'anemometro sonico (mono-assiale, bi-assiale e soprattutto triassiale) è la sua geometria, i *path* cioè. Se essi si alterano, o l'anemometro non funziona più o fornisce dati erranei. Quindi, nonostante le ultime accurate ingegnerizzazioni volte a renderlo robusto e usabile anche per lunghi periodi continuativi, l'anemometro ultrasonico triassiale è particolarmente sensibile anche a piccole deformazioni meccaniche,
- gli eventi di pioggia, grandine e neve e la presenza di insetti o detriti vegetali e non lungo i *path* di misura possono interrompere i percorsi sonici, generando spikes che, normalmente, vengono individuati ed eliminati dall'elettronica di cui dispone il sensore.



Fig. 11.35: Anemometro ultrasonico triassiale accoppiato con un misuratore veloce all'infrarosso di H_2O e CO_2 (LI-COR Biosciences)

L'anemometro ultrasonico triassiale, oltre a consentire la stima diretta dei flussi di quantità di moto e di calore (e delle varianze delle componenti cartesiane del vento e della temperatura, delle covarianze e dei flussi), permette anche di stimare i flussi turbolenti di altre grandezze rilevanti come il flusso di umidità (cioè il flusso turbolento di calore latente) e di tutte quelle grandezze scalari per cui siano disponibili sensori a risposta rapida, come per esempio la CO_2 , l'Ozono, il Metano, l'Idrogeno Solforato e l'Ammoniaca, estremamente importanti negli studi di agrometeorologia e dell'effetto serra. Tutto ciò è grandemente facilitato dal fatto che la maggior parte degli anemometri sonici triassiali di ricerca disponibili sul mercato offrono degli ingressi analogici dedicati all'acquisizione di segnali esterni come quelli dei sensori veloci di umidità, CO_2 , Ozono, Metano, Idrogeno Solforato e Ammoniaca che vengono *sincronizzati* direttamente

dall'elettronica dell'anemometro con i segnali delle componenti del vento e della temperatura sonora. Una volta sincronizzati tra loro tutti questi segnali, la stima campionaria delle differenti varianze e covarianze è immediata. Un esempio tipico è riportato in **Fig. 11.35** in cui è mostrato un analizzatore all'infrarosso di H₂O e di CO₂ (IRGA) accoppiato ad un anemometro ultrasonico triassiale.

Come abbiamo detto, l'anemometro ultrasonico triassiale è un sistema di misura complesso e sofisticato e, in origine, era estremamente fragile e poco adatto ad essere impiegato per lunghi periodi in campo. Le realizzazioni attuali, invece, hanno enormemente aumentato la sua robustezza ed affidabilità e si può affermare che oggi è possibile un suo impiego di *routine* nelle reti meteorologiche più sofisticate (Peters e al., 1998), senza che la sua presenza richieda sforzi di manutenzione impossibili. La sua unica debolezza è l'interferenza con le idrometeore (pioggia, neve, grandine ed elevatissima umidità). In questi casi possono verificarsi interruzioni nei percorsi sonici con inevitabili *spikes*. Tuttavia, l'elettronica di cui dispongono tutti gli esemplari commerciali consente di individuare queste situazioni e di porvi rimedio.

11.1.5 L'ANEMOMETRO A FILO CALDO

Da quando Arthur Edwin Kennelly (1861-1939) del Massachusetts Institute of Technology l'ha inventato, l'anemometro a filo caldo (*hot-wire anemometer*) ha accompagnato lo studio della turbolenza dei fluidi per tutti questi anni, consentendo di giungere al livello attuale. Nato nei laboratori di meccanica dei fluidi, il suo impiego ha consentito di studiare in profondità la struttura dei fluidi turbolenti, sia per le sue dimensioni estremamente ridotte, sia per la sua risposta in frequenza elevatissima (cattura fluttuazioni dell'ordine dei kHz). L'anemometro a filo caldo, nella sua forma più semplice, è costituito da un filamento molto sottile ($2\div 5\ \mu\text{m}$) di materiale resistivo (di regola tungsteno, platino, leghe platino-rodio o platino-iridio; nel caso del tungsteno, questo è spesso ricoperto da un film di platino con funzione anticorrosiva), di lunghezza molto piccola (dell'ordine del millimetro), teso tra due supporti e lasciato a contatto con il fluido in movimento. Questo filamento, riscaldato elettricamente, scambia calore per convezione col fluido che lo lambisce e ciò determina una sua variazione di resistenza, direttamente proporzionale alla velocità istantanea del fluido, facilmente misurabile con un semplice Ponte di Wheatstone.

Pur essendo molto limitato il suo impiego nello studio delle caratteristiche del *PBL*, soprattutto per la sua intrinseca fragilità, solo con tale sensore si possono studiare le fluttuazioni turbolente a frequenze dell'ordine dei kHz e quindi il suo impiego è obbligato per la misura diretta della parte ad alta frequenza degli spettri delle componenti del vento e del tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. Una delle ragioni, poi, che ci spinge comunque a trattare con un certo dettaglio tale sensore è che recentemente sono stati realizzati esemplari di maggior resistenza, adatti anche ad impieghi meteorologici di *routine*, nei quali il filamento sottile di materiale resistivo è stato sostituito da barrette di quarzo su cui viene depositato uno strato sottile di materiale conduttore, normalmente platino. Queste realizzazioni, detti *anemometri a film-caldo*, non dovendo più possedere dimensioni ridotte, prevedono anche protezioni dell'elemento sensibile dagli agenti atmosferici (pioggia, neve, grandine, ecc.) e ciò li ha fatti diventare strumenti di potenziale uso comune in meteorologia. L'unica loro limitazione è una richiesta non indifferente di potenza elettrica necessaria al loro funzionamento. Prima di procedere nello studio, vale la pena soffermarsi sul fatto che un anemometro a filo caldo è l'insieme di:

- un sensore primario, costituito dal filamento e dai supporti relativi,
- un sensore secondario costituito dalla circuiteria elettrica ed elettronica che consente di determinare la velocità del fluido,
- un sistema di conversione analogico/digitale.

Normalmente, gli esemplari reperibili in commercio integrano in qualche modo il sensore primario ed il sensore secondario.

11.1.5.1 La teoria di base dell'anemometro a filo caldo

Per comprendere le basi teoriche su cui si fonda il funzionamento dell'anemometro a filo caldo (*hot-wire anemometer*), consideriamo la Fig. 11.36 in cui è riportato schematicamente il sensore base (monodimensionale), cioè l'elemento sensibile che è costituito da un filamento estremamente sottile e corto di platino (o di tungsteno rivestito di platino) saldato a due supporti a dente, in acciaio inossidabile e placcati in oro.

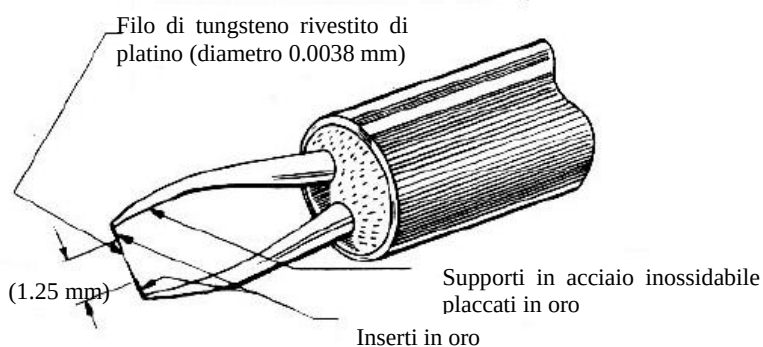


Fig. 11.36: elemento sensibile di un anemometro a filo caldo



Fig. 11.37: confronto tra le dimensioni di una moneta e quelle dell'elemento sensibile di un anemometro a filo caldo

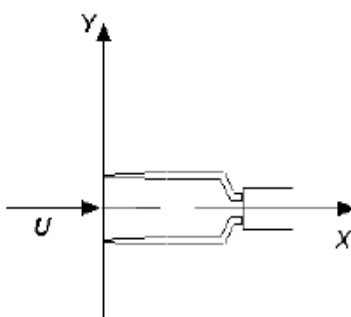


Fig. 11.38: situazione tipica di funzionamento dell'elemento sensibile dell'anemometro a filo caldo

Tra i supporti e gli estremi del filamento sono inseriti degli inserti (in generale in oro) per facilitarne la saldatura. Come si vede, nonostante la lunghezza estremamente ridotta del filamento (nell'esempio 1.25 mm), il suo ridotto diametro (nell'esempio 11.8 μm) fa sì che il rapporto lunghezza/diametro sia estremamente alto (in questo caso è pari a 106) e a tutti gli effetti nel seguito potremo ipotizzare l'elemento sensibile dell'anemometro a filo caldo come un conduttore di

lunghezza infinita. Per apprezzarne ancora meglio le ridotte dimensioni, nella **Fig. 11.37** esso è stato affiancato ad una moneta.

Immaginiamo ora che l'elemento sensibile dell'anemometro venga riscaldato elettricamente per effetto Joule e che venga immerso in un flusso d'aria a velocità U che lo investe perpendicolarmente (**Fig. 11.38**).

Il bilancio energetico della sonda

Si consideri un elemento di filo di lunghezza infinitesima dy (tra il punto y ed il punto $y + dy$) e si valuti il bilancio energetico che si viene a creare: la potenza termica entrante per conduzione al punto y e la potenza termica Q_2 generata entro l'elemento dy del filo per effetto del passaggio di una corrente elettrica dovranno pareggiare la potenza termica Q_3 uscente per conduzione dal punto $y + dy$, la potenza termica Q_4 uscente per convezione dalla superficie del filo, la potenza termica Q_5 uscente per irraggiamento e la variazione dell'energia interna nell'unità di tempo Q_6 :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 \quad [11.59a]$$

Più nel dettaglio si ha che:

- la potenza termica Q_1 entrante per conduzione al punto y è pari a:

$$Q_1 = -k_s A \left(\frac{\partial T_s}{\partial y} \right)_y \quad [11.59b]$$

dove k_s è il coefficiente di conduzione del materiale del filo, mentre A e T_s sono rispettivamente la sezione e la temperatura del filo;

- la potenza termica generata nell'elemento di filo causata dal transito nella sonda della corrente elettrica I . Se ρ_s è la resistività elettrica del materiale della sonda, si ha che:

$$Q_2 = \frac{I^2 \rho_s}{A} dy \quad [11.59c]$$

- la potenza termica Q_3 uscente per conduzione dal punto $y + dy$ è pari a:

$$Q_3 = -k_s A \left(\frac{\partial T_s}{\partial y} \right)_{y+dy} \quad [11.59d]$$

Lo sviluppo in serie di Taylor di questa espressione troncata al primo termine, è pari a:

$$Q_3 = -k_s A \left(\frac{\partial T_s}{\partial y} \right)_{y+dy} \cong -k_s A \left(\frac{\partial T_s}{\partial y} \right)_y - A \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) dy \quad [11.59e]$$

- la potenza termica Q_4 uscente per convezione dalla superficie esterna dell'elemento infinitesimo di filo a sezione circolare con diametro d è espressa in generale dalla relazione seguente:

$$Q_4 = \pi d \cdot h \cdot (T_s - T_f) \cdot dy \quad [11.59f]$$

dove h è il coefficiente di convezione e T_f la temperatura dell'aria;

- la potenza termica Q_5 uscente per irraggiamento dalla superficie esterna dell'elemento infinitesimo deve ubbidire alla legge di Stefan-Boltzmann e quindi:

$$Q_5 = \pi d \cdot \sigma_B \varepsilon \cdot (T_s^4 - T_{est}^4) \cdot dy \quad [11.59g]$$

dove σ_B è la costante di Stefan-Boltzmann, ε l'emissività del sensore e T_{est} la temperatura della superficie che attornia la sonda;

- la variazione di energia interna nell'unità di tempo Q_6 può essere espressa nel modo

seguito, quando con ρ si indica la densità del materiale della sonda e con c_p il relativo calore specifico:

$$Q_6 = \rho c_p A \frac{\partial T_s}{\partial t} dy \quad [11.59h]$$

Quindi, il bilancio di energia (11.59) può essere riscritto come:

$$A \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) + \frac{I^2 \rho_s}{A} - \rho c_p A \frac{\partial T_s}{\partial t} - \pi d \cdot \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_{est}^4) = \pi d \cdot h \cdot (T_s - T_f) \quad [11.60]$$

Normalmente il termine di perdita di energia per irraggiamento può essere trascurato, mentre così non è in generale per il termine di conduzione.

Consideriamo, ora, una situazione stazionaria ed ipotizziamo, come abbiamo fatto finora, che la temperatura T_s sia costante in tutta la sezione del filo in posizione y . In questo caso il bilancio energetico (11.60) si riduce alla relazione stazionaria seguente:

$$A k_s \frac{d^2 T_s}{dy^2} + \frac{I^2 \rho_s}{A} - \pi d \cdot h \cdot (T_s - T_f) = 0 \quad [11.61a]$$

Ricordiamo che la resistenza elettrica del filo di lunghezza l vale:

$$R = \frac{\rho_s l}{A} \quad [11.61b]$$

e che possiamo considerare lineare la sua dipendenza dalla temperatura, cioè che:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad [11.61c]$$

dove R_0 è la resistenza alla temperatura di riferimento T_0 . Nel caso specifico, il coefficiente α per il Platino è pari a $11.7 \cdot 10^{-3}$ a 20°C . Ora, consideriamo, come esempio, un filamento di Platino di diametro $2 \mu\text{m}$ e di lunghezza 2 mm avente a temperatura ambiente una resistenza elettrica di circa 300Ω . La corrente elettrica che normalmente viene fatta passare attraverso R è tale da portare il filo ad una temperatura di 250°C . Nel caso specifico dell'esempio che abbiamo considerato, l'incremento della temperatura di esercizio fa sì che la resistenza elettrica del filo salga a 555Ω . Sia R_f la resistenza che il filo presenterebbe alla temperatura T_f .

La (11.61a) è un'equazione differenziale alle derivate totali la cui soluzione è:

$$T_s = \frac{k_2}{k_1} \left[\frac{\cosh(\sqrt{|k_1|}y)}{\cosh(\sqrt{|k_1|}\frac{l}{2})} - 1 \right] + T_f \quad [11.61d]$$

dove:

$$k_1 = \frac{\alpha I^2 R_0 - \pi d h l}{A k_s l} \quad k_2 = -\frac{I^2 R_f}{A k_s l} \quad [11.61e]$$

Vari esperimenti hanno dimostrato che il profilo di temperatura così calcolato concorda bene con la realtà. Inoltre è facile vedere come questo profilo sia costante per tutte le y tranne in una piccola porzione prossima ai due estremi dove il profilo di temperatura crolla bruscamente. Queste due porzioni di filamento sono percentualmente tanto più piccole quanto più elevato è il rapporto l/d .

Relazione tra potenza assorbita dalla sonda e velocità del fluido

Consideriamo la situazione illustrata in **Fig. 11.38**, cioè quella di una sonda a un solo filo immersa nell'aria in movimento alla velocità costante U . Se trascuriamo nel bilancio energetico (10.60) sia le perdite radiative sia la perdita di energia dovuta alla conduzione, abbiamo che:

$$\rho c_p A \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{I^2 \rho_s}{A} - \pi d \cdot h \cdot (T_s - T_f) \quad [11.62a]$$

cioè la variazione di energia interna della sonda eguaglia l'energia prodotta dal passaggio della

corrente elettrica meno l'energia perduta per convezione. Quando poi si è in condizioni stazionarie, l'energia fornita dal passaggio della corrente elettrica eguaglia l'energia perduta per convezione, quindi riferendosi ad un filo di lunghezza unitaria si ha che:

$$\frac{I^2 \rho_s}{A} = \pi d \cdot h \cdot (T_s - T_f) \quad [11.62b]$$

Dato che il coefficiente di convezione h dipende dalle caratteristiche statiche e dinamiche dell'aria che lambisce la sonda, la relazione (11.62b) costituisce un legame funzionale tra la resistenza della sonda e le caratteristiche del fluido. Senza entrare nel dettaglio dello studio del coefficiente di convezione h , in pratica si ha che se si considera una sonda come quella di **Fig. 11.37** posta in una galleria del vento e se si registra la tensione V ai capi della sonda alimentata elettricamente con una corrente I , vale una relazione del genere (*Legge di King*):

$$V^2 = a + bU^n \quad [11.63]$$

dove i coefficienti a e b vengono ricavati per taratura nella galleria del vento per ogni specifica sonda e l'esponente n è prossimo a 0.5 e comunque è anch'esso determinato per taratura. Quindi, l'energia prodotta dal passaggio attraverso il filo della sonda è in relazione diretta con la velocità del fluido circostante e quindi la sonda, in qualche modo, è un anemometro.

11.1.5.2 Il circuito di misura

L'elemento sensibile dell'anemometro a filo caldo per poter operare deve essere inserito in un circuito elettrico che, in generale, è un ponte di Wheatstone come quello in **Fig. 11.39** in cui l'elemento sensibile è rappresentato dalla resistenza R_s . L'inserimento in un circuito elettrico dell'elemento sensibile è necessario per due motivi distinti. Il primo è che la sonda deve essere attraversata da una corrente elettrica sufficiente per potersi riscaldare per effetto Joule (nell'aria ad oltre 200°C) e il circuito sopra riportato garantisce ciò. Il secondo motivo sta nel fatto che è necessario misurare la resistenza dell'elemento sensibile che è proporzionale alla velocità del fluido che lo lambisce. Se tale velocità varia, varierà anche la resistenza R_s .

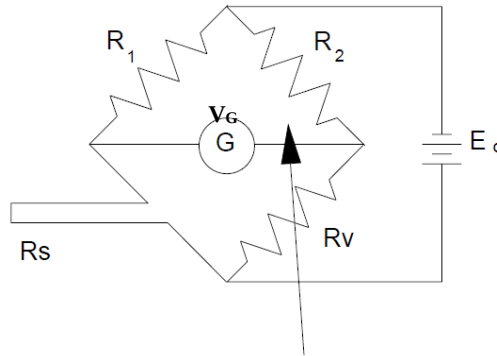


Fig. 11.39: elemento sensibile di un anemometro a filo caldo in un ponte di Wheatstone

Analizziamo ora il circuito a ponte di Wheatstone. Applicando le due leggi di Kirchhoff ai nodi ed alle maglie, si ha che:

$$V_G = \left(\frac{R_s}{R_1 + R_s} - \frac{R_v}{R_2 + R_v} \right) \cdot E \quad [11.64a]$$

Se le resistenze R_1 , R_2 e R_v sono note e si misura la tensione V_G , il valore della resistenza della sonda R_s risulta nota. Quando il circuito è bilanciato, cioè quando $V_G = 0$, si ha che:

$$\frac{R_2}{R_v} = \frac{R_1}{R_s} \quad [11.64b]$$

Questo modo di inserire l'elemento sensibile dell'anemometro nel Ponte di Wheatstone presenta

un problema. Infatti, al variare della velocità del fluido U , varia la resistenza R_s e quindi la corrente che l'attraversa e, perciò, la sua temperatura di esercizio. Se la velocità del fluido è bassa, la temperatura dell'elemento sensibile aumenterà fino a raggiungere valori tali da bruciarla.

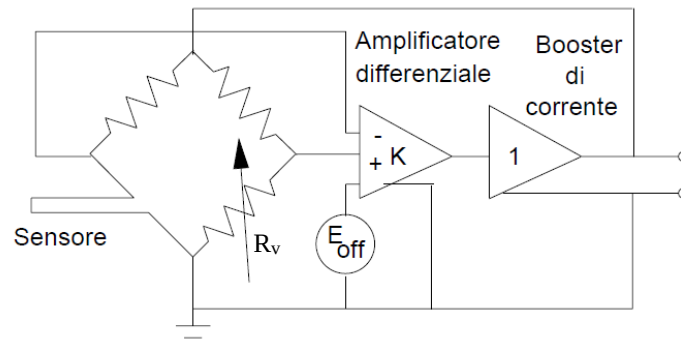


Fig. 11.40: circuito per il funzionamento dell'anemometro a filo caldo a temperatura costante

Un modo migliore di operare sarebbe quello di mantenere costante la temperatura dell'elemento sensibile. In pratica ciò si realizza inserendolo in un Ponte di Wheatstone che pilota un amplificatore operazionale al cui ingresso giunge la tensione V_G (Fig. 11.40). Si supponga di regolare la resistenza variabile R_v della Fig. 11.40 in modo tale che il ponte risulti bilanciato e quindi la tensione V_G sia nulla. A questo punto si è stabilita la temperatura di esercizio dell'elemento sensibile. Posto in un fluido, se la velocità di questo è diversa da quella per cui il ponte risultava bilanciato, la tensione V_G risulterà diversa da zero (positiva o negativa). Tale tensione viene posta in *input* all'amplificatore operazionale di Fig. 11.40 che l'amplifica e la invia al *booster di corrente* che si incarica di alterare la tensione di alimentazione del ponte in modo tale da riportarlo all'equilibrio. In questo modo si realizza una relazione biunivoca tra la tensione di alimentazione del ponte e la velocità del fluido.

11.1.5.3 La misura della velocità del fluido

Tutti i ragionamenti fatti ipotizzavano una geometria come quella rappresentata in Fig. 11.38, dove il flusso dell'aria è perpendicolare al filamento caldo posto in direzione verticale. Una simile situazione può essere riprodotta nella galleria del vento ma ben raramente la si ha se si espone il filo caldo all'aria dell'atmosfera. In generale, la situazione sarà quella rappresentata in Fig. 11.41 in cui il vento non è perpendicolare al filamento. Essa è tipica di un campo di moto turbolento in cui il vettore velocità varia continuamente da istante. In questo caso, il filo caldo inserito nel circuito elettrico di misura registra una velocità U_{eff} che non coincide con il vettore velocità dell'aria di modulo U , ma che è la velocità equivalente dell'aria che raffredda il filamento caldo.

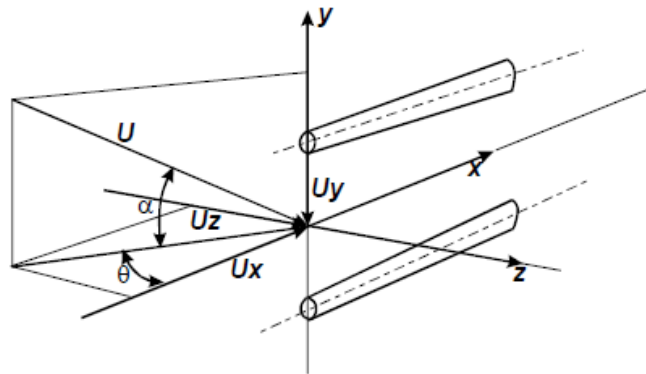


Fig. 11.41: filo caldo in un fluido con vettore velocità generico

Se scomponiamo il vettore velocità nelle sue tre componenti U_x , U_y e U_z secondo gli assi cartesiani indicati in figura, vediamo che tra queste componenti del vettore velocità e U_{eff} esistono le seguenti relazioni:

- se l'angolo θ (*pitch angle*) è nullo:

$$U_{eff}^2 = U^2(\cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha) \quad [11.65a]$$

- se l'angolo α (*yaw angle*) è nullo:

$$U_{eff}^2 = U^2(\cos^2 \theta + h^2 \sin^2 \theta) \quad [11.65b]$$

- in generale, si avrà:

$$U_{eff}^2 = U_x^2 + k^2 U_y^2 + h^2 U_z^2 \quad [11.65c]$$

In esse sono presenti due grandezze k e h che devono essere determinate in fase di calibrazione del sensore nella galleria del vento per ogni specifico sensore. Un esempio di come queste due grandezze variano in funzione degli angoli α e θ è riportata nella **Fig. 11.42**.

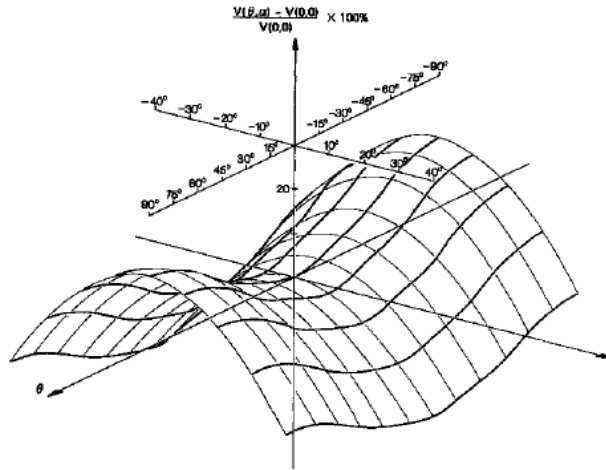


Fig. 11.42: variazione di h e k in funzione degli angoli di pitch e yaw

Un solo filo caldo non è in grado di misurare completamente la velocità dell'aria, se non nella situazione di **Fig. 10.38**. Per un impiego più generale sono stati realizzati elementi sensibili costituiti dall'insieme di tre fili caldi non complanari. Un esempio è riportato in **Fig. 11.43**. La geometria del sensore è piuttosto complessa ed è evidenziata nella **Fig. 11.44** in cui le coordinate adottate hanno l'asse x diretto lungo il gambo del sensore. In teoria le quantità h e k potranno essere diverse per i tre filamenti.



Fig. 11.43: configurazione triassiale dell'anemometro a filo caldo

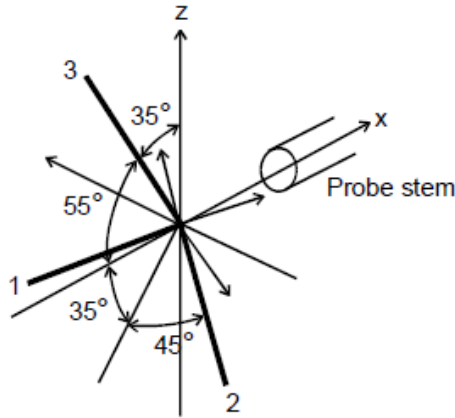


Fig. 11.44: geometria adottata dal sensore tridimensionale

Indicando con U la componente del moto lungo l'asse x , V la componente lungo l'asse y e W la componente lungo l'asse z (le componenti nel sistema di assi cartesiani normalmente adottato in meteorologia) e se U_{cal1} , U_{cal2} e U_{cal3} sono le *velocità di raffreddamento* registrate dai tre fili caldi che costituiscono il sensore, è possibile determinare da queste ultime U , V e W per un sensore di questa geometria impiegando le relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} U &= -U_1 \cos(54.74) + U_2 \cos(54.74) + U_3 \cos(54.74) \\ V &= -U_1 \cos(45) - U_2 \cos(135) + U_3 \cos(90) \\ W &= -U_1 \cos(114.09) - U_2 \cos(114.09) - U_3 \cos(35.26) \end{aligned} \quad [11.66a]$$

dove U_1 , U_2 e U_3 sono la soluzione del sistema seguente in cui compaiono le grandezze h_i e k_i (dove $i = 1, 2, 3$) tipiche di ogni singolo filo caldo:

$$\begin{aligned} k_1^2 U_1^2 + U_2^2 + h_1^2 U_3^2 &= (1 + k_1^2 + h_1^2)^2 \cos^2(35.3) \cdot U_{cal1}^2 \\ h_2^2 U_1^2 + k_2^2 U_2^2 + U_3^2 &= (1 + k_2^2 + h_2^2)^2 \cos^2(35.3) \cdot U_{cal2}^2 \\ U_1^2 + h_3^2 U_2^2 + k_3^2 U_3^2 &= (1 + k_3^2 + h_3^2)^2 \cos^2(35.3) \cdot U_{cal3}^2 \end{aligned} \quad [11.66b]$$

Se ipotizziamo per semplicità che $k^2 = 0.0225$ e $h^2 = 1.04$ per tutti i tre fili caldi, otteniamo:

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{-0.3676 \cdot U_{cal1}^2 + 0.3747 \cdot U_{cal2}^2 + 0.3453 \cdot U_{cal3}^2} \\ U_2 &= \sqrt{0.3453 \cdot U_{cal1}^2 - 0.3676 \cdot U_{cal2}^2 + 0.3747 \cdot U_{cal3}^2} \\ U_3 &= \sqrt{0.3747 \cdot U_{cal1}^2 + 0.3453 \cdot U_{cal2}^2 - 0.3676 \cdot U_{cal3}^2} \end{aligned} \quad [11.66c]$$

11.1.5.4 Il comportamento dinamico dell'anemometro a filo caldo

Lo studio della risposta in frequenza di un anemometro a filo caldo è piuttosto complesso e lo tralascieremo. Vale solo la pena ricordare che un anemometro a filo caldo può essere considerato, a rigore, un sensore del primo ordine con una costante di tempo estremamente bassa, dell'ordine dei microsecondi. Vista la ridottissima costante di tempo, agli effetti pratici questo anemometro può essere considerato un sensore di ordine zero e può essere impiegato per risolvere strutture turbolente caratterizzate da frequenze dell'ordine dei kHz.

11.1.5.5 Osservazioni conclusive

L'anemometro a filo caldo, sia nella versione monodimensionale che in quella tridimensionale, è uno strumento prezioso per lo studio della turbolenza soprattutto nelle strutture sperimentali come le gallerie del vento e le *water tank*. È dal suo utilizzo che si ottengono preziose informazioni sulla turbolenza dei fluidi, questo soprattutto per le sue ridottissime dimensioni e per la sua dinamica che permette di studiare fenomeni turbolenti caratterizzati da frequenze dell'ordine dei kHz, irraggiungibili per gli anemometri di tipo meccanico ed anche per gli anemometri ultrasonici. È anche stato impiegato in atmosfera per lo studio della turbolenza del *PBL*, ma il suo utilizzo risulta limitato dalla sua fragilità intrinseca e dalla sua vulnerabilità agli agenti atmosferici (pioggia, grandine, ecc.), anche se il suo impiego è obbligato quando si vanno ad indagare intervalli spettrali oltre l'*Inertial Subrange* e quando si voglia misurare direttamente il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.



Fig. 11.45: anemometro a "film caldo" per impieghi meteorologici

Una variante costruttiva più solida è costituita dall'anemometro a *film caldo* che prevede la sostituzione del filo caldo con una barretta di quarzo o vetro di diametro pari a $25 \div 250 \mu\text{m}$ e di lunghezza 1.5 mm su cui viene depositato uno strato sottile di materiale conduttore (normalmente platino). Una realizzazione commerciale è mostrata in **Fig. 11.45**. Questo strumento, per la sua robustezza, prontezza di risposta e precisione, è un'ottima alternativa alla coppia *cup/vane*.

11.1.6 IL TUBO DI PITOT

Anche se non impiegato direttamente in Meteorologia, il Tubo di Pitot è un dispositivo importante per la determinazione della velocità dell'aria in una galleria del vento e da un aeromobile in volo. È stato inventato all'inizio del diciottesimo secolo dall'ingegnere francese Henry Pitot ed è giunto alla configurazione attuale grazie al lavoro dello scienziato francese Henry Darcy. Per descriverne il principio di misura, facciamo riferimento alla **Fig. 11.46**. Come si vede, tale apparato è sostanzialmente costituito da un tubo puntato direttamente nella direzione del fluido in movimento, che nel nostro caso è l'aria (dell'atmosfera o della galleria del vento).

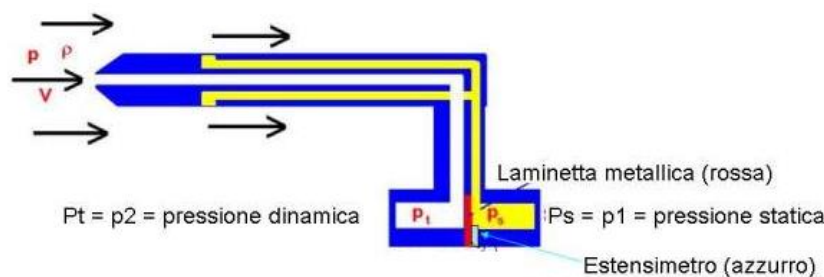


Fig. 11.46: schematizzazione di un Tubo di Pitot

L'aria entra nel tubo e subito dopo arresta il proprio moto visto che all'estremità del tubo viene posta una lamina metallica che impedisce al fluido di proseguire la corsa. Il fluido eserciterà sulla lamina una *pressione totale* P_t che viene detta anche *pressione di stagnazione*. Secondo la *Legge di Bernoulli*, la pressione totale così individuata è pari alla somma della *pressione statica* P_s (cioè quella dell'atmosfera circostante) e della *pressione dinamica*, che è la pressione che il fluido in movimento alla velocità U e con densità ρ origina su una superficie fissa. La pressione dinamica è quindi pari a:

$$P_d = \frac{\rho U^2}{2} \quad [11.67a]$$

Sulla base di tutto ciò, la Legge di Bernoulli risulta espressa come:

$$P_t = P_s + \frac{\rho U^2}{2} \quad [11.67b]$$

e perciò la velocità U posseduta dal fluido in ingresso al tubo è pari a:

$$U = \sqrt{\frac{2(P_t - P_s)}{\rho}} \quad [11.67c]$$

Dalla **Fig. 11.46**, si nota come il Tubo di Pitot presenti anche altre aperture (*porte statiche*) che lo mettono in comunicazione col fluido, tutte realizzate in modo tale che il moto del fluido sia tangenziale ad esse. La pressione che si misura in corrispondenza a tali aperture altro non è che la pressione statica. Se, come in figura, le porte statiche comunicano con un lato della lamina metallica ed il tubo principale con l'altro lato, dalla deformazione della lamina (misurata da un estensimetro) si ottiene la misura della differenza tra pressione totale e pressione statica, cioè la pressione dinamica. Quindi, nota la $\Delta p = P_t - P_s$, dalla (11.67c) si ottiene la velocità del fluido:

$$U = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad [11.67d]$$



Fig. 11.47: Tubo di Pitot sotto la fusoliera di un aeromobile

Come si è detto, il Tubo di Pitot non viene mai usato direttamente in una stazione meteorologica. Il suo impiego principale è la misura della velocità dell'aria da un aeromobile (un esempio di un tubo di Pitot posto sotto la fusoliera di un aereo è presentata nella **Fig. 11.47**).

Indirettamente, il Tubo di Pitot presenta un notevole interesse dal punto di vista meteorologico perché di fatto costituisce lo strumento principale con cui si misura la velocità dell'aria nelle gallerie del vento impiegate nella calibrazione degli anemometri.

11.1.7 ORIENTAMENTO DI UN ANEMOMETRO

A parte l'anemometro a coppe che misura esclusivamente la velocità orizzontale del vento, tutti gli altri anemometri che sono stati considerati devono essere orientati in modo da rilevare con esattezza la direzione di provenienza del vento o l'orientamento delle relative componenti cartesiane. La convenzione comunemente adottata è quella di orientare l'anemometro rispetto al *Vero Nord* cioè verso il *Nord Geografico* (la direzione del meridiano locale) e non verso il *Nord Magnetico* che è quello indicato da una bussola. Le due direzioni sono differenti visto che Polo Nord Geografico e Polo Nord Magnetico non coincidono.

La *declinazione magnetica* Φ è l'angolo sul piano orizzontale tra la direzione dell'ago della bussola e la direzione del meridiano locale. Il suo valore varia da luogo a luogo e nel tempo in quanto il Nord Magnetico a differenza di quello Geografico non è statico. La declinazione può essere Est od Ovest in funzione dell'orientamento delle locali linee di flusso del campo magnetico terrestre (parallelamente alle quali si allinea l'ago magnetico della bussola) rispetto al meridiano locale. Per evitare calcoli più o meno laboriosi, la quantificazione della declinazione magnetica può essere individuata dal sistema proposto dalla NOAA consultabile in Internet all'indirizzo:

<http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#declination>

una volta nota la latitudine e la longitudine del luogo di interesse. Una volta determinato l'angolo di declinazione magnetica Φ , la direzione del vero Nord (il Nord Geografico) la si ottiene una volta individuato il Nord Magnetico (la cui direzione è $0^\circ = 360^\circ$) dalla relazione seguente:

$$Dir_{\text{Vero Nord}} = \begin{cases} 360 - \Phi & \text{se } \Phi > 0 \\ -\Phi & \text{se } \Phi < 0 \end{cases} \quad [11.68]$$

Per esempio, la declinazione attuale di Roma ($41^\circ 53' 33''$ N, $12^\circ 29' 31''$ E) è pari a 2.41° , quindi il Nord Geografico è nella direzione 357.59° (se la direzione del Nord Magnetico è 0°), mentre la declinazione magnetica di Los Angeles ($34^\circ 3' 8''$ N, $118^\circ 14' 37''$ W) è ben 12° , quindi il Nord geografico è nella direzione 348° .

11.1.8 LA GALLERIA DEL VENTO E LA CALIBRAZIONE DEGLI ANEMOMETRI

La calibrazione degli anemometri normalmente viene fatta all'interno di dispositivi chiamati *gallerie del vento*, per confronto con un anemometro campione. La galleria del vento deve avere una sezione di almeno due volte le dimensioni massime dell'anemometro da calibrare e deve essere capace di operare con una velocità stazionaria costante per un tempo sufficientemente lungo (alcuni minuti). Una tipica architettura di galleria del vento consiste in un tunnel lungo alcuni metri e con diametro dell'ordine del metro (quindi è una struttura di una certa imponenza), alle cui estremità si trovano una ventola, che aspira aria, ed un filtro. Uno schema di un tale dispositivo è mostrato in **Fig. 11.48**, mentre in **Fig 11.49** si può vederne una realizzazione pratica.

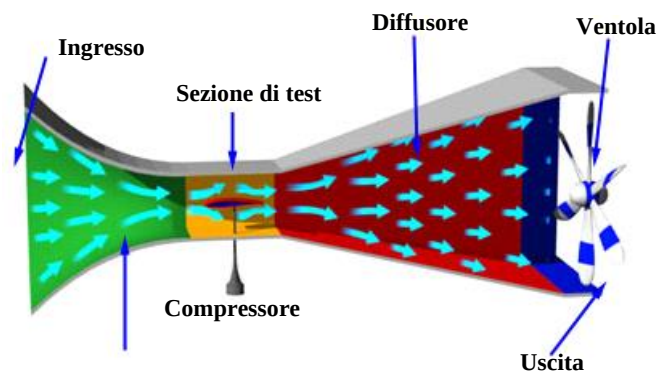


Fig. 11.48: visione schematica di una galleria del vento

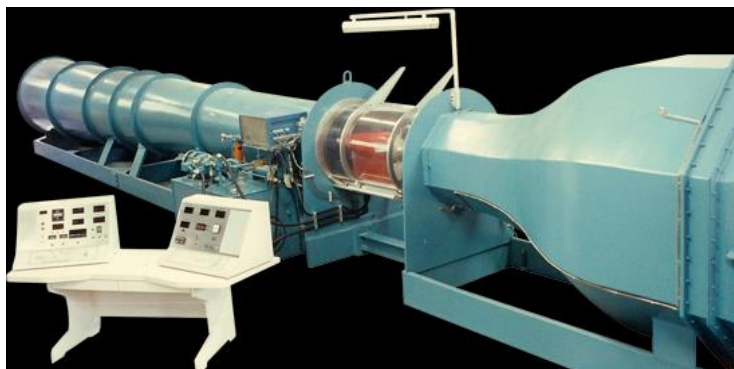


Fig. 10.49: una galleria del vento

La ventola aspirante può variare il proprio numero di giri e quindi variare la velocità dell'aria che attraversa la galleria, mentre la geometria interna della galleria viene realizzata in modo tale che l'aria fluisca a velocità e direzione costante con un bassissimo livello di turbolenza.

Per velocità superiori a 5 m s^{-1} , come anemometro di riferimento viene utilizzato il Tubo di Pitot, mentre per velocità inferiori si utilizza spesso un anemometro a filo caldo. A volte si usano come anemometri di riferimento anche anemometri ad elica, sia *cup* sia *propeller*.

Per eseguire la calibrazione di un anemometro si introducono nella galleria sia l'anemometro da calibrare sia quello campione, avendo cura di posizzarli in modo che siano lambiti dalla stessa aria, senza però porli troppo vicini evitando interferenze reciproche. L'anemometro da tarare può anche essere inclinato e ruotato, lasciando fisso quello di riferimento, in modo da determinare la risposta angolare dell'anemometro da calibrare. Tutto ciò consente di determinare la curva di taratura degli anemometri test. Dato che è importante anche la determinazione delle caratteristiche dinamiche dei sensori, la galleria dispone anche di sistemi tali da consentire di generare situazioni che riproducano un *input a gradino*. La metodologia impiegata per realizzare le calibrazioni è specificata nei dettagli da ben precise Norme. Senza pretese di completezza, nella **Tab. 11.2** vengono elencate le principali norme dedicate alla calibrazione dei vari anemometri.

Norma	Argomento
ASTM D5096-02	Cup and propeller anemometer test procedures
ISO 17713-1	Cup and propeller anemometer test procedures
ASTM D5366-96	Standard test method for determining the dynamic performance of a wind vane
ASTM D4430-00e1	Standard Practice for determining the operational comparability of meteorological measurements
ASTM D5741-96e1	Standard practice for characterizing surface wind using a wind vane and rotating anemometer
ASTM D6011-96	Sonic Anemometer Test procedures
ISO 16622	Sonic Anemometer Test procedures

Tab. 11.2: alcune Norme per la calibrazione degli anemometri

L'impiego della galleria del vento per la calibrazione degli anemometri presenta, però, alcune limitazioni quando tali sensori sono destinati allo studio della turbolenza ed in particolare alla stima delle varianze e covarianze delle componenti della velocità del vento ed alla stima dei momenti di ordine superiore. Il problema è ancora aperto, ma Kristensen e al. (2001) hanno sottolineato come una *calibrazione in campo* possa essere estremamente efficace allo scopo. La metodologia è semplicissima. Si prendono gli anemometri da calibrare (preferibilmente calibrati in precedenza in galleria del vento e quindi con curva di calibrazione nota) e li si pongono a fianco di un anemometro campione (per esempio un anemometro ultrasonico triassiale di caratteristiche note). Sia l'anemometro campione che quelli da calibrare vengono collocati su un apposito

sostegno (**Fig. 11.50**) avendo cura che non interferiscano tra loro e con gli ostacoli eventualmente presenti. Si registrano gli *output* di tutti i sensori, si stimano le varie caratteristiche di interesse (valori medi, varianze, covarianze e momenti di ordine superiore) e si realizza, per ogni anemometro da calibrare e per ogni variabile di interesse, una curva di regressione tra la variabile, stimata dall'anemometro campione, e la stessa variabile stimata dall'anemometro da calibrare.



Fig. 11.50: calibrazione in campo degli anemometri (Kristensen e al, 2001)

11.2 MISURA DELLA TEMPERATURA

La temperatura è una delle variabili fisiche e meteorologiche che più hanno condizionato la vita dell'uomo. Il suo studio ha accompagnato la vita del genere umano lungo tutta la sua storia ed è motivato dalla vitale sensazione naturale di *caldo* e di *freddo* e dalla necessità di quantificare questo concetto e questa sensazione qualitativa e sensoriale. Non c'è da stupirsi, quindi, che il problema della sua misura abbia affascinato la storia della Scienza e che uno delle maggiori menti scientifiche di tutti i tempi, Galileo Galilei, abbia inventato l'antenato del termometro odierno nel lontano 1592, strumento che ben poco si discosta dall'attuale termometro a liquido. Questa affascinante ricerca è durata secoli ed è ben riassunta da Benedict (1969) cui rimandiamo per i dettagli. Nonostante l'intensa attività di ricerca, l'elusività del concetto quantitativo di *temperatura*, cioè di quantificazione della sensazione di caldo e di freddo, non è stata *domata* facilmente e solo lo sviluppo della Termodinamica e della Teoria Cinetica dei Gas, oltre alla conoscenza dell'intima struttura della materia, ha consentito finalmente di giungere alla definizione quantitativa di temperatura che oggi abbiamo adottato. Ogni testo di Fisica Elementare e di Termodinamica per corsi universitari dedica uno spazio adeguato alla definizione di temperatura e da quanto ivi esposto si vede come sia stato necessario giungere alla definizione di gas perfetto, alla formulazione della legge relativa, alla formulazione del Secondo Principio della Termodinamica ed alla definizione del Ciclo di Carnot perché fosse possibile definire la *temperatura termodinamica assoluta*, proposta da Lord Kelvin nel 1848, quasi tre secoli dopo Galileo.

A complicare le cose, per la temperatura non esiste una *unità campione*, così come invece esiste per la massa, la lunghezza ed il tempo. Infatti la definizione di scala assoluta termodinamica della temperatura è puramente teorica e non è fisicamente realizzabile, dipendendo dal Ciclo di Carnot ideale. D'altra parte, la Termodinamica asserisce la validità della Legge dei Gas Perfetti

da cui, come vedremo, è possibile individuare metodi reali per la definizione di temperatura. La Termodinamica, inoltre, dimostra come la definizione di temperatura ottenuta con l'impiego della legge dei gas perfetti è del tutto identica alla scala termodinamica assoluta, cosa che ci permette alla fine di misurare effettivamente questa variabile fisica.

11.2.1 IL TERMOMETRO A GAS

L'applicazione della Legge dei Gas Perfetti alla definizione di una scala termometrica passa per la definizione e la costruzione del *termometro a gas*. Per giungere a questo strumento, che è reale ed utilizzabile (anche se non facilmente), è necessario premettere alcune considerazioni. Per prima cosa va sottolineato che il concetto stesso di gas perfetto è un'idealizzazione cui ben si avvicina un gas reale a pressione molto bassa. Premesso ciò, un termometro a gas (**Fig. 11.51**) altro non è che un bulbo contenente gas reale a pressione p molto bassa connesso ad un tubo ad U (adiabatico) contenente mercurio a sua volta collegato ad un serbatoio R che funge da riferimento per la pressione atmosferica p_0 . Il bulbo col gas a bassa pressione è l'*elemento sensibile* del termometro a gas che quindi misurerà la temperatura T dell'ambiente in cui è immerso il bulbo stesso, come è mostrato nella figura.

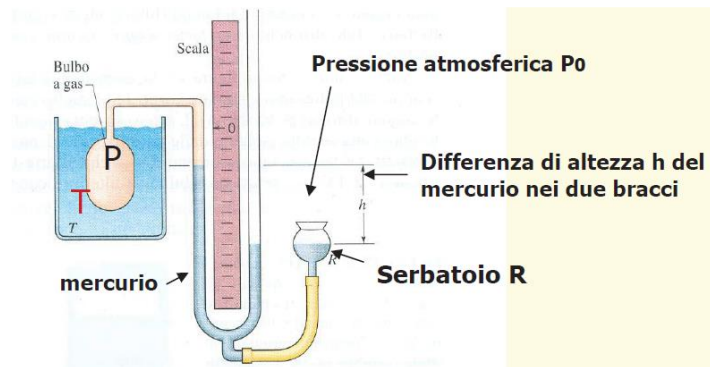


Fig. 11.51: visione schematica di un termometro a gas a volume costante

Il bulbo contenente gas rarefatto, posto nell'ambiente a temperatura T , si pone in equilibrio termico con l'ambiente stesso e ciò determinerebbe un'alterazione nella pressione del gas e quindi del suo volume. Perciò, per mantenere costante il volume occupato dal gas sarà necessario innalzare o abbassare il serbatoio di mercurio. Quindi, il mercurio nei due rami del tubo ad U viene a trovarsi a due altezze diverse. Detta h la differenza tra le due altezze, si ha che:

$$p = p_0 - \rho gh \quad [11.69]$$

dove ρ è la densità del mercurio.

Se il termometro a gas viene posto (come in figura) in un ambiente tenuto alla temperatura del *punto triplo dell'acqua* T_{tr} (cioè alla temperatura in cui sono in equilibrio ghiaccio, acqua liquida e valore acqueo) e se si manovra il serbatoio R in modo tale che il ramo di sinistra del mercurio raggiunga una ben precisa altezza (che porremo come riferimento costante), allora abbiamo definito un ben preciso volume V del gas rarefatto presente nel bulbo che sarà costituito da n moli. Quindi, secondo la Legge dei Gas Perfetti, la pressione del gas nel bulbo sarà:

$$p_{tr} = \frac{nR}{V} T_{tr} \quad [11.70a]$$

e perciò la temperatura del punto triplo dell'acqua sarà funzione della pressione del gas rarefatto presente nel bulbo secondo la relazione:

$$T_{tr} = \frac{V}{nR} p_{tr} \quad [11.70b]$$

Se, per definizione, attribuiamo al T_{tr} il valore di 273.16 K e conosciamo n e V , otteniamo p_{tr} .

A questo punto spostiamo il termometro a gas in un ambiente a temperatura diversa T e facciamo in modo che il volume del gas rarefatto resti costante e pari a V . Per fare ciò bisogna che la pressione nel bulbo sia pari a p_T , cosa che misuriamo mediante la (11.69) una volta individuato il nuovo dislivello tra i due capillari di mercurio. Dalla Legge dei Gas Perfetti si ha che:

$$T = p_T \frac{V}{nR} \quad [11.70c]$$

e tenendo conto della (11.69a) otteniamo:

$$T = T_{tr} \frac{p_T}{p_{tr}} = 273.16 \frac{p_T}{p_{tr}} \quad [11.70d]$$

Perciò, l'apparato di **Fig. 11.51**, noto come *termometro a gas a volume costante*, è un termometro, cioè è un sensore in grado di misurare la temperatura di un ambiente, il cui elemento sensibile è il bulbo contenente un gas rarefatto, ottima approssimazione di un gas perfetto ideale.

Il termometro a gas è molto accurato, ma, come è evidente, non è di facile utilizzo ed il suo uso è limitato alla misura di alcuni ambienti particolari, normalmente costituiti da punti tripli, punti di fusione e punti di ebollizione.

11.2.2 LA SCALA INTERNAZIONALE DI TEMPERATURA

La Fisica evidenzia come la temperatura abbia notevole influenza sulla proprietà della materia. Infatti sappiamo che un solido ed un liquido si dilatano con la temperatura, che la materia irraggia energia elettromagnetica con uno spettro che dipende da essa (Cap. 6) e che un conduttore o un semiconduttore mutano la propria resistività in funzione della temperatura. Ciascuna di queste proprietà potrebbe essere adeguatamente sfruttata per costruire un termometro se fosse possibile calibrarlo, cioè mettere in relazione quantitativa una di queste variazioni di proprietà con analoghe variazioni di temperatura. È quindi necessario disporre di un insieme di ambienti aventi le proprietà seguenti:

- facile riproducibilità e stabilità,
- definizione estremamente accurata (con minima incertezza) del valore di temperatura caratteristica di questi ambienti.

È evidente che gli ambienti ideali per questo sono quegli ambienti in cui hanno luogo transizioni di fase. Sulla base di queste considerazioni è possibile pensare di:

- individuare una serie di transizioni di fase facilmente riproducibili e che coprono l'intero range di temperatura di interesse. Questi punti vengono definiti punti fissi;
- definire mediante termometri primari (in pratica mediante il termometro a gas) il valore di temperatura di ciascun punto fisso;
- costruire apparati che riproducono al meglio questi punti fissi;
- per i vari *range* di temperatura di interesse, costruire termometri più maneggevoli dei termometri a gas, ma altamente accurati e basati sulla variazione di alcune grandezze fisiche (per esempio la resistività elettrica). Tali sensori, detti *termometri campione*, una volta introdotti negli apparati che riproducono i vari punti fissi, consentono di individuare una relazione ben precisa tra il valore di temperatura caratteristico dei vari punti fissi ed il valore della proprietà fisica sulla cui variazione si basa il funzionamento del termometro scelto;

- definire una legge di interpolazione che consenta ai vari termometri campione di operare su un *range* continuo di temperatura;
- calibrare qualsiasi tipo di termometro per confronto con un termometro campione.

Questa è sostanzialmente la metodologia universalmente adottata per la calibrazione dei vari termometri di uso comune, anche in Meteorologia. Questa metodologia ha subito continue modifiche ed attualmente viene universalmente adottata la metodologia stabilita dal Comitato Internazionale dei Pesi e Misure nel 1990, nota come *International Temperature Scale (ITS-90)* puntigliosamente descritta da Preston-Thomas (1990). La metodologia ITS-90 copre un vastissimo *range* di temperatura, eccessivo per le applicazioni di tipo meteorologico che possono limitarsi a considerare il *range* $-80^{\circ}\text{C} \div +60^{\circ}\text{C}$. In questo range (WMO, 2008) i punti fissi primari considerati per la calibrazione di termometri usati in Meteorologia sono i cinque riportati nella **Tab. 11.3** in cui sono indicate anche le rispettive incertezze tipo. A questi punti primari si aggiungono altri cinque punti fissi secondari riportati nella **Tab. 11.4**. Di tutti questi punti fissi, il più importante è il punto triplo dell'acqua. In effetti esso fornisce *il campione di temperatura*. Ad esso si attribuisce convenzionalmente la temperatura di 273.16 K

Punto Fisso Primario	K	$^{\circ}\text{C}$	Incerteza Tipo (mK)
Punto triplo dell'Argon	811.8058	-189.3442	± 0.3
Punto triplo del mercurio	234.3156	-38.8344	± 0.2
Punto triplo dell'acqua	273.1600	0.01	± 0.1
Punto di congelamento del gallio	302.9146	29.7646	± 0.2
Punto di congelamento dell'indio	429.7485	156.5985	± 0.3

Tab. 11.3: punti fissi primari ITS-90 di interesse meteorologico secondo WMO (2008)

Punto Fisso Secondario	K	$^{\circ}\text{C}$
Punto di sublimazione del biossido di carbonio	194.686	-78.464
Punto di congelamento del mercurio	234.296	-38.854
Punto di congelamento dell'acqua	2711.150	0.00
Punto di congelamento del gallio	302.9146	29.7646
Punto triplo del fenossibenzene	300.014	26.864

Tab. 11.4: punti fissi secondari ITS-90 di interesse meteorologico secondo WMO (2008)

I termometri campione utilizzati per la calibrazione dei termometri da impiegare in campo sono resistenze di platino purissimo racchiuse in vetro di quarzo (*SPRT: Standard Platinum Resistance Thermometer*). Vari sono i tipi di realizzazioni pratiche e nella **Fig. 11.52** è schematicamente disegnata una di esse.

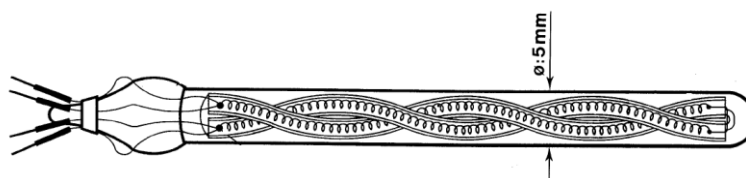


Fig. 11.52: disegno schematico di uno Standard Platinum Resistance Thermometer (SPRT)

Questi termometri, decisamente più maneggevoli di quelli a gas, vengono introdotti in apposite

celle in cui viene riprodotto un particolare punto fisso. La cella più importante è quella che riproduce il punto triplo dell'acqua schematicamente rappresentata nella **Fig. 11.53**. Essa è sostanzialmente un contenitore di vetro al quarzo trasparente e cilindrico che abbraccia un pozzetto interno dove andrà immersa la sonda termometrica da tarare. All'interno della cella è confinata acqua purissima deionizzata e con percentuale isotopica di idrogeno e ossigeno certificata. L'acqua si trova alla pressione di 611.73 Pa e quella che sembra aria in realtà è vapore d'acqua. Si raggiungerà il punto triplo quando sarà nella singolare situazione di equilibrio stabile in cui coesistono la fase solida, liquida e gassosa dell'acqua. Bisogna quindi raffreddare la cella per ottenere del ghiaccio; la tecnica non è semplice ricordando che se tutta l'acqua dovesse gelare, la cella andrebbe irrimediabilmente rotta. Quindi con opportune tecniche di raffreddamento progressivo bisogna costituire una guaina di ghiaccio attorno al pozzetto e poi, riscaldando un po', fare in modo che tra la parete di vetro del pozzetto e la guaina di ghiaccio attorno ad essa sia interposto un velo uniforme di acqua in fase liquida. In tale situazione la temperatura all'interno del pozzetto corrisponde a 273.16 K ed è una situazione stabile fino a che tutto il ghiaccio non si è sciolto.

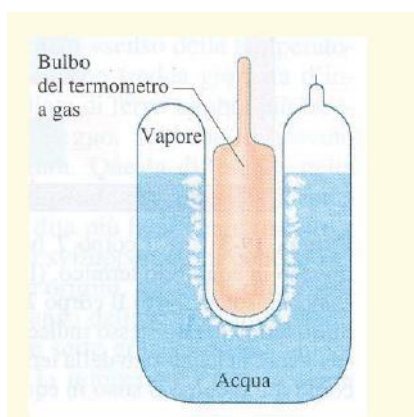


Fig. 11.53: rappresentazione schematica di una cella per il punto critico dell'acqua

In base alle caratteristiche di variabilità della resistività elettrica del platino e dei vari punti fissi, per il termometro campione la scala ITS-90 prescrive una relazione analitica tra la resistenza R_0 a 0°C e la resistenza R_T ad una generica temperatura T (°C). In particolare si ha che:

- per $-200^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C}$

$$R_T = R_0[1 + aT + bT^2 + cT^3(T - 100)] \quad [11.71a]$$

- per $0^\circ\text{C} \leq T < 850^\circ\text{C}$

$$R_T = R_0[1 + aT + bT^2] \quad [11.71b]$$

dove:

$$a = 11.9083 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad b = -5.775 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2} \quad c = -4.183 \cdot 10^{-12} \text{ }^\circ\text{C}^{-3}$$

Una volta calibrati, i *SPRT* possono essere impiegati nella calibrazione per confronto dei termometri utilizzati in campo impiegando appositi bagni termostatici.

11.2.3 TERMOMETRI NON ELETTRICI

In una stazione meteorologica, per necessità operative, ogni sensore deve avere un *output* di tipo elettrico in modo da consentire un'acquisizione automatica ed un'efficace trasmissione dei dati al Centro di Raccolta e quindi il nostro ovvio interesse sta in quei termometri che presentano tali caratteristiche. Tuttavia non è possibile non citare brevemente altri tipi di termometri che non possiedono queste caratteristiche ma che sono stati utilizzati moltissimo anche nelle stazioni

meteorologiche nel recente passato, quando in esse non era presente una trasmissione dei dati via radio o via telefonica, ma erano presidiati da operatori che trascrivevano manualmente le osservazioni su appositi registri.

Il tipo di termometro più noto e più usato è sicuramente il *termometro a liquido* (*Liquid-in glass thermometer*) che è un capillare di vetro con un bulbo ad un estremo riempito di liquido (mercurio o alcol). Il principio termometrico è l'espansione termica del liquido nel capillare, direttamente proporzionale alla temperatura dell'ambiente in cui è immerso. Una scala graduata, determinata in fase di calibrazione, consente una lettura manuale del livello raggiunto dalla colonna di liquido e quindi, grazie alla scala graduata, una lettura diretta della temperatura. Questo tipo di termometro è estremamente preciso e tuttora è impiegato nei laboratori chimici per la sua praticità e per il suo costo ridotto, oltre che in campo medico ed alimentare. Un tempo era il sensore principe di una stazione meteorologica e le sue misure nei decenni passati, religiosamente trascritte dagli operatori di stazione, costituiscono ancora oggi un supporto fondamentale per gli studi climatologici che si basano pesantemente su tali misure. A fianco di termometri di questo tipo spesso operavano anche altri termometri simili in cui però era stata inserita nel capillare una ostruzione opportuna che consentiva di determinare senza ulteriori calcoli la temperatura massima e minima in un determinato periodo. Per i dettagli relativi ai termometri di questo tipo si faccia riferimento a Benedict (1969), Brock e Richardson (2001) e alla Guida WMO (WMO, 2008) in cui sono discussi anche gli errori che possono introdursi nelle misure da essi realizzate.

Sull'espansione termica dei metalli si basa un'altra classe di termometri, i *termometri a lamina bimetallica* (*Bimetallic strip thermometer*). Nella sua versione più semplice, un termometro di questo tipo è costituito da una coppia di lamine metalliche di piccole dimensioni unite tra loro, aventi ciascuna un diverso coefficiente di espansione termica. Ad una data temperatura di riferimento, quella in cui si è realizzata l'unione delle due lamine (per esempio mediante saldatura), la lamina bimetallica mantiene la sua forma originaria, ma quando la temperatura cambia, la lamina bimetallica si piega leggermente ad arco a causa dell'espansione differenziale delle due componenti. Per i dettagli, ancora una volta si faccia riferimento a Benedict (1969), Brock e Richardson (2001) e alla Guida WMO (WMO, 2008) in cui sono discussi anche gli errori che possono introdursi nelle misure. Questo tipo di termometro è diffusissimo per gli scopi più disparati, anche per il suo bassissimo costo. Lo si è incontrato anche nelle stazioni meteorologiche di vecchia generazione, anche se meno frequentemente del termometro a liquido.

11.2.4 LE TERMORESISTENZE

La storia della termoresistenza è relativamente recente. Infatti, nel 1821 Sir Humphry Davy notò per la prima volta che la conducibilità elettrica di vari metalli era inversamente proporzionale alla temperatura e Sir William Siemens nel 1871 mostrò come impiegare una resistenza di platino per misurare la temperatura. Tuttavia fu necessario attendere fino al 1887 perché si giungesse, con il celebre lavoro di Hugh Callendar, allo stato attuale delle conoscenze.

11.2.4.1 Basi teoriche del funzionamento

L'esperienza dimostra che la resistività elettrica dei materiali conduttori (come per esempio il rame, il tungsteno, il nichel ed il platino) aumenta con l'aumentare della temperatura a cui si trovano. Questa proprietà suggerisce la possibilità di realizzare sensori di temperatura costituiti sostanzialmente da spezzoni di materiale conduttore inseriti come resistenze in appositi circuiti elettrici. In effetti tali sensori presentano una variazione di resistenza elettrica direttamente proporzionale alla variazione della propria temperatura.

Si consideri uno spezzone di filo di lunghezza L e diametro d , costituito di un metallo avente resistività ρ ($\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$). La resistenza elettrica di questa porzione di filo è quindi pari a:

$$R = \rho \frac{4L}{\pi d^2} \quad [11.72a]$$

Inevitabilmente, se ρ varia con la temperatura (per esempio in maniera direttamente proporzionale), anche la resistenza R varierà con essa. Nella **Tab. 11.5** sono elencati alcuni metalli puri ed i relativi valori di resistività elettrica alla temperatura di 0°C .

Materiale	Resistività Elettrica ($\Omega \text{ mm}^2 \text{ m}^{-1}$)	Coefficiente di temperatura
Argento	0.015	0.00360
Rame elettrolitico	0.016	0.00420
Oro	0.021	0.00360
Alluminio	0.028	0.00430
Tungsteno	0.050	0.00420
Ferro	0.100	0.00500
Platino	0.103	0.00385
Piombo	0.200	0.00430

Tab. 11.5: resistività elettrica e coefficiente di temperatura per i principali metalli

Potenzialmente, tutti i metalli presenti in questa tabella (ed anche alcune leghe) potrebbero essere impiegati come elemento sensibile per un termometro, tuttavia, come sottolineato dal WMO (2008), il materiale selezionato dovrebbe avere le caratteristiche seguenti:

- le sue proprietà fisiche e chimiche dovrebbero rimanere inalterate per tutto il *range* di misura di interesse;
- la sua resistività elettrica dovrebbe crescere in modo regolare con la temperatura senza discontinuità in tutto il *range* di misura;
- le influenze esterne, come l'umidità dell'aria, la corrosione o gli *stress* non dovrebbero alterare apprezzabilmente la sua resistività elettrica;
- le sue caratteristiche dovrebbero mantenersi stabili nel tempo;
- le variazioni di resistività con la temperatura dovrebbero essere sufficientemente forti da poter essere facilmente misurabili.

Alla luce di tutto ciò, emerge il fatto che il platino puro è sicuramente il metallo più adatto ad essere impiegato a questo scopo, perché non è particolarmente sensibile agli ambienti chimicamente ostili, ha una variazione della resistività elettrica con la temperatura molto lineare (specialmente nel *range* di interesse meteorologico), ha un'ottima stabilità col tempo e può essere ottenuto con un elevato grado di purezza. L'unico problema che il platino manifesta è la sua sensibilità alle tensioni meccaniche, a cui si può porre rimedio con un disegno delle sonde tali da minimizzare gli *stress* termici indotti dalle variazioni della temperatura. Naturalmente anche il costo del metallo prezioso costituisce un potenziale problema.

Consideriamo ora uno spezzone di filo di metallo. La variazione con la temperatura della sua resistenza, determinata dalla geometria dello spezzone e dalla resistività elettrica del materiale secondo quanto previsto dalla (11.72a), può essere espressa da una relazione matematica monotona crescente. Se consideriamo come materiale il platino, essa può essere espressa dalla relazione polinomiale:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha T + \beta T^2] \quad [11.72b]$$

dove T è la temperatura dell'ambiente esterno ($^\circ\text{C}$), R_0 è la resistenza dello spezzone di filo di quel metallo a 0°C e α e β sono due coefficienti numerici che, per il platino, valgono rispettivamente $0.00385 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ e $-5.85 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$. Nelle applicazioni pratiche vengono realizzate termoresistenze la cui resistenza a 0°C è pari a 100Ω , anche se vengono prodotte termoresistenze con R_0

diversi. C'è un po' di confusione in Letteratura con i valori numerici dei coefficienti α e β . I valori dati sopra si riferiscono ad un platino purissimo, come richiesto dagli standard statunitensi, mentre negli standard europei in genere si considerano termoresistenze in cui sono presenti in traccia alcune impurità. In questo caso $\alpha = 0.0039083 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $\beta = -5.775 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$. Un termometro il cui elemento sensibile è uno spezzone di metallo che varia la propria resistenza con la temperatura è una *termoresistenza* (*RTD Resistance Temperature Device*). Se, poi, il metallo impiegato è il platino e il valore di R_0 è $100 \text{ } \Omega$, allora una *RTD* di questo genere viene chiamata *PT100*. Di fatto, nei discorsi che seguono, si farà sempre implicitamente riferimento ad una *PT100*. In **Fig. 11.54** viene mostrata la variazione della resistenza di una *PT100* in funzione della temperatura nel range di interesse meteorologico. Come si nota, la relazione tra resistenza e temperatura non si discosta apprezzabilmente da una relazione lineare.

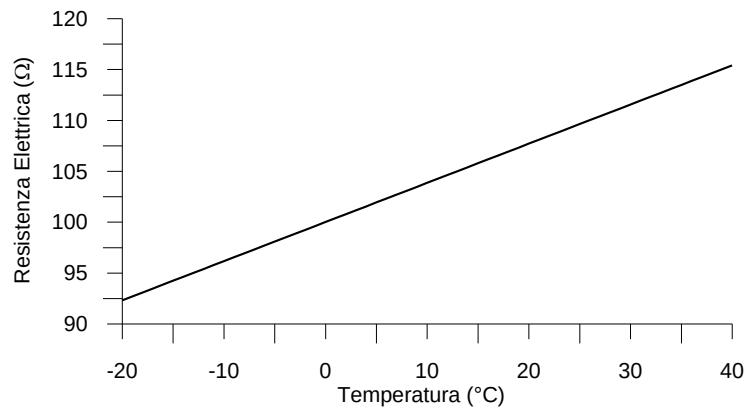


Fig. 11.54: variazione di resistenza di una *PT100* in funzione della temperatura

Come per ogni sensore primario, anche la *RTD* ha una curva caratteristica che è data proprio dalla (11.72b). Dato che attorno allo zero la relazione caratteristica può essere linearizzata senza apprezzabili errori, è invalso l'uso di caratterizzare ciascun materiale candidato ad essere l'elemento sensibile per una *RTD* con il *coefficiente di temperatura* α definito come:

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{100 \cdot R_0} \quad [11.72c]$$

dove R_{100} è la resistenza del sensore alla temperatura di 100°C . I valori di α per i principali metalli sono riportati in **Tab. 11.5**. Dato che la resistività ed il coefficiente di temperatura riportato per i vari materiali nella **Tab. 11.5** si riferiscono entrambi ad una temperatura di 0°C , per poter ottenere analoghi valori ad una temperatura qualsiasi, con buona approssimazione può essere impiegata la relazione seguente in cui la temperatura T è espressa in gradi centigradi:

$$\alpha(T) = \frac{\alpha_{0^\circ\text{C}}}{1 + \alpha_{0^\circ\text{C}} T} \quad [11.72d]$$

11.2.4.2 Struttura fisica di una termoresistenza

Nelle applicazioni meteorologiche convenzionali in cui non sia richiesta la stima dei flussi di calore, le termoresistenze realizzate normalmente possono essere classificate nei tipi seguenti:

- Elementi a film sottile. Sono sostanzialmente costruiti depositando uno strato sottilissimo di platino (di spessore dell'ordine di 10^{-6} mm) su un substrato ceramico. Il film metallico è poi ricoperto da resina epossidica o vetro per diminuirne la corrosione e gli *stress* meccanici indotti dai fili di collegamento. Un esempio di questo tipo è illustrato in **Fig. 11.55**.
- Elementi wire-wound. Il filo di platino sensibile è avvolto attorno ad un nucleo di

materiale isolante il cui coefficiente di espansione termica deve essere tale da garantire che non si inducano apprezzabili *stress* meccanici sul filo. Un esempio di questo tipo è riportato nella **Fig. 11.56**. Questi elementi possono essere realizzati in modo da garantire alla termoresistenza una maggiore accuratezza rispetto a quanto si può ottenere per i sensori del tipo precedente.

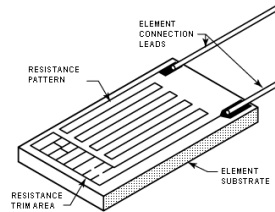


Fig. 11.55: RTD a film sottile

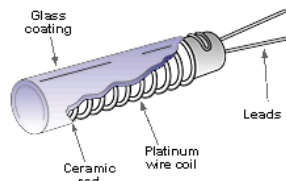


Fig. 11.56: RTD wire-wound

- **Elementi elicoidali.** La base di questi elementi sensibili è un sottile filo di platino avvolto in spire elicoidali che assomiglia al filamento delle vecchie lampade ad incandescenza. Questo filo a spirale viene infilato in alcuni fori praticati in un nucleo ceramico parallelamente all'asse del nucleo stesso. Questa geometria, illustrata schematicamente nella **Fig. 11.57**, garantisce che il filo di platino sia completamente libero di espandersi termicamente senza incontrare sforzi di rilievo.

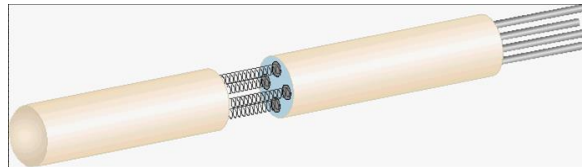


Fig. 11.57: RTD a filo elicoidale

Ovviamente, la geometria dell'elemento sensibile in platino deve essere tale per cui la resistenza complessiva a 0°C sia pari a R_0 che, per una PT100, è $100\ \Omega$.

Per misure di tipo micrometeorologico, quindi a risposta veloce, la geometria dell'elemento sensibile di una *RTD* è profondamente differente e variabile e in Larsen e al. (1982) sono presentate alcune forme tipiche. Tutte hanno in comune però il fatto di impiegare fili estremamente sottili di lunghezza molto ridotta. Oltre che per ragioni di risposta dinamica, la riduzione della dimensione fisica del sensore deriva dal fatto che la *RTD* è sensibile alla propria temperatura media: più la dimensione è elevata, meno la misura di temperatura è puntuale.

11.2.4.3 La risposta dinamica di una termoresistenza

In Larsen e al. (1982) vengono presentati gli sviluppi teorici che portano alla definizione del comportamento dinamico di una *RTD*. La trattazione è piuttosto complessa, ma, con buona approssimazione, una *RTD* (e quindi anche una *PT100*) protetta da una guaina isolante può essere considerata a buon diritto come un sensore del secondo ordine, mentre quando è priva di guaina protettiva, la sua dinamica può essere assimilata a quella di un normale sensore del primo ordine. In

questo caso, il parametro dinamico che caratterizza completamente il sensore è la *costante di tempo* che può essere stimata con l'aiuto della relazione seguente:

$$\tau = \frac{\rho_w C_w D^2}{4 N_u k_a} \quad [11.73a]$$

Nel caso di una *PT100*, ρ_w e C_w sono rispettivamente la densità del materiale della *RTD* (circa $9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) e la sua capacità termica (ordine di grandezza $400 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), D è il diametro dei fili, k_a è la conducibilità dell'aria ($2.53 \cdot 10^{-2} \text{ Wm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) e N_u è il Numero di Nusselt definito come:

$$N_u = \left[(0.24 + 0.56 Re^{0.45})^{-1} + 2 \frac{\lambda}{D} \right]^{-1} \quad [11.73b]$$

dove λ è il libero cammino medio delle molecole dell'aria (circa $7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$), Re è il numero di Reynolds definito come $Re = UD/\nu$, U è la velocità media del vento e ν è la viscosità cinematica dell'aria ($2.06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Nella **Fig. 11.58** è stata graficata la variazione della costante di tempo in funzione del diametro dei fili della termoresistenza sia nel caso in cui la velocità del vento è pari a $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ che nel caso in cui è di $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Come era prevedibile, la costante di tempo diminuisce esponenzialmente con il diminuire del diametro dei fili e con la velocità del vento. Dalla figura si vede come sia possibile realizzare misure veloci (quindi adatte alla determinazione diretta dei flussi) a patto che il diametro del filo sia dell'ordine al massimo della decina di μm .

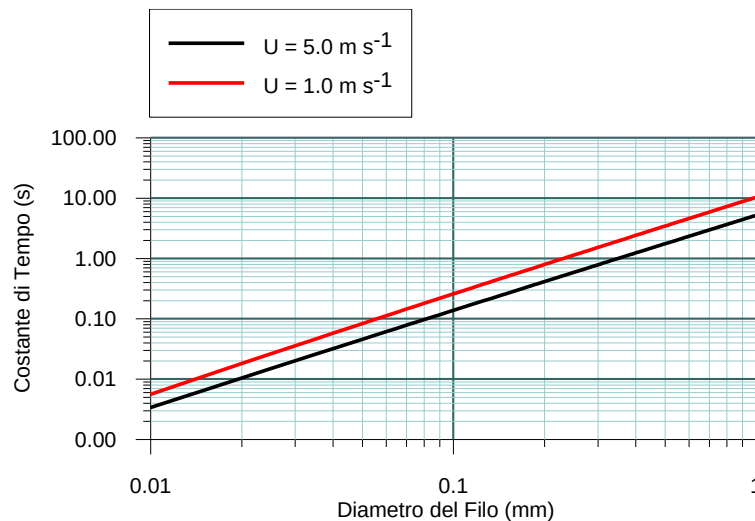


Fig. 11.58: costante di tempo di una *RTD* al variare della velocità del vento e del diametro

Va però rilevato come la risposta dinamica di una termoresistenza ed in particolare la sua risposta spettrale sia molto legata alla forma costruttiva della termoresistenza stessa. Non è facile stimare a priori tutto ciò ed il lavoro di Smedman e Lundin (1987) lo mostra chiaramente.

10.2.4.4 Circuiti di misura

La termoresistenza non produce un segnale elettrico (è un sensore passivo), ma solo una variazione della propria resistenza elettrica e quindi, per poter ottenere un segnale elettrico facilmente manipolabile e trasferibile, è necessario inserirla in un circuito elettrico in modo tale che la variazione di resistenza si traduca in una variazione di tensione. In linea di principio, a tale scopo possono essere impiegati due circuiti di base: il *mezzo ponte* (che in pratica è un partitore di tensione) e un *ponte di Wheatstone*, entrambi presentati in **Fig. 11.59**.

Se si considera il *mezzo ponte*, si vede come esso richieda un'alimentazione elettrica V_0 e come la tensione V_{out} , inviata ad un sistema di acquisizione ad alta impedenza, dipenda dalla resistenza elettrica $R(T)$ della *RTD* nella maniera seguente:

$$V_{out} = V_0 \frac{R(T)}{R + R(T)} \quad [11.74]$$

È importante ricordare che nella $R(T)$ transita della corrente e quindi nella RTD c'è un autoriscaldamento. Infatti, la potenza dissipata nella RTD per effetto Joule è data da:

$$P = R(T) \cdot I^2 \quad [11.75a]$$

dove I è la corrente in transito nella RTD data da:

$$I = \frac{V_0}{R + R(T)} \quad [11.75b]$$

Per limitare tale fenomeno, è necessario che la corrente transitante sia la minima possibile e quindi, per la (11.75b), l'unica maniera per diminuirla è aumentare la resistenza R_I . Normalmente la corrente I non dovrebbe superare il valore di 1 mA, cui corrisponde un errore di misura dovuto all'autoriscaldamento dell'ordine di 0.1 °C.

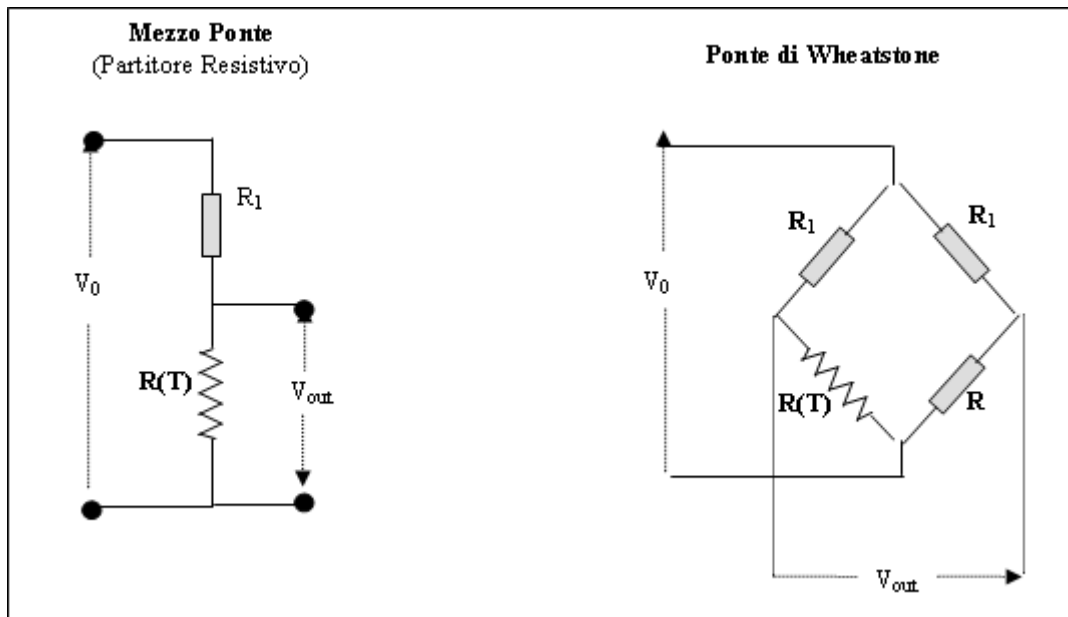


Fig. 11.59: conversione resistenza - tensione.

Se si utilizza invece un *ponte di Wheatstone*, rispettando la simbologia usata in **Fig. 11.59**, la tensione di misura V_{out} dipende dall'alimentazione V_0 , dalla $R(T)$ e dalle altre resistenze presenti nel ponte secondo la relazione:

$$V_{out} = V_0 \left[\frac{R(T)}{R_1 + R(T)} - \frac{R}{R_1 + R} \right] \quad [11.76a]$$

e si può dimostrare che se $R = R_1$ la sensibilità del ponte viene massimizzata e la relazione precedente si riduce a:

$$V_{out} = V_0 \left[\frac{R(T)}{R_1 + R(T)} - \frac{1}{2} \right] \quad [11.76b]$$

Anche quando si impiega la configurazione a ponte è presente l'autoriscaldamento del sensore, fenomeno che può essere contenuto aumentando, anche in questo caso, il valore della resistenza R_I che diminuisce, di conseguenza, la corrente che transita nella termoresistenza.

Le considerazioni fatte trascurano una serie di problemi pratici. Il primo problema è legato al fatto che il sensore verrà connesso al resto del circuito di misura mediante terminali che possiedono essi stessi una resistenza intrinseca, normalmente inferiore a 10 Ω. Questa resistenza

spuria dovrà essere il più possibile ridotta e distribuita in maniera bilanciata nei vari rami del ponte. Comunque il problema di gran lunga più importante è costituito dal fatto che normalmente il sensore si trova lontano dal circuito di misura e che tra i due possono esserci alcuni metri di cavo che presentano due resistenze normalmente paragonabili a quella del sensore stesso, introducendo così errori nelle misure realizzate con i circuiti presentati in cui *la RTD è collegata al circuito di misura mediante due fili*. Quando la lunghezza della coppia di cavi che collegano la RTD al circuito di misura è dell'ordine di qualche metro, conviene realizzare un *collegamento a 4 fili*. In questo caso, l'elemento sensibile della RTD, cioè lo spezzone di filo di platino, presenta a ciascun estremo una coppia di cavi che lo collegano al circuito. Consideriamo il collegamento a 4 fili riprodotto nella **Fig. 11.60**. Come si vede, uno dei due fili a ciascun estremo si incarica di collegare la RTD col generatore di tensione V_0 e l'altro filo al circuito di misura. Tutti i fili di collegamento sono tutti lunghi uguali e non c'è ragione perché non siano dello stesso diametro e materiale. Quindi, ogni singolo filo presenterà una resistenza intrinseca R_c .

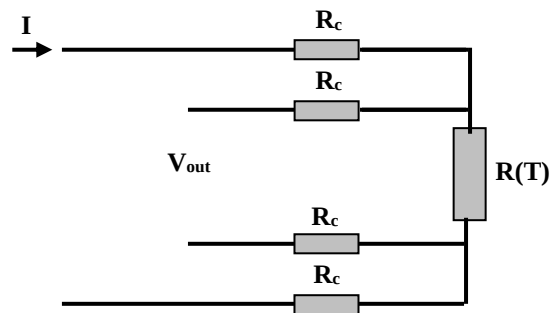


Fig. 11.60: collegamento di una RTD a 4 fili

Se, come mostrato nella figura, si introduce la corrente I , si avrà che:

$$V_{out} = I \cdot R(T) \quad [11.76c]$$

11.2.4.5 Sistema di protezione dall'irraggiamento solare

Una termoresistenza esposta direttamente all'aria non misura esattamente la temperatura di quest'ultima, dato che subisce un riscaldamento a causa dell'apporto energetico derivante dalla radiazione solare e terrestre. Per questo è necessario proteggere l'elemento sensibile con opportuni *shield* che sono disponibili in molte forme differenti. Un esempio è riportato in **Fig.11.61**.

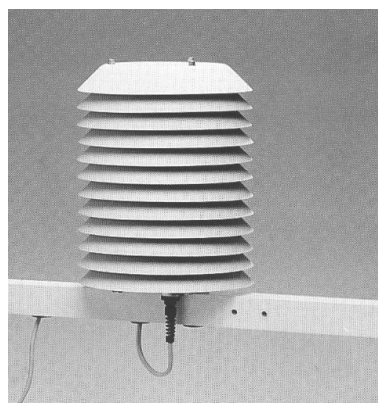


Fig. 11.61: forma tipica di uno shield per la protezione dalla radiazione solare e terrestre.

Trattare questo tipo di errore di misura (che in certe situazioni può essere anche di alcuni °C), cioè dettare modalità di progettazione e realizzazione di *shield* efficaci, è estremamente complicato, anche se in Letteratura non mancano lavori in proposito cui si rimanda per i dettagli. Qui basti ricordare le principali azioni che un buon *shield* dovrebbe fare:

- dovrebbe schermare completamente la radiazione solare diretta ed il più possibile anche la radiazione infrarossa. Ciò lo si può ottenere inserendo la termoresistenza in un contenitore cilindrico circondato da un insieme di piatti sovrapposti e spioventi, forati al centro, che consentono alla superficie esterna del cilindro di non essere colpita direttamente dalla radiazione solare, ma comunque di essere in contatto con l'aria fluente. Il coperchio superiore non è forato come gli altri, ma è integro e fa da *tetto* all'intero sistema;
- tutte le superfici esterne dello *shield* (i piatti spioventi, il tetto e le colonnine che fissano tra loro i piatti) devono essere di colore bianco in modo da aumentare il più possibile la riflessione della radiazione. L'aria contenuta nel cilindro, e quindi a diretto contatto col giunto di misura della termocoppia, scambierà calore con l'esterno soprattutto per convezione, ma ciò spesso non è sufficiente per eliminare l'errore di lettura dello strumento.
- come abbiamo visto, esponendo direttamente alla radiazione solare una *RTD* otterremo il suo riscaldamento e quindi la temperatura da essa rilevata sarà superiore a quella dell'aria circostante. Larsen e al. (1982) hanno studiato il problema, giungendo ad una relazione tra l'errore di misura della temperatura ΔT_{rad} , la dimensione fisica del sensore (D) ed il Numero di Nusselt (Nu):

$$\Delta T_{rad} = \frac{QD}{Nu \cdot k_a} \quad [11.77a]$$

dove Q è il calore ricevuto dal sensore e k_a è la conducibilità termica dell'aria. Un valore tipico per Q secondo gli Autori è 70 Wm^{-2} e da questa ipotesi è possibile aver un'indicazione di quale dovrebbe essere il valore di Nu affinché ΔT si riduca il più possibile. Brock e Richardson (2001) presentano una trattazione semplificata dello stesso problema giungendo ad una relazione decisamente più operativa, espressa come:

$$\Delta T_{rad} = T_s - T_a = \frac{\pi}{c} \alpha_s R_g \sqrt{\frac{d}{U}} \quad [11.77b]$$

dove R_g è la radiazione solare globale ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$), α_s è il coefficiente di assorbimento di radiazione del sensore (valore tipico 0.2), d è il suo diametro (supposto cilindrico), U è la velocità del vento ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) e c è un coefficiente empirico pari a $8.011 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-1} \text{s}^{-1/2}$.

L'inserimento del sensore in un *shield* non ventilato realizzato con le accortezze sopra descritte mitiga sicuramente tutto ciò. Un'alternativa è porre il sensore in uno *shield* ventilato. Dato che una velocità dell'aria entro lo *shield* di alcuni $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ è sufficiente a rendere trascurabile l'errore di misura, per migliorare lo scambio termico e quindi per portare la temperatura del sensore la più vicina possibile a quella dell'aria da misurare, spesso si induce all'interno dello *shield* una ventilazione forzata realizzata in modo tale che l'aria venga *aspirata e non soffiata* per evitare un riscaldamento indotto dagli organi che realizzano la ventilazione.

Un'altra fonte di errore è la perdita di calore per conduzione attraverso gli ancoraggi che lo legano al palo o comunque alla struttura su cui è montato. Per eliminarlo, è sufficiente che il sensore sia isolato con materiale termicamente isolante dalle strutture di sostegno.

11.2.5 I TERMISTORI

I termistori sono dispositivi realizzati per sinterizzazione di materiali semiconduttori quali il germanio ed il silicio, drogati con quantità accuratamente determinate di impurezze. La loro resistenza elettrica varia con la temperatura secondo una legge del tipo:

$$R(T) = a \cdot e^{b/T} \quad [11.78a]$$

dove a dipende dalla forma e dalle dimensioni del termistore, mentre b dipende dai materiali impiegati. Nel caso dei termistori, quindi, la resistenza *diminuisce* in modo estremamente marcato con l'aumentare della temperatura. La costante a presente nella relazione può essere eliminata introducendo la resistenza R_0 ad una temperatura di riferimento T_0 , alla quale si ha che:

$$R_T = R_0 \cdot e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \quad [11.78b]$$

La costante di temperatura a del semiconduttore vale:

$$a(T) = a(T_0) \frac{T_0^2}{T^2} \quad [11.78c]$$

Le caratteristiche di un termistore sono quindi determinate dal valore della resistenza e dalla costante a ad una temperatura di riferimento, pari di solito a 25°C. Il valore di a varia, in funzione del materiale usato, tra 0.05 e 0.012 $\Omega/\Omega^\circ\text{C}$ e diminuisce con la temperatura, quindi i termistori risultano più sensibili alle basse temperature che alle alte. Inoltre, i termistori presentano una sensibilità assoluta maggiore delle termoresistenze, ma una forte non linearità di risposta. Infatti, mentre una tipica termoresistenza presenta una variazione di resistenza elettrica dell'ordine di 0.4% per una variazione di 1 °C di temperatura (a 0°C), un tipico termistore presenta in analoghe situazioni una variazione di resistenza del 4% per 1 °C di variazione di temperatura.

I termistori, in analogia con le termoresistenze, hanno una risposta alle variazioni istantanee di temperatura del primo ordine, almeno entro i limiti di temperatura di interesse per lo studio del *PBL*. Però, a differenza delle termoresistenze, i termistori hanno tempi di risposta di regola piuttosto bassi e dipendenti dalle dimensioni fisiche. Essendo prodotti di sinterizzazione, è possibile realizzarli, almeno in linea di principio, in tutte le forme e le dimensioni volute, anche rivestiti da gusci metallici protettivi ad elevata conducibilità termica che favoriscono la rapidità di risposta. La loro risposta fortemente non lineare (se paragonata a quella delle termoresistenze) e la tendenza dei semiconduttori a variare le proprie caratteristiche nel tempo, limitano l'accuratezza di questa categoria di sensori. A loro vantaggio va senz'altro ascritto il costo limitato e la disponibilità in forme e dimensioni adatte ad ogni tipo di applicazioni. Il fatto che le dimensioni possano essere ridotte al minimo, consente a questo tipo di sensore di raggiungere costanti di tempo estremamente ridotte, anche dell'ordine del millisecondo, cosa che permette di realizzare misure di turbolenza e non solo misure medie.

Anche il termistore presenta come *segnale elettrico di uscita* una variazione di resistenza e quindi le tecniche viste per la conversione di una variazione di resistenza in variazione di tensione a proposito delle termoresistenze può essere applicata anche in questo caso.

Il problema più importante che deve essere preso in considerazione durante l'utilizzo del termistore è l'*autoriscaldamento* derivante dal passaggio di corrente al suo interno quando è inserito in un circuito di condizionamento del segnale per ricavarne una variazione di tensione. Bisogna quindi che la corrente transitante nel termistore sia la più ridotta possibile. Ogni termistore è caratterizzato dal costruttore mediante un *coefficiente di dissipazione*, definito come la potenza elettrica necessaria affinché il termistore si auto riscaldi di 1°C in aria ferma. Valori tipici sono 1°C/0.4mW. Se un tale sensore si trova a dissipare una potenza di 0.04 mW, il suo autoriscaldamento in aria calma sarà di 0.1°C. Se poi il sensore si trova in presenza di vento teso, l'effetto di autoriscaldamento si ridurrà drasticamente.

11.2.6 LE TERMOCOPPIE

La scoperta degli effetti termoelettrici (effetto Seebeck, effetto Peltier ed effetto Thomson) ha aperto la strada ad una serie di applicazioni di estremo interesse pratico, una delle quali è proprio l'individuazione delle termocoppie come strumento efficace per la misura di *gradienti di temperatura*. Questi affascinanti effetti fondano le proprie basi sulla struttura microscopica della materia; non affronteremo questo argomento, rimandando a Benedict (1969) per una visione sommaria del problema e ai testi di Fisica dei solidi per un approfondimento rigoroso della materia.

11.2.6.1 Basi del funzionamento di una termocoppia

Gli effetti termoelettrici sono fenomeni basati sulla struttura microscopica della materia che rendono conto della conversione diretta del calore in energia elettrica e viceversa. Sinteticamente sono stati individuati tre fenomeni distinti:

- Effetto Thomson. Questo effetto è stato scoperto da W. Thomson nel 1854. In pratica, se in un conduttore in cui circola una corrente elettrica si stabilisce un gradiente di temperatura, se il gradiente termico è negativo nella direzione della corrente (cioè la corrente elettrica fluisce dal giunto caldo al giunto freddo) il conduttore cede calore all'ambiente. Se, però, si forza il flusso di corrente elettrica nel verso opposto, il fenomeno è reversibile ed il conduttore assorbe calore dell'ambiente esterno.
- Effetto Peltier. Questo effetto, scoperto da J.C.A. Peltier nel 1834, asserisce che se si considerano due conduttori connessi tra loro con giunzioni e se essi sono sede di una corrente elettrica, fra i due giunti vi è uno scambio di calore proporzionale alla corrente elettrica e diretto come la corrente stessa. Quindi spontaneamente la corrente elettrica va dal giunto caldo a quello freddo. Se, invece, la corrente viene forzata, tramite un generatore di tensione esterno, a circolare in verso opposto rispetto a quello spontaneo, si ha un passaggio di calore dal giunto freddo al giunto caldo con conseguente conversione di energia elettrica in termica. Sfruttando questo effetto vengono realizzate le pompe di calore comunemente denominate celle di Peltier.
- Effetto Seebeck. Questo effetto fu scoperto da T.J. Seebeck nel 1821 e asserisce che quando due conduttori A e B diversi tra loro, ma ognuno omogeneo, sono uniti alle estremità e queste sono mantenute a temperatura diversa, nel circuito così realizzato si manifesta una forza elettromotrice E direttamente proporzionale al gradiente di temperatura tra le due giunzioni.

Dal punto di vista della misura di temperatura, l'effetto Seebeck è sicuramente l'effetto principale, mentre l'effetto Thomson e l'effetto Peltier possono essere considerati elementi perturbanti della misura di temperatura.

Consideriamo ora con maggior dettaglio l'effetto Seebeck che consiste nel fatto che se si collegano tra loro due metalli diversi A e B con due giunzioni, si stabilizza a cavallo della loro giunzione una forza elettromotrice E direttamente proporzionale al gradiente di temperatura ΔT tra le due giunzioni. Quindi in prima approssimazione vale la relazione:

$$E = \alpha \cdot \Delta T \quad [11.79]$$

dove α è il coefficiente di Seebeck o potere termoelettrico. Da questa relazione si nota come la forza elettromotrice sia dello stesso segno del gradiente. La sua importanza applicativa la si apprezza se si considera la situazione illustrata nella **Fig. 11.62** in cui sono mostrati due fili di materiale differente (materiale A e B) saldati alle loro estremità C e D (*punti di giunzione o giunti*).

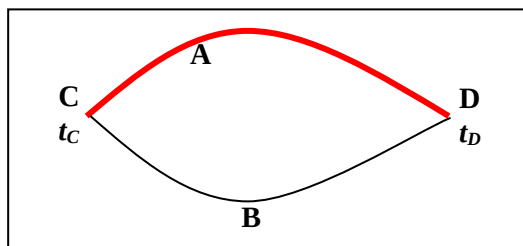


Fig. 11.62: configurazione base di una termocoppia.

Una tale configurazione prende il nome di *termocoppia*. I due punti di giunzione saranno a due temperature in generale differenti t_C e t_D e se $t_C > t_D$, t_C è detto *giunto caldo* e t_D *giunto freddo*. Se si considera questa situazione, si ha che:

- se i due metalli sono differenti e se la temperatura dei due giunti è diversa, il circuito costituito dai due fili è sede di una forza elettromotrice E , risultante delle forze elettromotrici che nascono a cavallo delle due giunzioni;
- se i due metalli sono differenti, ma la temperatura ai due giunti è uguale, si sviluppano ancora due forze elettromotrici a cavallo dei due giunti, ma questa volta esse risultano uguali ed opposte e quindi E risulta complessivamente nulla;
- se, infine, i due fili sono dello stesso metallo, ai giunti non si svilupperà alcuna forza elettromotrice, per cui E sarà identicamente nulla.

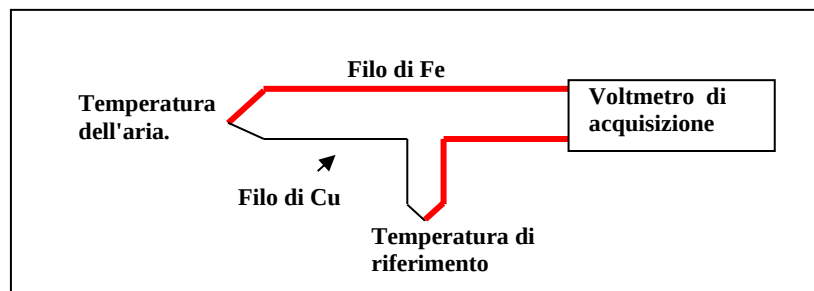


Fig. 11.63: sistema ideale di misura della tensione generata da una termocoppia.

Tutto ciò risulta ancora più chiaro se si considera la **Fig. 11.63**, in cui uno dei due fili viene interrotto, interponendo un sistema di misura della tensione (idealmente un voltmetro). In questo caso il voltmetro misurerà una differenza di tensione ΔV proporzionale in qualche modo alla differenza di temperatura $\Delta T = t_C - t_D$, dove t_C è la temperatura dell'aria e t_D è la temperatura di riferimento. La situazione sopra illustrata è ovviamente una situazione puramente ideale, infatti:

- è inevitabile che nelle situazioni reali ci sia un gradiente termico lungo ogni singolo filo, anche se piccolo, e quindi è inevitabile che a disturbare l'effetto Seebeck (a cui siamo interessati nella misura di temperatura) ci sia l'effetto Thomson;
- è inevitabile che ci sia una corrente che circola nella termocoppia, anche se il voltmetro di acquisizione garantisce un'impedenza d'ingresso molto elevata (ma non infinita). Quindi anche l'effetto Peltier verrà a perturbare l'effetto Seebeck.

Queste considerazioni spingono a realizzare configurazioni di misura in cui vengono minimizzati sia l'effetto Thomson che l'effetto Peltier. Per la configurazione di **Fig. 11.62** la forza elettromotrice E prodotta da questa termocoppia è quindi esprimibile come la somma di una parte dovuta all'effetto Seebeck ed una parte dovuta agli altri effetti. Per i materiali più comunemente usati per la realizzazione di termocoppie, l'effetto Seebeck è predominante.

Idealmente si potrebbero considerare tutti i possibili metalli e tutti, combinati in coppia, potrebbero dar luogo a termocoppie, tuttavia, per ragioni tecnologiche e merceologiche, vengono prese in considerazione solo poche coppie di metalli. Nell'intervallo di temperatura di interesse meteorologico, si considerano i seguenti materiali:

- Rame
- Ferro
- Costantana (lega di Cu al 55% e di Ni al 45%)
- Chromel (lega di Ni al 89%, Cr al 9.8%, Fe al 1% e Mn allo 0.2%)

- Alumel (lega di Ni al 94%, Al al 2%, Si al 1%, Fe allo 0.5% e Mn al 2.5%)

che danno luogo ai tipi seguenti di termocoppie:

- termocoppia di **tipo T** (Rame – Costantana)
- termocoppia di **tipo E** (Chromel – Costantana)
- termocoppia di **tipo K** (Chromel – Alumel)
- termocoppia di **tipo J** (Ferro – Costantana)

In linea di principio, i due giunti potrebbero stare a due temperature qualsiasi, tuttavia la gestione di una termocoppia si semplifica se si pone uno dei due giunti ad una temperatura nota (per esempio a 0°C) e l'altro la si pone alla temperatura che si vuole misurare. In questo caso, se per esempio si pone il giunto *D* alla temperatura riferimento (*giunto di riferimento*), cambiando la temperatura al giunto *C* (*giunto di misura*), si misurerà al voltmetro (**Fig. 11.63**) una tensione che varierà al variare di t_C .

La relazione matematica che esprime la tensione misurata in funzione della differenza tra la temperatura di misura e la temperatura di riferimento prende il nome di *curva caratteristica della termocoppia* di cui la (11.79) è una semplificazione drastica. Nessun tipo di termocoppia presenta una curva caratteristica veramente lineare e normalmente essa viene rappresentata con una relazione polinomiale del tipo:

$$T = a_1 V + a_2 V^2 + a_3 V^3 + a_4 V^4 \quad [11.80]$$

Se la temperatura viene espressa in °C e la differenza di tensione in μV , nella **Tab. 11.6** vengono forniti i coefficienti della relazione (11.80) per vari tipi di termocoppia di interesse meteorologico. Le varie Norme forniscono relazioni e tabulazioni per la curva caratteristica di ogni tipo di termocoppia disponibile in commercio o realizzabile in laboratorio.

	<i>T</i>	<i>K</i>	<i>J</i>	<i>E</i>
a_1	$2.5661297 \cdot 10^{-2}$	$2.4363851 \cdot 10^{-2}$	$1.9745056 \cdot 10^{-2}$	$1.6970287 \cdot 10^{-2}$
a_2	$-6.1954869 \cdot 10^{-7}$	$5.6206931 \cdot 10^{-8}$	$-1.8094256 \cdot 10^{-7}$	$-2.0830603 \cdot 10^{-7}$
a_3	$2.2181644 \cdot 10^{-11}$	$-11.8825620 \cdot 10^{-12}$	$7.8777919 \cdot 10^{-12}$	$4.6512717 \cdot 10^{-12}$
a_4	$-11.5500900 \cdot 10^{-16}$	$11.9120208 \cdot 10^{-17}$	$-1.1897222 \cdot 10^{-16}$	$-4.1805785 \cdot 10^{-17}$

Tab. 11.6: coefficienti per la curva di caratteristica delle principali termocoppie.

Quando non è richiesta una precisione estrema, si può semplificare la relazione (11.80) considerando solo il termine di primo grado. Così facendo è possibile definire il *potere termoelettrico della termocoppia* π , cioè la tensione che si sviluppa nel circuito a causa di una differenza di temperatura di 1°C. Nel caso si consideri solo il termine di primo grado della (11.80) si ha che π vale:

- $39 \mu V \cdot ^\circ C^{-1}$ per una termocoppia di tipo T,
- $41 \mu V \cdot ^\circ C^{-1}$ per il una termocoppia di tipo K,
- $51 \mu V \cdot ^\circ C^{-1}$ per il tipo J e
- $59 \mu V \cdot ^\circ C^{-1}$ per il tipo E.

Quindi le tensioni prodotte per una differenza unitaria di temperatura sono tensioni molto basse soprattutto se si spera di misurare le fluttuazioni della temperatura dell'aria, spesso dell'ordine delle frazioni di grado. Questo è sicuramente uno dei problemi principali che si incontrano nell'impiego pratico delle termocoppie nelle misure meteorologiche.

11.2.6.2 Le leggi delle termocoppie

Senza entrare troppo nel dettaglio, qui di seguito vengono presentate una serie di *leggi* cui ubbidiscono le termocoppie e che ne rendono possibile l'effettivo impiego nelle normali situazioni sperimentali.

a) Legge delle temperature successive

La prima legge delle termocoppie è la legge delle temperature successive secondo cui:

se una termocoppia sviluppa una differenza di tensione E_1 con i giunti posti rispettivamente alle temperature T_1 e T_2 e una differenza di tensione E_2 quando i giunti sono posti alle temperature T_2 e T_3 , allora essa svilupperà una differenza di tensione $E_3 = E_1 + E_2$ quando i giunti siano posti rispettivamente alle temperature T_1 e T_3 , cioè:

$$E(T_1, T_3) = E(T_1, T_2) + E(T_2, T_3) \quad [11.81]$$

L'utilità pratica di questa legge sta nel fatto che, non potendo normalmente porre il giunto di riferimento alla temperatura di riferimento di 0°C , ma viceversa potendolo porre ad una temperatura di riferimento nota T_a (rilevata, per esempio, da un altro termometro), la misura della temperatura incognita T può essere comunque realizzata. Infatti la termocoppia direttamente darà $E(T, T_a)$ e dalla curva caratteristica della termocoppia è semplice determinare $E(T_a, 0^\circ\text{C})$. Quindi dalla legge delle temperature successive risulta immediato il calcolo di $E(T, 0^\circ\text{C})$ che, mediante l'uso della curva caratteristica, porta a determinare la temperatura incognita.

b) Legge dei metalli interposti

La seconda è la Legge dei metalli interposti secondo cui:

l'inserzione nel circuito di una termocoppia di un terzo metallo non altera la differenza di potenziale del circuito stesso a patto che le due nuove giunzioni dovute alla presenza del terzo metallo stiano alla medesima temperatura.

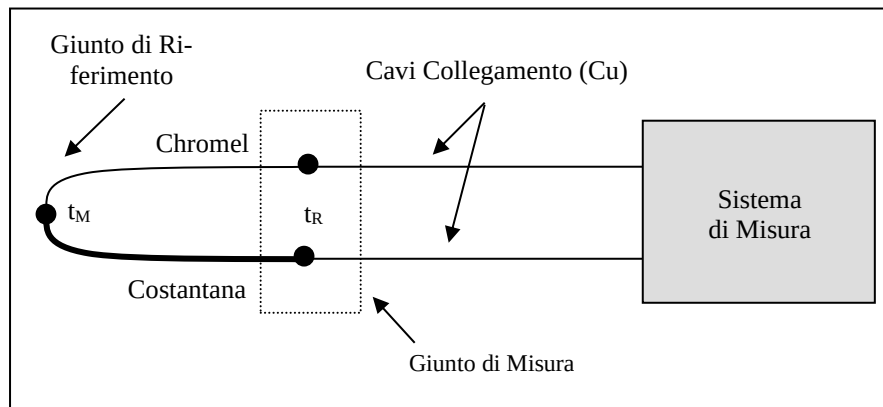


Fig. 11.64: la legge dei metalli interposti.

È questa la legge che ci consente di *leggere* il valore di differenza di potenziale generato dalla termocoppia (il voltmetro è il terzo materiale). Questa legge viene normalmente applicata durante la misura, infatti i cavi delle termocoppie, che devono essere di elevata purezza e che spesso presentano cattive proprietà meccaniche, non sono adatti per fare lunghi percorsi. Quindi una possibile soluzione è quella di porre il giunto di misura nel luogo sede della misura e condurre i cavi della termocoppia fino ad un punto di temperatura T_a nota. Da qui far partire poi due normali cavi elettrici di rame che conducono il segnale di tensione all'acquisitore. Se la temperatura da misurare è T e i due nuovi giunti stanno entrambi alla medesima temperatura T_a , l'inserzione dei

cavi di rame non influenza la misura. Nota T_a , mediante la legge delle temperature successive si giunge alla determinazione di T (**Fig. 11.64**). Se si ha l'accortezza di utilizzare cavi di rame *twisted*, si riescono ad eliminare efficacemente anche le induzioni elettromagnetiche dovute alla presenza di lunghi cavi. Un'ulteriore applicazione di questa legge la si può avere quando si realizzano le giunzioni. Infatti, invece di saldare assieme i due fili (operazione spesso problematica) è possibile unirli tra loro impiegando un terzo materiale più facilmente saldabile. Per esempio, a basse temperature, è possibile unire tra loro un cavo di ferro e un cavo di costantana (i cavi di una termocoppia di tipo J) con una saldatura a stagno.

c) Legge di indipendenza della temperatura dei fili

Due termocoppie realizzate con la stessa coppia di materiali e sottoposte alle stesse temperature ai giunti freddo e caldo, presentano la medesima forza elettromotrice indipendentemente dalle temperature dei rami di collegamento. In sostanza, la temperatura dei fili in quanto tali non sono un elemento importante nella misura di gradiente di temperatura, perché la termocoppia è sensibile solo alla differenza di temperatura tra i giunti caldo e freddo.

d) Legge di sovrapposizione dei metalli

Indicata con E_{AC} la forza elettromotrice in una termocoppia costituita dai materiali A e C con i giunti alle temperature T_1 e T_2 e con E_{CB} la forza elettromotrice prodotta da una termocoppia realizzata impiegando i materiali C e B con i giunti sempre due alle temperature T_1 e T_2 . La legge di sovrapposizione dei metalli asserisce che:

Ogni termocoppia realizzata con i materiali A e B coi giunti alle temperature T_1 e T_2 presenta una forza elettromotrice $E_{AB} = E_{AC} + E_{CB}$.

Questa legge dimostra che non è strettamente necessario calibrare tutte le possibili coppie di materiali con cui si realizzano le termocoppie, dato che ogni materiale può essere calibrato insieme ad un metallo di riferimento (di solito si impiega il platino) e tutte le altre calibrazioni possono partire da questa. Possono esistere delle situazioni in cui l'ambiente in cui si è costretti a collocare una termocoppia sia tale da richiedere una combinazione di materiali diversi da quelli caratteristici delle termocoppie di tipo T , E , K e J per cui sono disponibili norme e prescrizioni che le caratterizzano completamente. Un esempio di ciò è quando si debba collocare una termocoppia in un ambiente ad elevatissima temperatura ed altamente corrosivo. In questo caso, ed in altri simili, conviene sfruttare le proprietà del Platino e della lega Platino-Rodio per realizzare questo difficile tipo di misura industriale.

11.2.6.3 La struttura fisica di un sensore a termocoppia

Una termocoppia altro non è che l'insieme di due fili di materiale metallico differente saldati ad una estremità (giunto di misura), mentre, l'altra estremità normalmente raggiunge dei morsetti che la collegano elettricamente a cavi elettrici (*twisted* o schermati) che trasportano il segnale all'acquisitore. Uno dei problemi tecnici più importanti da risolvere è la realizzazione della giunzione di misura. Per termocoppie destinate a misure lente, a volte può essere sufficiente l'impiego di fermi meccanici di piccole dimensioni. Essi non alterano la misura, visto che per la legge dei metalli interposti le due nuove giunzioni che andranno a realizzare staranno alla medesima temperatura. Altri metodi più usati, soprattutto per ridurre le dimensioni della giunzione, sono la saldatura, la brasatura e la *micropuntatura*. Con queste tecniche si ottengono giunzioni anche estremamente sottili consentendo quindi misure adatte alla determinazione dei parametri della turbolenza del *PBL*.

Una volta risolto il problema della realizzazione della giunzione, la termocoppia va rinforzata strutturalmente e ciò si può ottenere, per esempio, inserendo entro un piccolo cilindro di materiale isolante con due condotti assiali i due fili della termocoppia in modo tale che sporga da un lato il giunto di misura e dall'altro o i fili che vanno all'acquisitore o dei morsetti che vengono

direttamente messi in comunicazione diretta con un box in cui è alloggiata l'elettronica di filtraggio, amplificazione e compensazione del segnale. Per misure di turbolenza con termocoppie sottili, il giunto di misura viene lasciato libero, mentre in termocoppie dedicate a misure più tradizionali, il giunto di misura viene circondato da una *protezione* realizzata in materiale ad alta conduzione termica che però protegge il giunto di misura dall'attacco chimico degli agenti atmosferici. A questo punto la termocoppia ha preso l'aspetto di un sensore dotato di una notevole robustezza e di facile maneggiabilità.

Le termocoppie, come del resto le termoresistenze ed i termistori, non vengono esposte direttamente all'aria, ma vengono inserite in appositi contenitori protettivi (*shield*) che ne limitano gli errori di misura derivanti dall'effetto di riscaldamento dovuto alla radiazione solare e terrestre. A tale scopo vengono impiegati i sistemi già descritti per le termoresistenze al punto 11.2.4.5. Molta attenzione è necessaria per proteggere le termocoppie dedicate alle misure di turbolenza con giunto di misura esposto, dato che esse saranno direttamente esposte all'azione degli agenti atmosferici che ne ridurranno comunque la vita utile (si pensi che una goccia di pioggia può frantumare il giunto caldo di una termocoppia costituita da fili del diametro dell'ordine di qualche micrometro).

11.2.6.4 Le caratteristiche dinamiche di una termocoppia

Se si considera la giunzione di riferimento ad una temperatura costante e variabile solo la temperatura alla giunzione di misura, ipotizzando che non ci siano effetti di riscaldamento indotti dalla radiazione solare e terrestre, si può dimostrare che la termocoppia può essere considerata con buona approssimazione un sensore del primo ordine o del secondo ordine a seconda che la giunzione di misura (quella del giunto caldo) sia protetta o meno. In Larsen e al. (1982) viene sviluppata una teoria piuttosto completa sulla risposta in frequenza di una termocoppia.

Nel caso in cui il giunto caldo non sia protetto, l'equazione che descrive la dinamica della termocoppia è la tipica equazione di un sistema lineare del primo ordine:

$$\tau \frac{dT_s}{dt} + T_s = T_0 \quad [11.82a]$$

dove T_s è la differenza tra la temperatura del giunto caldo (variabile col tempo) e la temperatura del giunto freddo (costante nel tempo), T_0 è la temperatura dell'ambiente da misurare e τ è la *costante di tempo del sensore* che può essere determinata dalla relazione:

$$\tau = \frac{\rho_w C_w D^2}{4 N_u k_a} \quad [11.82b]$$

dove ρ_w e C_w sono rispettivamente la densità del materiale costituente la termocoppia (ordine di grandezza $9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) e la sua capacità termica (ordine di grandezza $400 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), D è il diametro dei fili della termocoppia, k_a è la conducibilità dell'aria ($2.53 \cdot 10^{-2} \text{ Wm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) e Nu è il Numero di Nusselt definito come:

$$Nu = \left[(0.24 + 0.56 Re^{0.45})^{-1} + 2 \frac{\lambda}{D} \right]^{-1} \quad [11.82c]$$

dove λ è il libero cammino medio delle molecole dell'aria (circa $7 \cdot 10^{-8} \text{ m}$), Re è il numero di Reynolds definito come $Re = UD/\nu$, U è la velocità media del vento e ν è la viscosità cinematica dell'aria ($2.06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). In sostanza, la costante di tempo di una termocoppia è uguale alla costante di tempo di una termoresistenza di pari diametro e nella **Fig. 11.58** è stata graficata la variazione della costante di tempo in funzione del diametro dei fili della termocoppia sia nel caso in cui la velocità del vento è pari a $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ che nel caso in cui è di $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Come era prevedibile, la costante di tempo diminuisce esponenzialmente con il diminuire del diametro dei fili e con la velocità del vento e si vede come sia possibile realizzare misure veloci (quindi adatte alla determinazione diretta dei flussi) a patto che il diametro dei fili sia dell'ordine della decina di μm .

Nel caso in cui il giunto caldo sia protetto, la dinamica del sensore risulta del secondo ordine, ben descritta dall'equazione:

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2 T_s}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{dT_s}{dt} + T_s = T_0 \quad [11.82d]$$

dove τ_1 è la costante di tempo della termocoppia e τ_2 è la costante di tempo della guaina.

11.2.6.5 Il sistema di acquisizione del segnale

La caratteristica interessante di una termocoppia è il fatto che essa non richiede (il sensore in quanto tale almeno) alcun tipo di alimentazione elettrica. La termocoppia è un generatore quasi-ideale di tensione, con una piccola resistenza interna, tipicamente dell'ordine di 10Ω . Il segnale di tensione da essa prodotto è estremamente basso e ciò determina alcuni problemi pratici, specialmente quando si è interessati alla misura delle fluttuazioni di temperatura, situazione tipica nello studio della turbolenza del *PBL*. Inoltre la termocoppia non realizza una misura assoluta di temperatura e per questo è necessario analizzare separatamente la situazione in cui si è interessati alla misura di un gradiente di temperatura dalla situazione in cui si richiede una misura assoluta di temperatura, magari con elevata precisione e velocità.

Il caso della misura della differenza di temperatura tra due punti (normalmente sulla verticale) è relativamente frequente in Micrometeorologia; il metodo del gradiente, che illustreremo nel seguito, è il caso più importante. Non è l'unico, infatti la determinazione diretta del parametro di struttura C_T^2 è un altro esempio. I due casi, però, richiedono termocoppie differenti: nel primo caso infatti quello che serve è il *gradiente medio* di temperatura e quindi è importante avere termocoppie robuste, stabili e accurate, ma non necessariamente veloci, visto che la costante di tempo di un sensore del primo ordine influenza poco il valor medio della variabile misurata. Nel secondo caso, invece, la misura deve riferirsi a valori istantanei ed è giocoforza impiegare termocoppie sottili e quindi veloci. Idealmente, in entrambi i casi, basterebbe impiegare un sistema elettronico di amplificazione, come indicato per esempio in **Fig. 11.65**.

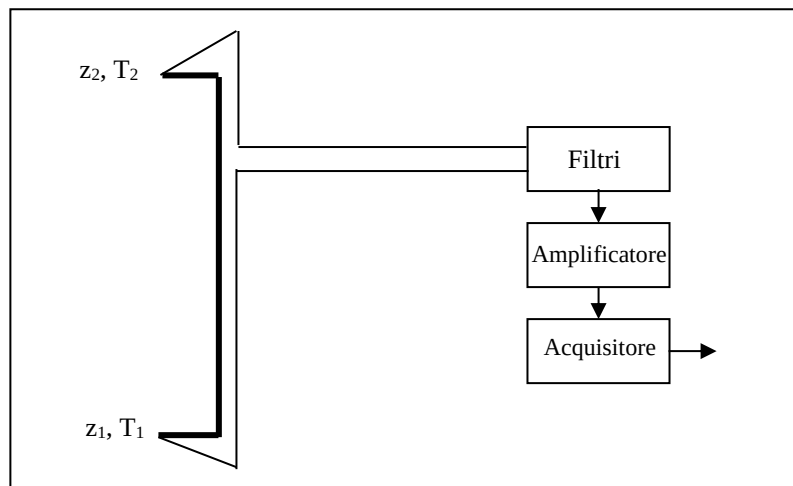


Fig. 11.65: acquisizione del gradiente verticale di temperatura

I sistemi di acquisizione di nuova generazione e di maggior pregio (non necessariamente di maggior costo) spesso prevedono la possibilità di applicare al debole segnale della termocoppia un'amplificazione prima della loro acquisizione e conversione A/D. Va comunque detto che ciò potrebbe non bastare. Infatti, la presenza dei cavi di collegamento al sistema di acquisizione può indurre un rumore elettronico dovuto a varie cause (per esempio i disturbi dovuti alla rete di alimentazione in corrente alternata) capace di mascherare e corrompere un segnale così debole. A tal proposito cavi di collegamento *twisted* possono risolvere o mitigare il problema. Un metodo

più sicuro è interporre tra termocoppia e sistema di amplificazione un filtro analogico *passa basso* con una frequenza di taglio di poco superiore alla massima frequenza di interesse per gli studi micrometeorologici (indicativamente $20 \div 40\text{Hz}$, comunque inferiore alla tipica frequenza di rete). Spesso, i già citati sistemi di acquisizione di nuova generazione forniscono internamente la possibilità di impiegare uno stadio di filtraggio opportunamente configurabile.

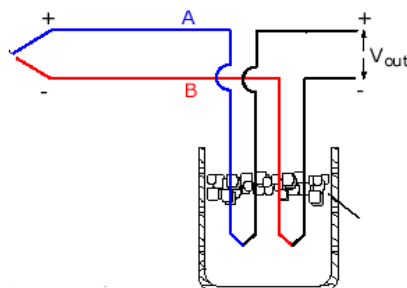


Fig. 11.66: giunto di riferimento a 0°C

Per quanto riguarda, invece, la misura assoluta di temperatura è necessario avere a disposizione una temperatura di riferimento nota. In laboratorio questo problema può essere facilmente superato impiegando come temperatura di riferimento 0°C ottenuti in un vaso Dewar, come è mostrato in **Fig. 11.66**. In campo è, invece, necessario operare in modo differente. In linea di principio si potrebbe (e spesso si fa) inserire il giunto di riferimento in un blocco di materiale isolato e caratterizzato da una costante di tempo estremamente elevata, assieme ad un altro termometro di minor pregio (un termistore per esempio) dedicato alla determinazione della temperatura del giunto di riferimento che in questa situazione varierà in modo estremamente lento e di molto poco. In questa situazione la procedura di elaborazione che dovrà essere attuata per determinare la temperatura del giunto di misura sarà costituita dai passi seguenti:

- sia ΔV_m la differenza di potenziale rilevata tra i due giunti della termocoppia,
- sia T_a la temperatura rilevata dal termometro aggiuntivo posto al giunto di riferimento,
- si determini qual è la differenza di potenziale ΔV_a che una termocoppia dello stesso tipo di quella operante fornirebbe se avesse il giunto di misura a T_a ed il giunto di riferimento a 0°C . Ciò si realizza facilmente impiegando la curva caratteristica della termocoppia;
- la temperatura al giunto di misura sarà pari a quanto previsto dalla curva caratteristica della termocoppia per una differenza di potenziale $\Delta V = \Delta V_a + \Delta V_m$.

Se da un lato questa soluzione è facilmente realizzabile, dall'altro presenta alcuni svantaggi. Il primo è che richiede l'impiego di un ulteriore sensore il cui segnale dovrà essere acquisito, aumentando così il numero di canali di ingresso dell'acquisitore occupati. Il secondo è una complicazione aggiuntiva nella fase di interpretazione delle misure raccolte. La soluzione più comunemente impiegata si fonda sul fatto che sono disponibili componenti elettronici che integrano al loro interno le funzioni seguenti:

- generazione elettronica di un giunto di riferimento,
- amplificazione del segnale,
- decodifica del segnale della termocoppia in base alla relativa curva caratteristica. L'uscita sarà quindi costituita da un segnale già compensato per la temperatura del giunto di riferimento, amplificato, linearizzato in funzione del tipo di termocoppia e quindi della corretta curva caratteristica.

Quanto detto vale a rigore sia per misure di temperatura media che per misure di fluttuazioni turbolente di temperatura, anche se in quest'ultimo caso è necessario mettere in atto accorgimenti aggiuntivi per evitare che il rumore strumentale corrompa irrimediabilmente il segnale cui si è interessati. La descrizione di sistemi amplificanti e compensanti per termocoppie dedicate alla *Eddy-Covariance* si può trovare per esempio nei lavori di Cheney e Businger (1990), Krovetz e al. (1988) e Sugamura e Telford (1987).

11.2.7 CENNI AD ALTRI TIPI DI TERMOMETRI ELETTRICI

E' innegabile che le termoresistenze (in particolare le *PT100*), i termistori e le termocoppie sono attualmente i termometri maggiormente impiegati nelle stazioni meteorologiche sia convenzionali (cioè quelle dedicate prevalentemente alla misura del valore medio delle variabili meteorologiche) che avanzate (in cui, per esempio, vengono rilevati i flussi turbolenti di quantità di moto e di calore), tuttavia vale la pena almeno accennare ad altre due classi di termometri che possono avere un interesse micrometeorologico non trascurabile, soprattutto nel prossimo futuro.

L'enorme progresso della tecnologia elettronica ha consentito di realizzare componentistica elettronica miniaturizzata e complessa impensabile fino a pochi anni fa che ha prodotto sistemi di calcolo, sistemi telefonici e sistemi fotografici di dimensioni minime e di potenza elevatissima. Uno dei risultati prodotti da questo sforzo tecnologico è costituito da una classe di sensori, piuttosto eterogenea, che ha come elemento comune quello di essere parenti stretti di questa componentistica elettronica miniaturizzata che però sono sensibili in maniera selettiva alla temperatura dell'ambiente che li circonda. È impossibile addentrarci negli aspetti costruttivi di questa particolare classe di chip termometrici, ma vale la pena considerarne uno in particolare, come rappresentativo dell'intera classe. Consideriamo in particolare il componente STS3x-DIS della Sensirion AG che di fatto è un microsistema realizzato combinando la tecnologia CMOS con la tecnologia MEMS. Nella **Fig. 11.67** viene presentato tale componente e per comprendere meglio la sua potenzialità va sottolineato che le dimensioni lineari che lo caratterizzano sono $2.5 \times 2.5 \times 0.9$ mm, cioè il suo ingombro volumetrico risulta dell'ordine di 5 mm^3 . Ma questo ingombro comprende sia il sensore primario vero e proprio, sia il sensore secondario, l'intera catena di misura ed il sistema di elaborazione, il tutto integrato. Come si vede, questo sensore (o meglio questo sistema integrato) è sostanzialmente puntuale.



Fig. 11.67: il sensore STS3x-DIS della Sensirion Ltd

Oltre a ciò va sottolineato che è già in origine digitale e presenta un *range* di utilizzo compatibile con l'utilizzo meteorologico ($-40^{\circ}\text{C} \div +90^{\circ}\text{C}$), una risoluzione invidiabile (0.015°C) ed un tempo di risposta dell'ordine dei 2 s. È evidente che un sensore di questo tipo si presta naturalmente sia a misure meteorologiche tradizionali che per misure micrometeorologiche. Questo è solo un esempio significativo di una lunga serie di dispositivi che nel prossimo futuro potranno affiancare e probabilmente soppiantare le termoresistenze, le termocoppie e soprattutto i termistori sia nelle applicazioni meteorologiche tradizionali che in quelle micrometeorologiche.

Esiste poi un'altra classe di sensori di temperatura che normalmente non compaiono nelle classiche stazioni meteorologiche e micrometeorologiche, ma che hanno trovato impiego in

situazioni in cui i normali termometri non potevano essere impiegati. Alcuni esempi chiariscono ciò. Si ipotizzi che nell'ambito di uno studio agrometeorologico sia necessario misurare la temperatura delle foglie di una coltivazione (o la temperatura di una singola foglia specifica o la temperatura media della copertura vegetale). È evidente che l'impiego di termoresistenze, termocoppie e termistori ed anche di dispositivi elettronici miniaturizzati, che comunque dovrebbero operare a contatto con la foglia, non sono proponibili. Sarebbe necessario poter determinare la temperatura di una particolare foglia o la temperatura media del *canopy vegetale* senza però porsi in contatto con essa e per questo servirebbe un opportuno termometro che non operi a contatto. Un secondo esempio è costituito dalla misura media della temperatura all'interfaccia aria-suolo. La necessità di avere un valore medio di temperatura del suolo, senza alterarlo e senza catturare situazioni locali particolari preclude di fatto l'impiego dei termometri tradizionali. Per risolvere questi problemi sono state messe a punto metodologie di misura che sostanzialmente sfruttano la legge di Planck (trattata al Cap.6, paragrafo 6.2.3) secondo cui un qualsiasi corpo emette radiazione elettromagnetica a varie lunghezze d'onda e lo spettro di emissione relativo dipende proprio dalla temperatura dell'oggetto in questione. Tale spettro, viste le temperature in gioco, si collocherà prevalentemente nell'infrarosso. Ciò suggerisce di mettere a punto un dispositivo che *catturi* parte o tutta l'energia emessa da un particolare corpo (una foglia, il terreno, ecc.) e che deduca dal suo spettro radiativo (prevalentemente posto nell'infrarosso) la temperatura che lo contraddistingue. In sostanza la situazione è quella rappresentata schematicamente in Fig. 11.68.

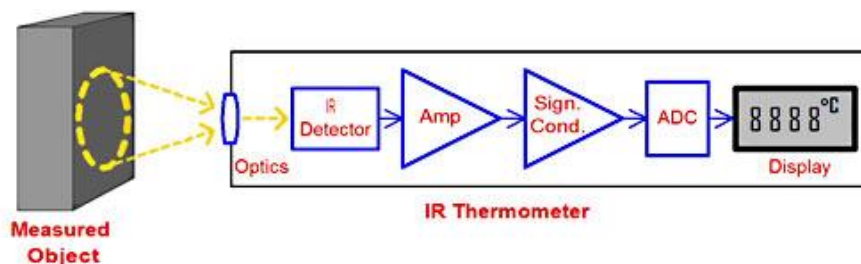


Fig. 11.68: logica di misura di un termometro a infrarossi

Un sistema capace di fare ciò può essere indicato col nome di *termometro all'infrarosso*. In pratica, l'oggetto da misurare (a sinistra) emette secondo la legge di Planck radiazioni elettromagnetiche con uno spettro dipendente dalla propria temperatura e questa emissione è rivolta a tutto l'ambiente circostante. Un sistema ottico opportuno cattura una porzione della radiazione infrarossa emessa, in particolare quella legata ad una o due particolari lunghezze d'onda, e la convoglia ad un sistema che ne rileva l'intensità e la converte in un segnale elettrico. Il sistema, poi, integra dentro di sé capacità di calcolo in grado di convertire la radiazione raccolta nella temperatura dell'oggetto osservato invertendo la Legge di Planck. Dispositivi di questo genere possono essere realizzati in maniera compatta, possono operare in modalità fissa ma possono essere anche spostati manualmente là dove risulta necessario e possono essere inseriti in sistemi automatici di acquisizione, ma richiedono la conoscenza del coefficiente di emissività della superficie di cui si intende ottenere la temperatura. Ulteriori informazioni in proposito possono essere reperite nella Letteratura di settore.

Per concludere, val la pena solo accennare al fatto che è stato proposto l'impiego delle fibre ottiche per la misura di temperatura, in particolare modo per misurare il profilo verticale di temperatura e la distribuzione orizzontale di temperatura lungo un transetto. Anche se i lavori in proposito (si veda per esempio Keller e al. 2011; Suarez e al. 2011; de Jong e al. 2015) sembrerebbero riferirsi a soluzioni prototipali, i risultati ottenuti sembrano molto promettenti. Va poi ricordato che sostanzialmente la stessa tecnologia può essere impiegata con poche varianti per la misura del profilo verticale (o orizzontale) del vento, come evidenziato da Sayde e al. 2015.

11.2.8 CALIBRAZIONE PER CONFRONTO DEI TERMOMETRI

Al paragrafo 11.2.2 si è visto come la scala ITS-90 fornisca una metodologia naturale per la calibrazione dei termometri. Essa è costituita di fatto da una serie di punti tripli o di transizione di fase di alcune sostanze che possono essere riprodotti con notevole accuratezza in apposite celle e a cui sono attribuiti valori ben precisi di temperatura, caratterizzati da un'incertezza ridottissima. Inoltre, la ITS-90 stabilisce che il termometro campione nel range di temperatura di interesse per la meteorologia sia una termoresistenza di platino. Questi termometri primari, decisamente più facilmente trasportabili di un termometro a gas, costituiscono gli *standard secondari* da impiegare nella calibrazione dei sensori normalmente operativi in campo.

Per la calibrazione dei sensori di temperatura presenti nelle stazioni meteorologiche devono essere utilizzati bagni termostatici che operano almeno nel range $-10 \div 50$ °C. All'acqua che si trova all'interno del bagno va aggiunto liquido anticongelante per impedirle di ghiacciare alle temperature inferiori a 0°C. Al fine di omogeneizzare la temperatura in tutto il liquido ed evitare la formazione di gradienti termici orizzontali e verticali, il bagno dovrà essere dotato di un agitatore in modo da tenere la miscela in movimento.

Per assicurare che i vari sensori da calibrare e la sonda di riferimento (costituita da una termoresistenza al platino calibrata come standard secondario) siano nelle stesse condizioni termiche non è sufficiente immergerli nel liquido, ma è indispensabile anche inserirli in un blocchetto equalizzatore di temperatura. Su questo blocchetto, costruito con materiale fortemente conduttivo (rame o alluminio), vengono ricavate delle impronte che consentono di inserire i sensori da calibrare e la sonda di riferimento. Per migliorare poi il contatto termico tra le pareti delle cavità del blocchetto ed i sensori, questi ultimi vengono ricoperti di grasso al silicone il quale, eliminando le possibili intercapedini d'aria, favorisce gli scambi termici. Per ridurre, infine, le inevitabili oscillazioni della temperatura del bagno è preferibile che il blocchetto equalizzatore non sia posto direttamente nel bagno ma sia inserito in un pozzetto di misura pieno dello stesso liquido. A fronte di un notevole allungamento dei tempi operativi, questa metodica consente un notevolissimo miglioramento della stabilità della temperatura.

Una volta predisposto in questo modo l'ambiente di calibrazione, al bagno termostatico vengono fatte assumere una serie di temperature scelte nel range di interesse meteorologico. Raggiunta una certa temperatura e raggiunto l'equilibrio dopo un certo transitorio, si registreranno contemporaneamente sia l'*output* del sensore da calibrare che il valore prodotto dal sensore di riferimento e si proseguirà fino ad aver esaurito l'insieme delle temperature prefissato. A questo punto, se la sequenza delle temperature scelte per la calibrazione era ascendente, la si ripeterà in termini discendenti in modo tale da evidenziare l'eventuale presenza di isteresi nel sensore sottoposto a calibrazione.

11.3 MISURA DELL'UMIDITÀ DELL'ARIA

Il vapor d'acqua è, assieme alla temperatura dell'aria, lo scalare più importante in Meteorologia ed in Micrometeorologia e la sua presenza in aria viene indicata comunemente col termine umidità. L'obiettivo delle misure di umidità atmosferica è quindi la quantificazione dell'ammontare del vapor d'acqua presente in aria. Questa misura, nonostante tutto, è stata e continua ad essere problematica e ciò è vero ancora di più quando la si vuol fare in maniera automatica in una postazione fissa di monitoraggio. Al di là della loro struttura fisica, ogni sensore in grado di quantificare la presenza di vapor d'acqua in aria viene indicato col nome di *igrometro*. Per ragioni pratiche è opportuno separare nettamente la classe di *sensori a risposta lenta*, impiegabili in normali stazioni meteorologiche e dedicati alla misura del valor medio dell'umidità relativa dell'aria, da quella dei *sensori a risposta rapida*, dedicati in prevalenza alla misura del flusso (normalmente verticale) di vapor d'acqua e quindi anche del flusso latente di calore. Questa suddivisione non è solo imposta da ragioni logiche, ma anche dal fatto che fisicamente le due classi di sensori sono

costruttivamente differenti. Come si è visto al Cap.1, sono molte le grandezze che quantificano il contenuto di vapor d'acqua in atmosfera e qui di seguito le ricorderemo per comodità, approfondendone, quando necessario, alcuni aspetti.

Tensione di vapore

La tensione di vapore e è la pressione parziale del vapor d'acqua in aria. Come abbiamo visto, esiste un limite massimo di vapor d'acqua che può stare nell'aria e, raggiunto tale limite, si è in condizioni di *saturazione*.

Se consideriamo una superficie piana di acqua liquida pura, notiamo che esiste un equilibrio tra la fase liquida della superficie e la fase gassosa del vapor d'acqua che la sovrasta e ciò è vero anche quando la superficie è costituita da acqua pura solida (ghiaccio). In teoria, integrando l'equazione di Clausius-Clapeyron ed assumendo una dipendenza lineare per il calore latente di vaporizzazione, si giunge facilmente ad un'equazione che esprime la pressione parziale del vapor d'acqua in questa situazione di equilibrio che è poi la situazione di saturazione (Brock e Richardson, 2001). Il problema però sta nel fatto che nel fare ciò, si è ipotizzato che il vapor d'acqua fosse un gas perfetto, cosa che non è. Ovviamente sono state condotte numerosissime osservazioni sperimentali che hanno portato ad individuare una formulazione piuttosto precisa per la tensione di vapore alla saturazione in queste condizioni, nota come *relazione di Vexler* che, quando la temperatura T è in gradi Kelvin e la tensione di vapore è in *mbar*, risulta così espressa:

$$e'_s = 0.01 \cdot \left[\frac{c_1}{T^2} + \frac{c_2}{T} + c_3 + c_4 T + c_5 T^2 + c_6 T^3 + c_7 T^4 + c_8 \ln T \right] \quad [11.83]$$

I coefficienti numerici di questa complessa formula presenti in essa sono riportati nella **Tab. 11.7** e valgono sia quando la situazione di equilibrio ha luogo sopra una superficie di acqua pura in fase liquida sia quando tale superficie è allo stato solido.

Coefficiente	Superficie di acqua liquida	Superficie di acqua solida
c_1	-2991.272	0.0
c_2	-6017.0128	-5865.3696
c_3	18.87643854	22.241033
c_4	-0.028354721	0.013749042
c_5	$0.17838301 \cdot 10^{-4}$	$-0.34031775 \cdot 10^{-4}$
c_6	$-0.84150417 \cdot 10^{-9}$	$0.26967687 \cdot 10^{-7}$
c_7	$0.44412543 \cdot 10^{-12}$	0.0
c_8	2.858487	0.6918651

Tab. 11.7: coefficienti della relazione di Vexler (Brock e Richardson, 2001)

Questa relazione tra la tensione di vapore del vapor d'acqua e la temperatura è complessa e *unidirezionale* nel senso che non è agevole invertirla, ottenendo l'analoga relazione tra temperatura e tensione di vapore. Inoltre, la situazione meteorologica reale è decisamente differente da quella per cui è stata definita la tensione di vapore precedentemente.

Quando in meteorologia consideriamo una miscela di aria secca e vapor d'acqua (cioè l'aria umida), la tensione di vapore dell'acqua alla saturazione e_s non dipende più solo dalla temperatura T , ma anche dalla pressione atmosferica p secondo una legge del tipo:

$$e_s = e'_s(T) \cdot f(T, p) \quad [11.84a]$$

dove $f(T, p)$ è il *fattore di enhancement*, variabile con la temperatura e la pressione atmosferica come indicato **Tab. 11.8**. Per semplicità operativa Buck (1981) ha ottenuto delle relazioni analitiche che esprimono direttamente la tensione di vapore alla saturazione dell'acqua nell'aria umida, in funzione della temperatura e della pressione atmosferica, date da:

$$e_s = [1.0007 + (3.46 \cdot 10^{-6}p)] \cdot 6.1121 \exp \left[\frac{17.502T}{240.97 + T} \right] \quad [11.84b]$$

quando la temperatura è superiore a 0°C, mentre quando è inferiore vale la relazione:

$$e_s = [1.0003 + (4.18 \cdot 10^{-6}p)] \cdot 6.1115 \exp \left[\frac{22.452T}{272.55 + T} \right] \quad [11.84c]$$

in cui T è la temperatura dell'aria (°C), p è la pressione atmosferica (mb) ed e_s è la tensione di vapore alla saturazione (mb) nell'aria umida.

In condizioni normali, l'aria del PBL non è in condizioni di saturazione e la presenza di vapor d'acqua nell'aria umida è data dalla tensione di vapore e (mbar) che risulterà essere inferiore alla tensione di vapore alla saturazione.

Temperatura (°C)	Enhancement factor f	
	$p = 1000 \text{ mbar}$	$p = 500 \text{ mbar}$
-50	1.0058	1.0029
-40	1.0052	1.0026
-30	1.0047	1.0024
-20	1.0044	1.0022
-10	1.0041	1.0022
0	1.0040	1.0022
10	1.0039	1.0023
20	1.0040	1.0025
30	1.0043	1.0028
40	1.0047	1.0032
50	1.0052	-

Tab. 11.8: Enhancement factor al variare della temperatura d'aria e della pressione atmosferica (Brock e Richardson, 2001)

Umidità relativa

Il primo vero indicatore della presenza di vapor d'acqua in aria è l'umidità relativa RH definita come il rapporto *percentuale* tra la tensione di vapore e la tensione di vapore alla saturazione:

$$RH = 100 \cdot \frac{e}{e_s} \quad [11.85a]$$

Ovviamente, se si conoscono la temperatura T , la pressione p e la tensione di vapore effettiva e , risulta immediato il calcolo dell'umidità relativa, mentre se si conoscono T , p ed RH è immediato conoscere la tensione di vapore e .

Umidità assoluta, umidità specifica e rapporto di mescolanza

L'umidità specifica è il rapporto tra la massa di vapor d'acqua e la massa di aria umida, mentre il rapporto di mescolanza è dato dal rapporto tra la massa di vapor d'acqua e la massa di aria secca. Entrambe queste grandezze, normalmente molto vicine numericamente tra loro, sono rapporti tra masse. Diversa è la situazione per l'umidità assoluta: essa è la concentrazione di vapor d'acqua in aria, cioè il rapporto tra la massa di vapor d'acqua ed il volume totale di aria umida che la contiene. Le relazioni che definiscono queste grandezze e che devono essere impiegate nell'esercizio quotidiano di una stazione meteorologica sono già state introdotte al Cap.1.

Temperatura di rugiada

La temperatura di rugiada (*dew-point temperature*) T_d è la temperatura a cui il vapor d'acqua presente in aria condensa. Analogamente, si definisce *frost-point temperature* T_f la temperatura a cui il vapor d'acqua presente in aria si ghiaccia. Si dimostra facilmente che a pressioni normali nelle normali situazioni meteorologiche si ha che:

$$T_d = 240.97 \cdot \ln \frac{(e/6.1365)}{(17.502 - \ln(e/6.1365))} \quad [11.85b]$$

$$T_d = 272.55 \cdot \ln \frac{(e/6.1365)}{(22.452 - \ln(e/6.1359))}$$

11.11.1 IGROMETRI A RISPOSTA LENTA

Molti sono i tipi di igrometri a risposta lenta disponibili attualmente. Essi possono essere classificati nelle categorie seguenti: sensori di tipo elettrico, psicometri e sensori a punto di rugiada. Per una panoramica generale sull'argomento si veda per esempio Benincasa e al. (1991) e Coantic e Friehe (1982), WMO (2008), Brock e Richardson (2001).

11.11.1.1 Igrometri di tipo elettrico

Questa è una classe eterogenea di sensori in cui sono presenti sia sensori di tipo resistivo, che di tipo capacitivo che misti. Praticamente tutti si basano sul fatto che certi materiali, interagendo col vapor d'acqua presente nell'aria, mutano alcune delle proprie proprietà chimiche o fisiche in modo sufficientemente reversibile. In effetti il tutto si basa sul fatto che il vapor d'acqua può essere adsorbito o assorbito da questi materiali. Si ricordi che l'adsorbimento è la proprietà tipica di certi materiali di raccogliere sulla propria superficie vapor d'acqua, mentre l'assorbimento è la proprietà per cui il vapor d'acqua viene assorbito entro un'altra sostanza. Di fatto sono ora disponibili i sensori delle tipologie seguenti:

- I sensori di tipo resistivo sfruttano il fatto che la resistenza elettrica di alcuni materiali (per esempio alcuni sali igroscopici, come il cloruro di litio) variano la propria resistenza elettrica con l'umidità relativa dell'aria in cui sono immersi. In pratica, tali sensori sono costituiti da due elettrodi tra cui è interposto il materiale igroscopico fatto depositare o assorbire su un supporto solido isolante. Il sensore, quindi, costituisce una resistenza (dell'ordine dei MΩ) variabile con l'umidità relativa dell'aria che, una volta inserita in un circuito elettrico (normalmente un ponte di Wheatstone), può essere convertita agevolmente in una tensione rilevabile da parte di un sistema di acquisizione analogico. Il circuito elettrico di condizionamento del segnale dovrà essere, di norma, alimentato in corrente alternata, per evitare fenomeni di polarizzazione del materiale igroscopico che potrebbe condurre ad un suo rapido deterioramento. Quando però, come materiale sensibile all'umidità, s'impiega della polvere di carbone sospesa in gelatina di cellulosa, i problemi di polarizzazione scompaiono e quindi l'alimentazione elettrica del circuito di condizionamento può essere continua. I sensori di questo tipo presentano una costante di tempo dell'ordine delle decine di secondi, tranne nel caso del sensore a polvere di carbone in gelatina di cellulosa in cui la costante di tempo si può ridurre fino a 0.3 secondi. È bene, per non danneggiarli, che l'umidità ambientale non superi il 95%.
- I sensori di tipo capacitivo sono costituiti da un condensatore in cui viene interposto tra le due armature un polimero in grado di mutare la propria costante dielettrica al variare della pressione parziale di vapore. Anche in questo caso è necessario che l'umidità dell'aria non raggiunga la saturazione. Oltre a ciò, tali sensori presentano anche un certo grado di isteresi.
- I sensori attualmente più interessanti e più utilizzati sono i sensori resistivo-capacitivi. Il principio di funzionamento si basa sul fatto che l'ossido di alluminio o di tantalio, ottenuto per anodizzazione, presenta una struttura porosa. Se questo ossido viene interposto tra due elettrodi (solitamente costituiti uno dallo stesso alluminio su cui si è prodotto lo strato di ossido e l'altro da un sottilissimo strato di oro), l'insieme che ne risulta cambia

la propria resistenza e la propria costante dielettrica in funzione della pressione parziale del vapor d'acqua. Quindi questo sensore, inserito in un circuito elettrico opportuno, darà luogo ad una tensione misurabile, proporzionale all'umidità relativa (che a sua volta è proporzionale alla tensione di vapore). A differenza però dei sensori puramente resistivi, questi sensori variano contemporaneamente la propria resistenza elettrica e la propria capacità e quindi richiedono un circuito di condizionamento più complesso, alimentato generalmente ad audio-frequenza (20kHz). A parte questo problema, comunque superato dai vari costruttori, questi sensori sono estremamente resistenti, non vengono attaccati dagli agenti atmosferici, non presentano isteresi e sono inoltre abbastanza precisi, veloci e capaci di misurare anche umidità elevate, senza per questo deteriorarsi significativamente.

11.3.1.2 Psicrometro

Lo psicrometro si basa sulla misura della differenza di temperatura che esiste tra due termometri identici, il primo esposto liberamente all'aria e l'altro sempre esposto all'aria, ma avente la superficie coperta da una garza imbevuta d'acqua ed in comunicazione con un serbatoio d'acqua. La temperatura del primo termometro (T_d) è la *temperatura a bulbo secco* (cioè la normale temperatura dell'aria), mentre la temperatura misurata dal secondo (T_w) è la *temperatura a bulbo umido*. Ricordando quanto detto al Cap.1, dalle due temperature così misurate è possibile ottenere la tensione di vapore e (hPa) presente nell'aria mediante la relazione:

$$e = e_s(T_w) - 0.00066(1 + 0.00115T_w) \cdot p \cdot (T_d - T_w) \quad [11.86]$$

in cui le temperature sono misurate in ($^{\circ}\text{C}$) e la pressione atmosferica p in (hPa). Nella relazione precedente, con $e_s(T_w)$ si è indicata la tensione di saturazione alla temperatura T_w , che si può calcolare con le relazioni (11.84). La misura che si ottiene da uno psicrometro è quindi il valore della tensione di vapor d'acqua. Una volta nota tale grandezza, è immediato conoscere la tensione di saturazione sulla base della temperatura di bulbo secco e della pressione atmosferica e quindi, senza difficoltà, si ottiene l'umidità relativa. Utilizzando, poi, le varie relazioni psicrometriche riportate al Cap.1 non è difficile esprimere il contenuto di vapor d'acqua in aria come umidità assoluta, umidità specifica e rapporto di mescolanza.

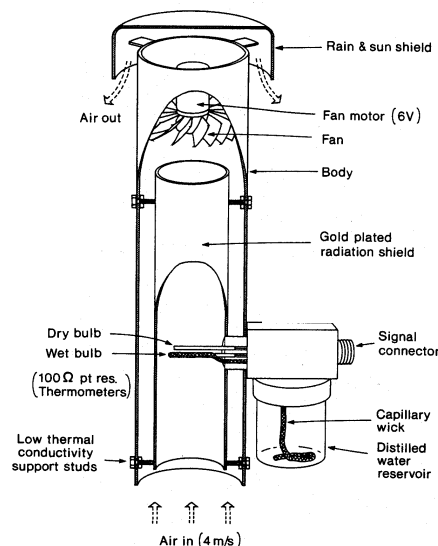


Fig.11.69: struttura di uno psicrometro (Kaimal e Finnigan, 1994)

La Fig. 11.69 illustra schematicamente un tipico psicrometro. Come si nota, entrambi i termometri (normalmente costituiti da una termoresistenza o da una termocoppia) sono alloggiati entro uno schermo mantenuto a ventilazione forzata e sono posti molto vicini l'un l'altro in modo

da non indurre errori di misura determinati dal posizionamento dei due termometri in punti dello spazio a temperatura differente. Maggiori dettagli sugli psicrometri si possono trovare in Munro (1980) e Kimball e Mitchell (1981). Questo strumento è estremamente preciso, ma di difficile impiego dovendo garantire che la superficie del termometro a bulbo umido resti costantemente tale. Per quanto riguarda la sua velocità, essa dipende dalle dimensioni fisiche dei due termometri e quindi non c'è da stupirsi se lo psicrometro è stato occasionalmente impiegato come sensore a risposta rapida per la misura delle fluttuazioni di umidità e di ciò si parlerà a proposito dei sensori di umidità a risposta rapida. Vista la sua elevata precisione che lo vede come strumento di riferimento per la calibrazione di igrometri di altro tipo, in WMO (2008) è dedicato molto spazio a questo tipo di igrometro, descrivendone dettagliatamente le caratteristiche e le modalità d'uso.

11.3.1.3 Sensori a punto di rugiada

Un'alternativa alla misura della temperatura a bulbo secco e a bulbo umido è misurare la *temperatura di rugiada*, cioè quella temperatura a cui la reale quantità di vapor d'acqua presente nell'aria è sufficiente a saturarla. La relazione (11.85) mette in relazione la temperatura di rugiada T_d con la tensione di vapore e , quindi è sufficiente solo la misura di T_d per determinare la tensione di vapore presente nell'aria.

La temperatura di rugiada in un dato ambiente si ottiene misurando la temperatura di una superficie fredda affacciata all'ambiente stesso, al momento in cui su di essa, per effetto dell'abbassamento della temperatura, si forma una goccia d'acqua. La superficie fredda è normalmente uno specchio in contatto con un elemento refrigerante, costituito normalmente da una cella di Peltier. La parte più complicata del sistema è quella a cui viene affidato il compito di individuare l'istante in cui si forma la goccia per fare in modo che la temperatura dello specchio, una volta raggiunta la temperatura di rugiada, si mantenga tale. Un sistema spesso impiegato allo scopo consiste nell'illuminare perpendicolarmente lo specchio su cui si formerà la goccia. Nel momento in cui questa si formerà la luce verrà diffusa e andrà a colpire una cella fotosensibile che produrrà un segnale elettrico, che a sua volta, servirà al sistema di regolazione per alimentare adeguatamente la cella di Peltier in modo da mantenere la temperatura dello specchio costante. In Fig. 11.70 è presentato schematicamente un tale sistema.

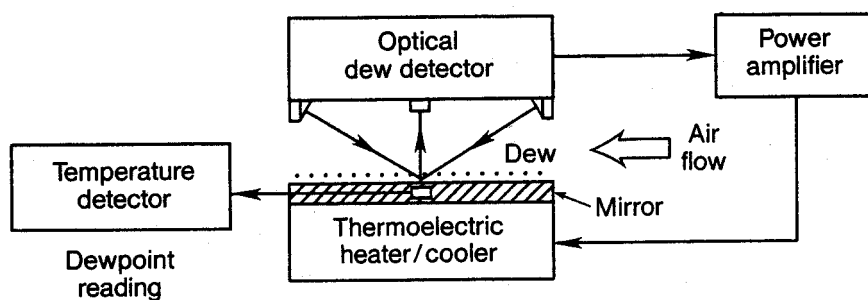


Fig. 11.70: igrometro a punto di rugiada (Kaimal e Finnigan, 1994)

11.3.2 IGROMETRI A RISPOSTA VELOCE

Gli igrometri a risposta veloce hanno come funzione principale non tanto quella di misurare con accuratezza l'umidità dell'aria, quanto piuttosto quella di misurare con accuratezza le fluttuazioni nel tempo di tale variabile. Pertanto, perché ciò sia possibile è necessario che il sensore sia a risposta veloce. Nel lavoro di Priestley e Hill (1985) sono messi a confronto tre differenti sistemi di misura a risposta veloce per la misura dei flussi turbolenti di cui vengono evidenziate le caratteristiche dinamiche sia nel dominio del tempo che nel dominio delle frequenze.

Due sono le possibilità pratiche sfruttate normalmente. La prima è costituita dall'impiego

di psicrometri in cui i termometri siano miniaturizzati. Se il ridotto diametro consente al termometro a bulbo secco di raggiungere tempi di risposta molto ridotti, per un termometro di identiche dimensioni con bulbo bagnato la presenza della garza bagnata aumenta il tempo di risposta, raggiungendo valori di circa dieci volte quello del termometro a bulbo secco. Nel lavoro di Cheney e Businger (1990) viene presentato un sistema psicrometrico veloce basato sull'uso di termocopie, mentre nel lavoro di Kalogiros e Helmis (1993) viene utilizzato un sistema psicrometrico veloce basato su termoresistenze di platino sottili ($12.5 \mu\text{m}$). Come detto, il termometro di bulbo umido presenta un tempo di risposta decisamente più elevato di quello di bulbo secco e ciò comporta una notevole distorsione spettrale. Nei lavori citati vengono presentati esempi di applicazioni degli psicrometri veloci per misurare le fluttuazioni dell'umidità dell'aria (e quindi del flusso latente di calore) ed anche i metodi impiegati per correggere gli effetti dell'aumento del tempo di risposta del termometro a bulbo bagnato.

Nonostante queste due possibilità concrete, i sensori più diffusamente impiegati nella misura delle fluttuazioni di umidità in aria (e quindi abbinati all'anemometro ultrasonico triassiale per la stima del flusso turbolento di calore latente e dell'evapotraspirazione) si basano sull'assorbimento di radiazione (infrarossa o ultravioletta) da parte del vapor d'acqua.

11.3.2.1 Igrometri all'infrarosso

In Hyson e Hicks (1975), Auble e Meyers (1992) e in Cerni (1994) sono riportati molti dettagli su questo tipo di idrometro veloce. Qui di seguito riportiamo brevemente gli elementi essenziali alla comprensione del suo funzionamento.

Una radiazione elettromagnetica di lunghezza d'onda λ che passa attraverso l'aria umida può venire o meno assorbita a seconda della quantità di vapor d'acqua presente e a seconda della lunghezza d'onda tipica della radiazione incidente. Se si considera una radiazione monocromatica di intensità I_0 e di lunghezza d'onda λ che attraversa uno strato x estremamente piccolo di aria umida in cui il vapor d'acqua è presente con umidità assoluta ρ , essa verrà in generale parzialmente assorbita assumendo il valore I inferiore a I_0 . Secondo la Legge di Beer, la parte trasmessa di radiazione incidente sarà pari a:

$$I = I_0 \exp[-k\rho x] \quad [11.87a]$$

quindi la *trasmittanza* sarà pari a:

$$\tau = I/I_0 \quad [11.87b]$$

Il vapor d'acqua presenta numerose frequenze per cui si ha un forte assorbimento di radiazione elettromagnetica. Se ci si limita per ora a considerare solo la zona spettrale dell'infrarosso, dalla **Fig. 11.71** possiamo osservare come i picchi di assorbimento siano centrati attorno alle lunghezze d'onda $0.94, 1.4, 1.9, 2.7$ e $6.3 \mu\text{m}$. Nella figura, le frecce indicano proprio le frequenze cui corrispondono i picchi di assorbimento di H_2O .

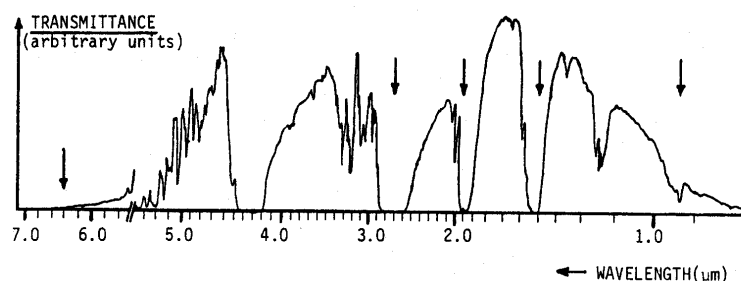


Fig. 11.71: *trasmittanza per la radiazione all'infrarosso.*

La Legge di Beer vale a rigore per un *path* infinitesimo e per una radiazione monocromatica collimata. Quando ciò non è più vero, la (11.87a) si modifica nel modo seguente:

$$I = I_0 \exp[-(k\rho x)^B] \quad [11.87c]$$

nota come versione modificata della Legge di Beer (Cerni, 1994), in cui l'esponente B risulta pari a 0.6789. Per semplificare la trattazione, riconsideriamo la Legge di Beer secondo cui la *trasmissione* τ dell'aria (Hay, 1982) è legata al *coefficiente di estinzione* γ dalla relazione:

$$\tau = \exp(-\gamma D) \quad [11.88a]$$

dove la D è la distanza (*path*) del mezzo attraversato dalla radiazione ed, in generale, si ha che:

$$\gamma = \alpha + \beta \quad [11.88b]$$

in cui α rappresenta le perdite per assorbimento e β tiene conto dello *scattering* delle particelle e delle molecole. Le due equazioni precedenti si possono impiegare in pratica in due modi diversi.

Nel primo modo si costruisce un apparato dotato di due *path* paralleli lungo i quali vengono inviati due fasci di radiazione a due lunghezze d'onda differenti ma vicine. In questo caso, vista la vicinanza tra le due lunghezze d'onda, si può dimostrare che β è approssimativamente uguale per entrambi i *path*, mentre, se si sceglie in maniera opportuna la regione spettrale della radiazione impiegata, un *path* mostra un α trascurabile mentre l'altro un assorbimento vigoroso. In questo modo la misura differenziale di τ a due lunghezze d'onda adiacenti consente di stimare la concentrazione di vapor d'acqua presente entro il *path*.

Un secondo modo, anche se meno usato, sta nel considerare una sola lunghezza d'onda in cui α sia molto maggiore di β , perciò alle fluttuazioni di τ corrispondono altrettante fluttuazioni di α e quindi di concentrazione di vapor d'acqua nell'aria. Dal punto di vista costruttivo, come si può vedere nella **Fig. 11.72**, un igrometro all'infrarosso è costituito da una sorgente all'infrarosso che invia la radiazione lungo un *path* dell'ordine di 0.2 metri, al termine del quale si trova un rivelatore. Un sistema filtrante trasmette alternativamente radiazione a due lunghezze d'onda vicine, una caratterizzata da un forte assorbimento e l'altra caratterizzata da un basso assorbimento. Il rivelatore condurrà quindi la misura differenziale della trasmittanza e consentirà quindi la stima delle fluttuazioni di concentrazione di vapor d'acqua.

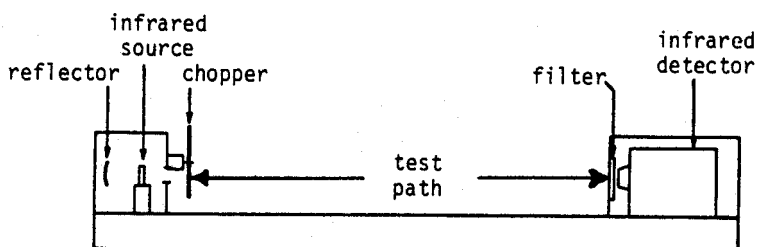


Fig. 11.72: schema costruttivo di un igrometro all'infrarosso (Kaimal e Finnigan, 1994).

Nella banda spettrale dell'infrarosso, oltre ai picchi di assorbimento del vapor d'acqua, si collocano anche picchi di assorbimento per la CO_2 . Per questo, la struttura fisica dell'igrometro ad infrarossi sopra descritto si adatta, concettualmente con poche modifiche, anche a misurare sia la concentrazione di vapor d'acqua che quella di CO_2 praticamente in contemporanea. Questa opportunità è sfruttata in pratica da tutti gli igrometri all'infrarosso prodotti attualmente, uno dei quali è mostrato nella **Fig. 11.73**. Di fatto, ogni igrometro all'infrarosso disponibile in commercio misura anche contemporaneamente i valori istantanei della concentrazione (in termini di densità) della CO_2 . La ridotta dimensione del sensore e la sua velocità di risposta ne consentono l'utilizzo combinato con un anemometro ultrasonico triassiale (**Fig. 11.74**) per la determinazione diretta del flusso latente di vapor d'acqua (e quindi dell'evapotraspirazione) e del flusso turbolento di CO_2 . Su questo argomento ritorneremo successivamente quando discuteremo dei sensori veloci per la misura delle fluttuazioni dei gas.

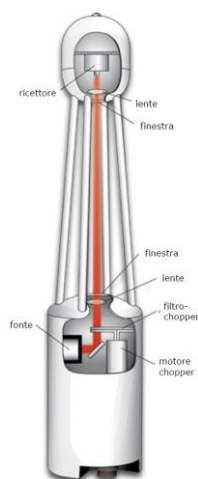


Fig. 11.73: igrometro all'infrarosso LICOR LI-7500 per la misura di vapor d'acqua e CO_2 .

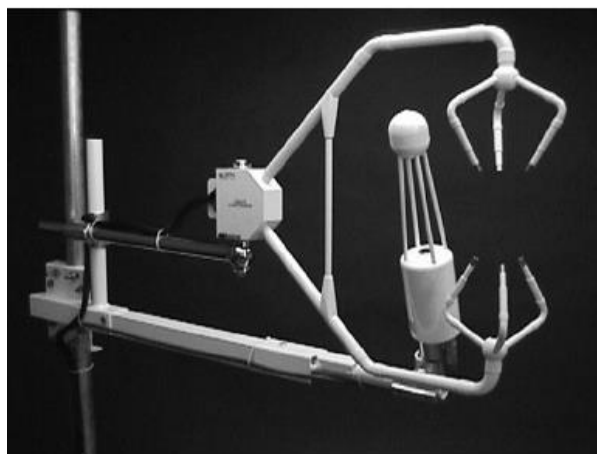


Fig. 11.74: uso combinato di un igrometro all'infrarosso e di un anemometro ultrasonico triassiale per la determinazione dei flussi turbolenti

Un problema comune alla maggior parte degli igrometri all'infrarosso di tipo *open-path* è il fatto che non possono operare in condizioni prossime alla saturazione e le misure risentono della presenza di pioggia, rugiada o neve. In queste condizioni β cambia repentinamente per assorbimento e adsorbimento causato dalle particelle nell'aria. Infatti, una goccia di pioggia che attraversa il cammino ottico della radiazione infrarossa, o la condensazione di vapore acqueo sulle finestre ottiche, provoca un picco nel segnale registrato, che ovviamente è un valore errato della concentrazione di CO_2 o H_2O . A questo punto per limitare il problema conviene eseguire un montaggio inclinato dello strumento (come si vede nella **Fig. 11.74**) ed utilizzare dei prodotti idrorepellenti per lubrificare le finestre ottiche in modo tale da favorire lo scivolamento dell'acqua, o dell'eventuale neve, che dovesse posarsi sulla sua superficie. Ulteriori dettagli su altre tipologie di idrometri veloci, di sensori per la misura combinata di H_2O e CO_2 e per la misura veloce di altre sostanze passive (Metano, Ammoniaca, ozono, ecc.) verranno forniti successivamente.

11.11.2.2 Igrometri Lyman-Alpha

Il principio di funzionamento di tale igrometro (Buck, 1976) è simile a quello dell'igrometro all'infrarosso ed è rappresentato schematicamente nella **Fig. 11.75**. La vera differenza sta nella radiazione impiegata che in questo caso è radiazione ultravioletta. Rimandando al Cap. 6 per i dettagli relativi alle bande di assorbimento dei diversi componenti gassosi dell'atmosfera, gli

unici gas presenti in essa e che assorbono significativamente radiazione ultravioletta sono l'ossigeno, l'ozono e l'acqua, tuttavia alla lunghezza d'onda di $0.12156 \mu\text{m}$ (lunghezza d'onda Lyman- α), l'acqua presenta un assorbimento circa 100 volte superiore a quello dell'ossigeno e quindi, operando attorno a questa lunghezza d'onda, è possibile misurare le fluttuazioni di vapor d'acqua senza contaminazioni apprezzabili da parte dell'ossigeno.

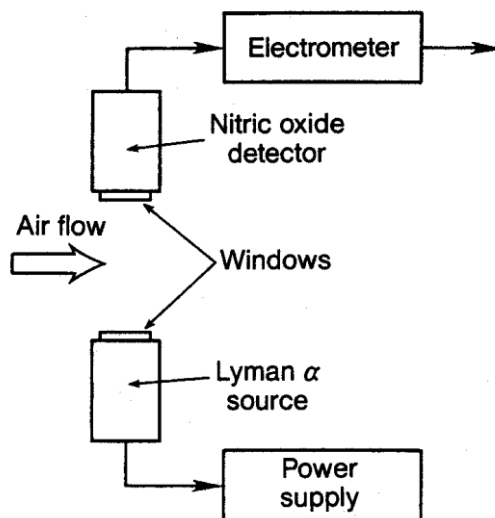


Fig 11.75: schema costruttivo di un igrometro Lyman- α (Kaimal e Finnigan, 1994)

Normalmente la sorgente ultravioletta è costituita da una lampada a incandescenza con miscela di Idrogeno e Neon ed il sistema di ricezione è o un fototubo o una camera a ionizzazione ad ossido nitrico. Sia la sorgente che il sistema di ricezione della radiazione presentano finestre di materiale trasparente alla radiazione ultravioletta. Il forte assorbimento di radiazione permette di ridurre considerevolmente il *path* di tale strumento rispetto a quanto visto nel caso dell'igrometro all'infrarosso, permettendo quindi una costruzione compatta del sensore che può essere collocato agevolmente molto vicino ad un anemometro ultrasonico, per contribuire alla determinazione del flusso turbolento di calore latente.



Fig 11.76: a sinistra un igrometro veloce open-path con lampada al Cripto (Campbell – KH20) e a destra lo stesso igrometro accoppiato ad un anemometro ultrasonico triassiale (Campbell CSAT3)

Se invece di impiegare una sorgente prodotta da una lampada a idrogeno, si impiega una lampada al Cripto, le emissioni ultraviolette prodotte sono centrate sulle lunghezze d'onda $0.12358 \mu\text{m}$ e $0.11649 \mu\text{m}$, quindi laterali alla lunghezza Lyman- α . È ancora possibile costruire un igrometro del tutto identico al precedente (Fig. 11.76), con il vantaggio che la sorgente di radiazione ha una vita molto più lunga, ma con lo svantaggio che in corrispondenza delle

lunghezze d'onda impiegate l'assorbimento di radiazione da parte dell'ossigeno o dell'ozono atmosferico è maggiore e quindi le misure di fluttuazioni del vapor d'acqua sono più contaminate dalla presenza di questi due gas. Come abbiamo visto, la lampada al Cripto emette radiazione ultravioletta in due linee spettrali ben definite, una a 1211.58 nm (*linea 1*) e un'altra a 116.49 nm (*linea 2*). L'intensità della radiazione corrispondente alla *linea 1* è oltre quattro volte maggiore dell'intensità della radiazione corrispondente alla *linea 2*. Entrambe queste lunghezze d'onda sono assorbite dal vapor d'acqua e dall'ossigeno. Dato che si vuole realizzare uno strumento capace di misurare l'umidità dell'aria, la sensibilità all'ossigeno è di fatto un interferente.

Facciamo ora alcune considerazioni quantitative riferendoci a Tanner e al. (1993). Se V è la tensione di *output* del rivelatore della radiazione ultravioletta (normalmente è una tensione direttamente proporzionale all'intensità della radiazione ultravioletta ricevuta), x è la distanza tra la lampada ed il rivelatore (*path*), V_1 e V_2 sono l'*output* del rivelatore se non ci fosse assorbimento di radiazione rispettivamente nella lunghezza d'onda 1 e nella linea 2, l'equazione che descrive il segnale è così espressa:

$$V = V_1 \cdot \exp[-x(k_{w1}\rho_v + k_{o1}\rho_o)] + V_2 \cdot \exp[-x(k_{w2}\rho_v + k_{o2}\rho_o)] \quad [11.89a]$$

dove ρ_v e ρ_o sono rispettivamente la densità del vapor d'acqua e dell'ossigeno, mentre k_{w1} e k_{w2} sono i coefficienti di assorbimento del vapor d'acqua nelle linee 1 e 2 e k_{o1} e k_{o2} i rispettivi coefficienti di assorbimento dell'ossigeno nelle due righe spettrali. Questa relazione può essere drasticamente semplificata se si assume che $V_1 \gg V_2$ e che $k_{w1} \cong k_{w2}$, ottenendo:

$$V = V_0 \exp[-xk_w\rho_v] \cdot \exp[-xk_o\rho_o] \quad [11.89b]$$

dove con V_0 si è indicata la somma dell'*output* del rivelatore in assenza di vapor d'acqua e di ossigeno, cioè $V_0 = V_1 + V_2$.

Nella maggior parte delle applicazioni e delle realizzazioni pratiche può essere ignorato l'assorbimento di radiazione dovuto alla presenza dell'ossigeno in atmosfera e quindi l'equazione precedente si riduce alla semplice forma:

$$V = V_0 \exp[-xk_w\rho_v] \quad [11.89c]$$

Quindi la densità di vapor d'acqua risulta pari a:

$$\rho_w = -\frac{1}{k_w x} (\ln V - \ln V_0) \quad [11.89d]$$

Quando, invece, si considera la (11.89b), si ha che:

$$\rho_w = \frac{(\ln V - \ln V_0)}{-k_w x} - \frac{k_o}{k_w} \rho_o \quad [11.89e]$$

L'equazione (11.89d) è la base della taratura dell'igrometro (Foken e Falke, 2012). In effetti, ponendo l'igrometro in ambienti a differenti valori di umidità ρ_w e registrando i differenti valori di *output* V , è facile ottenere il valore di V_0 e di k_w , noto il *path* x .

Gli igrometri veloci sono prevalentemente dedicati alla stima del flusso turbolento di vapor d'acqua e quindi è importante determinare l'espressione della fluttuazione di tale grandezza scritta in termini di *output* del sensore. Partendo dall'identità esistente tra valore istantaneo, valore medio e fluttuazione:

$$\rho'_w = \rho_w - \overline{\rho_w} \quad [11.90a]$$

è facile verificare che la relazione seguente esprime la fluttuazione di densità di vapor d'acqua:

$$\rho'_w = \frac{-1}{k_w x} (\ln V - \overline{\ln V}) - \frac{k_w}{k_o} \rho'_o \quad [11.90b]$$

In essa l'ultimo termine di destra rappresenta l'interferenza prodotta dall'ossigeno sulla fluttuazione di vapor d'acqua che dipende dalla fluttuazione di ossigeno presente in atmosfera che lo

strumento non misura. Per utilizzare praticamente le misure dell'igrometro veloce, è necessario trovare una metodologia per esprimere la fluttuazione della densità di ossigeno atmosferico in funzione di grandezze facilmente misurabili. Per fare ciò, va ricordato che la concentrazione media di ossigeno in aria è pari a $C_o = 0.21\%$ e che le fluttuazioni della sua densità sono dovute alla pressione ed alla temperatura. Secondo la legge dei gas, se si indica con M_o il peso molecolare di O_2 (32), si ha che:

$$\rho_o = C_o M_o \frac{p}{RT} \quad [11.91a]$$

che differenziata porta a:

$$\rho_o' = \left[\frac{C_o M_o}{RT} \right] p' - \left[\frac{C_o M_o p}{RT^2} \right] T' \quad [11.91b]$$

Se consideriamo l'atmosfera standard in cui $p = 10111.25$ hPa e $T = 305$ K, vediamo (Tanner e al., 1993; Van Dijk e al. 2003) che il termine prevalente nella fluttuazione della densità di ossigeno è quello dipendente dalla fluttuazione di temperatura. A questo punto, facendo la covarianza tra la componente verticale del vento e la densità di vapor d'acqua, otteniamo l'espressione seguente che esprime il flusso verticale turbolento del vapor d'acqua (cioè l'evapotraspirazione E):

$$E = \overline{w' \rho_w'} = \frac{\overline{w' (\ln V)'}}{-k_w x} + \left[\frac{C_o M_o p}{RT^2} \right] \cdot \frac{k_o}{k_w} \cdot \overline{w' T'} \quad [11.92]$$

11.3.3 CENNI AD ALTRI TIPI DI IGROMETRI ELETTRICI

Gli igrometri presentati nei punti precedenti sono i più utilizzati nelle stazioni meteorologiche sia convenzionali (cioè quelle dedicate prevalentemente alla misura del valore medio delle variabili meteorologiche) che avanzate (in cui, per esempio, vengono rilevati i flussi turbolenti di calore latente), tuttavia vale la pena almeno accennare ad un'altra classe di igrometri che possono avere un interesse micrometeorologico non trascurabile, soprattutto nel prossimo futuro.

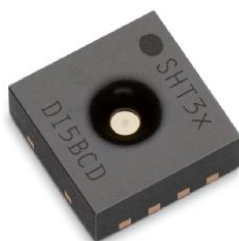


Fig. 11.77: sensore integrato SHT35 della Sensirion

L'enorme progresso della tecnologia elettronica ha consentito di realizzare componentiistica elettronica miniaturizzata e complessa impensabile fino a pochi anni fa ed uno dei risultati di questo sforzo tecnologico è rappresentato dalla recente messa in produzione di componenti elettronici basati su tecnologia CMOS e MEMS sensibili all'umidità dell'aria ambiente.

La produzione attuale presenta sensori con caratteristiche notevolmente interessanti. Se si prende a riferimento, per esempio, i sensori prodotti dalla Sensirion, in particolare il sensore SHT35 si nota come tale sensore abbia una risoluzione di circa lo 0.01 % ed un tempo di risposta dell'ordine di 8 s, caratteristiche estremamente promettenti e del tutto paragonabili agli igrometri normalmente impiegati nelle stazioni meteorologiche. Un'altra caratteristica di questi sensori è la loro ridottissima dimensione. Il sensore riportato nella **Fig. 11.77** presenta le dimensioni lineari di 2.5x2.5x0.9 mm ed un peso dell'ordine del grammo. Quello presentato è solo uno dei sensori di questo tipo (altri vengono prodotti, per esempio, dalla Honeywell) e tutti rappresentano quasi sicuramente il futuro nella misura dell'umidità dell'aria.

11.3.4 CALIBRAZIONE DEGLI IGROMETRI

Uno standard assoluto per l'umidità può essere ottenuto col *metodo gravimetrico*, metodo complesso e fattibile solo in laboratorio, che consiste nel rimuovere l'umidità presente in un campione di aria. Ciò può essere fatto impiegando una massa nota di una sostanza igroscopica come il pentossido di fosforo (P_2O_5) o il perclorato di magnesio ($Mg(ClO_4)$). In pratica, si fa in modo di pesare prima dell'uso la sostanza igroscopica da utilizzare; una volta noto il suo peso, attraverso tale sostanza viene fatta passare l'aria di cui si vuole conoscere l'umidità che viene totalmente assorbita. Dopo il passaggio dell'aria umida attraverso la sostanza igroscopica, verrà effettuata una nuova pesata della stessa. La differenza tra le due pesate è, in peso, il contenuto di vapor d'acqua presente in origine nell'aria da analizzare. Questo metodo è di elevatissima complessità e può essere realizzato solo nei laboratori metrologici di riferimento nazionale.

Molto più maneggevole è l'impiego di un altro standard primario molto utilizzato, il *generatore dinamico a due pressioni (mixture chambre)* che è un apparato di laboratorio che serve a generare un gas (aria) la cui umidità relativa risulta determinata con elevatissima accuratezza. Esso consiste sostanzialmente in una prima camera in cui viene immessa aria e vapor d'acqua, portando l'ambiente alla saturazione. Sia P_1 la pressione di questa camera. Da questa camera il gas viene inviato in un'altra camera in cui si espande in modo isoterma alla pressione P_2 . Entrambe le camere sono mantenute alla medesima temperatura in un bagno di olio. L'umidità relativa dell'aria contenuta nella seconda camera è semplicemente legata alla pressione totale di ciascuna delle due camere per la Legge di Dalton delle pressioni parziali. Infatti, il rapporto tra la pressione parziale e del vapor d'acqua nella camera a bassa pressione e la tensione di vapore alla saturazione e_s sarà uguale al rapporto P_1/P_2 . Quindi, l'umidità relativa sarà data da:

$$RH = 100 \cdot e/e_s = 100 \cdot P_1/P_2 \quad [11.93]$$

Perciò basta misurare con elevata accuratezza le due pressioni per avere un valore accuratissimo dell'umidità relativa presente nella camera a bassa pressione in cui possono essere alloggiati altri igrometri da tarare.

Entrambi questi standard primari sono utilizzabili solo in un numero ridotto di laboratori. Molto più agevole è realizzare uno standard secondario, in genere costituito da un normale igrometro a punto di rugiada tarato con uno standard primario. Una volta tarato, questo sensore può essere usato per tarare altri igrometri a punto di rugiada che costituiranno degli standard di lavoro e che verranno portati ovunque sia necessario calibrare un igrometro utilizzato in campo.

T(°C)/Sol.	1	2	3	4	5	6	7	8
0	14.7	35.0	60.6	60.6	74.9	811.7	97.6	99.1
5	14.0	34.6	59.2	59.2	75.1	82.6	96.6	98.4
10	111.3	34.2	57.9	57.8	75.2	81.7	95.5	97.9
15	12.8	311.9	56.6	56.3	75.3	81.1	94.4	97.5
20	12.4	311.6	55.2	54.9	75.5	80.6	911.2	97.2
25	12.0	311.2	511.8	511.4	75.8	80.3	92.0	96.9
30	11.3	32.8	52.5	52.0	75.6	80.0	90.7	96.6
35	11.7	32.5	51.2	50.6	75.5	79.8	89.3	96.4
40	11.6	32.1	49.8	49.2	75.4	79.6	87.9	96.2
45	11.5	31.8	48.5	47.7	75.1	79.3	86.5	96.0
50	11.4	31.4	47.1	46.3	74.7	79.1	85.0	95.8

Tab.11.9: umidità relativa (%) di una soluzione satura a varie temperature (°C): 1) cloruro di litio, 2) cloruro di magnesio, 3) dicromato di sodio, 4) nitrato di magnesio, 5) cloruro di sodio, 6) solfato di ammonio, 7) nitrato di potassio, 8) solfato di potassio

Metodi più semplici ed efficaci, in cui non serve uno strumento di riferimento per ottenere campioni di aria in condizioni termigrometriche predeterminate, fanno uso di soluzioni saline sature contenute in recipienti chiusi. Per esempio si possono utilizzare delle soluzioni di cloruro

di litio, cloruro di magnesio, nitrato di magnesio, nitrato di potassio e, facendone variare la temperatura, è possibile coprire l'intera gamma di valori di umidità relativa di interesse. In un contenitore con la bocca sufficiente a far passare il sensore da tarare e facilmente sigillabile, viene preparata una soluzione satura del sale prescelto. Per essere sicuri della saturazione bisogna che sul fondo sia sempre presente un piccolo strato (pochi millimetri) di sale non sciolto. Il livello del liquido dovrà arrivare a circa metà altezza del contenitore per lasciare una sufficiente quantità di aria e consentire l'introduzione del sensore senza che questo venga a contatto con la soluzione. Dopo aver inserito il sensore, si dovrà aver cura di sigillare ogni passaggio d'aria e tutto il sistema dovrà essere messo in un bagno termostatico. Per essere sicuri del raggiungimento della temperatura prescelta conviene che nel contenitore, assieme al sensore da calibrare, sia introdotta anche una sonda di temperatura di precisione sufficiente ($\pm 0.1^\circ\text{C}$). In riferimento a ciò, in **Tab. 11.9** vengono riportate a titolo indicativo le soluzioni saline utilizzate nella calibrazione ed i rispettivi valori di umidità relativa ottenibili a diversi valori di temperatura.

11.4 MISURA DI CONCENTRAZIONE DELLE SOSTANZE PASSIVE

Come vedremo al Cap. 16 e al Cap. 23, il vapor d'acqua non è l'unico scalare a cui siamo interessati. Se consideriamo gli attuali problemi dei cambi climatici e dell'effetto serra, sicuramente è di interesse la conoscenza della presenza in aria dei principali gas serra (CO_2 , CH_4 e N_2O), quindi la loro concentrazione media, ed il loro flussi verticali che rappresentano altrettante sorgenti emissive ed altrettante deposizioni secche. Inoltre, l'Agrometeorologia è particolarmente interessata ai flussi (ed alle deposizioni) di alcuni gas come CO_2 , CH_4 , NH_3 e VOC biogenici (terpenoidi). Va poi sottolineato come la presenza in aria di un gran numero di sostanze gassose e di particelle a varia granulometria presenti un'interazione negativa (nociva) con l'organismo umano (e con gli ecosistemi) inducendo a medio e lungo termine patologie anche irreversibili e nefaste. Questa è la ben nota problematica dell'Inquinamento Atmosferico di cui si tratterà nello specifico al Cap. 16. Infine, in certe situazioni e a certi livelli di concentrazione esistono numerose sostanze che interagiscono con l'organismo umano, normalmente attraverso l'apparato respiratorio, in tempi brevissimi producendo diversi tipi di patologie, alcune reversibili come quelle prodotte dalle numerose sostanze che inducono una molestia olfattiva, altre gravi che possono portare anche alla morte dell'individuo. In questo caso, l'interesse non è più concentrato sulle concentrazioni medie ma sulle loro fluttuazioni nel tempo. Questo è il campo di competenze della tossicologia.

Mentre le problematiche legate all'Inquinamento atmosferico ed alla determinazione delle concentrazioni medie dei gas serra richiedono analizzatori a risposta lenta, i problemi agrometeorologici e tossicologici inevitabilmente pretendono la conoscenza dell'andamento irregolare della concentrazione col tempo e quindi necessitano di analizzatori a risposta veloce. Questa è la ragione per cui di seguito presenteremo in maniera sintetica ma distinta le due classi di analizzatori. Va però detto che, a differenza della strumentazione meteorologica e micrometeorologica, gli analizzatori per la determinazione delle sostanze passive (gassose o particellari) non hanno raggiunto ancora un livello di standardizzazione sufficiente e spesso per alcuni analizzatori non è facile, se non impossibile, conoscerne le reali caratteristiche tecniche. Questa è una delle ragioni per cui l'esposizione che faremo sarà molto sintetica. L'unica eccezione è costituita dagli analizzatori impiegati per il Controllo della Qualità dell'Aria che di fatto sono stati definiti nei dettagli dalla Norma Europea (*Directive 2008/50/EC of the European Parliament and of the Council of 21 May 2008 on ambient air quality and cleaner air for Europe*) e dalle prescrizioni EPA.

Da ultimo va doverosamente fatto cenno alla classe dei sensori *low-cost* (sensori elettrochimici, sensori allo stato solido, *OPC* miniaturizzati) ormai ampiamente disponibili e a costi ridottissimi. Essi sono oggetto attualmente di un intenso lavoro di ricerca per capirne le effettive

performances (Lin et al. 2015, Borrego et al. 2016, Cavaliere et al. 2018) e per verificare quanto essi siano effettivamente contaminati dalle sostanze interferenti, dall'umidità e dalla temperatura ambiente (Mead et al. 2013, Popoola et al. 2016, van Zoest et al. 2019).

11.4.1 ANALIZZATORI A RISPOSTA LENTA

11.4.1.1 Generalità

L'Inquinamento Atmosferico è un problema endemico e del tutto generale che coinvolge praticamente tutto il mondo, almeno quello industrializzato. I suoi effetti negativi sulla salute umana sono ormai ben noti e dalle evidenze epidemiologiche disponibili è emersa la necessità di un controllo continuo dello Stato della Qualità dell'Aria, cioè della concentrazione in aria di una serie di sostanze gassose e di particolato di varia granulometria. Sempre da queste evidenze epidemiologiche e sanitarie è emerso che l'effetto nocivo di queste sostanze nei confronti dell'organismo umano e della vegetazione deriva dalla dose assorbita su tempi medio-lunghi. Da qui la necessità di realizzare reti di monitoraggio in cui vengano misurate in continuo e non in maniera episodica le concentrazioni medie orarie delle sostanze gassose inquinanti di maggior interesse. Da questa necessità deriva inevitabilmente anche la necessità di avere a disposizione analizzatori totalmente automatici in grado di fare ciò.

La situazione attuale della disponibilità strumentale per la misura della concentrazione in aria delle principali sostanze ritenute inquinanti è in continuo mutamento anche sulla spinta delle continue conoscenze epidemiologiche e sanitarie. Comunque l'Unione Europea attualmente ha emanato la Direttiva 2008/50/CE che disciplina il controllo dell'Inquinamento Atmosferico e, oltre a fissare per un certo numero di inquinanti i limiti da non superare, definisce in maniera chiara per alcune delle sostanze gassose inquinanti e per il particolato sottile quali debbano essere le tecniche su cui si devono basare gli analizzatori automatici con cui rilevarne la concentrazione. Una disciplina analoga è stata messa a punto dall'Environmental Protection Agency (EPA) negli Stati Uniti e da altre Agenzie ambientali nel mondo. Dato che tutte le politiche di controllo attualmente operative richiedono di fatto analizzatori basati sui medesimi principi di misura, per gli analizzatori automatici di alcune sostanze gassose e per il particolato sottile si è venuto a creare di fatto uno standard di riferimento. Naturalmente col progredire delle conoscenze sorge l'esigenza di poter disporre di analizzatori per un numero sempre maggiore di sostanze ritenute inquinanti e ciò comporta che il mondo degli analizzatori automatici delle sostanze passive sia in continua evoluzione. A tutto ciò si aggiunge l'evidente problema ambientale derivante dal continuo aumento della concentrazione in aria dei gas serra e ciò spinge sempre di più a realizzare reti di monitoraggio analoghe a quelle per l'Inquinamento Atmosferico in cui siano misurabili le concentrazioni di CO_2 , CH_4 e N_2O . Va infine menzionato il fatto che per la stima dei flussi turbolenti di alcune sostanze di interesse agrometeorologico si usano tecniche come la *Relaxed Eddy Accumulation* (che studieremo al Cap. 13) e il *Metodo del Gradiente* (che considereremo al Cap. 15) che richiedono la misura della loro concentrazione media.

Queste esigenze di monitoraggio richiedono quindi la misura delle sostanze inquinanti di interesse in termini di concentrazioni medie orarie e non è quindi necessario impiegare analizzatori a risposta veloce. In realtà, la normativa Europea richiederebbe per la misura del particolato fine la misura della concentrazione media giornaliera, ma anche per questa classe di inquinanti è ormai evidente la necessità di avere a disposizione media su periodi almeno orari. Ciò ha stimolato la realizzazione di nuovi tipi di analizzatori capaci di fare ciò.

È chiaro che ad oggi non esistono analizzatori automatici per tutte le sostanze inquinanti note, ma solo per un ristretto numero di esse, e se e quando è necessario disporre della misura di concentrazione per le sostanze prive di un analizzatore automatico, resta sempre la possibilità classica del campionamento dell'aria e della successiva analisi in laboratorio dove tutte queste limitazioni non esistono.

11.4.1.2 Considerazioni fisico-strutturali

Un analizzatore automatico di una specie gassosa o particellare è generalmente un oggetto fisico della dimensione caratteristica del metro e del peso di alcuni chilogrammi che, quasi sempre, richiede per un corretto funzionamento, un ambiente protetto dalle intemperie e spesso condizionato, una disponibilità di idonea alimentazione elettrica e un sistema di comunicazione automatica delle misure con un centro di raccolta, ciò al fine di consentire il controllo dello Stato della Qualità dell'Aria di un territorio. Spesso, poi, è conveniente nello stesso punto del territorio misurare contemporaneamente più specie inquinanti e per fare ciò, consentendo al contempo il corretto funzionamento di ciascun analizzatore, vengono realizzate Centraline di Monitoraggio fisse cioè strutture simili a box (spesso in vetroresina) in cui vengono alloggiati tutti gli analizzatori. Una tipica Centralina di monitoraggio della Qualità dell'Aria è mostrata nella **Fig. 11.78**. Come si nota, la struttura è piuttosto invasiva ma garantisce che l'ambiente in cui operano i vari analizzatori sia sostanzialmente ideale. Inoltre, spesso, come nel caso in figura, la centralina è dotata anche di una postazione di osservazione meteorologica utile all'interpretazione delle misure di concentrazione.



Fig. 11.78: tipica Centralina di monitoraggio della qualità dell'aria (ARPA Umbria, stazione di Perugia)



Fig. 11.79: interno tipico di una Centralina di Monitoraggio (ARPA Lazio)

All'interno della Centralina di monitoraggio, che garantisce quindi un ambiente protetto e condizionato, sono collocati i diversi analizzatori delle specie inquinanti previsti dalla Norma. Quali analizzatori debbano essere inseriti in una specifica Centralina di Monitoraggio dipende dalla tipologia della Centralina stessa e dalla finalità di monitoraggio (Centralina di background rurale, Centralina di Background urbano, Centralina di traffico, ecc.). Nella **Fig. 11.79** viene mostrato l'interno di una tipica Centralina monitoraggio.

Alla sua sommità viene localizzato un sistema di prelievo dell'aria ambiente che viene convogliata alle celle di misura dei diversi analizzatori dei gas ivi presenti, mentre per ragioni che vedremo successivamente, ogni analizzatore di particolato fine richiede un proprio sistema di prelievo. Nella **Fig. 11.80** viene mostrato la parte del condotto di prelievo dell'aria ambiente che si colloca all'interno della Centralina ed il sistema (*manifold*) che distribuisce l'aria prelevata ai vari analizzatori dei gas in essa presenti.



Fig. 11.80: linea di prelievo in vetro pyrex (manifold)

In pratica le misure di concentrazione realizzate dagli analizzatori delle sostanze gassose presenti nella centralina si riferiscono tutte allo stesso punto di prelievo e questa considerazione può essere estesa nei fatti anche agli analizzatori di particolato viste le ridotte distanze tra il sistema di prelievo dei gas e quelli dedicati al particolato di diverse granulometrie, distanze comunque dell'ordine del metro.

È importante sottolineare come tra il punto di prelievo, cui logicamente si riferisce la misura di ogni analizzatore, e la cella di misura di ogni singolo analizzatore si interponga il condotto di aspirazione e conduzione dell'aria campionata della lunghezza di alcuni metri: ogni misura di una sostanza passiva condotta in questo modo prende il nome di *misura closed path*.

11.4.1.3 Panoramica sintetica degli analizzatori a risposta lenta

Senza alcuna pretesa di completezza, cerchiamo ora di descrivere sinteticamente le principali tipologie di analizzatori per i gas e per il particolato impiegati normalmente nel Controllo dell'Inquinamento Atmosferico e per le altre problematiche che richiedono solo concentrazioni medie su tempi medio-lunghi (tipicamente orari).

Escludendo, per ora, gli analizzatori dedicati al particolato e quelli dedicati ai Composti Organici Volatili (VOC), tutti gli analizzatori per i gas sono di tipo ottico. Infatti in essi è presente una sorgente di radiazione elettromagnetica (IR o UV) costituita da una lampada *broadband*, cioè una lampada che emette una radiazione in una banda spettrale relativamente ampia, ed un rivelatore di radiazione e la misura di concentrazione dello specifico inquinante viene dedotta dall'assorbimento di radiazione mostrato dalla sostanza considerata ad una specifica lunghezza d'onda.

Riferendoci inizialmente alla strumentazione che deve essere impiegata nelle Reti di Monitoraggio della Qualità dell'Aria, si ha che:

- Misura della concentrazione del Monossido di Carbonio (CO).

Il Monossido di Carbonio è uno dei gas inquinanti considerato da tutte le Normative per il Controllo della Qualità dell'aria. Se un tempo era uno dei principali responsabili dell'inquinamento atmosferico delle città, ora ha un'importanza decisamente marginale grazie all'evoluzione tecnologica dei motori degli autoveicoli e grazie alle misure di riduzione delle sue emissioni messe in atto in ogni paese.

L'analizzatore normalmente impiegato per la determinazione della concentrazione di CO si basa sulla Norma Tecnica di Riferimento UNI EN 14626:2012 "*Metodo normalizzato per la misurazione della concentrazione di monossido di carbonio mediante spettroscopia a raggi infrarossi non dispersiva*" ed è, di fatto, uno spettrofotometro in assorbimento IR non dispersivo (NDIR), cioè nel cammino ottico della cella di misura non è presente un elemento disperdente come un filtro o un monocromatore.

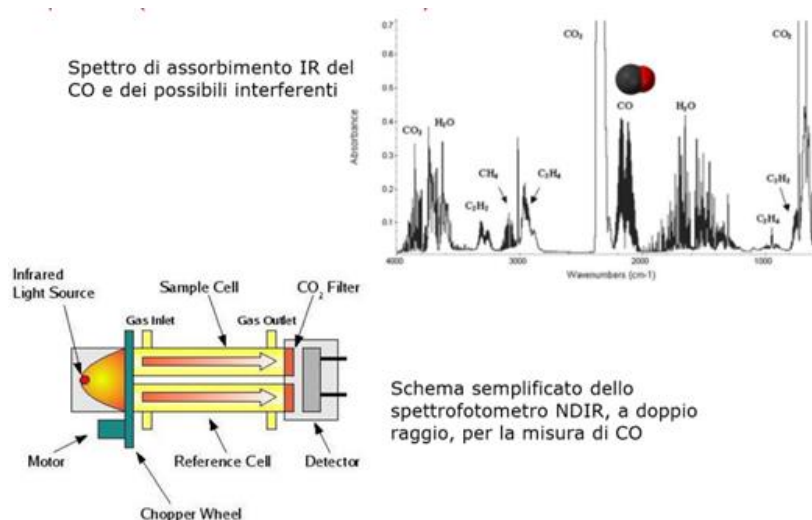


Fig. 11.81: l'analizzatore NDIR di CO

Facendo riferimento alla **Fig. 11.81**, in sintesi un analizzatore di CO opera secondo il principio dell'assorbimento IR in accordo alla Legge di Lambert-Beer e sfruttando il fatto che il CO mostra un massimo di assorbimento alla lunghezza d'onda di $4.67 \mu\text{m}$. Alla medesima lunghezza d'onda assorbono anche composti assai comuni come l'acqua e l'anidride carbonica. Per eliminare tali interferenze, viene impiegato un dispositivo chiamato *Ruota di correlazione*, costituito da una ruota divisa in due mezzelune: una contenente azoto e l'altra una miscela di CO in azoto a concentrazione nota. Nella camera di misura, facendo girare tale ruota con una certa frequenza, i raggi IR passano alternativamente nelle due mezze lune arrivando poi al detector. Dalla differenza dei segnali e la successiva elaborazione si ottiene quindi la sola misura del CO, eliminando le interferenze e consentendo inoltre una elevata sensibilità. In linea di principio l'analizzatore presenta un *output* di tipo elettrico (tensione e/o corrente) e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo del CO rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine di alcune decine di secondi (un valore tipico è 20 s).

- Misura della concentrazione di Biossido di Zolfo (SO₂)

Anche il Biossido di Zolfo è uno dei gas inquinanti considerato da tutte le Normative sul Controllo della Qualità dell'aria. Un tempo costituiva l'inquinante più presente in aria,

ma ora grazie agli interventi mirati alla riduzione delle sue emissioni riveste un ruolo sostanzialmente marginale nel panorama degli inquinanti atmosferici.

Il principio di misura su cui si basa l'analizzatore è la fluorescenza UV selettiva per SO_2 ed è codificato dalla la Norma Tecnica di Riferimento UNI EN 14212:2012 "Metodo normalizzato per la misurazione della concentrazione di diossido di zolfo mediante fluorescenza ultravioletta".

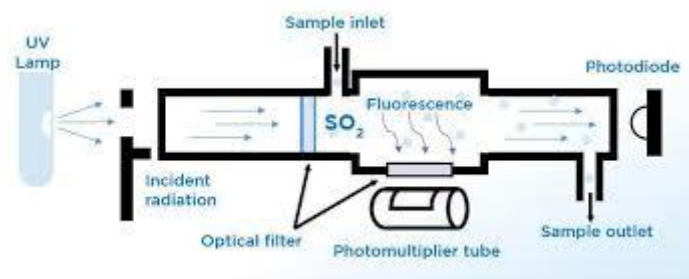
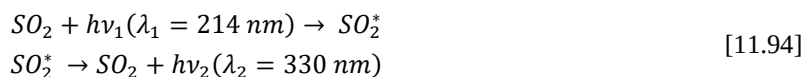


Fig. 11.82: visione schematica di un tipico analizzatore di SO_2 a fluorescenza UV

Senza entrare troppo nei dettagli e facendo riferimento alla **Fig. 11.82**, nella camera di misura viene convogliato un flusso d'aria che attraversa una serie di filtri in parallelo dedicati all'eliminazione del particolato, dei solfuri e degli idrocarburi. Nella camera attraversata dal flusso di aria campione, una lampada a mercurio UV emette, con una certa frequenza, una radiazione alla lunghezza d'onda di 214 nm. Le molecole di SO_2 assorbono energia a questa lunghezza d'onda, passando ad uno stato eccitato SO_2^* e permanendo in tale stato per delle frazioni di secondo. Successivamente, una parte di esse ritorna allo stato fondamentale con l'emissione di radiazione alla lunghezza d'onda di circa 330 nm (fluorescenza). In pratica si ha che:



La radiazione così emessa viene misurata da un fotomoltiplicatore ed elaborata insieme al segnale registrato in assenza di radiazione eccitante. Si ha così la misura della concentrazione di SO_2 . Anche in questo caso l'analizzatore presenta anche *output* di tipo elettrico (tensione e/o corrente) e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo del SO_2 rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine di alcune decine di secondi (un valore tipico è 30 s).

- Misura della concentrazione di Idrogeno Solforato (H_2S)

L'Idrogeno Solforato (o acido solfidrico) non è una sostanza inquinante prevista dalla normativa per la Qualità dell'Aria, ma riveste una notevole importanza ogni volta che si considerano episodi di molestia olfattiva. Per poter misurare in continuo l'Idrogeno Solforato H_2S è possibile impiegare praticamente lo stesso analizzatore a fluorescenza UV utilizzato per la misura in continuo della SO_2 . Una possibilità è stabilire nell'analizzatore due percorsi. Il primo prevede l'analisi della fluorescenza del campione d'aria tal quale determinando in questo caso la concentrazione $[\text{SO}_2]$. Il secondo percorso prevede il passaggio dell'aria campionata in un convertitore catalitico a 315°C che converte l' H_2S in SO_2 consentendo di determinare $[\text{SO}_{\text{tot}}] = [\text{SO}_2] + [\text{H}_2\text{S}]$. Per differenza delle due letture si ottiene la concentrazione di H_2S . Se si desidera solo la concentrazione $[\text{H}_2\text{S}]$ un'altra possibilità è quella di far passare l'aria campionata in uno scrubber che rimuove la SO_2 e subito dopo farla passare in un convertitore catalitico che trasforma H_2S in SO_2 . A questo punto la misura di Fluorescenza UV permette di conoscere direttamente e solamente la concentrazione di H_2S . Anche in questo caso l'analizzatore presenta anche output di tipo

elettrico (tensione e/o corrente) e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo del H_2S rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine di alcune decine di secondi (un valore tipico è 40 s).

- Misura della concentrazione degli Ossidi di Azoto NO , NO_2 , NO_x .

Il Biossido di Azoto NO_2 è sicuramente, assieme al particolato sottile e all'Ozono, l'inquinante che più preoccupa attualmente per i suoi elevati valori in aria, soprattutto nelle zone urbane ed industriali. Il principio di misura su cui si fonda il funzionamento dell'analizzatore degli Ossidi di Azoto previsto dalla Norma è la chemiluminescenza ed è descritto dalla Norma Tecnica di Riferimento UNI EN 14211:2012 "*Metodo normalizzato per la misurazione della concentrazione di diossido di azoto e monossido di azoto mediante chemiluminescenza*".

Le specie molecolari prodotte da una reazione esotermica si trovano normalmente in uno stato eccitato e si diseccitano cedendo l'energia in eccesso ad altre molecole (in definitiva, con produzione di calore). In casi particolari la diseccitazione può avvenire attraverso l'emissione di un fotone, dando luogo al fenomeno della chemiluminescenza. In questo analizzatore si sfrutta la reazione di chemiluminescenza tra l' NO e l'ozono:

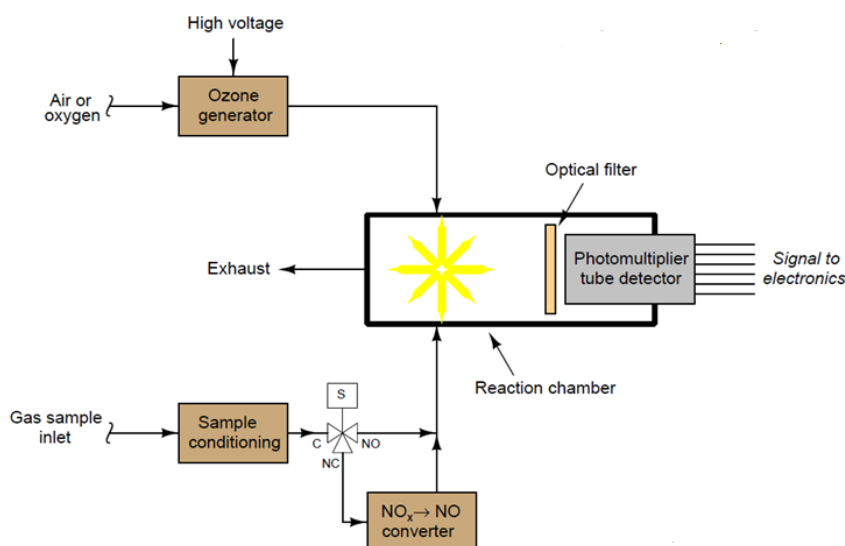
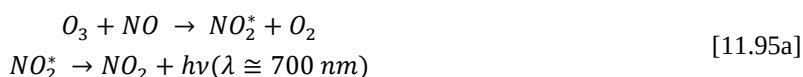


Fig. 11.83: schema di principio di un analizzatore a chemiluminescenza per gli Ossidi di Azoto

In pratica (**Fig. 11.83**), nella camera di misura entrano contemporaneamente l'aria ambiente ed un flusso di ozono generato a parte dall'analizzatore e prodotto da un irraggiamento dell'aria con radiazione UV. Ozono e monossido di azoto reagiscono istantaneamente per produrre NO_2^* eccitato che successivamente torna nel proprio stato fondamentale emettendo una radiazione elettromagnetica nella regione dell'UV (*chemiluminescenza*). La radiazione emessa per chemiluminescenza è correlata con la concentrazione di NO e viene quindi registrata da un detector. Per poter misurare anche NO_2 , l'aria campione, prima di giungere in camera di misura, viene alternativamente fatta passare attraverso un convertitore catalitico al molibdeno (a temperatura compresa tra 240 e 350 °C) in grado di ridurre l' NO_2 presente in NO secondo la reazione seguente:



In questo modo si ottiene in camera di misura la concentrazione totale degli ossidi di azoto, NO_x (che è la somma della concentrazione di NO e NO_2). Dalla differenza tra gli ossidi totali e il solo NO si ottiene infine la misura di NO_2 . Anche in questo caso l'analizzatore presenta anche *output* di tipo elettrico (tensione e/o corrente) e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo del H_2S rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine di alcune decine di secondi (un valore tipico è 20 s).

- Misura della concentrazione di Ammoniaca

L'ammoniaca ad oggi non è uno tra gli inquinanti previsti dalla normativa, anche se la sua presenza in aria, specie nelle zone urbane (per il traffico autoveicolare) e nelle zone agricole è significativa e preoccupante. Un tipico analizzatore di Ammoniaca (NH_3) è di fatto un analizzatore a chemiluminescenza che utilizza una singola camera di reazione ed un singolo fotomoltiplicatore che ciclicamente permette di effettuare la misura di NO e di NO_x . La misura dell'ammoniaca è effettuata automaticamente ed in continuo per mezzo di un convertitore catalitico che trasforma NH_3 in NO , grazie al quale è possibile determinare la misura totale di $\text{NO}_x + \text{NH}_3$ e per differenza la misura indiretta di NH_3 .

Anche in questo caso l'analizzatore presenta anche *output* di tipo elettrico e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo del H_2S rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine di alcune decine di secondi (un valore tipico oltre 50 s).

- Misura della concentrazione di Ozono

L'Ozono è sicuramente una delle sostanze inquinanti che presentano più criticità, soprattutto nel periodo estivo ed anche in zone lontane da fonti emissive di Ossidi di Azoto e di VOC. La misura della sua concentrazione, prevista dalle Norme vigenti, fa riferimento alla Norma tecnica UNI EN 14625:2012 "*Metodo normalizzato per la misurazione della concentrazione di ozono mediante fotometria ultravioletta*" e si basa sulla fotometria UV. In pratica, l'analizzatore di ozono sfrutta l'assorbimento di questo gas nell'UV alla lunghezza d'onda $\lambda = 254 \text{ nm}$ e poi ne calcola la concentrazione mediante la legge di Lambert-Beer. Nella camera di misura entra in modo alternato aria ambiente tal quale ed aria ambiente preventivamente passata attraverso un filtro selettivo per l'ozono. Una lampada UV, in grado di emettere alla lunghezza d'onda appropriata, fa sì che parte della radiazione venga assorbita dalle molecole di ozono, causando una diminuzione di intensità che viene registrata da un detector. Dall'alternanza delle misure con e senza ozono, lo strumento ne determina la concentrazione in aria ambiente. Anche in questo caso l'analizzatore presenta anche *output* di tipo elettrico (tensione e/o corrente) e perciò di fatto produrrebbe un segnale continuo che però rappresenta l'evoluzione nel tempo dell'Ozono rilevato nel punto di misura ma filtrato da un *low-pass filter* con tempo caratteristico dell'ordine della decina di secondi.

- Misura dei Composti Organici Volatili (VOC)

La normativa mostra un notevole interesse per i VOC, in particolare per i precursori dell'ozono e per il Benzene, il Toluene, l'Etilbenzene e gli Xileni. Attualmente sono stati prodotti ed ampiamente utilizzati analizzatori che si basano su tecniche gascromatografiche. In particolare le tecniche gascromatografiche si incaricano di separare i vari COV di interesse, mentre la concentrazione dei singoli COV viene determinata o da un rivelatore a ionizzazione di fiamma (FID) o da un rivelatore a fotoionizzazione (PID). Questi analizzatori sono di varia complessità. Alcuni sono dedicati alla sola misura dei BTEX (Benzene, Toluene, Etilbenzene, Meta/Para/Orto Xilene) mentre altri si incaricano di determinare la concentrazione di un numero rilevante di VOC, in particolare dei precursori dell'ozono previsti dalla Norma, caratterizzati da un numero di atomi di carbonio tra 2 e

6 (C2-C6) e/o tra 6 e 12 (C6-C12). La tecnologia gascromatografica impiegata è tale per cui ogni singola misura richiede un ciclo temporale della durata tipica di alcune decine di minuti. Quindi l'*output* dell'analizzatore non è continuo come di fatto lo è quello di ogni analizzatore di tipo ottico. Ciò quindi rende questo tipo di analizzatore ben diverso dagli analizzatori ottici e di fatto da esso è possibile ottenere solo la concentrazione media su periodi abbastanza lunghi, tipicamente dell'ordine dell'ora dei diversi VOC considerati.

- Misura della concentrazione di particolato fine

La presenza in aria di particolato di varia granulometria è un problema critico praticamente ovunque, anche nelle zone non industrializzate. Il particolato, costituito prevalentemente da particelle solide, presenta come caratteristica geometrica principale il diametro aerodinamico delle singole particelle e la sua pericolosità per la salute umana dipende proprio dalla sua dimensione: inferiore è la dimensione del particolato, maggiore è la sua pericolosità. Nell'ambito dell'inquinamento atmosferico, attualmente le norme di protezione della salute umana si concentrano su due classi di particolato: il PM₁₀ costituito da particelle con diametro aerodinamico inferiore a 10 µm ed il PM_{2.5} costituito da particelle con diametro aerodinamico inferiore a 2.5 µm.

Il metodo di riferimento per la misura della concentrazione di particolato è definito nel dettaglio dalla Norma tecnica UNI EN 12341:2014 "*Aria ambiente - Metodo gravimetrico di riferimento per la determinazione della concentrazione in massa di particolato sospeso PM10 o PM2,5*". Tale metodo può essere visto come la realizzazione in serie di alcune azioni elementari. In primo luogo l'aria esterna viene aspirata mediante un apposito apparato (*testa di prelievo*) la cui geometria, studiata per ogni frazione granulometrica di interesse, garantisce che nell'aria aspirata a valle della testa il particolato presenti una granulometria non superiore ad un valore desiderato (per esempio 10 µm o 2.5 µm). Un esempio è riportato in **Fig. 11.84**. Il particolato presente nell'aria a valle della testa di prelievo, costituito solo da particelle con diametro aerodinamico inferiore al valore per cui è stata progettata la testa di prelievo, viene raccolto su un apposito filtro per un tempo prefissato (tipicamente 24 ore). Successivamente il filtro viene rimosso e la massa di particolato della granulometria voluta presente nel filtro viene determinato per pesata, in laboratorio, dopo che è avvenuto il condizionamento del filtro in condizioni controllate di temperatura ($20^{\circ}\text{C} \pm 1$) e di umidità ($50 \pm 5\%$). Naturalmente questo metodo è sostanzialmente manuale e piuttosto laborioso da utilizzare in una rete di monitoraggio. Nota la massa del particolato, la portata dell'aria che è stata fatta transitare sul filtro (rigorosamente controllata) ed il periodo di esposizione del filtro stesso, è immediato determinare la concentrazione media di particolato riferita al tempo di esposizione.



Fig. 11.84: esempio di testa di prelievo

Oltre al metodo di riferimento, ci sono i metodi equivalenti per la misura del PM₁₀ (ad esempio strumentazione automatica che sfrutta il principio dell'assorbimento della

radiazione β da parte della polvere campionata). Di fatto, a seconda delle esigenze, ci sono 2 classi di strumenti per la determinazione della concentrazione media di PM_{10} basate sul metodo gravimetrico:

1. *I campionatori.* Questi strumenti sono costituiti da una pompa che aspira l'aria ambiente attraverso una testa di prelievo, la cui geometria è stata normata a livello internazionale ed è in grado di selezionare le polveri con diametro aerodinamico inferiore ai $10\ \mu m$ con una efficienza del 50%. La componente del particolato selezionata dalla testa viene quindi fatta passare per un periodo prefissato (es. 24 ore) attraverso una membrana filtrante di opportuna porosità e costituita da diversi materiali (quarzo, fibra di vetro, teflon, esteri di cellulosa, ecc.) dipendentemente dal tipo di analisi richiesta sul filtro. La membrana viene poi pesata in laboratorio e per differenza con la tara (filtro bianco) si ha la massa del particolato. Il campionatore contiene anche un contatore volumetrico in grado di registrare il volume di aria aspirata, corretto in modo continuo mediante vari sensori di temperatura e pressione interni ed esterni, per ricondurlo alle condizioni ambientali. Dalla conoscenza quindi del volume di aria campionata, dal periodo di campionamento e della massa del particolato si calcola la concentrazione di PM_{10} in $\mu g/m^3$. Se si cambia la testa di prelievo sostituendola per esempio con un'altra adatta al $PM_{2.5}$ o al PM_1 , lo stesso campionatore otterrà le analoghe concentrazioni medie di periodo. Per come sono fatti e per il loro funzionamento prevalentemente manuale, i campionatori vengono prioritariamente impiegati per misure esplorative di breve durata, tipicamente per determinare la presenza nel particolato di sostanze chimiche di interesse (per esempio diossine e furani, piombo, arsenico, cadmio nichel, benzo(alfa)pirene, ecc.) la cui presenza viene determinata dall'analisi in laboratorio del filtro a valle della pesata.
2. *Gli analizzatori.* Essi vengono concepiti in modo da poter garantire un funzionamento automatico. Questi strumenti, analogamente ai campionatori, registrano il volume di aria passato attraverso una membrana filtrante. Sono però anche in grado di determinare la massa del particolato, sfruttando il principio dell'attenuazione dei raggi beta emessi da una piccola sorgente radioattiva.

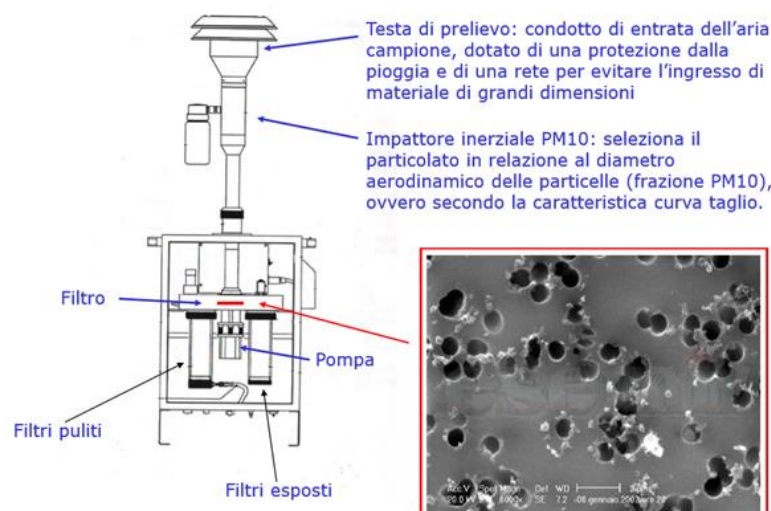


Fig. 11.85: analizzatore di particolato sottile a filtri sostituibili automaticamente

Questi analizzatori possono avere un sistema di campionamento basato su filtri singoli (come i campionatori) che però vengono sostituiti automaticamente e periodicamente (per esempio ogni 24 ore), come mostrato in Fig. 11.85, oppure avere

un nastro che scorre ad intervalli di tempo selezionabili e regolari, sui cui “tratti” viene depositato il particolato. Per ogni intervallo di tempo è nota la portata d’aria campionata e, sfruttando il principio dell’assorbimento della radiazione β , viene determinata automaticamente la massa di particolato. Unendo i dati di volume e quelli di massa, tali strumenti forniscono direttamente il valore di concentrazione di PM_{10} e delle altre frazioni granulometriche di interesse una volta impiegata una testa di prelievo adatta. Un esempio di questo tipo di analizzatore molto diffuso è mostrato in **Fig. 11.86**.

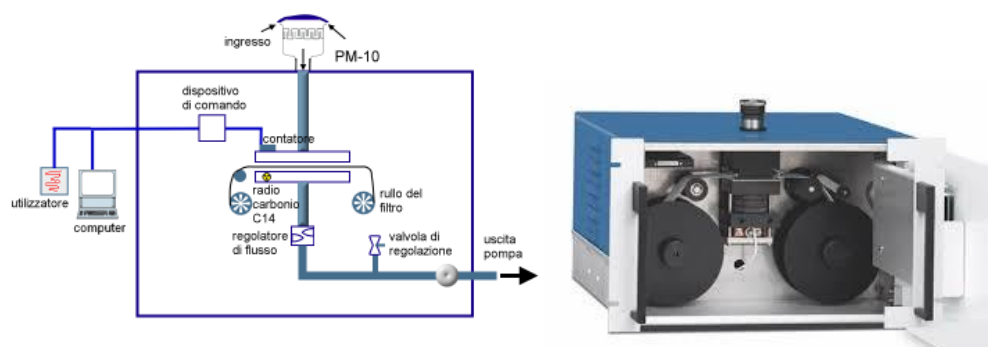


Fig. 11.86: analizzatore di particolato sottile ad attenuazione beta e a nastro

La tecnica gravimetrica e le sue varianti sopra presentate impediscono l’ottenimento di misure di particolato per periodi di mediazioni brevi. Quando è necessario avere misure sostanzialmente continue di particolato appartenente a ben determinati intervalli granulometrici, l’unica possibilità è costituita da analizzatori di tipo ottico ed in particolare dagli *OPC* (*Optical Particle Counter*) e dagli *CPC* (*Condensation Particle Conter*). Senza entrare nei dettagli e rimandando a Kulkarni et al. (2011) per gli approfondimenti, si possono fare le osservazioni seguenti:

- La misurazione delle particelle prodotta da un *OPC* si basa sul fatto che quando una particella attraversa un fascio di luce, una parte della luce viene dispersa. La rilevazione di questa luce diffusa è alla base di tutti gli strumenti di questo tipo. Il numero di particelle può essere determinato semplicemente contando gli impulsi di luce diffusa che raggiungono il rilevatore. Tuttavia, con le tecniche di dispersione ottica è possibile ottenere molte più informazioni del semplice numero di particelle. L’intensità della luce diffusa è correlata alle dimensioni della particella diffusa e questa relazione può essere utilizzata per effettuare misure della dimensione delle particelle. Inoltre, il modello di diffusione spaziale dipende dalla forma delle particelle, quindi questo è un altro parametro che può essere misurato con strumenti di questo tipo. La relazione tra le dimensioni delle particelle e l’intensità di diffusione ad ogni angolo di diffusione è complessa ed è completamente definita per le particelle sferiche di qualsiasi dimensione dalla Teoria di Mie cui si è accennato al Cap. 6.
- Un contatore di particelle a condensazione o *CPC* è un contatore di particelle che rileva e conta le particelle di aerosol utilizzando le particelle stesse come centri di nucleazione per creare goccioline in un gas supersaturo. Per produrre la nucleazione il metodo più utilizzato (e anche il più efficiente) è il raffreddamento per diffusione termica. Il fluido di lavoro più utilizzato è il n-butanolo, ma negli ultimi anni è stata utilizzata anche l’acqua. I contatori di particelle a condensazione sono in grado di rilevare particelle di dimensioni a partire da 2 nm e ciò è particolarmente importante perché le particelle di dimensioni inferiori a 50 nm non sono generalmente rilevabili con le tecniche ottiche convenzionali. Il funzionamento di un *CPC* a raffreddamento

termico diffusionale è schematicamente il seguente. L'aria passa attraverso un blocco cavo di materiale poroso a contatto con il liquido di lavoro; il blocco viene riscaldato per garantire un elevato contenuto di vapore. Quindi l'aria umidificata entra nel raffreddatore dove avviene la nucleazione. La differenza di temperatura tra il riscaldatore e il raffreddatore determina la supersaturazione, che a sua volta determina la dimensione minima delle particelle rilevate (maggiore è la differenza, più piccole vengono contate le particelle). Quanto più uniforme è la supersaturazione ottenuta, tanto più netto è il taglio dimensionale minimo delle particelle. Durante il processo di nucleazione eterogenea nella camera di nucleazione, le particelle crescono fino a 10-12 μm e sono quindi facilmente rilevabili con tecniche usuali, come la nefelometria laser (misurazione degli impulsi di luce diffusi dalle particelle cresciute).

- Misura delle sostanze odorigene

Finora le diverse normative sulla Qualità dell'Aria non impongono la misura di quella nutrita schiera di sostanze causa della molestia olfattiva, anche se la normativa europea in linea di principio ritiene la molestia olfattiva una forma particolare di inquinamento atmosferico. Dell'idrogeno solforato e dell'ammoniaca già si è detto, mentre l'impiego di tecniche gascromatografiche con rivelatori elettrochimici ha consentito di mettere a punto analizzatori anche per i composti dello zolfo quali dimetilsolfuro (DMS), dimetildisolfuro (DMDS), dietilsolfuro (DES), metiletilsolfuro (MES), metilmercaptano (metil-SH), etilmercaptano (etil-SH), n-propilmercaptano (n-propil-SH), isopropilmercaptano (isopropil-SH), n-butilmercaptano (n-butil-SH), isobutilmercaptano (isobutil-SH), terbutilmercaptano (terbutil-SH), tetraidrotiofene (THT).

Va detto che la tecnica gascromatografica su cui si basano questi analizzatori consente solo di avere una misura media di ogni sostanza ad intervalli di alcune decine di minuti e non in maniera continua.

11.4.2 PANORAMICA SINTETICA DEGLI ANALIZZATORI A RISPOSTA VELOCE

11.4.2.1 Premessa

Gli analizzatori di gas a risposta rapida, adatti all'impiego della tecnica *Eddy Covariance EC* (di cui si tratterà al Capitolo 13) sono disponibili dalla fine degli anni '70, ma la loro industrializzazione ed il loro utilizzo di routine sul campo si sono accelerati nei primi anni 2000, e soprattutto dopo il 2010. È impossibile descrivere in poco spazio tutti i dettagli di una così ampia gamma di strumenti, quindi qui ci si concentra solo su poche considerazioni chiave particolarmente importanti per il metodo *EC* in cui è necessario campionare le fluttuazioni veloci della concentrazione di gas atmosferici con un'alta risoluzione e ad una frequenza di circa 10 Hz o più. L'unica scelta attualmente possibile è l'impiego di sensori ottici. Gli analizzatori ottici con una risoluzione temporale sufficientemente alta possono essere utilizzati nell'*EC* e sono generalmente classificabili in due gruppi: a *banda larga* e a *banda stretta*.

Gli analizzatori a banda larga operano misurando la luce assorbita in un'ampia gamma dello spettro elettromagnetico. Si tratta in genere di analizzatori NDIR (infrarosso non dispersivo) adatti a misurazioni rapide e ad alta risoluzione di CO_2 e H_2O e possono essere assoluti o differenziali.

I dispositivi a banda stretta, invece, utilizzano varie tecniche di spettroscopia laser (*Wavelength Modulation Spectroscopy*, *Integrated Cavity Output Spectroscopy*, *Cavity Ringdown and Photoacoustic Spectroscopy*, ecc.) per misurare l'assorbimento della luce in una singola linea o in una stretta banda dello spettro elettromagnetico. Quando sono sufficientemente veloci, possono essere utilizzati per misurare il flusso di molte specie gassose diverse. Qui di seguito vengono descritti in maniera sommaria questi due tipi di analizzatori veloci.

11.4.2.2 Analizzatori NDIR per H_2O e CO_2

Questi tipi di analizzatori normalmente vengono denominati IRGA. I principi di funzionamento di un analizzatore di gas IRGA a risposta veloce, ad assorbimento diretto, a banda larga ed assoluto, possono essere illustrati usando come esempio un analizzatore a infrarossi non dispersivo (NDIR) della serie LI-7500 e facendo riferimento alla **Fig. 11.87**.

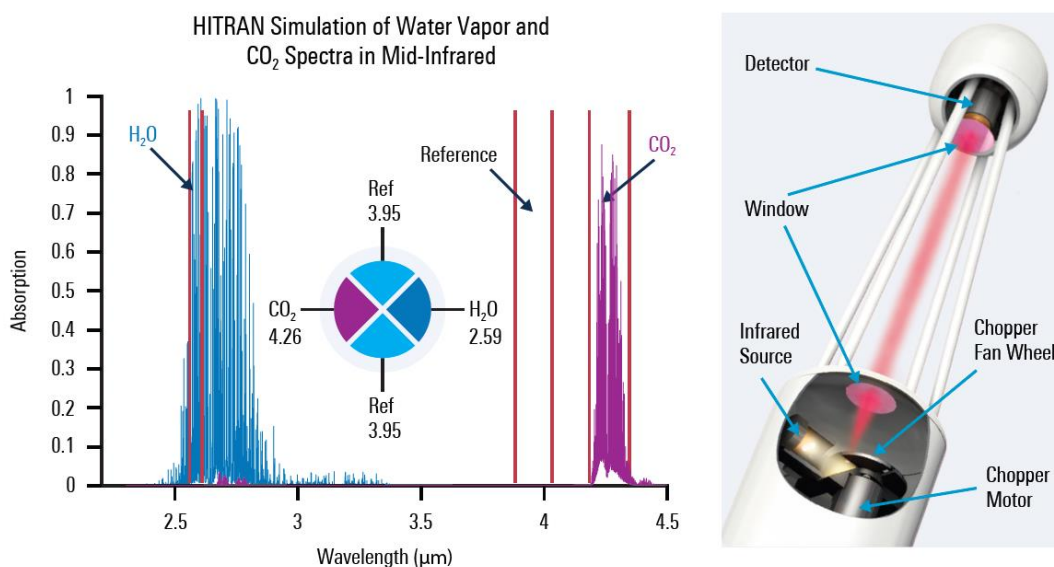


Fig. 11.87: l'analizzatore Li-Cor 7500 open path ed i relativi riferimenti spettrali (Burba 2021)

Un fascio di raggi infrarossi a banda larga viene trasmesso attraverso la cella al rivelatore; per misurare la CO_2 si utilizza una banda di assorbimento centrata a 4,26 μm , mentre per misurare l' H_2O si usa una banda di assorbimento centrata a 2,59 μm . Il fascio di luce viene modulato per distinguerlo dal fondo utilizzando una ruota chopper dotata di quattro finestre di filtraggio. Quando il chopper ruota, la finestra CO_2 passa davanti alla sorgente, consentendo il passaggio solo alla luce nella banda dei 4,26 μm . Questa banda è rappresentata dalle linee viola nel grafico di sinistra della **Fig. 11.87**. A questo punto viene misurata la luce trasmessa nella banda di assorbimento della CO_2 . Nel successivo istante di rotazione del chopper, la finestra di riferimento passa davanti alla sorgente consentendo il passaggio della luce in una banda spettrale localizzata tra le due linee rosse denominate "reference" nel grafico di sinistra. Si tratta di una banda spettrale che non assorbe né CO_2 né H_2O e che permette una misura corrispondente al non assorbimento di CO_2 . Un processo simile si verifica quando la finestra di H_2O passa davanti alla sorgente, consentendo il passaggio solo alla luce nella banda dei 2,59 μm (linee blu con bordi rossi) e quindi l'assorbimento della luce da parte dell' H_2O . Successivamente si interpone al cammino ottico il non- CO_2 /non- H_2O permettendo una nuova misura in cui le due sostanze non presentano assorbimento. Il chopper ruota a centinaia di Hz permettendo di ottenere molte misurazioni elementari di CO_2 e H_2O che vengono mediate a 10 o 20 Hz, fornendo una buona risoluzione per entrambe le variabili. Il rapporto tra la luce trasmessa nella banda del campione e la luce trasmessa nella banda di riferimento viene utilizzato per misurare l'assorbimento della luce da parte di CO_2 e di H_2O e calcolare le loro densità. Come si vede dalla **Fig. 11.87** (a destra), la cella di misura effettiva è totalmente esposta all'ambiente esterno e quindi l'analizzatore è *open-path*. La dimensione dell'analizzatore è piuttosto ridotta e può essere quindi facilmente affiancato ad un anemometro ultrasonico triassiale. Un problema comune alla maggior parte degli igrometri all'infrarosso *open-path* è il fatto che non possono operare in condizioni prossime alla saturazione e che le misure risentono della presenza di pioggia, rugiada o neve. In queste condizioni il coefficiente di assorbimento cambia repentinamente per l'assorbimento e l'adsorbimento causato dalle particelle nell'aria. Infatti, una goccia di pioggia che attraversa il cammino ottico della radiazione

infrarossa, o la condensazione di vapore acqueo sulle finestre ottiche, provoca un picco nel segnale registrato, che ovviamente è un valore errato della concentrazione di CO_2 o H_2O . A questo punto per limitare il problema conviene eseguire un montaggio inclinato dello strumento

Per ovviare, almeno in parte, a questi problemi, sono stati realizzati analizzatori in cui la cella di misura, la sorgente luminosa ed il rivelatore vengono collocati in un box separato e condizionato, connesso ad un condotto di campionamento che preleva l'aria da analizzare nelle immediate vicinanze dell'anemometro sonico. In questo modo, la determinazione della concentrazione, pur basandosi sui medesimi principi fisici, viene condotta in un ambiente a temperatura e pressione controllate. Un esempio è l'analizzatore LI-7000 (NDIR) di $\text{CO}_2/\text{H}_2\text{O}$ il cui schema funzionale è riportato in Fig. 11.88.

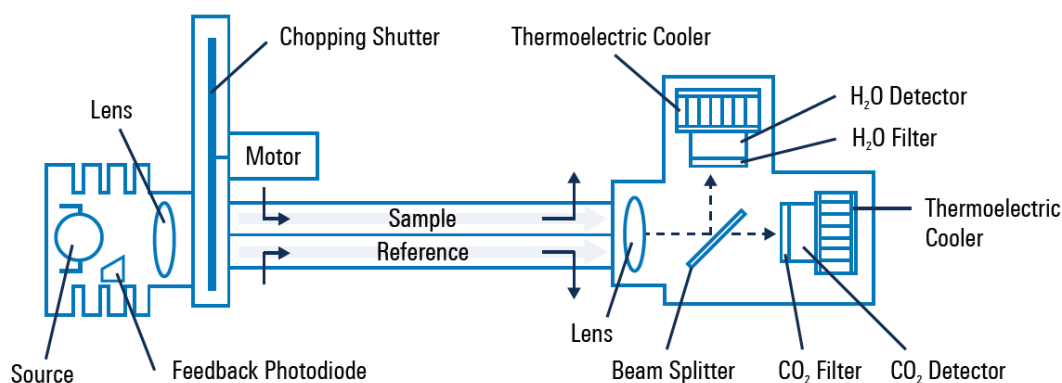


Fig. 11.88: schema funzionale di un analizzatore NDIR closed-path

Invece di un riferimento ottico, qui si utilizza un riferimento meccanico. Infatti lo strumento è dotato di due celle, una delle quali è usata come riferimento e un'altra come campione. In genere, il gas di zero viene fornito alla cella di riferimento. La ruota chopper di questo dispositivo è diversa da quella del dispositivo assoluto. Infatti non è dotata di un filtro e taglia la luce solo alla sorgente, lasciando che la luce passi attraverso una cella alla volta. Quando il chopper ruota, la luce passa attraverso la cella campione contenente CO_2 e H_2O . A questo punto la luce trasmessa nelle bande di assorbimento della CO_2 e dell' H_2O viene misurata simultaneamente da due diversi rivelatori ognuno dei quali ha un filtro selettivo per una delle due sostanze. Nell'istante successivo di rotazione del chopper, la luce passa attraverso la cella di riferimento che non contiene CO_2 o H_2O , fornendo una lettura di riferimento. Il rivelatore di CO_2 è dotato di un filtro che opera in corrispondenza della banda di assorbimento di $4,26 \mu\text{m}$, mentre il rivelatore di H_2O ha un filtro che opera in corrispondenza della banda di assorbimento di $2,59 \mu\text{m}$. Le bande non assorbenti non vengono più utilizzate, in quanto la loro funzione è assunta dalla cella di riferimento. Come nella serie LI-7500, il chopper ruota a centinaia di Hz fornendo misure elementari che vengono mediate per ottenere una frequenza di output di 10 o 20 Hz e fornendo misure rapide e ad elevata risoluzione della concentrazione di due gas.

La struttura fisica di questo tipo di analizzatore richiede che la cella di misura sia ben protetta e condizionata e perciò l'analizzatore inevitabilmente deve essere collocato fisicamente lontano dal sonico. In pratica nelle immediate vicinanze del volume di misura del sonico viene posto l'ingresso del condotto di aspirazione e di campionamento che trasporta l'aria aspirata dal punto di misura alla cella di analisi dell'analizzatore. Quindi questo tipo di analizzatore è del tipo *closed-path*. Pur non avendo gli stessi svantaggi degli analizzatori *open-path*, gli analizzatori *closed-path* soffrono del fatto che il condotto di campionamento costituisce un *low-pass filter* per le fluttuazioni di H_2O e di CO_2 , effetto che deve essere opportunamente considerato nella stima dei flussi turbolenti.

11.4.2.3 Analizzatori a banda stretta

Se la sorgente luminosa è costituita, invece, da un laser che emette un fascio luminoso ben collimato e pressoché monocromatico, è possibile regolare la lunghezza d'onda del laser in modo da centrare perfettamente la linea di assorbimento, anche molto ristretta, specifica di un numero rilevante di sostanze. Ciò ha consentito di realizzare analizzatori basati ancora una volta sul principio dell'assorbimento selettivo da radiazione elettromagnetica, ma che possono essere utilizzati per la rilevazione di un numero maggiore di gas anche presenti in tracce.



Fig. 11.89: stazione EC. Il sensore al centro in alto a sinistra dell'anemometro ultrasonico è l'analizzatore per il metano open path LI-COR 7700. Sullo sfondo il sensore open-path LI-COR 7500 per H₂O/CO₂

Al di là del principio di base dell'assorbimento selettivo di radiazione elettromagnetica, nella realizzazione di analizzatori di questo tipo sono state utilizzate varie tecniche di spettroscopia laser, tutte molto raffinate (Werle et al. 2008) tra cui la *Tunable Diode Laser Spectroscopy* (TDLAS), la *Quantum Cascade Tunable Diode Spectroscopy* (QC-TDLAS), la *Cavity Ring-Down Spectroscopy* (CRDS) e la *Integrated Cavity Output Spectroscopy* (ICOS). Tutte queste tecniche, anche se poco diffuse, hanno raggiunto una maturità tecnologica ed hanno prodotto analizzatori commercialmente disponibili. Sulla tecnica TDLAS si basa il più noto analizzatore veloce di metano *open-path* (McDermitt et al. 2011) divenuto uno standard nelle reti dedicate alla sorveglianza dell'effetto serra (Fig. 11.89). Su queste tecniche di spettroscopia laser sono basati alcuni analizzatori di N₂O e di metano (Wienhold et al., 1994; Smith et al. 1994; Laville et al. 1999; Hargreaves et al. 2001; Kroon, et al. 2011) e, sempre su queste tecniche, sono stati realizzati commercialmente analizzatori *closed-path* dedicati alla misura della concentrazione di ammoniaca (Todd et al., 2011; Famulari et al. 2004; Ferrara et al. 2012 e 2016). Vanno anche segnalate le realizzazioni prototipali di un analizzatore *open-path* per la misura di ammoniaca (Miller et al. 2014; Sun et al. 2015).

11.4.2.4 Altre tecniche impiegate

Le tecniche ottiche non sono le uniche utilizzate per la stima dei flussi col metodo EC. Va sicuramente citato l'impiego delle complesse e costose tecniche *Proton Transfer Reaction Mass Spectrometer* (PTR-MS) e del *Proton Transfer Reaction Time-of Flight Mass Spectrometer* (PTR-TOF) nelle misure dei VOC sia di origine antropica che di origine biologica (Karl et al. 2002;

Spirig et al. 2005; Velasco et al. 2009; Muller et al. 2010) ed anche l'impiego dei sensori a chemiluminescenza per l'ozono (Gusten et al. 1996; Gerosa et al. 2003; Lamaud et al. 1994).

Infine va ricordato che il metodo *EC* è stato applicato anche alla misura di flussi di particolato sia impiegando come analizzatore *real-time* un *Condensation Particle Counter CPC* che un *Optical Particle Counter OPC* (Buzorius et al. 2001; Martensson et al. 2006; Ruuskanen et al. 2007; Norris et al. 2008; Jarvi et al. 2009; Fratini et al. 2007).

11.5 MISURA DELLA RADIAZIONE SOLARE E TERRESTRE

Nel Capitolo 6 abbiamo studiato il bilancio radiativo superficiale il cui elemento essenziale è la radiazione solare globale R_g incidente su una superficie piana posta orizzontalmente al suolo. Come sappiamo, questo è il flusso di energia elettromagnetica nella banda $0.3 \div 4 \mu\text{m}$ che il sole trasmette alla superficie terrestre attraverso l'atmosfera e la sua distribuzione spettrale è quella riportata nella **Fig. 11.90**. Tale grandezza, che viene indicata normalmente col termine *Radiazione Solare Globale* R_g , è il vero *input energetico* del *PBL* e per questo è di importanza capitale la sua misura. Sappiamo, inoltre, che R_g è la somma di due distinti apporti energetici: il primo deriva dalla vera e propria radiazione incidente, direttamente proveniente dal sole (*Radiazione Solare Diretta* R_{Dir}) ed il secondo è costituito da quella porzione di radiazione elettromagnetica di origine solare che giunge indirettamente alla superficie terrestre dopo essere stata diffusa dai vari costituenti dell'atmosfera (*Radiazione solare diffusa* R_{Dif}). In molte applicazioni è importante essere in grado di misurare separatamente questi due apporti radiativi.

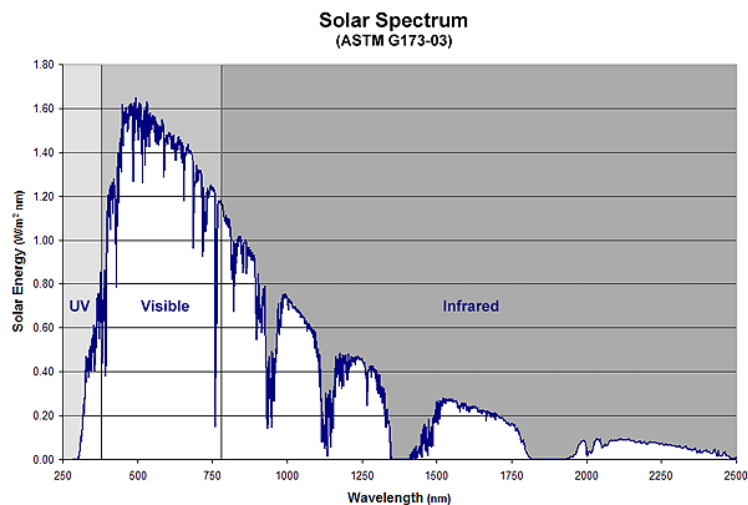


Fig. 11.90: spettro solare alla superficie terrestre

Una volta raggiunto il suolo, la radiazione solare (globale, diretta e diffusa) in parte viene assorbita dal suolo, ma in parte viene riflessa a seconda del coefficiente di albedo globale α caratteristico della superficie su cui la radiazione solare incide. Come si è visto, la porzione di radiazione solare riflessa, l'*Albedo*, è uno dei termini che compaiono nel bilancio radiativo superficiale; dato che $R_g - \alpha \cdot R_g$ è la quantità di energia solare che resta disponibile per il *PBL*, risulta evidente l'importanza di misurare direttamente anche questa componente radiativa.

La Radiazione Solare Globale, quella Diretta, quella Diffusa e l'Albedo sono tutti apporti radiativi costituiti da radiazione elettromagnetica a lunghezze d'onda compatibili con lo spettro solare; è normale asserire che tutte queste componenti radiative sono *ad onda corta*. Tuttavia, come già abbiamo visto al Capitolo 6, nel bilancio radiativo superficiale entrano in gioco anche

altre due componenti radiative di fondamentale importanza. Entrambe derivano dal fatto che qualsiasi corpo (solido o gassoso) ad una generica temperatura T emette radiazione elettromagnetica secondo la Legge di Stefan-Boltzmann. Di fatto, la superficie terrestre emette radiazione elettromagnetica verso l'alto e l'atmosfera emette radiazione elettromagnetica verso il basso ed entrambi questi apporti energetici risultano proporzionali alla temperatura degli *oggetti* che le emettono. Comunque, si è visto che sia la radiazione *atmosfera* che la radiazione *terrestre* sono costituite da onde elettromagnetiche la cui lunghezza d'onda si colloca prevalentemente nell'*infrarosso* ($5 \div 50 \mu\text{m}$) e da qui deriva il fatto che esse vengono denominate *radiazioni ad onda lunga*. Analizzando ancora la **Fig.11.90** si vede come lo spettro solare vada dall'ultravioletto all'infrarosso, ma si vede anche che c'è ben poca sovrapposizione con la banda spettrale caratteristica delle emissioni atmosferica e terrestre. Quindi risulta possibile misurare separatamente le componenti ad onda corta e ad onda lunga del bilancio radiativo superficiale.

Prima di iniziare lo studio della misura delle diverse componenti radiative, è necessario elencare i principali strumenti di misura ad oggi disponibili:

- **Piranometro.** È lo strumento che misura direttamente la radiazione solare globale R_g su una superficie orizzontale, quindi il principale *input* energetico del *PBL*.
- **Albedometro.** È uno strumento che misura la Radiazione Solare Netta, cioè la differenza tra R_g e $\alpha \cdot R_g$. Come è evidente, tale strumento altro non è che l'insieme di due piranometri, uno rivolto verso l'alto ed uno rivolto verso il basso.
- **Pireliometro.** Questo strumento, molto sofisticato e poco comune nelle normali stazioni meteorologiche e micrometeorologiche, è dedicato alla sola misura della Radiazione Solare Diretta incidente su di una superficie perpendicolare ai raggi solari.
- **Pirgeometro.** È lo strumento che misura la sola radiazione infrarossa incidente su di una superficie orizzontale. Se lo strumento è rivolto verso l'alto, misurerà la radiazione atmosferica ad onda lunga, mentre se è rivolto verso il basso misurerà la radiazione ad onda lunga di origine terrestre.
- **Pirradiometro.** Da non confondere con il pirgeometro, questo sensore misura la somma della radiazione ad onda corta e ad onda lunga incidente su una superficie orizzontale. Se rivolto verso l'alto, misurerà la somma della radiazione solare e della radiazione infrarossa atmosferica, mentre se è rivolto verso il basso misurerà la somma della radiazione solare riflessa (albedo) e della radiazione ad onda lunga terrestre.
- **Radiometro Netto.** Noto anche come Net-Pirradiometro, questo strumento fornisce il risultato del bilancio energetico superficiale, cioè la somma algebrica delle componenti ad onda corta e ad onda lunga incidenti su di una superficie orizzontale. Come è evidente, questo strumento è di fondamentale importanza nello studio del *PBL*.

Qui di seguito presenteremo una breve introduzione ai principali sensori con cui si misurano attualmente le varie componenti radiative. Per maggiori dettagli si rimanda a Hinzpeter (1982).

11.5.1 MISURA DELLA RADIAZIONE SOLARE

La misura della Radiazione Solare Globale, Diretta, Diffusa e dell'Albedo sono misure di primaria importanza. In una normale stazione meteorologica non può certo mancare la misura di R_g e dell'albedo, mentre la misura della componente diretta e diffusa, che non compaiono direttamente nel bilancio radiativo superficiale, è presente molto raramente, anche a causa della complessità (e del costo elevato) della strumentazione richiesta per realizzare tali misure. Rimandando a Hinzpeter (1982) per i dettagli, qui di seguito vengono illustrati brevemente i vari tipi di radiometro.

11.5.1.1 Il Piranometro

La Radiazione Solare (diretta e diffusa) proveniente da tutto l'emisfero sovrastante il punto di misura (2π steradiani) che incide su di una superficie orizzontale è la Radiazione Globale R_g ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) e lo strumento che la misura è il *piranometro*. I piranometri più impiegati nella normale osservazione meteorologica e micrometeorologica sono sostanzialmente di due tipi: il piranometro a termopila ed il piranometro fotovoltaico. Maggiori dettagli possono essere trovati nel lavoro di Beaubien e al. (1988).

Piranometro a termopila

Per comprendere, almeno in prima approssimazione, il funzionamento di un piranometro a termopila è conveniente considerare una situazione costituita da due dischi circolari di piccolo diametro, posti sopra una superficie piana orizzontale. Uno dei due dischi sia colorato in nero e l'altro in bianco e si ipotizzi che sia possibile misurare la temperatura (media) di ciascun disco. Se scriviamo il bilancio termico di ciascun disco otteniamo in prima approssimazione che:

$$\begin{aligned} \text{Disco Nero: } h(T_B - T_a) &= R_g + L_i - \sigma_B T_B^4 \\ \text{Disco Bianco: } h(T_W - T_a) &= R_g + L_i - \sigma_B T_W^4 \end{aligned} \quad [11.96]$$

dove h è il coefficiente di trasferimento di calore, σ_B è la costante di Stefan-Boltzmann, mentre T_B e T_W sono rispettivamente la temperatura del disco nero e del disco bianco e L_i è la radiazione ad onda lunga atmosferica che giunge sui due dischi. Sottraendo membro a membro le due equazioni precedenti otteniamo:

$$h(T_B - T_W) = R_g + \sigma(T_W^4 - T_B^4) \quad [11.96b]$$

da cui si vede immediatamente come sia possibile determinare il valore di R_g dalla conoscenza della temperatura dei due dischi. Anche se questi ragionamenti sono molto semplificati, tuttavia forniscono una spiegazione chiara del funzionamento di un piranometro a termopila.

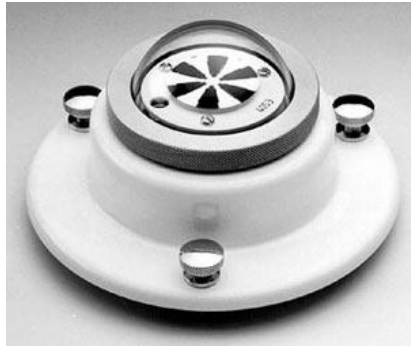


Fig.11.91 Piranometro a termopila black&white (Appley)

Una realizzazione tipica di un *piranometro a termopila* è mostrata nella **Fig. 11.91**. L'elemento sensibile di un piranometro di questo tipo è un disco metallico suddiviso in settori colorati in modo da assumere diversi valori di albedo (ad esempio, alternativamente bianchi e neri; sono state usate anche altre combinazioni di colori). Ogni settore è termicamente collegato al giunto di una termocoppia. I giunti alternativamente caldi e freddi delle termocoppie dei settori, collegati in modo opportuno, forniscono in uscita una tensione (in genere debolissima, trattandosi di una misura di temperatura differenziale, dell'ordine di pochi microvolt) proporzionale alla differenza di temperatura tra i settori, che a sua volta dipende dalla radiazione incidente. Una tipica sensibilità è di $4 \mu\text{V}\cdot\text{W}^{-1}\text{m}^2$.

Spesso l'elemento sensibile non è a due colori ma solo nero. In questo caso, la differenza di temperatura, proporzionale a R_g , è quella tra la temperatura dell'elemento sensibile e quella del corpo dello strumento. Nella **Fig. 11.92** vengono schematizzate le due varianti di piranometro: da

questi schemi risultano evidenti le differenze costruttive.

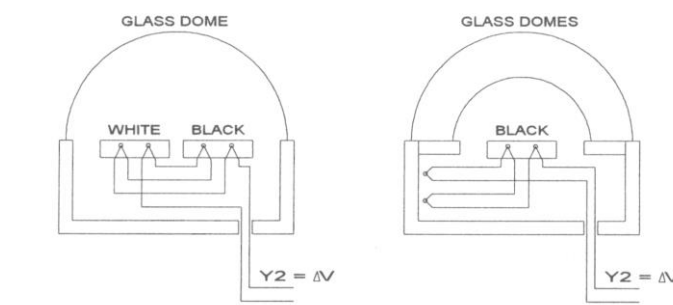


Fig. 11.92: visione schematica dei due tipi di piranometri Black&White e Only Black (Brock e Richardson, 2001)

Una trattazione estremamente accurata dei principi fisici su cui si basa il funzionamento del piranometro può essere trovata in Hinzpeter (1982) a cui si rimanda per i dettagli. In sostanza la cosa più importante da ricordare è che, dopo un'opportuna calibrazione, per ogni piranometro si può individuare una *sensibilità* E ($\text{mV} \cdot (\text{Wm}^{-2})^{-1}$) tale che, detto R_g la radiazione Solare Globale misurata e V_{out} la tensione in uscita al sensore, vale la relazione $R_g = V_{out}/E$. È inoltre opportuno che il piranometro sia ventilato e che si applichino le correzioni proposte dai diversi costruttori per minimizzare i diversi errori indotti nella misura.

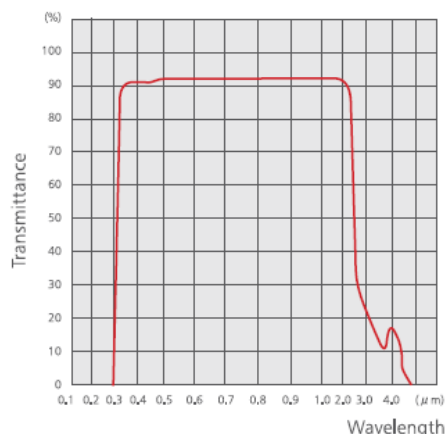


Fig. 11.93: coefficiente di trasmissione del vetro

Il sensore a termopila, pur essendo uno strumento robusto, richiede particolari attenzioni durante il suo funzionamento, in particolare *non deve sporcarsi*, pena la perdita della calibrazione con il conseguente fuori servizio. Per questo, viene protetto da una calotta emisferica (a volte anche da due concentriche) che agisce *anche*, inevitabilmente, come filtro. Nel caso dei piranometri utilizzati per la misura della radiazione solare globale, il materiale utilizzato per la calotta è di solito il vetro, che lascia passare lunghezze d'onda tra circa 0.3 e 2.8 μm , come si può vedere nella **Fig. 11.93**. Questa scelta è giustificata dal fatto che la radiazione solare globale arriva alla sommità dell'atmosfera con una composizione spettrale molto vicina allo spettro di corpo nero a 6000 K, che contiene essenzialmente radiazioni ad onda corta comprese tra 0.1 e 5 μm .

Il piranometro a termopila è un sensore con una risposta del primo ordine, caratterizzato da una costante di tempo che di regola vale qualche decina di secondi e che tende a crescere con la precisione e la qualità dello strumento. A questo proposito va rilevato che per i piranometri sono state previste tre classi, sulla base della loro accuratezza: il piranometro *Second Standard* è quello a maggior accuratezza, seguito dal piranometro *First Class* e *Second Class*.

Piranometri fotovoltaici

La seconda tipologia di piranometri è quella dei *piranometri fotovoltaici*, il cui elemento sensibile è una piastrina di silicio fotosensibile che reagisce alla radiazione incidente generando una tensione direttamente proporzionale all'intensità della radiazione incidente. La piastrina fotosensibile è sormontata da un rivestimento in plastica che serve come protezione e come filtro. Un esempio di piranometro fotovoltaico è mostrato nella **Fig. 11.94**.



Fig. 11.94: Piranometro fotovoltaico

In generale, per misure di precisione, si utilizzano i piranometri a termopila, la cui risposta risulta indipendente dallo spettro della radiazione incidente (che a sua volta dipende dalle polveri sospese, dalla presenza di nubi, eccetera). Nel caso dei piranometri fotovoltaici, la calibrazione è effettuata in condizioni di cielo sereno; la risposta in condizioni di cielo coperto può mostrare *un certo scostamento* rispetto al valore reale della radiazione, a causa di una dipendenza essenziale tra lo spettro della radiazione incidente e l'entità del fenomeno fotovoltaico. A fronte della precisione notevolmente inferiore, il piranometro fotovoltaico presenta alcuni vantaggi rispetto al piranometro a termopila, come il costo di acquisto notevolmente inferiore e un tempo di risposta limitato a pochi secondi.

Considerazioni

Tutti i piranometri, indipendentemente dalle loro caratteristiche costruttive, *di notte devono restituire una tensione nulla*. In pratica, questo requisito di base è spesso violato a causa di errori di installazione (lampade sospese sul punto di misura, ecc.) o di problemi strumentali (particolarmente evidenti nel caso dei piranometri fotovoltaici, che possono addirittura restituire tensioni *negative* di notte). Questi problemi possono essere compensati ponendo una grande accuratezza al momento dell'installazione ed agendo con elaborazioni opportune sui dati raccolti.

Un'altra caratteristica importante di un piranometro è la sua risposta al coseno. In effetti se un raggio di luce visibile perpendicolare alla superficie attiva del piranometro determinasse una misura V_0 , allora, se il raggio di luce mantenesse la medesima intensità, ma formasse un angolo θ con la normale alla superficie attiva, la misura dovrebbe essere $V = V_0 \cos(\theta)$. Se ciò avviene, allora il piranometro presenta una *perfetta risposta cosinusoidale*. I sensori disponibili sul mercato normalmente presentano un'ottima risposta cosinusoidale.



Fig. 10.95: albedometro

11.5.1.2 L'albedometro

L'albedometro è un radiometro che misura la differenza tra la radiazione solare globale incidente e la radiazione solare globale riflessa dal suolo. Inevitabilmente tale strumento è l'insieme di due

piranometri, uno rivolto verso l'alto e l'altro rivolto verso il basso, spesso integrati in un unico strumento come si può vedere nella **Fig. 11.95**.

11.5.1.3 Misura della radiazione solare diffusa

La radiazione solare globale ricevuta da una superficie piana orizzontale è la somma della radiazione diretta e della radiazione diffusa dall'atmosfera, derivante dallo *scattering* della radiazione solare con le componenti atmosferiche. Per poter misurare quest'ultima componente, è sufficiente schermare il radiometro dai raggi solari diretti e ciò si può realizzare in due modi differenti.

Il primo metodo operativo è quello di utilizzare lo *shadow-ring*, cioè un nastro circolare che impedisce al piranometro di *vedere* direttamente il disco solare (**Fig. 11.96**). Il nastro oscura il sole per tutto il giorno, ma ogni giorno la sua posizione deve essere modificata (spesso manualmente) in funzione della latitudine e della declinazione solare.



Fig. 11.96: piranometro con shadow-ring per la misura della radiazione solare diffusa



Fig. 11.97: piranometro con shadow-disk per la misura della radiazione solare diffusa

Molto più preciso, ma decisamente più complesso, è il sistema che interpone tra il piranometro ed il sole un piccolo disco oscurante o *shadow-disk* (**Fig. 11.97**). Perché il disco possa interporsi perfettamente tra il piranometro ed il sole, è necessario che la sua posizione sia continuamente modificata tenendo conto della latitudine, dell'angolo di elevazione solare e dell'angolo

di declinazione solare. Il tutto viene realizzato da un complesso sistema di motori *passo-passo* che muovono il dischetto sulla base dei conti astronomici realizzati da un sistema elettronico di calcolo.

Se si pongono uno vicino all'altro un piranometro che misura la Radiazione Solare Globale ed un piranometro dotato di *shadow-ring* o di *shadow-disk* e si sottraggono le due misure ottenute, ciò che si ottiene è la misura della radiazione diretta incidente *su di una superficie piana ed orizzontale*.



Fig. 11.98 un pireliometro con il relativo dispositivo di puntamento

11.5.1.4 Il Pireliometro

Il pireliometro (**Fig. 11.98**) è lo strumento principe per una misura estremamente accurata della radiazione solare diretta nella banda spettrale $0.3 \div 3 \mu\text{m}$ incidente su di una *superficie perpendicolare ai raggi solari*. L'angolo solido con cui il pireliometro opera è di circa 5° in modo da *vedere* esclusivamente il disco solare ed una sottile corona di cielo attorno ad esso ed *escludere* quasi completamente la radiazione diffusa dall'atmosfera. Perché ciò sia realizzabile in pratica, bisogna che lo strumento sia montato su un dispositivo identico a quello già visto per il piranometro con *shadow-disk*, dispositivo che sposta lentamente nel tempo, in funzione dell'angolo di elevazione solare, il pireliometro tenendolo puntato costantemente verso il sole.

Essenzialmente il pireliometro è costituito da un tubo la cui geometria garantisce l'angolo di visuale del sole di circa 5° e che si incarica di far convergere la radiazione solare catturata verso una cavità in cui è posto un rivelatore termico che registra la radiazione ricevuta. Il tutto viene puntato direttamente verso il disco solare con un opportuno meccanismo meccanico (**Fig. 11.98**) comandato da un sistema computerizzato.

I piranometri più accurati (*piranometri assoluti*) presentano nella cavità anche un opportuno riscaldatore elettrico posto molto vicino al sensore di misura. Il sistema confronta l'energia termica ricevuta dal pireliometro con quella generata nel riscaldatore facendo passare in una resistenza di valore noto una quantità predefinita di corrente elettrica. Se si pone una termopila tra il riscaldatore e l'elemento sensibile, è possibile con essa comandare il generatore di corrente fino a rendere uguali il calore generato elettricamente e quello ricevuto dal sole. Sia I la corrente necessaria a ciò, V_i l'*output* del rivelatore termico quando è esposto alla radiazione solare, V_e l'*output* del rivelatore termico quando è sensibile alla sorgente riscaldante e P la potenza elettrica dissipata nel riscaldatore. Allora l'irradianza solare su una superficie perpendicolare ai raggi solari può essere calcolata come:

$$E = KV_i \frac{P - C_2 I^2}{V_e} \quad [11.97]$$

dove E è l'irradianza ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$), K è un fattore costruttivo e C_2 è un fattore che tiene conto delle

perdite di calore (circa 0.065).

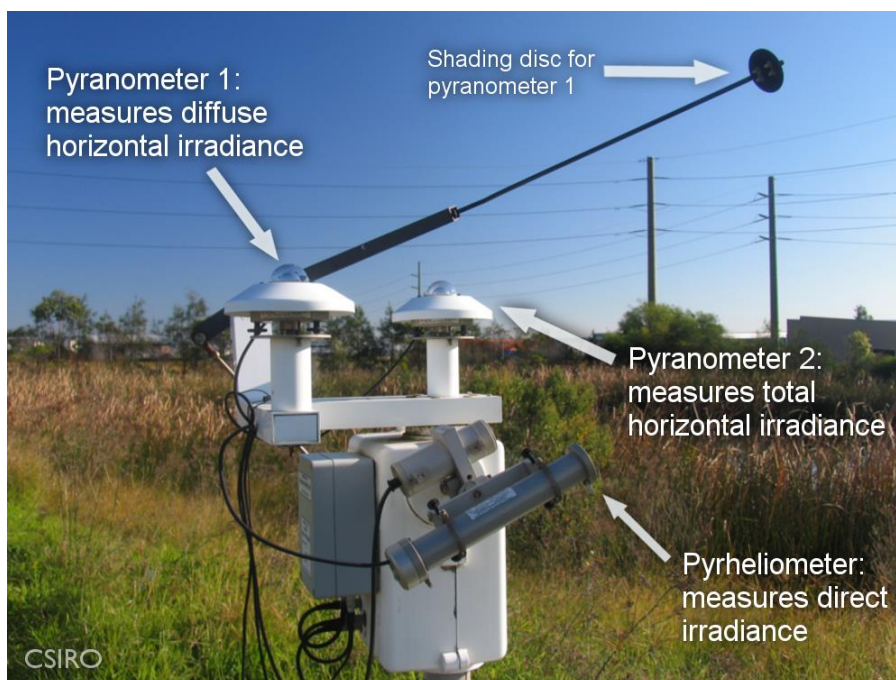


Fig. 11.99: stazione radiometrica completa in cui si misura la radiazione solare globale, la radiazione solare diffusa e quella diretta (CSIRO)

Per concludere, nella **Fig. 11.99** viene presentata un'immagine di una configurazione strumentale in grado di misurare direttamente sia la radiazione solare globale (con un piranometro a termopila) che la radiazione solare diretta (con un pireliometro) e la radiazione diffusa (con un piranometro dotato di *shadow-disk*).

11.5.2 MISURA DELLA RADIAZIONE INFRAROSSA

La misura della radiazione infrarossa, di origine atmosferica o terrestre, viene realizzata da un *pirgeometro*. Dal punto di vista costruttivo questo sensore è molto simile ad un normale piranometro a termopila, salvo che la protezione dell'elemento sensibile non viene realizzata da una cupoletta di vetro (le cui caratteristiche ottiche garantiscono il filtraggio proprio della radiazione infrarossa) ma da una copertura (normalmente non a cupola) fatta di silicone (**Fig. 11.100**) che garantisce il filtraggio della radiazione ad onda corta e la trasmissione di radiazione elettromagnetica nella banda $3 \div 50 \mu\text{m}$.

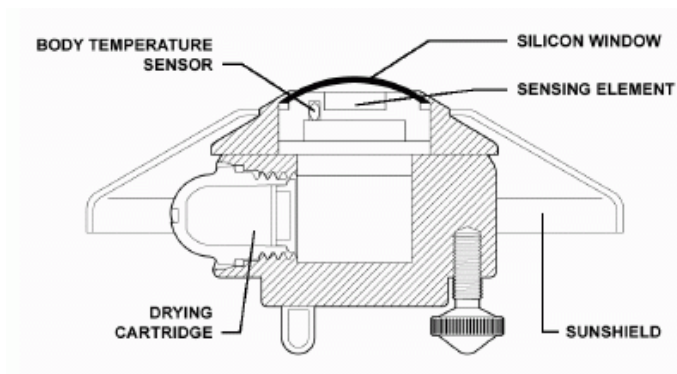


Fig. 11.100: visione schematica di un pirgeometro

Quando il pirgeometro è montato rivolto verso l'alto, misura la radiazione infrarossa ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) prodotta dall'atmosfera, mentre quando viene rivolto verso il basso, rileva la radiazione infrarossa prodotta dalla superficie terrestre sottostante il punto di misura.

Questo strumento, visto che misura la radiazione infrarossa, richiede una correzione per la temperatura a cui opera, essendo in equilibrio termico con l'ambiente circostante. Se tale temperatura è misurata da una termocoppia con output V_T e V_1 è la tensione prodotta dal pirgeometro senza alcuna correzione, la radiazione infrarossa E ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) sarà pari a:

$$E = a_1 V_1 + a_2 V_T \quad [11.98a]$$

dove a_1 e a_2 sono due costanti. In pratica, se R_I è la radiazione infrarossa direttamente misurata dal pirgeometro e T è la temperatura (K) a cui si trova lo strumento (quindi la temperatura di riferimento), la radiazione infrarossa effettiva misurata R_L può essere stimata come (Kipp&Zonen):

$$R_L = R_I + \sigma_{SB} T^4 \quad [11.98b]$$

dove $\sigma_{ST} = 5.69 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ è la costante di Stefan-Boltzmann.

La misura della radiazione infrarossa è piuttosto complessa e tuttora sussistono incertezze, soprattutto sulle correzioni da apporre alle misure *grezze* prodotte dal pirgeometro. Nei lavori di Dickey e al. (1994) e di Burns e al. (2003) si possono trovare alcuni approfondimenti in merito.

11.5.3 MISURA DELLA RADIAZIONE NETTA

Rimandando come detto a Hinzpeter (1982) per i dettagli sulla Fisica su cui si basa il funzionamento dei vari strumenti che misurano la Radiazione Netta (la somma algebrica delle radiazioni ad onda corta e ad onda lunga in avvicinamento e in allontanamento dalla superficie terrestre), qui di seguito è comunque conveniente presentare alcune considerazioni di tipo didattico.

11.5.3.1 Considerazioni teoriche semplificate

Un Radiometro Netto può essere considerato essenzialmente come un disco di ridotte dimensioni, di colore nero e di spessore d di alcuni millimetri, in cui è stata annegata una termopila che produce una tensione elettrica direttamente proporzionale alla differenza tra la temperatura della superficie superiore T_i e quella della superficie inferiore T_b (**Fig. 11.101**).

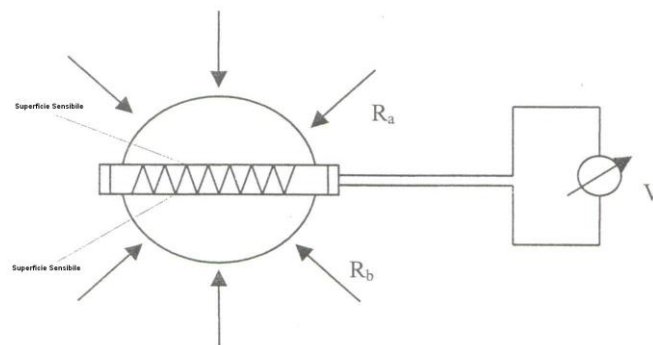


Fig. 11.101: visione schematica di un radiometro netto

Immaginiamo, ora, che sulla superficie superiore del disco sia in arrivo la radiazione complessiva $Q_{\downarrow}$ somma della radiazione ad onda lunga e ad onda corta (in sostanza la radiazione Solare Globale R_g più la radiazione infrarossa prodotta dall'atmosfera), mentre sulla superficie inferiore arrivi la radiazione $Q_{\uparrow}$ sempre somma della radiazione ad onda lunga e ad onda corta (prodotta

dalla riflessione al suolo della radiazione solare e dall'emissione all'infrarosso del suolo stesso). Il calore non si può accumulare indefinitamente nel disco e quindi, dopo un transitorio iniziale normalmente molto breve, è necessario che sia rispettato il seguente bilancio energetico:

$$\begin{aligned} aQ \downarrow &= \varepsilon_t \sigma_B T_t^4 + h(T_t - T_a) + k \frac{(T_t - T_b)}{d} \\ aQ \uparrow &= \varepsilon_b \sigma_B T_b^4 + h(T_b - T_a) - k \frac{(T_t - T_b)}{d} \\ a(Q \downarrow - Q \uparrow) &= aQ^* = \varepsilon \sigma_B (T_t^4 - T_b^4) + h(T_t - T_b) + 2k \frac{(T_t - T_b)}{d} \end{aligned} \quad [11.99a]$$

dove a è il coefficiente di assorbimento, $\varepsilon = \varepsilon_t = \varepsilon_b$ è l'emissività delle varie superfici, T_a è la temperatura dell'aria, h è il coefficiente di scambio termico convettivo e k è la conducibilità del materiale di cui è fatto il disco e Q^* è la *Radiazione Netta* ($W \cdot m^{-2}$). Se la differenza $T_t - T_b$ è molto inferiore a T_t e T_b (cosa che normalmente è, visto che le temperature sono espresse in K), è corretto troncare al primo termine la serie di Taylor che esprime la temperatura T_t in funzione di T_b :

$$T_t^4 = T_b^4 + 4T_b^3(T_t - T_b) \quad [11.99b]$$

cioè:

$$T_t^4 - T_b^4 = 4T_b^3(T_t - T_b) \quad [11.99c]$$

Pertanto il bilancio energetico si riduce alla relazione seguente:

$$aQ^* = (4\varepsilon \sigma_B T_b^3 + 2k/d + h) \cdot (T_t - T_b) \quad [11.99d]$$

Se le due superfici del radiometro sono protette da una cupola trasparente alla radiazione, la convezione termica viene annullata e quindi nella (11.99f) h si annulla. Si avrà quindi che:

$$aQ^* = (4\varepsilon \sigma_B T_b^3 + 2k/d) \cdot (T_t - T_b) \quad [11.99e]$$

Se ora consideriamo alcuni valori reali e immaginiamo che il disco sia in alluminio, allora k sarà pari a $236 W \cdot m^{-1} K^{-1}$ e se d è pari a 5 mm, $2k/d = 9.4 \cdot 10^4$, mentre $4\varepsilon \sigma T_b^3 \approx 6$. Pertanto la relazione precedente si può semplificare come:

$$aQ^* = (2k/d) \cdot (T_t - T_b) \quad [11.99f]$$

A parte il coefficiente a che dovrà essere ottenuto in fase di taratura, la radiazione netta Q^* risulta quindi direttamente proporzionale alla differenza tra la temperatura delle due superfici e, quindi è direttamente proporzionale alla tensione prodotta dalla termopila.

11.5.3.2 Il Pirradiometro ed il Radiometro Netto

Dal punto di vista costruttivo, uno strumento che misuri la somma della radiazione ad onda lunga e della radiazione onda corta, cioè un *pirradiometro*, è molto simile ad un piranometro. La principale differenza tra il pirradiometro ed il piranometro sta nel fatto che il primo, dovendo misurare anche la componente ad onda lunga, deve utilizzare superfici protettive ad essa trasparenti. Di regola, tali superfici sono costituite da polimeri capaci di far passare le componenti ad onda lunga e ad onda corta della radiazione e, allo stesso tempo, abbastanza resistenti da proteggere efficacemente gli elementi sensibili. Una soluzione molto usata consiste nell'adozione di calotte in polietilene, che però sono estremamente fragili e presentano frequenti rotture in esercizio per la degradazione del polietilene dovuta alla radiazione ultravioletta, a causa della grandine o della pioggia molto forte e a causa dell'azione degli uccelli. Un esempio di un pirradiometro singolo è riportato nella **Fig. 11.102**.

Se si pongono due pirradiometri giustapposti, uno rivolto verso l'alto, che misura la somma della radiazione solare globale e della radiazione infrarossa atmosferica, e l'altro rivolto verso il basso, che misura la somma della radiazione solare globale riflessa dal suolo (albedo) e la radiazione infrarossa terrestre, dalla differenza delle due misure si ottiene la Radiazione Netta

($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$). È normale trovare in commercio uno strumento, il *Radiometro Netto* costituito sostanzialmente da un pirradiometro rivolto verso l'alto e da un altro pirradiometro rivolto verso il basso ed è proprio questo strumento che si impiega normalmente nelle stazioni meteorologiche e micrometeorologiche. Nella **Fig. 11.103** viene mostrato un esemplare di radiometro netto realizzato in modo da rendere visibili i due pirradiometri giustapposti, mentre nella **Fig. 11.104** viene mostrata una realizzazione più compatta (anche se con caratteristiche inferiori).



Fig. 11.102: esempio di pirradiometro singolo (Middleton Solar)



Fig. 11.103: esempio di radiometro netto dove sono visibili i due pirradiometri che lo compongono (Hukseflux)



Fig. 11.104- Radiometro netto a cupola (Scintech)

Attualmente è disponibile anche un Radiometro Netto privo di cupole, sostituite da coperture rigide in silicone molto più resistenti (**Fig. 11.105**). Le accurate sperimentazioni fatte (Brotzge e Duchon, 2000) hanno rilevato come il grado di precisione di questo sensore sia leggermente

inferiore a quello presentato da un buon Radiometro Netto a cupole, anche se decisamente accettabile nelle applicazioni pratiche.



Fig. 11.105: radiometro netto di nuova costruzione senza cupole (Kip&Zonen)

Ovviamente, la Radiazione Netta può essere ottenuta anche integrando in un unico strumento due coppie identiche costituite ciascuna da un normale piranometro e da un normale pirgeometro, una coppia rivolta verso l'alto e l'altra verso il basso (**Fig. 11.106**). Il vantaggio di questa soluzione sta nel fatto che i piranometri ed i pirgeometri impiegati possono essere di elevatissima qualità, con lo svantaggio, però, di avere uno strumento decisamente più ingombrante e sicuramente molto costoso. Tuttavia, i lavori di Delany e Semmer (1998) e di Brotzge e Duchon (2000) hanno evidenziato come tali strumenti siano i più adatti nelle misure micrometeorologiche, anche perché, oltre a fornire la Radiazione Netta, rendono disponibili contemporaneamente e separatamente tutti e quattro i contributi al bilancio radiativo superficiale.



Fig. 11.106: radiometro netto composto da due piranometri e due pirgeometri (Kip&Zonen)

11.5.4 CALIBRAZIONE DEI RADIOMETRI

La calibrazione dei vari tipi di radiometri (piranometro, albedometro e pireliometro) è estremamente complessa e, per certi versi, ancora da definire completamente, specialmente per quei radiometri dedicati alla rilevazione della radiazione ad onda lunga. A questo proposito va ricordato che il World Radiation Center (WRC) di Davos (Svizzera) è l'unico responsabile a livello mondiale del mantenimento dei vari standard primari con cui periodicamente (ogni cinque anni) vengono calibrati per confronto i vari standard nazionali (WMO, 2008). Nel seguito si forniranno brevi cenni alla calibrazione dei vari tipi di radiometri. Per maggiori approfondimenti conviene comunque riferirsi a WMO (2008) e al manuale del World Climate Research Program di McArthur (2005).

11.5.4.1 Calibrazione dei radiometri ad onda corta

La calibrazione dei radiometri dedicati alla misura della radiazione ad onda corta (globale, diretta e diffusa) in un modo o nell'altro passano attraverso la calibrazione dei pireliometri.

Calibrazione dei pireliometri

Il pireliometro assoluto garantisce la misura della radiazione solare diretta senza alcun bisogno di impiegare altri standard. Come detto, il WRC dispone di pireliometri di riferimento con cui periodicamente vengono confrontati e calibrati gli altri pireliometri assoluti che costituiscono i vari standard primari nazionali. Altri pireliometri assoluti vengono poi calibrati per confronto con i vari standard nazionali, costituendo così standard secondari disponibili per poter calibrare, sempre per confronto, gli altri pireliometri operativi in campo seguendo la Norma ISO 9059. Come vedremo subito dopo, la calibrazione del pireliometro è il prerequisito per la calibrazione dei piranometri.

Calibrazione dei piranometri

L'operazione di calibrazione di un piranometro ha lo scopo di ottenere la curva di trasduzione tra la radiazione globale G e la tensione V in *output* dal sensore. Il rapporto:

$$k(\Psi) = G/V \quad [11.100a]$$

è il coefficiente di calibrazione che, in generale, varierà al variare dell'angolo di elevazione solare Ψ . La maggior causa di errore nelle indicazioni di tali strumenti è proprio legata al fatto che al variare della posizione del sole rispetto allo strumento, il coefficiente di calibrazione si mantiene costante solo per angoli superiori a circa 35° , mentre varia (diminuendo o aumentando, a seconda del tipo di sensore) per angoli inferiori. La calibrazione viene fatta in campo usando il sole come sorgente radiativa o in laboratorio usando sorgenti artificiali. Rimandando a WMO (2008) per i vari metodi, qui di seguito presentiamo sommariamente i più significativi:

- metodo del pireliometro e di un radiometro standard di riferimento.

Questo metodo è descritto dalla norma ISO 9847. In sostanza, in una giornata serena senza copertura nuvolosa si ha che:

$$E \cdot \sin \Psi + V_s k_s = V \cdot k \quad [11.100b]$$

dove E è la radiazione diretta (Wm^{-2}) misurata dal pireliometro, V_s è la tensione di *output* del piranometro di riferimento dotato di *shadow-disk* per la misura della radiazione solare diffusa il cui coefficiente di calibrazione è k_s (ovviamente noto, visto che il piranometro considerato è un piranometro di riferimento). Con V e k indichiamo rispettivamente la tensione di *output* del piranometro da calibrare ed il relativo coefficiente di calibrazione (incognito). Pertanto quest'ultimo si otterrà come:

$$k = (E \cdot \sin \Psi + V_s k_s)/V \quad [11.100c]$$

Ovviamente questo procedimento verrà ripetuto a vari angoli di elevazione solare, costruendo quindi l'intera curva di calibrazione.

- metodo del pireliometro standard

Questo metodo, descritto dalla norma ISO 9846, è simile al precedente solo che la radiazione diffusa è misurata dallo stesso radiometro da tarare. Infatti, il piranometro in esame viene calibrato in campo utilizzando un pireliometro per la misura della radiazione diretta E e misurando la radiazione globale G e quella diffusa D col piranometro da tarare in periodi temporali successivi sufficientemente corti da impedire che le condizioni di irraggiamento mutino. Nel primo periodo il piranometro misura la radiazione solare globale, mentre nel secondo viene schermato con uno *shadow-disk*, misurando quindi la sola radiazione diffusa. Se indichiamo con V_{un} la tensione del piranometro da tarare senza schermo (quindi proporzionale alla radiazione solare globale) e con V_s la tensione dello stesso con lo schermo in posizione operativa, si ha che:

$$E \cdot \sin \Psi = (V_{un} - V_s) \cdot k \quad [11.100d]$$

dove k è il coefficiente di calibrazione che quindi è dato da:

$$k = (E \cdot \sin \Psi) / (V_{un} - V_s) \quad [11.100e]$$

- *metodo del piranometro di riferimento*

In questo caso, il piranometro viene calibrato in campo durante giorni privi di copertura nuvolosa per confronto con un piranometro di riferimento. La norma di riferimento è la ISO 9847 ed ulteriori dettagli possono essere trovati in Forgan (1996).

Calibrazione degli albedometri

Gli albedometri possono essere calibrati, come tutti i sensori, per confronto con uno strumento di riferimento, oppure utilizzando la metodologia descritta per i piranometri. Ovviamente trattandosi di due piranometri giustapposti, la calibrazione va ripetuta per entrambi. Solo per il piranometro rivolto verso il basso non serve determinare l'andamento del coefficiente di calibrazione al variare dell'angolo di elevazione solare Ψ , visto che tale sensore non lavora mai in radiazione diretta.

11.5.4.2 Calibrazione dei radiometri ad onda lunga

Di ben maggior difficoltà è la calibrazione dei radiometri che misurano la sola radiazione ad onda lunga o la somma della radiazione ad onda lunga e ad onda corta. Per i dettagli si rimanda a McArthur (2005) e a WMO (2008). Qui di seguito accenneremo brevemente ad una taratura per confronto di un radiometro netto da calibrare con un radiometro netto di riferimento la cui calibrazione deriva dal confronto con opportuni standard primari o secondari.

Se facciamo riferimento alla struttura tipica di un radiometro netto (**Fig. 11.104**), vediamo come un tale strumento integri giustapposti due pirradiometri che però risultano completamente integrati tra loro a differenza degli albedometri. In questi strumenti le due facce sensibili non appartengono a due strumenti distinti, o comunque separabili; in essi c'è un solo sensore a termopila con entrambe le facce sensibili e il segnale che si ottiene è già la differenza fra la radiazione proveniente dall'alto e quella proveniente dal basso.

La calibrazione in campo del radiometro netto si esegue per confronto con un radiometro netto di riferimento, per entrambe le facce, ma poiché questi sensori rispondono anche alla radiazione a onda lunga oltre a quella ad onda corta, una faccia di entrambi i sensori è esposta alla radiazione mentre l'altra, ancora di entrambi, è posizionata in un bagno termostatico in modo da far vedere loro un oggetto di temperatura nota. È importante, naturalmente, che nel bagno non vi siano infiltrazioni luminose.

11.6 MISURA DEL FLUSSO DI CALORE NEL SUOLO

Il flusso di calore che si instaura all'interno del terreno è un parametro che riveste notevole importanza in idrologia e in agrometeorologia. Per quanto riguarda gli aspetti micrometeorologici, sarebbe importante poter misurare il termine G_0 del bilancio energetico superficiale, cioè il flusso di calore verticale che si instaura tra la superficie del terreno e l'aria sovrastante. Date le difficoltà pratiche insite nella realizzazione di un tale tipo di misura, normalmente si procede alla misura del flusso verticale di calore *entro il suolo* ad una profondità estremamente ridotta (pochi centimetri). Come si vedrà successivamente, da tale misura e da misure aggiuntive di temperatura nel suolo è possibile una stima sufficientemente accurata di G_0 .

La misura del flusso verticale di calore entro il suolo si realizza mediante il dispositivo noto come *piastra di flusso* (**Fig. 11.107**). In sostanza tale sensore è costituito da un piccolo disco dello spessore di pochi millimetri attorniato da una corona circolare che, come si vedrà, ha la funzione di minimizzare gli effetti di bordo. Se consideriamo l'elemento sensibile centrale (il

senso vero e proprio), esso è un disco di pochi centimetri di diametro di materiale plastico all'interno del quale è inserita una *termopila*, cioè un numero rilevante di termocoppie collegate in serie, come indicato nella Fig. 11.108.

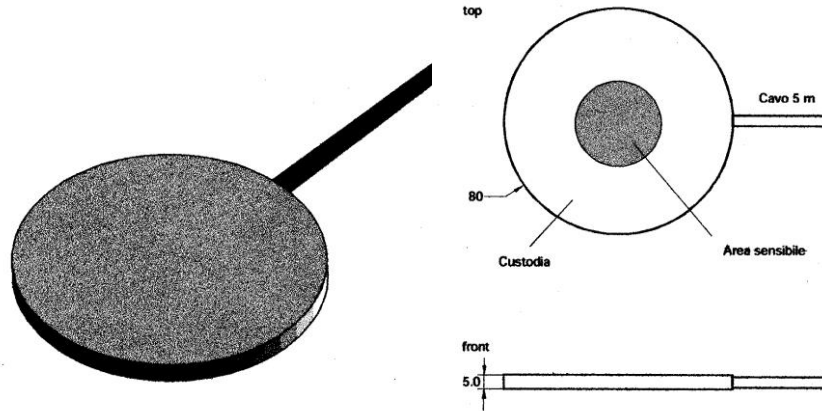


Fig. 11.107: visione schematica di una piastra di flusso

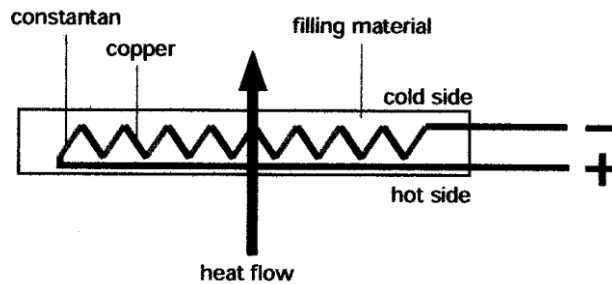


Fig. 10.108: l'elemento sensibile della piastra di flusso

A fronte di un flusso di calore verticale che attraversa la piastra, si stabilirà tra le due superfici dell'elemento sensibile una differenza di temperatura. Se fosse presente una sola termocoppia, tale differenza di temperatura darebbe luogo ad una debole differenza di potenziale ΔV . Se, invece, il numero di termocoppie che costituiscono la termopila è N , allora il sensore fornirà in uscita una differenza di potenziale amplificata di un fattore N , cioè $V_{out} = N \cdot \Delta V$. Dopo un'opportuna taratura, sarà possibile determinare un valore E (dell'ordine di $50 \mu V \cdot (W m^{-2})^{-1}$) che consente di stimare il flusso di calore F mediante V_{out} , dato dalla relazione:

$$F = V_{out} / E \quad [11.101a]$$

La piastra di flusso è sostanzialmente un sensore del primo ordine il cui tempo caratteristico di risposta τ può essere stimato dalla relazione seguente:

$$\tau = d^2 \rho C_p / \lambda \quad [11.101b]$$

dove d è lo spessore della piastra e ρ , C_p e λ sono rispettivamente la densità, il calore specifico e la conducibilità termica del materiale plastico di cui è costituita la piastra. Come si vede, più la piastra è sottile, più presenta una risposta rapida.

Come è immediatamente chiaro, la presenza della piastra di flusso può produrre una perturbazione più o meno forte al fenomeno termico originario e, di conseguenza, errori di misura. Ci sono due tipi di possibili errori.

Il primo tipo di errore è costituito dall'*alterazione della resistenza termica totale del terreno*. La manifestazione più evidente di ciò è il fatto che le isoterme nel terreno vengono più o

meno deformate, (come mostrato in **Fig. 11.109a**). Per questo è indispensabile che il sensore, una volta collocato nel terreno, venga lasciato inattivo per un certo periodo in modo che abbiano luogo i naturali effetti di compattazione del terreno e di eliminazione delle inevitabili perturbazioni locali indotte dal suo posizionamento. In particolare l'azione della pioggia può accelerare tale processo.

Il secondo tipo di errore deriva dalla differenza esistente tra le caratteristiche termiche del terreno e quelle del materiale di cui è fatto il sensore. Il risultato di ciò è una distorsione locale delle linee di flusso, come mostrato in **Fig. 11.104b**. Questo tipo di errore è normalmente minimizzato dotando il sensore di una *estensione laterale inattiva*, cioè di una corona circolare di diametro circa doppio di quello del sensore originale, ma priva di elementi sensibili. In questo modo la maggior parte delle linee di flusso distorte transiterà entro la estensione inattiva del sensore, mentre entro la sua parte attiva transiteranno solo linee di flusso poco perturbate.

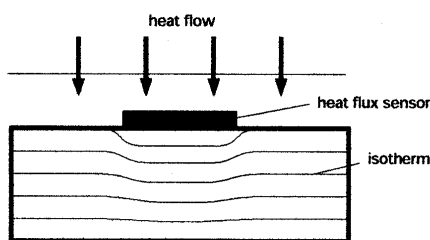


Fig. 11.109a: alterazione della resistenza termica del terreno.

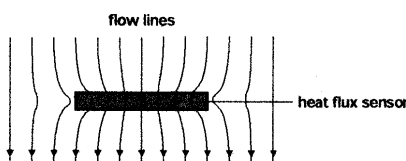


Fig. 11.109b: distorsione delle linee di flusso

Come si vede, la misura del flusso di calore nel terreno è abbastanza delicata e non priva di problemi pratici, tuttavia la sua importanza è notevole, soprattutto quando si decide di realizzare la stima del flusso turbolento di calore sensibile basandosi sul bilancio energetico superficiale.

Per poter correggere gli inevitabili errori derivanti dalla presenza della piastra di flusso nel terreno conviene ragionare come segue, facendo riferimento a Schwerdfeger (1986) e Philip (1961). Si consideri una generica profondità z nel terreno: il flusso di calore verticale in quel punto è ben rappresentato dalla relazione:

$$G_s = -k_s \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{soil} \quad [11.102a]$$

dove T è la temperatura del suolo e k_s è la conducibilità termica relativa. Ponendo in quel punto una piastra di flusso avente conducibilità termica propria k_m , il flusso di calore che essa misurerà sarà pari a:

$$G_m = -k_m \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{piastra} \quad [11.102b]$$

Quindi il rapporto tra i due flussi risulterà pari a:

$$\frac{G_m}{G_s} = \varepsilon = \frac{\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{piastra}}{\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{soil}} \quad [11.102c]$$

dove $\varepsilon = k_m/k_s$. Philip (1961) ha mostrato che una relazione ragionevolmente accurata tra il flusso

di calore nella piastra e quello nel terreno tenendo conto delle caratteristiche geometriche e termiche della stessa è la seguente:

$$\frac{G_m}{G_s} = \frac{\varepsilon}{1 + (\varepsilon - 1) \cdot H} \quad [11.102d]$$

in cui il parametro H è una costante determinata solo dalla geometria della piastra. Per una geometria circolare (che è la più frequente in uso), se d è il diametro della piastra e s è il relativo spessore, H vale:

$$H = 1 - 1.92 \frac{s}{d} \quad [11.102e]$$

Valori tipici per poter applicare queste relazioni sono: $k_m = 0.8 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, $d = 80 \text{ mm}$ e $s = 5 \text{ mm}$. Se poi $k_s = 1.1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, è facile vedere che G_m/G_s risulta pari a 0.95.

11.7 MISURA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA

Da un certo punto di vista, i barometri (per lo meno quelli a risposta lenta, normalmente impiegati nelle stazioni meteorologiche) non sono strumenti per la misura delle proprietà della *turbolenza del PBL*. La loro utilità in una rete di monitoraggio non sta tanto nel calcolo della pressione assoluta in un punto, quanto nella possibilità, confrontando letture contemporanee provenienti da punti diversi del territorio, di apprezzare i gradienti di pressione al suolo. Questi, a loro volta, forniscono indicazioni interessanti sugli spostamenti delle masse d'aria a livello regionale, fenomeno non legato alla turbolenza del *PBL*, ma che permette una miglior comprensione della sua dinamica.

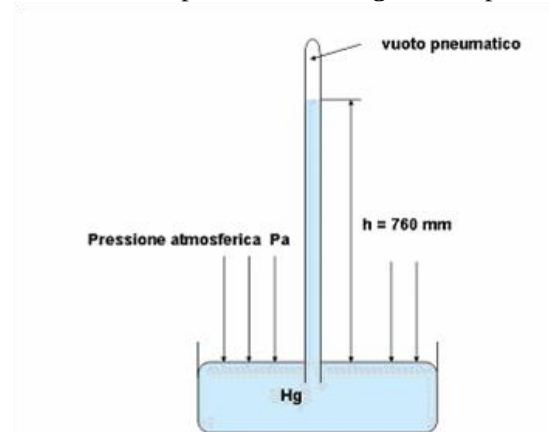


Fig. 11.110: visione schematica del barometro di Torricelli

L'obiettivo della barometria è quindi la misura della pressione statica esercitata dall'atmosfera, cioè della forza per unità di superficie che viene esercitata su una superficie in assenza di moto dell'aria. Lo strumento che misura la pressione atmosferica è il barometro. Il primo barometro (**Fig. 11.110**) fu costruito da Evangelista Torricelli nel 1643. Questo strumento era costituito da un tubo a fondo cieco lungo non meno di 80 centimetri, riempito di mercurio e rivoltato con il lato aperto verso il basso in una vaschetta contenente altro mercurio. La colonna di mercurio tende a scendere nella vaschetta lasciando il vuoto dietro di sé. Sulla parte inferiore della colonna agisce però la pressione atmosferica che tende a spingere verso l'alto la colonna. Quando la colonna ha raggiunto un'altezza tale che la pressione esercitata alla base controbilancia perfettamente la pressione atmosferica, allora la discesa si interrompe. Misurando l'altezza della colonna si può calcolare la pressione atmosferica. Per questi motivi la pressione è stata storicamente a lungo misurata in *millimetri di mercurio* (mm Hg) e molti barometri a mercurio ancora ne riportano la scala, anche se attualmente la misura corretta nel sistema internazionale è il Pascal. La pressione

atmosferica si misura quindi in *ectopascal* (hPa), multiplo del Pascal, corrispondente, quanto al valore, al *millibar* (mbar), unità di misura precedentemente accettata a livello internazionale ($1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa} = 1 \text{ mbar}$). Nel caso del mercurio liquido la densità ρ risulta pari a $13\,579 \text{ kg/m}^3$ e quindi la pressione del fluido (calcolata con la legge di Stevino) eguaglia quella atmosferica ad una profondità critica di 76 centimetri. Infatti, essendo g l'accelerazione di gravità si ha che:

$$p_{\text{atm}} = \rho gh \quad [11.103]$$

da cui effettivamente h è pari a 0.76 metri quando la pressione atmosferica è pari al valore standard di 1013 mbar. Questo tipo di barometro è molto preciso ed accurato, ma è difficilmente trasportabile, ingombrante, e potenzialmente pericoloso per le caratteristiche di tossicità e di inquinamento del mercurio. Nella **Fig. 11.111** viene presentato un barometro di questo tipo.



Fig. 11.111: antico esemplare di barometro a mercurio

L'atmosfera esercita una pressione sulla superficie terrestre pari al peso della colonna verticale di aria sovrastante una superficie unitaria posta alla quota di misura. Se l'aria non è in movimento, la *pressione statica*, uguale in ogni direzione, è data da:

$$p = \int_z^\infty g(z) \cdot \rho(z) dz \quad [11.104a]$$

dove z è la quota di misura, ρ è la densità dell'aria e g è l'accelerazione di gravità, entrambe dipendenti dalla quota.

Oltre alla pressione statica, c'è anche una *pressione dinamica* prodotta dal movimento delle masse d'aria. Quando il vento spira con velocità V verso ed attorno un barometro o alla struttura che lo contiene, la pressione dinamica produce un errore nella misura realizzata dallo strumento pari a:

$$\Delta p = \frac{1}{2} C \rho V^2 \quad [11.104b]$$

dove C è un coefficiente il cui valore è tipicamente dell'ordine dell'unità. Tale coefficiente può essere sia positivo che negativo e dipende dalla forma del barometro (o del suo alloggiamento) e dalla direzione del vento. I principi fisici impiegati comunemente per misurare la pressione atmosferica sono sia *principi diretti* che *principi indiretti*.

11.7.1 MISURA DIRETTA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA

I barometri il cui funzionamento si basa su principi fisici diretti sono sicuramente i barometri a mercurio di cui si è parlato poco sopra. Dato che questi sensori non possono essere impiegati nelle stazioni meteorologiche automatiche, non verranno qui trattati. Per un approfondimento su di essi si rimanda a Brock e Richardson (2001) e a WMO (2008).

I barometri più diffusi nelle stazioni meteorologiche automatiche (ed anche nelle applicazioni della vita comune) si basano sull'espansione e sulla contrazione di una camera elastica che separa un gas a temperatura campione dall'atmosfera esterna. L'entità della deformazione della camera elastica (che può essere facilmente trasformata in un segnale elettrico) dipende:

- dalla differenza tra la pressione del gas da essa racchiuso e la pressione media dell'atmosfera nel punto di misura (che poi è la variabile che interessa misurare);
- dalla temperatura (che, in assenza di contromisure, tende a produrre un aumento della pressione della camera elastica, inducendo sottostime sistematiche della pressione),
- dall'accelerazione di gravità nel punto di misura (che induce un effetto simile a quello della temperatura, deformando la camera elastica ed inducendo sottostime).

L'effetto della temperatura e dell'accelerazione di gravità può essere contrastato con opportune contromisure meccaniche (*compensazione della temperatura*). Nel caso dei barometri impiegati comunemente nelle reti di monitoraggio, la deformazione della camera elastica viene tradotta in un segnale elettrico di natura analogica. I trasduttori più comunemente utilizzati sono sensori di deformazione (*strain gages*) od equipaggi capacitivi. In entrambi i casi, sia il sensore primario che il trasduttore del segnale da meccanico ad elettrico sono caratterizzati da un certo livello di complessità e per poter essere di qualche utilità devono essere costruiti in modo molto accurato. Questo tipo di barometro ha una risposta complessa, i cui dettagli sono però poco importanti: di regola, le variazioni di pressione sono tanto lente da lasciare allo strumento tutto il tempo di adattarsi. Il problema più frequentemente osservato a proposito dei barometri è una certa tendenza a sviluppare forti isteresi. Va infine rilevato come i barometri abbiano necessità di un posizionamento accorto, per evitare la radiazione solare diretta e correnti d'aria parallele alla direzione in cui si trova la presa statica.

11.7.2 MISURA INDIRETTA DELLA PRESSIONE ATMOSFERICA

A volte, per misurare la pressione atmosferica si adottano principi di misura indiretti basati su proprietà fisiche che *dipendono* dalla pressione atmosferica. Se consideriamo la temperatura di ebollizione di un liquido, vediamo che essa dipende dal liquido stesso e dalla pressione atmosferica. Per esempio, la temperatura di ebollizione dell'acqua pura al livello del mare alla pressione standard di 1013 mbar è di 373.15 K e decresce col diminuire della pressione. Un barometro che sfrutta questa proprietà viene chiamato *ipsometro*. Schematicamente, questo strumento è costituito da un recipiente di fluido, riscaldato per mantenerlo in costante ebollizione, e di un termometro dedicato alla misura della temperatura di ebollizione. Ovviamente, se il fluido ha temperatura di ebollizione inferiore alla temperatura ambiente, non è richiesto alcun sistema riscaldante. La relazione tra la tensione di vapore p del fluido, la pressione atmosferica p_0 e la temperatura T è la legge di Clausius-Clapeyron:

$$\frac{d \ln(p/p_0)}{dT} = \frac{L}{RT^2} \quad [11.105a]$$

dove L è il calore latente di vaporizzazione. Questa equazione può essere integrata, giungendo all'equazione di calibrazione dell'ipsometro:

$$p = p_0 \exp \left[\frac{L}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad [11.105b]$$

dove T_0 è la temperatura di ebollizione quando $p = p_0$. Maggiori dettagli possono essere trovati nel lavoro di Richner e Ruppert (1996).

11.7.3 MICROBAROMETRI

Sono stati realizzati anche sensori per la misura delle fluttuazioni della pressione (*microbarometri*) con l'intento di misurare i vari termini presenti nel bilancio di energia cinetica turbolenta contenenti covarianze in cui compare la pressione. Per alcune informazioni su tali apparati si rimanda a Kaimal e Finnigan (1994), a Wilczak e Bedard (2004) e a Liberzon e Shemer (2010). Va comunque sottolineato il fatto che i sensori di questo genere vengono impiegati (anche se molto raramente) in apposite campagne sperimentali e sono quasi sempre prototipi di ricerca.

10.7.4 CALIBRAZIONE DEI BAROMETRI

Le complessità notevoli che si incontrano nella calibrazione dei barometri possono essere valutate analizzando quanto viene presentato in WMO (2008) e in Brock e Richardson (2001). Anche in questo caso, le difficoltà maggiori vengono incontrate nel calibrare i barometri di riferimento con cui tarare, poi, i barometri di lavoro. Nel caso dei barometri per la meteorologia impiegati nelle stazioni automatiche, si è sempre in presenza di una porta di ingresso in cui è possibile iniettare aria compressa a pressione prestabilita. Per fare questi campioni d'aria a pressioni note comprese fra 850÷1050 mbar (range tipico per la meteorologia) si utilizzano appositi cilindri a tenuta, ove all'interno può scorrere un pistone. Posizionando il pistone a circa metà corsa e mettendo, tramite un rubinetto, il cilindro in comunicazione con l'ambiente, si ottiene la stessa pressione atmosferica. Chiudendo il rubinetto e agendo sul pistone, si può comprimere o rarefare l'aria dentro il cilindro, ottenendo così valori di pressione diversi da quello ambiente. Collegando, tramite un tubicino inserito in un secondo rubinetto, il cilindro alla presa d'aria del barometro, questo verrà sollecitato dalla pressione del sistema di taratura, il cui valore è noto con sufficiente precisione perché misurato con uno strumento di riferimento collegato al cilindro.

11.7 MISURA DELLE PRECIPITAZIONI

Per la misura delle precipitazioni (cioè pioggia, neve e grandine), il sensore più utilizzato nelle stazioni meteorologiche automatiche è ancora il *pluviometro*. Nel tempo sono stati concepiti numerosi tipi di pluviometro e qui di seguito vengono forniti solo brevi accenni. Comunque, l'elemento essenziale di questo sensore è un cilindro metallico ad asse verticale, aperto superiormente e di sezione nota, che raccoglie le precipitazioni che giungono sopra di esso. Un esempio tipico è riportato in Fig. 11.112.

Una volta raccolte, le precipitazioni vengono convogliate per gravità nella parte bassa del cilindro. Nei pluviometri più diffusi, il fondo del cilindro a forma di imbuto convoglia l'acqua raccolta direttamente ad un sistema a *cucchiaio basculante*, schematizzato in Fig. 11.113 e visibile nella Fig. 11.114.

La *bascula* ha due posizioni di equilibrio stabile e passa da una posizione all'altra ogni volta che uno dei due cucchiaini si riempie. Quando arriva alla nuova posizione di equilibrio, un sistema magneto-elettrico (*relé di reed*) emette un impulso di tensione che il sistema di acquisizione deve essere in grado di registrare. Dato che il volume di ciascun cucchiaio è noto, ad ogni impulso corrisponde un volume noto di acqua raccolta dal pluviometro, pari al volume del cucchiaio stesso. Se in un intervallo di tempo specificato (es. un'ora) si registrano N impulsi e V è il

volume del cucchiaino, il volume totale di pioggia raccolta dal pluviometro nel periodo considerato sarà data dalla relazione:

$$V_{tot} = NV \quad [11.106a]$$



Fig. 11.112: tipico pluviometro

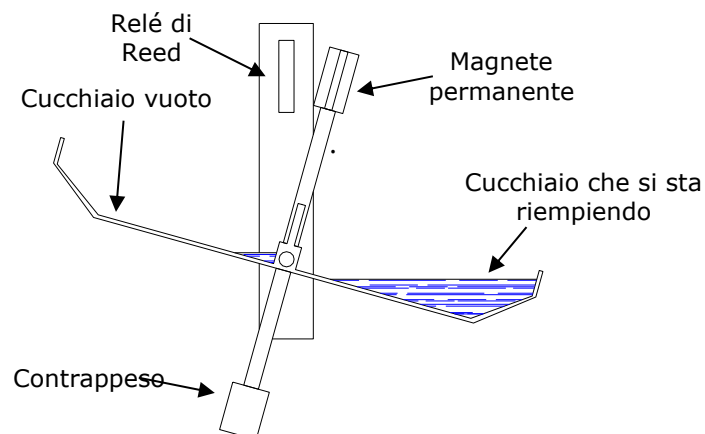


Fig. 11.113: Schema di funzionamento del sistema basculante di un pluviometro.

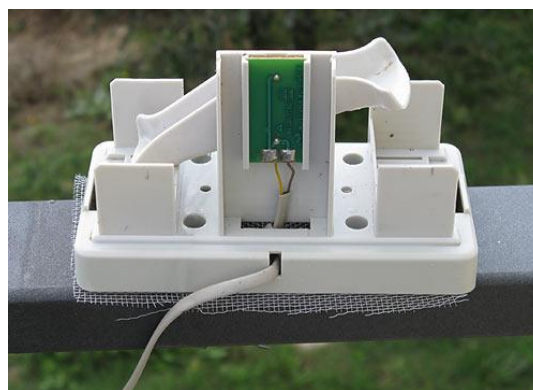


Fig. 11.114: sistema basculante di un pluviometro convenzionale

Dato che è noto il diametro D dell'imbocco del pluviometro, la precipitazione h espressa in mm di pioggia nel periodo di osservazione considerato (es. mm/h) risulterà pari a:

$$h = 4NV/(\pi D^2) \quad [11.106b]$$

Nel caso in cui debba essere misurata anche la neve o la grandine, può ancora essere impiegato questo tipo di pluviometro, purché lo si doti di un riscaldatore che si incarica di trasformare neve e grandine in acqua.

L'azione del vento può indurre errori notevoli nella misura della precipitazione meteorica. Per limitare ciò, frequentemente si usa un sistema simile a quanto riportato nella **Fig. 11.115** che, posto attorno al pluviometro, produce una zona attorno all'imbocco del pluviometro in cui l'aria presenta una velocità orizzontale molto limitata consentendo all'acqua meteorica di cadere nel contenitore cilindrico con una traiettoria quasi verticale.



Fig. 11.115: schermo protettivo antivento per il pluviometro

Esistono anche altri tipi di sensore per la misura della precipitazione. Essi sono di tipo elettronico ed hanno la capacità non solo di distinguere tra precipitazioni liquide e solide (neve), ma anche di fornire informazioni sulla densità e dimensione delle idrometeore. Alcune informazioni su tali tipi di sensore si possono trovare in De Felice (1998). Alcune di queste realizzazioni sono decisamente curiose. Un pluviometro di questa tipologia presenta una copertura metallica su cui vengono ad impattare le varie gocce di pioggia. Il loro impatto genera onde elastiche nella copertura che vengono trasferite ad un sensore piezoelettrico sottostante. Lo *stress* meccanico risultante nel materiale piezoelettrico causa una tensione che, alla fine, è proporzionale al volume di acqua che ha raggiunto la copertura del sensore. Un sensore di questo tipo può essere realizzato con dimensioni decisamente contenute e di più facile collocazione in campo. Ulteriori dettagli si possono trovare in Brock e Richardson (2001) e in WMO (2008).

11.8 MISURA DELL'UMIDITÀ DEL SUOLO

Quando all'interno del suolo è disponibile l'acqua, la crescita della vegetazione aumenta costantemente, mentre una limitazione della disponibilità d'acqua (*stress idrico*) limita di molto la crescita vegetale. Da qui l'importanza della presenza dell'acqua nel suolo sia sotto forma liquida che vapore e la ragione per fornire qui di seguito alcuni brevi cenni sulla sua misura, molto importante in Agrometeorologia e fondamentale per stabilire le caratteristiche termiche dei suoli. L'umidità del suolo può essere misurata sia come contenuto d'acqua (*soil water content*), cioè come la percentuale di acqua presente nel suolo, che come potenziale matriciale (*soil moisture tension*), che è la misura di quanto facilmente l'acqua presente nel suolo può essere catturata dalle radici delle piante. I metodi di misura dell'umidità del terreno possono essere suddivisi in due

categorie distinte: i metodi diretti ed i metodi indiretti. I primi richiedono il prelievo di terreno, da cui si estrae e si valuta il contenuto d'acqua, con conseguente distruzione del campione stesso. Questo approccio non consente quindi la ripetibilità della misura nello stesso punto. I metodi indiretti, invece, prevedono la determinazione di proprietà fisiche o chimico-fisiche del terreno influenzate dal suo contenuto idrico. Questi metodi, in generale, non comportano la distruzione dei campioni ed utilizzano sensori che possono essere anche inseriti in modo permanente nel suolo, permettendo un monitoraggio in continuo.

Igrometro

Questo sensore è costituito da un blocchetto di materiale igroscopico, come gesso o fibra di vetro, di cui si misura la resistenza elettrica (che varia al variare del suo contenuto di acqua) dopo che è stato interrato ed è andato in equilibrio idrico col terreno. I blocchetti possono essere impiantati a diversa profondità per effettuare un'analisi stratificata delle caratteristiche idriche del suolo, ma poiché la loro installazione provoca un'inevitabile alterazione della struttura del terreno, è necessario inserirli nel suolo con un largo anticipo rispetto al periodo di misura, per permettere al terreno di ripristinare le condizioni iniziali. Essi inoltre risentono delle variazioni termiche, rendendo necessaria una correzione in temperatura in base all'indicazione di un sensore termometrico inserito nel gessetto. Il materiale assorbente risente anche della salinità ed è facilmente deteriorabile in particolari condizioni operative. Tutti i sensori di questo tipo sono di facile impiego e di basso costo ma poco precisi e risentono molto delle caratteristiche fisico-chimiche del suolo in cui operano e quindi necessitano di una calibrazione.

Tensiometro

Il sensore è costituito da un'ampolla di materiale poroso riempita di acqua distillata, posta nel terreno alla profondità desiderata e collegata ad un manometro in superficie. La tecnica di misura si basa sulla misura della depressione che si verifica nell'ampolla per l'effetto dell'assorbimento dell'acqua da parte del terreno circostante la sonda. Lo strumento fornisce un'accurata misura del potenziale matriciale, anche se l'assorbimento di acqua da parte del terreno dipende ovviamente dal suo contenuto idrico. Per l'installazione del sensore bisogna eseguire un foro nel terreno con una trivella avente un diametro leggermente inferiore a quello del tensiometro, in modo da garantirne l'aderenza al terreno circostante. L'utilizzo di sensori di pressione elettronici ha inoltre permesso la realizzazione di sistemi automatici di monitoraggio funzionanti in continuo.

Sonda a neutroni

Il metodo si basa sull'interazione tra i neutroni ad elevata energia emessi da una sorgente radioattiva artificiale (per es. Americio 241) immessa nel terreno e gli atomi degli elementi costituenti il terreno stesso. Un neutrone veloce che colpisce il nucleo di un atomo cede a questo tanta più energia quanto più piccolo è il nucleo colpito e in questa collisione rallenta il proprio moto. I nuclei che hanno maggiore effetto rallentante sono quelli con dimensioni confrontabili con le dimensioni del neutrone e quindi gli atomi di idrogeno presenti nella molecola di acqua. I neutroni così rallentati (*termalizzati*) vengono rilevati da un sensore ove reagiscono emettendo particelle alfa rilevate, a loro volta, da un sistema di conteggio la cui indicazione è proporzionale all'umidità del mezzo in cui è immersa la sorgente radioattiva. La sonda è costituita da un elemento mobile, contenente la sorgente di neutroni veloci ed il contatore di particelle alfa. Essa viene posizionata alla profondità desiderata in un tubo di alluminio infisso stabilmente nel terreno; il sensore, collegato all'elettronica di controllo e condizionamento del segnale e all'indicatore digitale di conteggio, viene, in genere, appoggiato direttamente sulla porzione di tubo emergente dal terreno. L'indicazione fornita dallo strumento è un numero compreso tra 0 e 1000, corrispondente rispettivamente alle condizioni di terreno perfettamente anidro (assenza di atomi di idrogeno) e terreno saturo di acqua. Per calibrare la sonda in termini di umidità, essa necessita di una calibrazione per confronto (ad esempio col metodo gravimetrico) in riferimento al tipo di terreno nella quale dovrà essere impiegata. Questo metodo di misura non impiega una tecnica distruttiva e permette di

ottenere profili di umidità variando la posizione della sonda all'interno del tubo di alluminio; inoltre presenta una buona rapidità di esecuzione della misura (alcuni minuti) ed una buona accuratezza. Tuttavia lo strumento possiede una limitata risoluzione spaziale poiché integra l'informazione su una sfera di terreno circostante la sonda, di dimensione tanto maggiore quanto più secco è il terreno e richiede di essere calibrato per i vari tipi di suolo.

Riflettometria nel dominio del tempo (TDR)

Un sistema di misura TDR è costituito da un generatore e un ricevitore di impulsi, un'unità di controllo dei tempi che sincronizza le operazioni, ed un modulo di presentazione dei dati. La misura viene effettuata installando nel terreno dei conduttori metallici paralleli (sonde) di lunghezza nota ed inviando in essi un impulso di tensione caratterizzato da un rapido fronte d'onda. Il segnale si propaga lungo la linea con una velocità che dipende dalle caratteristiche dielettriche del mezzo circostante (nel nostro caso il terreno) e giunto al termine della linea si riflette e ritorna indietro verso il generatore di impulsi. Dalla misura del tempo di transito (andata e ritorno) dell'impulso lungo la linea si risale alla permittività che può essere messa in relazione al contenuto idrico del terreno.

Metodo impedenzometrico

L'impedenza d'ingresso di una linea elettrica bifilare interrata può essere resa dipendente dal solo contenuto idrico del terreno lavorando a frequenze di qualche decina di MHz. Operando tra 30 e 40 MHz non si hanno interferenze con altre sorgenti a radiofrequenza ed il comportamento della linea risulta puramente capacitivo. In tal caso, poiché è ben conosciuta l'espressione analitica della capacità di una linea bifilare di dimensioni note, dalla misura dell'impedenza della linea si può risalire alla permittività del terreno. Per un dato terreno, noti i legami empirici fra permittività dielettrica e contenuto idrico, dalla misura di impedenza si può risalire quindi al valore di umidità. Per la misura dei profili idrici possono essere utilizzate più linee bifilari, inserite orizzontalmente a diverse profondità nel suolo. L'inserimento richiede lo scavo di apposite trincee in cui inserire le linee ed il ripristino delle condizioni preesistenti in modo da minimizzare le alterazioni del suolo nella zona di misura.

11.9 CRITERI DI LOCALIZZAZIONE DEI SENSORI

Per una buona conoscenza strumentale dello stato della parte bassa dell'atmosfera, cioè delle variabili meteorologiche che la descrivono, non è sufficiente realizzare ed utilizzare stazioni meteorologiche dotate di sensori di buona qualità ed adeguati alle esigenze operative. È necessario anche che vengano rispettati criteri adeguati nella scelta del punto in cui installare una postazione di monitoraggio e che entro la stazione di misura stessa i vari sensori vengano disposti opportunamente. In Brock e Richardson (2001) e nei manuali US-EPA (1987) e (2000) e WMO (2008) vengono presentati con notevole dettaglio i criteri di localizzazione delle stazioni meteorologiche e qui di seguito riassumiamo i concetti fondamentali per la localizzazione delle stazioni meteorologiche sia in siti rurali che in siti urbani.

11.9.1 CRITERI DI LOCALIZZAZIONE PER UNA POSTAZIONE RURALE

Se consideriamo una stazione meteorologica in un sito rurale, che è la scelta più comune e più adatta all'osservazione dello stato dei bassi strati dell'atmosfera, le caratteristiche fisiche del sito, comprese le relative proprietà lito-pedologiche, devono essere in generale rappresentative di un'area la più vasta possibile. In sostanza, bisogna che le misure non si riferiscano ad un punto isolato e particolare del territorio, ma è necessario e opportuno che rappresentino ragionevolmente lo stato dell'atmosfera di uno spazio orizzontale abbastanza ampio.

Il sito dovrebbe essere il più lontano possibile da aree irrigate, laghi, aree fortemente urbanizzate e linee di comunicazione viaria ad elevato traffico in modo da evitarne gli effetti perturbanti a scala locale. La pendenza del suolo, se possibile anche in situazioni orografiche complesse, dovrebbe essere inferiore a 5° ed il suolo dovrebbe essere ricoperto di erba mantenuta ad altezza ridotta durante tutto l'anno.

È opportuno, inoltre, verificare la eventuale presenza di significativi disturbi elettromagnetici indotti da elettrodotti, antenne per telecomunicazioni, trasmettenti radio o TV civili o militari o installazioni RADAR a supporto delle attività aeroportuali, in modo da predisporre le opportune contromisure. Il sistema di alimentazione elettrica, di comunicazione e di acquisizione dati della stazione meteorologica *devono essere del tutto autonomi rispetto ad una eventuale postazione chimica presente* in una rete di monitoraggio della qualità dell'aria, in modo da evitare situazioni di fuori servizio indotte da problemi di manutenzione dei sensori chimici.

Dal punto di vista logistico, gran parte della strumentazione ed il contenitore del sistema di acquisizione ed elaborazione dati dovrebbero essere alloggiati su un palo meteorologico, a differenti altezze. Tale palo dovrà avere buone doti di rigidità per evitare che le sue oscillazioni e vibrazioni dovute all'azione del vento possano perturbare le misure dei vari sensori meteorologici ed in particolare dell'anemometro ultrasonico triassiale eventualmente presente. Dovrà essere possibile poi poter allineare e livellare i vari sensori meteorologici: a tale scopo sarebbe preferibile adottare un *traliccio* di tipo arrampicabile, prevedendo tutte le norme di sicurezza anti-infortunistica previste dalla normativa vigente. La soluzione *tutto sullo stesso palo* minimizza le esigenze di occupazione del suolo.

Nei punti che seguono verranno presi in considerazione i criteri di localizzazione adeguati per i vari sensori, nel caso di stazioni meteorologiche collocate in *siti semplici*, cioè siti in cui gli effetti distorcenti indotti dal terreno possono essere ritenuti insignificanti.

11.9.1.1 La misura della velocità e direzione del vento

Consideriamo innanzitutto la situazione di un territorio aperto, cioè di un'area in cui la distanza tra l'anemometro ed ogni possibile tipo di ostacolo sia almeno pari a dieci volte l'altezza dell'ostruzione di maggiori dimensioni. Questa condizione costituisce un criterio minimo, visto che la scia di un ostacolo può influenzare il campo di velocità dell'aria fino ad una distanza sottovento di 12 o 15 volte la propria altezza.

Nel caso di un territorio aperto, la collocazione standard di un generico anemometro (convenzionale o ultrasonico triassiale) è stabilita dal manuale WMO (2008), che prevede la collocazione dell'anemometro a 10 metri dal suolo sulla sommità di un palo o di un traliccio. Dato che questo standard è sostanzialmente rispettato da tutte le stazioni dei Servizi Meteorologici nazionali o regionali (soprattutto da tutte le *postazioni meteorologiche sinottiche*), c'è un'immediata confrontabilità tra le misure alle diverse stazioni. L'anemometro dovrà, inoltre, essere orientato nella direzione del Nord Geografico (come già indicato in precedenza) secondo le indicazioni del costruttore. L'errore di allineamento a Nord del sensore deve essere inferiore a 1° . Nel caso di anemometri triassiali, un ulteriore elemento da curare nell'installazione è costituito dalla verticalità del sensore che deve essere controllata con idonea strumentazione di livellamento a sensore già montato sulla cima del palo in posizione eretta. Se, poi, l'anemometro è collocato sulla sommità di un edificio (cosa, comunque da evitare il più possibile), la sua distanza verticale dalla sommità dell'edificio stesso dovrà essere pari ad almeno una volta la massima estensione orizzontale dell'edificio stesso.

Se l'anemometro non può essere collocato sopra la sommità del palo, è necessario che sia dotato di uno sbraccio che lo connetta a quest'ultimo. La lunghezza dello sbraccio dovrà essere non inferiore a due o tre volte la dimensione trasversale del palo (o torre) nel punto in cui è collocato lo sbraccio. Inoltre tale sbraccio dovrà essere realizzato in maniera da presentare un notevole grado di rigidità per evitare che si inducano vibrazioni nell'anemometro.

Considerando le cose in maniera più dettagliata, si possono fare le osservazioni seguenti. I siti di misura del vento devono essere collocati in punti del territorio il più possibile immuni da

effetti fluidodinamici di tipo locale (per esempio non dovrebbero essere collocati in canyon urbani, in gole montane, su terreno a forte pendio, sulla sommità di rilievi o a ridosso di ostacoli schermanti i rilievi orografici, a meno che si sia interessati proprio allo studio di tali situazioni). Nel determinare il numero e la dislocazione sul territorio dei singoli punti di misura del vento, è opportuno fare riferimento ai seguenti criteri:

- nelle situazioni a topografia pianeggiante, i punti dovranno essere disposti il più regolarmente possibile su una maglia abbastanza larga (ad esempio 50-100 km);
- nelle situazioni topograficamente complesse (orografia e grandi specchi di acqua come i laghi) la maglia dovrà essere convenientemente infittita;
- ogni valle di una certa rilevanza dovrà possedere almeno una postazione meteorologica in fondovalle, lontana dai punti di confluenza delle valli laterali. Nelle classiche situazioni di vallate ad Y sarà opportuno monitorare tutti e tre i rami per poter cogliere eventuali brezze di monte e di valle;
- nelle valli alpine di maggiore estensione è opportuno porre anche qualche punto di misura su versanti opposti in modo da poter cogliere le varie brezze che vi si instaurano (venti catabatici ed anabatici);
- nei siti costieri (lacustri), valgono le stesse considerazioni presentate per il caso di situazioni a topografia complessa con l'ulteriore indicazione di collocare sempre coppie di postazioni, una a ridosso della linea di costa e l'altra nell'entroterra ad una distanza di $2 \div 3$ km dalla prima, collocata lungo una linea perpendicolare alla costa, questo per consentire di individuare lo sviluppo di un eventuale *TIBL*.

La misura della velocità e della direzione del vento viene effettuata ad una quota che dovrebbe essere scelta in modo tale da prevenire l'interferenza di ostacoli. A titolo indicativo, la quota di 10 m, tipica raccomandazione *WMO*, può continuare ad essere usata, anche se in realtà non è vincolante quando si è interessati a misurazioni di tipo micrometeorologico finalizzate alla quantificazione del livello di turbolenza presente nel *PBL*. Restano comunque aperti almeno altri due problemi. Intanto la pratica della misura a 10 m potrebbe essere totalmente errata quando nell'area in cui essa viene eseguita ci siano *alberi d'alto fusto*. Infatti così facendo il punto di misura potrebbe trovarsi entro la *canopy* generata dalle piante e quindi potrebbe non essere rappresentativo. In questo caso una regola di prima approssimazione potrebbe essere quella di elevare il punto di misura ad una quota di $1.5 \div 2$ volte l'altezza media degli alberi.

Nella realtà è sempre molto difficile trovare una zona completamente priva di ostacoli. Ad esempio, possono essere presenti alberi (più o meno aggregati in boschetti), edifici isolati, piccole alture. In tal caso, volendo posizionare un punto di misura del vento ad una quota di 10 m, sarà necessario situarlo ad una distanza di almeno 10 - 20 volte l'altezza media degli ostacoli.

Come è stato sottolineato, la quota di misura standard di 10 metri prescritta dal *WMO* per le postazioni di tipo sinottico non è una regola da applicare sempre ed in maniera incondizionata nelle misure di tipo micrometeorologico. Infatti, se si stanno realizzando misure in una zona boscosa e l'obiettivo non è il monitoraggio della *canopy* vegetale, la quota di misura dovrà necessariamente essere superiore alla quota standard, e dovrà essere stabilita in funzione dell'altezza delle piante. Comunque, sarà sempre possibile ricondurre misure realizzate a quote diverse alla quota di 10 metri usando le opportune relazioni della Teoria della Similarità discusse al Capitolo 8.

11.9.1.2 La misura della temperatura e umidità dell'aria

I termoisgrometri, che misurano la temperatura e l'umidità dell'aria, non dovranno essere perturbati dalla radiazione solare. A tale scopo è opportuno collocarli negli appositi *shelter* metallici o plastici di protezione. Questi, al fine di evitare l'aumento del tempo di risposta del sensore,

dovrebbero essere del tipo a circolazione forzata con velocità circolante pari a $2.5-10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Sono in ogni caso da evitare le cassette in legno, tipiche delle installazioni meteorologiche convenzionali, che tendono ad aumentare il tempo di risposta dei sensori in modo inaccettabile.

È consigliabile, inoltre, collocare il termoigrometro ad un'altezza rispetto al suolo di 2 metri e dovrebbe avere attorno a sé un'area di circa 9 metri di raggio coperta di erba bassa o comunque di superficie naturale. La distanza tra il punto di misura e gli ostacoli vicini dovrà essere superiore a quattro volte l'altezza degli ostacoli stessi. Anche in questo caso, spesso si è costretti a collocare il termoigrometro ad una quota diversa da quella standard di 2 metri. Le relazioni della Teoria della Similitudine, consentono, comunque, di stimare il valore medio di temperatura e di umidità dell'aria a qualsiasi quota si voglia, purché all'interno del *Surface Layer*.

I criteri per localizzare i punti di misura in un'area più o meno aperta, ma comunque di tipo sostanzialmente rurale sono gli stessi indicati nel caso delle misure di tipo anemologico.

11.9.1.3 La misura della pressione

Per quanto riguarda i barometri, che misurano la pressione atmosferica, essi devono essere collocati in modo da essere immuni da sbalzi di temperatura e da vibrazioni e comunque lontano da apparati di riscaldamento o condizionamento. Inoltre non devono essere esposti a correnti d'aria o alla radiazione solare diretta. È pratica comune e corretta alloggiare i barometri entro il contenitore in cui risiedono gli apparati elettronici di acquisizione e di trasmissione dati.

La disposizione dei barometri in un territorio aperto sarà tale che la distanza tra i diversi punti di misura sia sufficientemente grande da consentire di stimare, senza un errore significativo, i gradienti orizzontali di pressione, legati al vento geostrofico, necessari per definire il campo di pressione al suolo utile ai modelli tridimensionali del *PBL* che si intende adottare. Valgono in proposito i criteri che seguono:

- i punti di misura della pressione devono essere un piccolo sottoinsieme dei punti di misura anemologici relativi alle situazioni pianeggianti,
- il numero di punti di misura della pressione in situazioni complesse (in particolare nelle zone montane) dovrebbe essere molto limitato.

11.9.1.4 La misura delle precipitazioni

Il pluviometro, che misura le precipitazioni meteoriche, è l'unico strumento che normalmente non viene alloggiato sul palo. Infatti nella sua localizzazione si deve tenere conto della necessità di evitare influenze da parte del territorio circostante (ad esempio, presenza di costruzioni, di tettoie, di alberi,... ecc.). Vanno infine preferite localizzazioni riparate dal vento.

La distanza del pluviometro da strutture ed ostacoli non deve essere inferiore a 4 volte l'altezza degli stessi. L'imboccatura calibrata del pluviometro deve essere perfettamente orizzontale e ad una quota rispetto al suolo non molto elevata (circa 1 metro), ma sufficiente ad evitare che le gocce di pioggia rimbalzino dal suolo nel pluviometro.

La conoscenza della distribuzione spaziale dell'intensità delle precipitazioni ha un'importanza determinante alla luce del dilavamento molto intenso che le precipitazioni operano sull'aria del *PBL*, inducendo la deposizione umida. Questo parametro è inoltre molto importante anche per l'agrometeorologia e per le applicazioni nel campo dell'idrologia e della protezione civile. La ricostruzione dei campi di pioggia tradizionalmente la si ottiene interpolando le misure effettuate in vari punti di misura distribuiti sul territorio. Dato che il fenomeno della pioggia è altamente direzionale, la ricostruzione dei campi di pioggia non è immediata e richiede tecniche analitiche particolari.

I punti di misura pluviometrici possono non coincidere con quelli anemologici, anche se questi ultimi possono essere sfruttati ovunque la cosa sia conveniente.

11.9.1.5 La misura delle radiazioni

Per collocare i radiometri, soprattutto i piranometri ed i radiometri netti, è importante evitare che essi si trovino in zone d'ombra, indotte da ostacoli presenti nella porzione di orizzonte E-NE ed W-NW passando da Sud. Vanno inoltre allontanati il più possibile da sorgenti luminose artificiali e da oggetti riflettenti, che potrebbero falsarne le misure. Non è particolarmente importante per la misura della radiazione globale porsi ad una quota standard, mentre per la radiazione netta sarebbe consigliabile una quota di misura di circa 1 metro dal suolo. L'importanza della misura di radiazione solare globale e della radiazione netta sta nel fatto che:

- è possibile determinare la Categoria di Stabilità Atmosferica,
- è di aiuto nell'interpolazione dei dati di turbolenza al suolo, misurati dall'anemometro ultrasonico,
- permette, assieme ad un anemometro convenzionale e ad un termometro, la stima di prima approssimazione dei parametri che definiscono la turbolenza del *PBL* anche in assenza di anemometro ultrasonico,
- aiuta l'interpretazione dei processi di reattività fotochimica.

Alla luce di ciò, tali sensori dovrebbero essere localizzati in ogni sito di misura anemologica.

11.9.1.6 La misura della turbolenza del Surface Layer

Il campo di turbolenza è uno degli elementi principali, se non il più importante, per determinare l'entità e la distribuzione spazio-temporale dell'inquinamento atmosferico e della evapotraspirazione. In pratica il concetto di campo di turbolenza è costituito dall'insieme del campo delle deviazioni standard delle tre componenti del vento e della temperatura, delle covarianze tra le componenti del vento e le covarianze tra le componenti del vento e la temperatura.

I punti di misura dedicati alla misura della turbolenza dovranno essere coincidenti con i punti di misura anemologici se, come si spera, nel futuro gli anemometri ultrasonici triassiali sostituiranno definitivamente quelli normali. Risulta quindi evidente che la misura (diretta o indiretta, a seconda della presenza o meno in sito dell'anemometro ultrasonico) dei parametri di turbolenza dovrà essere realizzata in ogni postazione in cui si misuri il vento.

11.9.2 CRITERI DI LOCALIZZAZIONE PER UNA POSTAZIONE URBANA

C'è un sempre maggiore interesse nella realizzazione di misure meteorologiche e micrometeorologiche all'interno delle città (soprattutto nelle grandi metropoli densamente abitate), interesse derivante dal desiderio di rendere sempre più vivibili le aree urbane (specialmente diminuendo i rischi sanitari dovuti all'inquinamento atmosferico ed alle onde di calore), razionalizzandone i consumi energetici ed individuando soluzioni urbanistiche tali da rendere meno violenta l'interazione tra il microclima urbano e la salute dei cittadini. A fronte di queste reali esigenze, le regole di localizzazione della strumentazione meteorologica definite per le zone rurali risultano totalmente inapplicabili in un contesto urbano, che per definizione è totalmente disomogeneo e costituito da un insieme di ostacoli (strutture edilizie, canyon urbani, ecc.). Anche se ad oggi non sono stati formulati precisi criteri in merito, va comunque segnalato quanto riportato in merito nel manuale WMO (2008). Delle caratteristiche meteorologiche e micrometeorologiche delle aree urbane già si è detto al Capitolo 9 dove si è mostrato come in un'area urbana siano ben individuabili tre scale spaziali distinte:

- la **mesoscala**. Per poter apprezzare come un'area urbana perturbi le caratteristiche dell'atmosfera è necessario porsi ad una quota (*blending height*) al di sopra dell'involuppo che racchiude tutte le strutture edilizie presenti (*canopy urbana*) e misurare le proprietà

dell'aria che scorre sopra la città (i campi medi del vento, della temperatura, dell'umidità e la distribuzione spaziale della varianza delle tre componenti del moto). È intuitivo pensare che in questo strato di atmosfera tutte le *informazioni* relative all'interazione tra le strutture urbanistiche e lo scorrere delle masse d'aria vengano sostanzialmente miscelate tra loro, col risultato netto di evidenziare una perturbazione urbana che si esplicita in variazioni regolari (nello spazio e nel tempo) dei vari campi meteorologici e micrometeorologici. Per poter realizzare queste misure, che evidenziano le perturbazioni a mesoscala indotte dalla presenza di un'estesa area urbana, si possono utilizzare postazioni meteorologiche poste sulla sommità di edifici, avendo cura però di:

- scegliere gli edifici sopra cui vengono collocate le postazioni di misura in modo che la loro sommità stia ad una quota superiore a quella della maggior parte degli edifici adiacenti e comunque tale da non avere edifici più alti lungo la direzione dei venti prevalenti,
- l'edificio stesso determina una scia. Al fine di minimizzare la distorsione del flusso causata da questo effetto, la quota di misura (rispetto alla sommità dell'edificio stesso) dovrebbe essere superiore di 1.5 - 2 volte il valore limite determinato dalla relazione:

$$H_c = 0.22\zeta^{2/3}\xi^{1/3} \quad [11.107]$$

dove $\zeta = \min(h, w)$ e $\xi = \max(h, w)$ con h e w uguali rispettivamente all'altezza dell'edificio ed alla sua dimensione trasversale vista dal vento. Sia h che w devono essere espressi in metri.

- la **scala locale**. Procedendo nell'operazione di evidenziazione delle strutture edilizie e varie urbanistiche, emergono a questo livello spaziale le diverse strade (variamente orientate), i diversi edifici con geometrie diverse e costruite con materiali diversi. L'unica cosa che emerge a questo livello di dettaglio è l'individuazione di zone *simili* all'interno della struttura urbana che ben difficilmente possono essere caratterizzate meteorologicamente.
- la **microscala**. Qui la scala spaziale è compresa nell'intervallo 1÷100 metri e lo studio meteorologico e micrometeorologico risulta ostacolato non solo dalla necessità di non interferire con la normale vita della città, ma anche dal fatto che la dimensione fisica dei sensori può essere dello stesso ordine di grandezza delle variazioni attese per i vari campi meteorologici.

Come è evidente non è facilmente pensabile realizzare misure continuative e rappresentative della scala locale e della microscala, se non in casi particolari, per periodi limitati e per studiare zone di piccola dimensione. Tutto ciò è ancora una sfida tecnologica che, però, dovrà essere affrontata e vinta rapidamente dato che la vivibilità delle aree urbane è sempre più precaria a causa dei gravissimi problemi di inquinamento atmosferico che le caratterizzano (normalmente causate dall'intenso traffico autoveicolare presente) e dei gravi problemi sanitari derivanti da condizioni microclimatiche (soprattutto termiche come le onde di calore).

11.10 SONDAGGI IN QUOTA

Fin qui sono stati considerati solo sistemi di monitoraggio meteorologico e micrometeorologico localizzati nei pressi del suolo e dedicati alla misura locale delle principali grandezze fisiche che caratterizzano lo stato e la dinamica del *PBL*. In questo paragrafo presenteremo sinteticamente alcune tecniche tradizionali, note collettivamente come *sondaggi in quota*, capaci di rilevare il profilo verticale di alcune delle grandezze meteorologiche di interesse. Sono tecniche di varia complessità e costo, tutte accomunate dalla presenza di un *pallone sonda* (di varia forma e

dimensione) che normalmente trascina nel moto ascensionale degli strumenti meteorologici ed un sistema di acquisizione e trasmissione dati ridotto all'essenziale.

I palloni usati in meteorologia sono essenzialmente di due tipi: palloni *estensibili* e palloni *inestensibili*. I primi sono realizzati con materiali elastici e quindi possono espandersi durante la salita verso le quote elevate. Il loro volume cresce in continuazione con la quota e, raggiunta una quota massima, esplodono e a quel punto ha termine il sondaggio. Il secondo tipo di palloni è realizzato con materiali rigidi che non consentono un loro aumento di volume. Essi, quindi, potranno salire fino a raggiungere una quota in corrispondenza della quale si giunge ad un equilibrio tra il peso complessivo del pallone (comprensivo della strumentazione eventualmente trasportata) e la forza di galleggiamento. Anche se palloni di questo tipo sono preziosi in alcune particolari indagini meteorologiche (soprattutto nella parte alta dell'atmosfera), sicuramente i palloni estensibili sono i più utilizzati nella normale pratica meteorologica e per questo ci limitiamo a trattare solo questa tipologia di palloni in cui sono compresi palloni di dimensioni molto diverse come si può notare nella **Tab. 11.10**. Il gas con cui vengono gonfiati i palloni può essere o elio, gas inerte non esplosivo ma di costo elevato, o più frequentemente idrogeno, decisamente meno costoso ma che ha però la caratteristica negativa di essere altamente esplosivo. Si ricordi che in condizioni standard ($T = 273.15 \text{ K}$ e $P = 1013.25 \text{ mbar}$) la densità dei due gas è pari a $\rho_{0\text{He}} = 0.1785 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ e $\rho_{0\text{H}} = 0.0901 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, mentre la densità dell'aria è $\rho_{0\text{He}} = 1.293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Peso (g)	Volume (m ³)	Quota di esplosione (km)	Diametro all'esplosione (m)
10	0.05	7.0	0.6
30	0.14	12.5	1.02
100	0.21	15.0	1.33
300	1.90	21.0	11.90
1000	11.50	30.5	7.70
3000	5.30	39.0	13.5

Tab. 11.10: caratteristiche di alcuni palloni sonda estensibili usati in meteorologia (Brock e Richardson, 2001)

È importante determinare le condizioni ascensionali di un pallone estensibile rilasciato al livello del suolo (Brock e Richardson, 2001). Ipotizziamo di considerare un pallone ad una certa quota z . A questa quota la densità dell'aria è pari a ρ (inferiore a ρ_0) e la densità del gas di riempimento del pallone estensibile ρ_B ed il diametro D (m) del pallone saranno legati a ρ ed al loro valore in condizioni standard ρ_{B0} e D_0 dalle relazioni seguenti:

$$\rho_B = \rho_{B0} \cdot \frac{\rho}{\rho_0} \quad D = D_0 \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3} \quad [11.108a]$$

Alla quota z la forza totale che rappresenta la spinta ascensionale applicata al pallone è pari a:

$$F_T = \frac{\pi}{6} D^3 (\rho - \rho_B) \cdot g \quad [11.108b]$$

che dovrà compensare il peso proprio del pallone e della strumentazione eventualmente trasportata (indicata col termine di *payload*). Quindi, se m_B e m_e sono rispettivamente la massa propria del pallone e quella della strumentazione trasportata, la spinta ascensionale posseduta dal pallone risulterà pari a:

$$F_L = \frac{\pi}{6} D^3 (\rho - \rho_B) g - (m_B - m_e) g \quad [11.108c]$$

D'altro canto, nel suo movimento ascendente, il pallone sperimenta una resistenza aerodinamica che può essere espressa dalla relazione:

$$F_D = \frac{1}{2} C_d \rho A w_B^2 \quad [11.108d]$$

dove $A = \pi D^2/4$ è l'area della sezione del pallone, w_B è la velocità ascensionale del pallone e C_D è il *coefficiente di drag* che varia con il Numero di Reynolds $Re = w_B \rho D / \mu$ (μ è la viscosità dinamica dell'aria) calcolato sulla base della velocità ascensionale del pallone. L'ascesa del pallone è stazionaria, cioè la sua velocità ascensionale si stabilizza ad un valore costante, quando la spinta ascensionale posseduta dal pallone eguaglia la resistenza aerodinamica e ciò avviene quando:

$$w_D = \sqrt{\frac{\pi D^3 (\rho - \rho_B) \cdot g / 6 - (m_B + m_e) \cdot g}{\pi \rho C_d D^2 / 8}} \quad [11.108d]$$

Per rendere operativa questa relazione bisogna conoscere il valore del Coefficiente di Drag C_D . A tal proposito sono state sviluppate analisi teoriche prendendo a riferimento palloni di forma sferica, ma i risultati sperimentali differiscono dalle deduzioni teoriche che non tengono conto della progressiva deformazione del pallone nella sua ascesa. Gallice e al. (2011) hanno affrontato sperimentalmente il problema e la sintesi del loro lavoro è costituita dalla relazione semiempirica:

$$C_D = 4.808 \cdot 10^{-2} (\ln Re)^2 - 1.406 \cdot \ln Re + 10.490 \quad [11.108e]$$

Nella pratica comune si attribuisce normalmente il valore di 0.4 per C_D .

L'impiego operativo delle relazioni precedenti per determinare la velocità ascensionale (approssimata) del pallone ad una generica quota z , ipotizzando per il coefficiente di drag C_D il valore costante 0.4 (per semplicità), comporta i passi seguenti:

1. sia z (km) la quota d'interesse dove si vuole conoscere la velocità ascensionale del pallone. Ipotizzando un'Atmosfera Standard, il profilo verticale di temperatura T (K) può essere stimata dalle relazioni (Stull, 2000):

$$T = \begin{cases} 288 - 6.5z & \text{se } z < 11 \text{ km} \\ 216.5 & \text{se } 11 < z < 20 \\ 216.5 + (z - 20) & \text{se } 20 < z < 32 \end{cases} \quad [11.109a]$$

2. sempre ipotizzando un'Atmosfera Standard, la variazione con la quota della pressione atmosferica (mb) è data dalle relazioni (Stull 2000):

$$p = \begin{cases} 1013.25 \cdot \left(\frac{288.15}{T}\right)^{-5.255877} & \text{se } z < 11 \text{ km} \\ 226.32 \cdot \exp[-0.1568 \cdot (z-11)] & \text{se } 11 < z < 20 \\ 54.749 \cdot \left(\frac{216.65}{T}\right)^{-4.16319} & \text{se } 20 < z < 32 \end{cases} \quad [11.109b]$$

3. nota T e p , la densità dell'aria ρ e quella del gas ρ_B che riempie sono date da:

$$\begin{aligned} \rho &= 0.3484 p / T \\ \rho_B &= \rho_{B0} \cdot \rho / \rho_0 \end{aligned} \quad [11.109c]$$

4. l'incremento con la quota del diametro del pallone può essere calcolato con la relazione seguente, in cui D_0 è il diametro del pallone in condizioni standard:

$$D = D_0 \cdot \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3} \quad [11.109d]$$

5. se, per semplicità, si usa $C_D = 0.4$, la velocità ascensionale del pallone ora può essere facilmente ottenuta dalla (11.108d).

Questa procedura è semplificata, ma fornisce comunque valori di velocità ascensionale del tutto

realistici, in generale compresi tra 5 e 6 m·s⁻¹, velocità che resta sostanzialmente invariata durante tutta la fase ascensionale. Ovviamente è anche possibile realizzare una procedura di calcolo che tenga conto anche della definizione di numero di Reynolds Re e della relazione (11.108e) che fornisce una buona stima di C_D al variare di Re . Una trattazione più corretta ed approfondita del problema la si trova nel lavoro di Gallice et al. (2011).

11.10.1 I PALLONI PILOT.

Questa tecnica è una delle più antiche e consiste nel lanciare in aria palloni estensibili privi di *payload*, seguendone l'ascesa in atmosfera in maniera manuale (usando per esempio un *teodolite*). Ciò permette di determinare in modo approssimato il valore in quota della velocità e della direzione del vento sfruttando il fatto che i palloni, soprattutto quelli di minori dimensioni, sono caratterizzati da una grande superficie e da una piccola massa, cosa che consente loro di seguire fedelmente il moto medio delle masse d'aria.

Per renderci conto di ciò (Brock e Richardson, 2001), calcoliamo la forza esercitata dal vento sul pallone. Se il pallone ha diametro D (quindi area $A = \pi D^2/4$) e se V e V_B sono rispettivamente la velocità dell'aria e del pallone e ρ la densità dell'aria, la forza esercitata dal vento sul pallone risulta pari a:

$$F = C_D \rho A (V - V_B)^2 \quad [11.110a]$$

che è anche data anche da:

$$F = m_B \frac{dV_B}{dt} \quad [11.110b]$$

Quindi, se ipotizziamo che la velocità dell'aria e quella del pallone siano poco differenti si giunge facilmente alla relazione che descrive la dinamica del pallone:

$$\tau \frac{dV_B}{dt} + V_B = V \quad [11.110c]$$

dove la costante di tempo τ :

$$\tau = \frac{m_b}{C_D \rho A V} \quad [11.110d]$$

è direttamente proporzionale alla massa del pallone ed inversamente proporzionale alla velocità del vento. Come si vede, la dinamica di un pallone è descritta da una relazione differenziale del primo ordine e l'esercizio seguente mostra come l'affermazione secondo la quale il pallone segue fedelmente il moto delle masse d'aria sia decisamente realistica.

Esercizio 11.3

Calcolare la costante di tempo di un pallone di 100g al livello del mare.

Dalla Tab. 11.10 abbiamo che il volume del pallone considerato è pari 0.21 m³, quindi l'area della sezione $A = 0.427$ m². Se $C_D = 0.4$, la densità dell'aria è $\rho = 1.293$ kg m⁻³ e la velocità del vento è $V = 10$ m s⁻¹, si ha che:

$$\tau = \frac{0.100}{0.4 \cdot 1.293 \cdot 0.427 \cdot 10} = 0.045s$$

quindi la costante di tempo è molto piccola. Se la velocità del vento fosse decisamente inferiore e pari a 1 m s⁻¹, τ sarebbe pari a 0.45s, cioè ancora molto piccola.

In pratica (**Fig. 11.116**) si libera in volo un *pallone* (normalmente di colore rosso perché resti facilmente visibile) privo di qualsiasi strumentazione, che sale con una velocità ascensionale costante e nota, calcolabile con le relazioni presentate in precedenza. Il pallone, nella sua ascesa, si muoverà in sincronia con la velocità del vento descrivendo una traiettoria ascendente nello spazio.



Fig. 11.116: lancio di un pallone pilot (Sozzi - Mexico City).



Fig. 11.117: inseguimento di un pallone pilot con un teodolite (Sozzi - Mexico City).

Da terra si segue il volo del pallone (detto *pilot*) con un normale teodolite (**Fig. 11.117**) e, a tempi fissati, si registra la posizione del pallone nel cielo. L'inseguimento continua finché il

pallone resta visibile ed è quindi possibile determinarne la posizione. Questa tecnica, quasi completamente manuale, richiede molta esperienza nel determinare con sufficiente precisione la posizione del pallone, soprattutto nella fase iniziale del volo. Tuttavia è estremamente preziosa perché consente di determinare in modo semplice ed economico il profilo verticale del vento (velocità e direzione) fino a quote molto elevate se il lancio ha luogo in condizioni di cielo sereno e di buona visibilità.

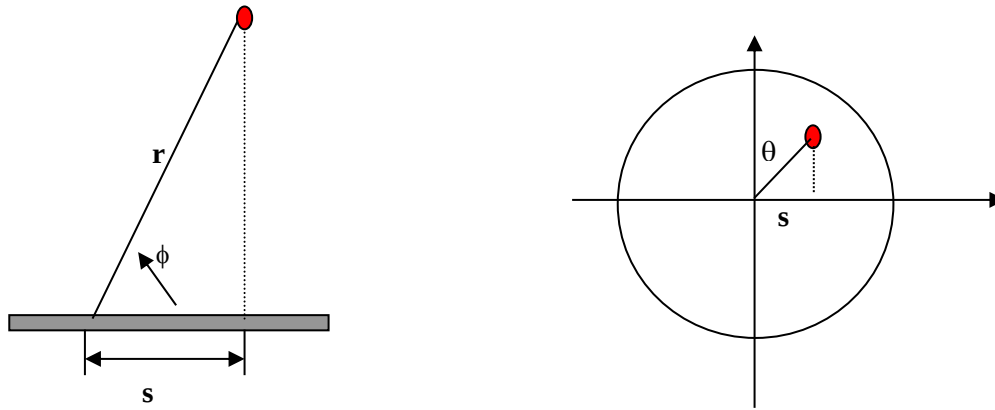


Fig. 11.118: coordinate rilevate dal teodolite

Per decodificare i dati raccolti col teodolite ad istanti prefissati ed equidistanti (normalmente si realizza un'osservazione ogni minuto), si può operare nel modo seguente:

- si supponga di liberare il pallone nel punto di coordinate $(x_0, y_0, z_0 = 0)$ al tempo $t = 0$ e si ipotizzi di conoscere la velocità ascensionale del pallone. Ciò può essere fatto impiegando la (11.108d).
- al generico tempo t_i la rilevazione fatta col teodolite può essere schematicamente rappresentata nella **Fig. 11.118**. Nella figura di sinistra si mostra come il teodolite consenta di stimare l'angolo ϕ che si ha tra l'orizzontale e la retta congiungente l'osservatore col pallone pilot. Ovviamente sia le distanze r che s risultano incognite, ma è certo che valgono le relazioni trigonometriche seguenti:

$$\begin{aligned} s &= r \cdot \cos \Phi \\ z &= r \cdot \sin \Phi \end{aligned} \quad [11.111a]$$

Inoltre, dal teodolite si ottiene l'angolo θ tra l'asse y (che nel sistema meteorologico è posto nella direzione N-S positivo verso N) e la proiezione sull'orizzontale della posizione del pallone. In questo caso valgono anche le relazioni trigonometriche seguenti:

$$\begin{aligned} x &= s \cdot \sin \theta \\ y &= s \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad [11.111b]$$

- se la velocità ascensionale è pari a w_a , al tempo t_i il pallone si troverà alla quota z , data dalla relazione:

$$z = z^n = z^{n-1} + w_a(t^n - t^{n-1}) \quad [11.111c]$$

- dalle relazioni precedenti si giunge facilmente alla stima delle coordinate geografiche orizzontali occupate dal pallone pilot e date da:

$$\begin{aligned} x &= z \cdot \cot \Phi \sin \theta \\ y &= z \cdot \cot \Phi \cos \theta \end{aligned} \quad [11.111d]$$

- a questo punto, dall'osservazione fatta a due istanti successivi t^{n-1} e t^n si ottengono facilmente le componenti cartesiane della velocità del pallone coincidenti in pratica con quelle della velocità del vento per quanto detto all'*Esercizio 11.3*. Esse saranno pari a:

$$u^n = \frac{x^n - x^{n-1}}{t^n - t^{n-1}} \quad v^n = \frac{y^n - y^{n-1}}{t^n - t^{n-1}} \quad [11.111e]$$

e comporteranno che, nelle convenzioni aeronautiche, la velocità e la direzione di provenienza del vento alla quota z^n siano dati rispettivamente da:

$$vel = \frac{\sqrt{(x^n - x^{n-1})^2 + (y^n - y^{n-1})^2}}{t^n - t^{n-1}} \quad [11.111f]$$

$$dir = 90^\circ - \frac{360^\circ}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{v^n}{u^n} \right) + \alpha \quad [11.111g]$$

dove

$$\alpha = \begin{cases} 0^\circ & \text{se } u^n < 0 \\ 180^\circ & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [11.111h]$$

Dato che la tecnica è quasi completamente manuale e la posizione del pallone è determinata a vista, gli errori che si possono commettere dipendono dall'abilità dell'operatore. Comunque, vale la pena sottolineare che tale tecnica dovrebbe essere impiegata quando gli altri tipi di sondaggio non sono impiegabili, o per ragioni tecniche o per ragioni economiche.

11.10.2 LE RADIOSONDE.

Questa tecnica usa palloni molto simili ai palloni *pilot*, anche se di dimensione maggiore, che vengono lanciati al livello del suolo (**Fig. 11.119**, a sinistra). La caratteristica principale di una radiosonda è quella di consentire l'aggancio al pallone estensibile di una *sonda non recuperabile* (**Fig. 11.119**, a destra), un *payload* quindi, in cui sono integrati dei sensori per la misura della temperatura a bulbo secco (T_d), a bulbo umido (T_w) e per la misura della pressione, oltre ad un sistema radiotrasmittente ridotto all'essenziale per trasmettere a terra i dati rilevati dagli strumenti a tempi fissi. Se si desidera, si può registrare la posizione del pallone durante il volo o attraverso un normale teodolite o più recentemente mediante un sistema *RADAR*.



Fig. 11.119: radiosonda poco prima del lancio in atmosfera (a sinistra); a destra il payload tipico di una radiosonda. Le dimensioni del sistema in figura sono 22cm x 8 cm x 7.5 cm.

Prima del lancio, si rilevano tutte le variabili misurate dai sensori a bordo per averne i valori al suolo. Successivamente, il sistema di radiotrasmissione invia a terra i valori di tutte le variabili ai vari istanti t_i . Per associare il valore della temperatura e dell'umidità (anche della velocità e direzione del vento se si rileva la posizione spaziale della sonda) è necessario conoscere

l'altezza raggiunta dalla sonda stessa, informazione che si ottiene o direttamente con i moderni sistemi di inseguimento RADAR o impiegando la relazione seguente (già vista al Cap.1):

$$z_i = z_{i-1} + 14.636 \cdot [T_v^i + T_v^{i-1}] \cdot \ln\left(\frac{p_{i-1}}{p_i}\right) \quad [11.112]$$

dove compaiono i valori di pressione, temperatura a bulbo secco e a bulbo umido a due istanti successivi t_{i-1} e t_i . Questa è la tecnica standard per la determinazione del profilo di temperatura e di umidità dell'aria e spesso con essa si determina pure il profilo in quota della velocità e direzione del vento.

Analizzando i profili di temperatura e di umidità, è possibile individuare l'estensione verticale del *PBL*. Il problema insito in questa tecnica è il costo, dato che le sonde, anche se costruite in maniera estremamente economica, non sono recuperabili e ciò comporta costi di gestione comunque elevati. Oltre a ciò, va rilevato che tale tecnica può ostacolare il normale traffico aereo. Infine va sottolineato che le variabili rilevate durante la salita della sonda sono di fatto delle *variabili istantanee* e quindi il loro profilo verticale sarà inevitabilmente abbastanza irregolare; pertanto, i profili rilevati dovranno essere opportunamente *filtrati numericamente* prima dell'uso.

11.10.3 IL PALLONE FRENATO

Il *pallone frenato* (*tethered sonde*), è un piccolo aerostato facilmente trasportabile e gonfiabile poco prima dell'uso, ancorato al suolo con un robusto cavo, che può essere sollevato gradualmente e a volontà e che trasporta a bordo sensori meteorologici quasi convenzionali che misurano la temperatura e l'umidità dell'aria, la pressione atmosferica e la velocità e direzione del vento. La trasmissione dei dati acquisiti dai differenti sensori meteorologici si realizza con cavi che raggiungono il suolo, ancorati al cavo principale che tiene il pallone in posizione e che consente al pallone di alzarsi ed abbassarsi a volontà. Nella **Fig. 11.120** viene presentato un esempio di pallone frenato e, come si vede, la dimensione che lo caratterizza è notevole.



Fig. 11.120: esempio di pallone frenato

Come esempio, nella **Fig. 11.121** è mostrato un pallone frenato in cui è immediatamente visibile il sistema di misura della direzione e velocità del vento (evidenziato meglio nella **Fig. 11.122**) e la restante parte della strumentazione meteorologica e di raccolta ed elaborazione dati. In questo caso, il pallone realizza misure di fatto ad un solo livello ed un eventuale profilo può essere realizzato solo alzando ed abbassando il pallone agendo sul cavo a cui resta costantemente ancorato. Va poi sottolineato come la permanenza del pallone frenato ad una certa quota è decisa dall'operatore e perciò le misure che a tale quota si ottengono possono essere sufficientemente numerose da poter determinare valori medi e varianze con una sufficiente significatività statistica.

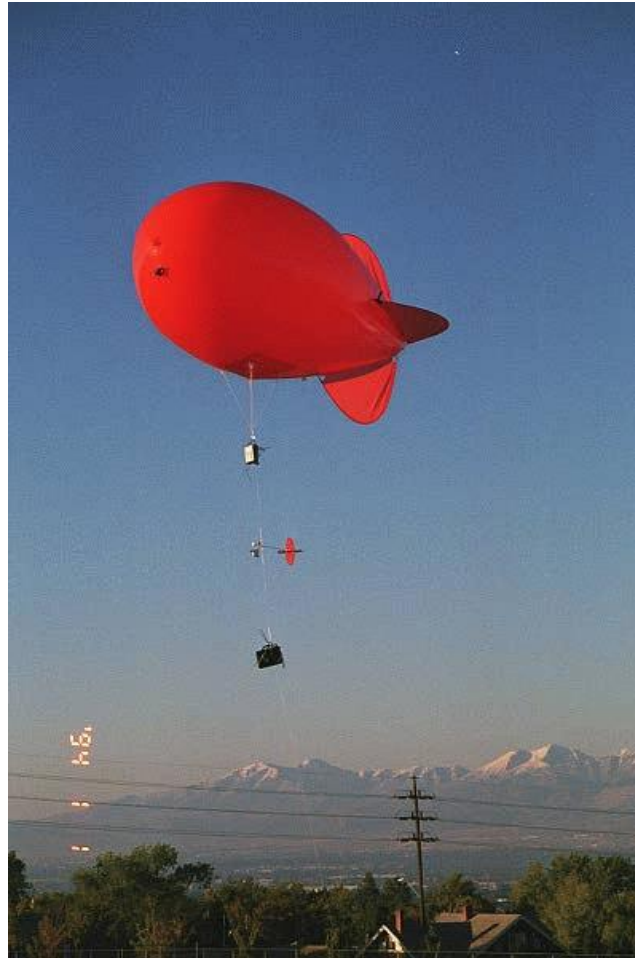


Fig. 11.121: pallone frenato con un solo payload. È visibile il contenitore (il primo sotto l'aerostato) dove sono alloggiati i sensori meteorologici, immediatamente al di sotto è visibile il sistema di misura della velocità e della direzione del vento e al di sotto ancora è visibile il contenitore che racchiude il sistema di alimentazione elettrica, di acquisizione e di trasmissione delle misure



Fig. 11.122: particolare del sistema di misura della velocità e della direzione del vento

Se le dimensioni del pallone frenato, e quindi il suo galleggiamento, lo consentono si può ipotizzare di collocare sotto il pallone diversi *payload* in modo da realizzare misure contemporanee a più livelli senza alzare ed abbassare il pallone. In questo caso, anche se con alcune limitazioni, il pallone frenato costituirebbe una versione estremamente versatile di torre meteorologica, facilmente adattabile e rilocabile a seconda delle esigenze richieste dalla attività di ricerca che si stanno conducendo. Un esempio di ciò è riportato nella **Fig. 11.123**.

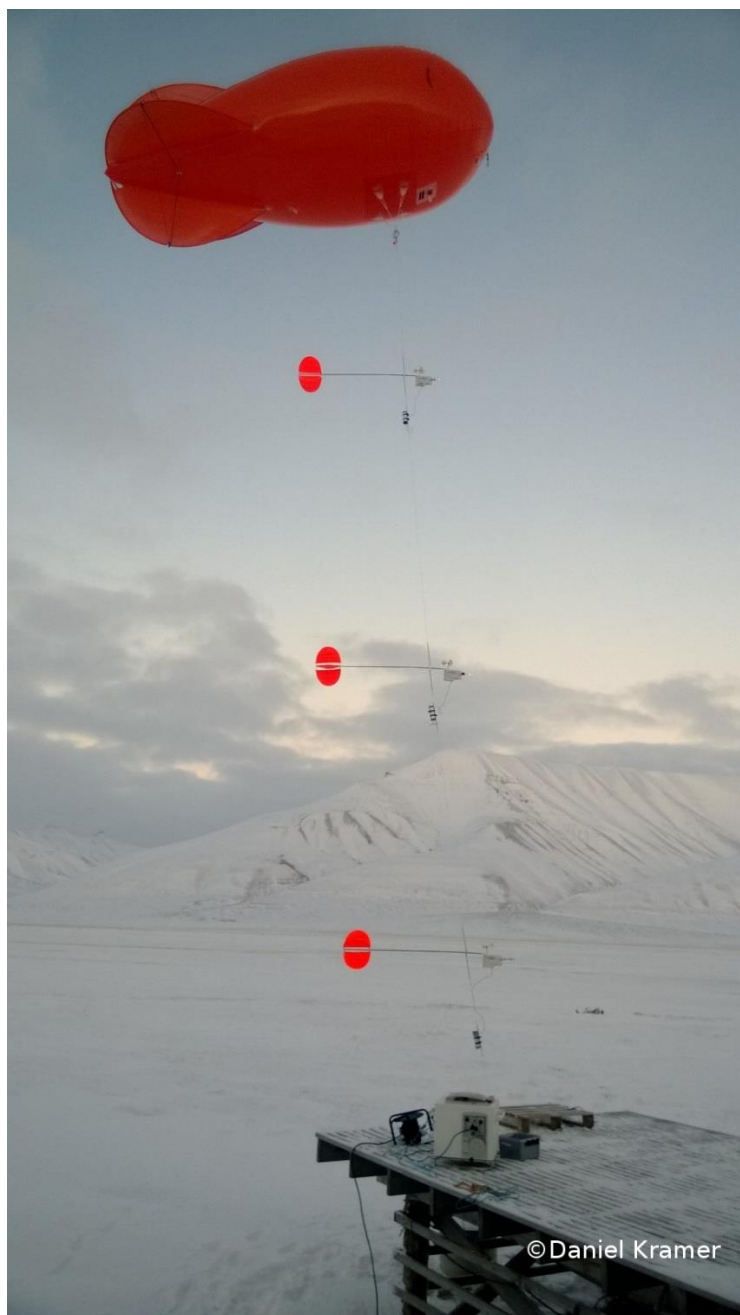


Fig. 11.123: pallone frenato con misura diretta del profilo della velocità e direzione del vento

Chiaramente le quote che un tale sistema può ragionevolmente raggiungere sono relativamente basse ($400 \div 800$ m), tuttavia il fatto che possa esplorare con relativa libertà gli strati bassi del *PBL*, mediante una strumentazione sicuramente più completa di quella che è possibile mettere su una radiosonda, ne ha fatto uno strumento molto usato ed estremamente prezioso nelle campagne micrometeorologiche.

Questo sistema, però presenta alcuni seri problemi. Il primo problema risiede nel fatto che in situazioni di vento forte, l'aerostato tende a spostarsi molto in orizzontale, rendendo difficili e rischiose le manovre. Il secondo, molto grave, sta nel fatto che tale sistema è un serio pericolo alla navigazione aerea locale.

11.11 CENNI ALLE PIATTAFORME AEREE DI MISURA

È da alcuni decenni, ormai, che il mezzo aereo viene utilizzato per esplorare le proprietà dell'atmosfera, sia quelle dell'alta che quelle della bassa Troposfera, ottenendo preziose informazioni che altrimenti sarebbe necessario ottenere da simulazioni fisiche (in laboratorio) o numeriche. In questo modo è stato possibile, per esempio, studiare gli uragani, i movimenti delle masse d'aria a grande scala, la presenza di Ozono e di altri gas di interesse ambientale in molti strati dell'atmosfera, oltre, naturalmente ai moti turbolenti che caratterizzano il *PBL* e lo strato di *Entrainment*. Limitandoci alle problematiche legate allo studio delle caratteristiche del *PBL*, con aerei opportunamente strumentati è stato possibile ottenere informazioni preziose sulla struttura del *PBL* convettivo, in particolare sugli *updraft*, sui *downdraft* e sui profili verticali dei momenti di vario ordine che coinvolgono le componenti del vento, la temperatura e l'umidità. Sicuramente l'impiego delle piattaforme aeree ha consentito finalmente di esplorare quella parte di *PBL* che né le stazioni al suolo né i sondaggi ed i palloni frenati riuscivano a studiare con dettaglio.

La scelta del mezzo aereo adatto ad esplorare una parte ben precisa dell'Atmosfera (l'Alta Troposfera, il *PBL* e altro) è condizionata dalla quota massima e minima che si vuole raggiungere, dalla sua manovrabilità, dalla velocità minima che il velivolo può sopportare senza entrare in stallo e quindi dalle sue caratteristiche costruttive. Di norma, vengono impiegati aerei a reazioni alle alte quote e aerei ad elica alle basse. La manovrabilità dell'aereo, la sua stabilità e la sua autonomia sono altri elementi condizionanti. Comunque sia, il mezzo aereo non può essere concepito come un sistema di monitoraggio continuo, ma come un mezzo con cui realizzare campagne sperimentali di breve durata durante le quali si è interessati a studiare aspetti meteorologici o micrometeorologici specifici.

Dal punto di vista logico, una piattaforma aerea è un aeromobile sostanzialmente commerciale, opportunamente modificato per ospitare in sicurezza alcuni sensori meteorologici e chimici, ma non solo, che, durante il volo, acquisiscono le informazioni esterne e le rendono disponibili per una successiva elaborazione. Le caratteristiche del volo e le necessità micrometeorologiche fanno sì che l'esplorazione dell'atmosfera con mezzi aerei richieda alcune riflessioni importanti.

In primo luogo è necessario stabilire quale parte dell'Atmosfera esplorare e da questa scelta deriva anche la scelta dell'aeromobile adatto allo scopo. Se l'esplorazione viene condotta nella parte alta dell'Atmosfera, l'aeromobile deve avere caratteristiche tali da poter raggiungere e mantenere le quote richieste dall'indagine e deve essere facilmente manovrabile in maniera da poter eseguire rotte adatte a raggiungere quelle parti di atmosfera in sicurezza nelle modalità congruenti con gli scopi della ricerca. Se, invece, l'esplorazione riguarda il *PBL*, l'aeromobile dovrà essere necessariamente di piccole dimensioni ed estremamente maneggevole consentendo, per esempio, di seguire rotte elicoidali ascendenti e/o discendenti in modo da realizzare profili di temperatura e di vento e continui passaggi alla medesima quota per verificare l'omogeneità orizzontale o meno dei diversi campi meteorologici e micrometeorologici. La sua velocità dovrà essere relativamente bassa da consentire di restare in una parte di atmosfera di interesse per un periodo sufficientemente lungo da poterne rilevare le caratteristiche medie. In questo caso, di norma, si useranno aerei ad elica, spesso derivati dai normali aerei da turismo. Gli aeromobili dedicati all'esplorazione del *PBL* dovranno essere in grado di volare anche a quote molto basse in maniera da realizzare profili completi delle principali variabili che caratterizzano questa parte bassa di Troposfera.

Se ci si limita all'esplorazione aerea del *PBL* ed in particolare allo studio della turbolenza che lo caratterizza, i problemi teorici e pratici legati alle misure aeree non sono pochi e il lavoro di Lenschow (1986) li ha affrontati in maniera dettagliata, costituendo un fondamentale riferimento sul tema per chi fosse interessato ad utilizzare questa tecnica di monitoraggio. In tale lavoro sono stati affrontati vari temi. Il primo problema affrontato è quello della dotazione strumentale del velivolo che, come si è detto, dovrà essere di dimensioni limitate. Oltre alla normale dotazione per il volo e le comunicazioni, il velivolo sarà dotato di una serie di sensori dedicati alla misura

delle principali variabili meteorologiche e tutti questi sensori dovranno essere a risposta rapida. Tuttavia raramente è possibile impiegare strumentazione tradizionali e per questo sono stati sviluppati nuovi sensori di concezione spesso geniale particolarmente adatti alle misure su piattaforme aeree.



Fig. 11.124: l'aereo strumentato SKY Arrow ERA per l'esplorazione del PBL (CNR-ISAFOM)

Come esempio concreto, in **Fig. 11.124** viene mostrato uno SKY Arrow 650 TCNS ERA biposto in tandem in fibra di carbonio, equipaggiato con un propulsore Rotax 912A da 100 hp ad elica spingente e ad ala alta. Questo aereo è estremamente leggero, facilmente trasportabile e montabile e, nonostante le sue ridotte dimensioni, capace di alloggiare una notevole quantità di strumentazione. Tra le sue caratteristiche va annoverato anche il fatto di essere capace di decollare ed atterrare in poco più di 300 metri e di operare anche a quote estremamente basse. Un aereo di questo tipo presenta la zona della fusoliera totalmente priva di interferenze aerodinamiche e quindi ideale per effettuare le misure micrometeorologiche senza particolari distorsioni. E questo è dovuto anche alla posizione particolare in cui è posto il propulsore. In pratica è un aereo particolarmente adatto alla misura nel *PBL* visto che è in grado di raggiungere una quota massima di 4000 metri. Come si vede, nella figura viene indicata la sua dotazione strumentale e la sua collocazione. Essa è il frutto della collaborazione nata nel 1990 con partner industriali e scientifici in Italia (CNR, Iniziative Industriali Italiane Spa) e USA (NOAA, Università di San Diego). Nel corso degli anni diverse configurazioni e nuovi sviluppi si sono susseguiti per stare al passo con l'evoluzione delle tecnologie, ed attualmente velivoli SkyArrow ERA operano negli USA (University of Alabama, San Diego State University), in Svezia (Lund University), in Argentina (INTA), in Olanda (Wageningen University), oltre che al CNR italiano. L'impiego di un aereo di questo tipo, estremamente maneggevole, consente di operare sia coprendo quasi in orizzontale estese porzioni di territorio per verificare l'omogeneità orizzontale o meno dei campi meteorologici, sia eseguendo voli ascendenti e discendenti a spirali strette che permettono di determinare il profilo verticale delle principali variabili di interesse che, nel caso in esame, non sono solo il valor medio delle principali variabili meteorologiche (velocità e direzione del vento, temperatura e umidità dell'aria, pressione, cc.) ma anche i momenti di ordine superiore che coinvolgono le componenti del vento, la temperatura e l'umidità.

L'interpretazione delle misure raccolte durante un volo costituisce un problema di difficile soluzione quando devono essere elaborate, specialmente quelle che coinvolgono il vettore vento e le sue fluttuazioni. Ciò deriva dal fatto che una piattaforma aerea in volo non costituisce

né un riferimento Euleriano né un riferimento Lagrangiano e tutte queste misure vengono realizzate seguendo un sistema di riferimento solidale all'aeromobile in volo che normalmente è soggetto a continui cambi di quota e di direzione, con beccheggi, rollii e imbardate. Il riportare le misure grezze raccolte nel consueto sistema meteorologico richiede elaborazioni complesse che sono state dettagliate nel citato lavoro di Lenschow (1986). Una volta corrette tutte queste misure ottenute durante il volo, che sono comunque misure grezze, la derivazione da esse dei momenti richiede ulteriori considerazioni. Tutti i momenti centrali cui siamo interessati, per esempio la varianza e la covarianza, si basano inevitabilmente sul concetto di media che, anche in questo caso, non potrà essere la media statistica d'insieme come dovrebbe essere secondo la teoria. Ma non potrà neppure essere la media temporale, visto che in dato intervallo di tempo l'aeromobile percorre un certo spazio proporzionale alla propria velocità. Quindi la media che si può concepire in una misura realizzata con aeromobile strumentato è sostanzialmente un ibrido tra una media temporale ed una media lineare, complicando di molto l'interpretazione dei risultati ottenuti. Lenschow (1986) ha trattato in modo notevolmente completo tutta questa difficile materia, dimostrando come, nonostante le difficoltà, questa metodica di monitoraggio, purtroppo non continuativa, rappresenta uno strumento essenziale per la conoscenza dello stato e della dinamica del *PBL* e per la comprensione dei meccanismi che ad essa sovrintendono.

Attualmente sono disponibili droni (velivoli privi di pilota umano) sia ad ala fissa che di tipo *multicopter* particolarmente sofisticati ed affidabili e ciò ha naturalmente indotto ricerche volte ad individuare la loro potenzialità nell'esplorazione del *PBL* in sostituzione delle convenzionali misure aeree di cui fin qui abbiamo trattato. Va sottolineato come fin da subito è risultato importante sfruttare la piccola dimensione, la manovrabilità elevatissima e la capacità di trasportare *payload* significativi di questi velivoli per realizzare sondaggi nel *PBL* in zone difficili, come quelle artiche, che però avessero caratteristiche deterministiche e ripetibili simili a quelle dei sondaggi convenzionali.

In questo senso il lavoro di Jonassen (2008) è di estrema importanza. Infatti in esso è stato studiato nei dettagli il piccolo drone ad ala fissa denominato SUMO (*Small Unmanned Meteorological Observer*) mostrato in **Fig. 11.125**. SUMO è dotato di un sofisticato autopilota altamente programmabile capace di far eseguire al velivolo senza ulteriore intervento umano (tranne la fase di decollo e di atterraggio) rotte anche complesse (spirali ascendenti e discendenti, voli in piano di diversa geometria, ecc.) e dispone di una strumentazione meteorologica che garantisce la misura della temperatura e dell'umidità relativa dell'aria e pressione, oltre naturalmente alla esatta posizione nel tempo del drone. Nel lavoro citato si è badato a tutti i dettagli tecnici e scientifici relativi all'impostazione delle rotte nell'autopilota per poter realizzare sondaggi appropriati oltre a descrivere nel dettaglio gli algoritmi per la correzione delle misure elementari ottenute durante il volo. Il tutto affinché i risultati ottenuti fossero direttamente applicabili allo studio del *PBL* ed in particolare del *PBL* stabile.



Fig. 11.125: il drone ad ala fissa SUMO in volo (Jonassen 2008)

Se il drone SUMO sicuramente è in grado di realizzare sondaggi *convenzionali* delle principali variabili meteorologiche medie, il drone MASC-3 (*Multi-Purpose Airborne Sensor Carrier*), naturale evoluzione logica di SUMO (Rautenberg et al. 2019) e di dimensioni notevolmente maggiori (**Fig. 11.126**), presenta caratteristiche molto simili ai velivoli impiegati nei decenni passati nell'esplorazione del *PBL*, essendo in grado anche di misurare la turbolenza dell'aria. In particolare, MASC-3 era dotato di strumentazione adatta alla misura delle fluttuazioni turbolente delle componenti del moto e della temperatura. Il lavoro di base di Karl (2020) tratta sistematicamente le metodologie da impiegare con questi due tipi di drone ad ala fissa, in particolare, come programmare sistematicamente i loro voli e come elaborare le misure da essi prodotte.



Fig. 11.126: il drone ad ala fissa MASC-3 (*Multi-Purpose Airborne Sensor Carrier*; Kral 2020)

Va anche detto che accanto a questi droni ad ala fissa, spesso operavano anche droni *multicopter* nel tentativo di individuarne un opportuno utilizzo pratico. Definite le metodologie di utilizzo, queste piattaforme aeree sono state applicate sistematicamente in diverse campagne sperimentali e le misure da esse ottenute sono state sistematicamente messe a confronto con quelle prodotte da numerosi sistemi di misura differenti, sia di meteorologia convenzionale sia micro-meteorologici e *remote sensing* ottenendo risultati decisamente incoraggianti (Karl et al. 2018; Barbieri et al. 2019). Il lavoro di Karl et al. (2020) presenta una sintesi completa dell'uso dei droni ad ala fissa ed anche di alcuni tipi di droni *multicopter*. Di estremo interesse è il fatto che durante queste campagne i droni impiegati (mostrati in **Fig. 11.127**) sono stati utilizzati anche per la misura della concentrazione di CO_2 mostrando un ulteriore possibile impiego di queste piccole piattaforme aeree.

Per concludere questa breve rassegna, va segnalato come il *payload* dei droni recentemente si sia arricchito di strumentazione sempre più sofisticata, consentendo di realizzare misure di notevole difficoltà. In particolare Corbett e Smith (2022) hanno impiegato droni ad ala fissa e *multicopter* dotati di un sistema miniaturizzato TDLAS (*tunable diode laser absorption spectroscopy*) per lo studio delle emissioni di metano, mentre Zhao et al. (2022) hanno dotato i loro droni di un sistema integrato di strumentazione che comprende uno spettrometro NDIR (*non-dispersive infrared*) e due sensori elettrochimici per la misura della concentrazione di CO_2 , CO e NO_2 , dimostrando ulteriormente le potenzialità applicative di queste nuove piattaforme aeree.



Fig. 11.127: droni impiegati nelle recenti campagne artiche (Kral et al. 2020)

11.12 SISTEMI REMOTE SENSING

Nei paragrafi precedenti abbiamo presentato un insieme di sensori in grado di misurare le principali variabili che caratterizzano lo stato e la dinamica dell'atmosfera. Questi sensori normalmente vengono organizzati in stazioni meteorologiche (o micrometeorologiche) poste in vari punti della superficie terrestre, e concorrono a visualizzare come le diverse grandezze variano nello spazio e nel tempo. Inevitabilmente, la visione che tali stazioni di osservazione al suolo ci forniscono è quella della porzione di *PBL* molto prossima alla superficie, che è poca cosa rispetto all'esigenza di osservare lo stato e il livello di turbolenza che caratterizza l'intero strato (e l'intera atmosfera, se tra i nostri scopi c'è anche la meteorologia generale). Questo quadro non viene sostanzialmente mutato con l'introduzione di torri meteorologiche strumentate a vari livelli. Esse sono state e sono ancora una fonte preziosa di informazioni, anche se, per i loro costi di gestione e per le difficoltà operative, sono sempre più rare, e comunque possono mantenere sotto osservazione costante solo uno strato di *PBL* dell'ordine di poche centinaia di metri. Oggi si tende a limitare molto l'impiego di queste piattaforme meteorologiche proprio per i problemi citati, e si cerca di sostituirle con strumenti diversi, come i palloni frenati strumentati a varie quote (*thetereed sonde*), cui manca però la continuità di misura, o le torri virtuali composte da strumenti di *remote sensing attivo* localizzati al suolo, a cui si accennerà proprio in questa sezione. Come visto poco sopra, è comunque possibile impiegare palloni e piccoli aerostati equipaggiati con un numero ridotto di sensori meteorologici. Nonostante i costi siano ancora elevati e le difficoltà logistiche spesso importanti, consentono di esplorare in genere l'intero *PBL* e, più in generale, la parte alta dell'Atmosfera. Ancora oggi le radiosonde sono il modo comune per ottenere diverse volte al giorno il profilo verticale di temperatura, umidità, velocità e direzione del vento in moltissime parti del globo, e costituiscono, assieme alle stazioni meteorologiche al suolo, l'ingrediente essenziale per l'operatività dei modelli meteorologici dedicati alle previsioni del tempo. Da queste misure, però, non è facile ottenere informazioni sulla turbolenza del *PBL*. Abbiamo visto, anche, che per

osservare la turbolenza del *PBL* è possibile utilizzare piattaforme aeree opportunamente strumentate, oggi comunemente impiegate per studiare fenomeni meteorologici estremi come cicloni e tempeste tropicali. Pur essendo ancora sostanzialmente in via di sviluppo, inoltre, vale la pena citare i sistemi UAS (*Unmanned Aircraft System*) per la meteorologia, che utilizzano droni capaci di raggiungere fino a 6 km di quota in modo completamente autonomo e appaiono oggi molto promettenti. La sorveglianza aerea del *PBL* è stata possibile, tra l'altro, grazie allo sviluppo di sensori meteorologici a risposta veloce, (spesso miniaturizzati), e consente di esplorare liberamente il *PBL* ottenendo informazioni sulla sua turbolenza.

Se tutti i sistemi di misura visti sino ad ora sono sostanzialmente puntuali, ovvero sono capaci di misurare solo quello che rilevano nelle loro immediate vicinanze, gli strumenti di *remote sensing* (telerilevamento o telesondaggio) hanno caratteristiche completamente opposte. A questa classe piuttosto eterogenea appartengono strumenti basati su principi di funzionamento differenti, ma tutti accomunati dal fatto di poter osservare con continuità le proprietà fisiche dell'atmosfera sovrastante al punto specifico in cui sono installati: il suolo, nella maggior parte dei casi, ma anche piattaforme aeree e satellitari. In generale, questo tipo di strumenti, il cui principio di funzionamento è basato sulle caratteristiche di propagazione di un segnale in atmosfera (che può essere di vario tipo, come radiazione elettromagnetica in bande specifiche, ma anche onde acustiche) si dividono nelle due diverse categorie descritte di seguito.

- I *sistemi di remote sensing attivi*, che inviano in atmosfera un segnale per poi rilevarne quello di ritorno, da cui è possibile dedurre le caratteristiche specifiche dell'atmosfera sovrastante. A questa famiglia di *profilatori* appartengono strumenti che utilizzano impulsi sonori (SODAR), varie bande dello spettro elettromagnetico (RADAR, LIDAR), o una combinazione delle due (RASS). Mediante il loro impiego, è ad oggi possibile ottenere profili di temperatura, di vapor d'acqua, di velocità e direzione del vento, di concentrazione di aerosol (spessore ottico e composizione), di ozono e di alcune delle variabili che caratterizzano la turbolenza atmosferica, oltre che misure diverse proprietà delle nubi (contenuto di acqua liquida e ghiaccio, altezza e spessore), tipo e tasso di precipitazione, rugosità superficiale ed estensione verticale del *PBL*.
- I *sistemi di remote sensing passivi*, che al contrario non emettono alcun segnale, limitandosi a misurare la radiazione naturalmente emessa o riflessa da atmosfera e superficie terrestre. Fanno parte di questa categoria, ad esempio, i radiometri, gli spettrometri, i fotometri e gli spettrofotometri che, operando su lunghezze d'onda che possono andare dall'ultravioletto alle microonde, sono in grado di fornire informazioni su un elevato numero di variabili e costituenti atmosferici.

Il telesondaggio dell'atmosfera è una scienza ormai matura, ampiamente utilizzata e piuttosto complessa, che qui non tenteremo certo di presentare nei dettagli. Si consiglia la lettura di Kadyrov (2006), in cui sono passati in rassegna i principali tipi di sistemi *remote sensing* attualmente in uso e, per ciascuno di essi, vengono indicati esaurienti riferimenti bibliografici. Nei punti che seguono si fornirà una breve presentazione dei sistemi *SODAR* e *LIDAR*, ormai molto diffusi nelle stazioni di osservazione del *PBL*, e brevi cenni al sistema *RASS*. Inoltre, si introdurranno i radiometri a microonde, l'unico sistema *remote sensing passivo* che considereremo.

11.13.1 IL SODAR

11.13.1.1 Descrizione generale

Il *SODAR* (Sound Detection And Ranging) è un sistema *remote sensing* attivo di tipo acustico, in grado di misurare profili di velocità e direzione del vento, di varianza della componente verticale del vento, d'intensità della turbolenza e, qualora opportunamente tarato, anche del parametro di struttura C_T^2 lungo una colonna d'aria che può arrivare, a seconda delle frequenze acustiche

utilizzate, ad uno spessore di circa un chilometro. Per un'introduzione piuttosto completa sull'argomento si rimanda a Antoniou e al. (2003).



Fig. 11.128: SODAR Doppler triassiale operato dal CNR-ISAC presso la centrale di Torrevaldaliga Nord (Civitavecchia)

Dopo i primi tentativi di sondaggio acustico realizzati dal fisico inglese Tyndall nel 1874, è solo con gli esperimenti condotti da Kallistratova e Tatarskii (si veda, ad esempio, Kallistratova e Tatarskii, 1960) dei primi anni Sessanta del secolo scorso che vengono definiti i principi di funzionamento di questa tecnica di misura, poi messa in opera per la prima volta da McAllister in un prototipo del 1968 (McAllister, 1968).

Nella sua forma più comune, il sistema SODAR opera emettendo impulsi sonori in atmosfera, tipicamente in un intervallo che può andare da 1.5 a 5 kHz, per poi andare ad acquisire l'eco retrodiffuso, che risulta proporzionale alle fluttuazioni di temperatura alla piccola scala (tipicamente, della decina di centimetri). Attraverso un'analisi Doppler dell'eco di ritorno, è poi possibile determinare velocità e direzione del vento lungo la colonna d'aria sondata.

I due tipi di SODAR più frequentemente usati differiscono nel numero e nella direzione delle antenne.

- Il primo tipo è costituito dai SODAR *triassiali*, caratterizzati comunemente da tre antenne, inclinate di un certo angolo e orientate verso direzioni *diverse e non complanari* (Fig. 11.128). In ciascuna di esse è posto un emettitore (trasduttore) di impulsi acustici, che vengono inviati lungo l'asse secondo cui è orientata l'antenna. Lo stesso trasduttore viene poi utilizzato per ricevere l'eco retrodiffuso dalle disomogeneità termiche incontrate lungo il volume d'aria attraversato.
- Il secondo sistema è costituito dai SODAR *phased array*, che impiegano invece una griglia di trasduttori tutti orientati lungo la verticale per costruire un'antenna a matrice di fase, capace di direzionare l'emissione degli impulsi sonori senza muovere fisicamente l'intera struttura o, come nel caso precedente, dotarsi di più antenne (Fig. 11.129).

Senza avere la pretesa di presentare in maniera esaustiva le varie tipologie disponibili - per cui si rimanda a Neff e Coulter (1985), Mastrantonio (1996) e Bradley (2007) -, in questa sede ci limitiamo a fornire una sintesi dei principi di funzionamento di questi sistemi e delle loro capacità di misura, a partire da alcune nozioni di base sulla propagazione di un'onda acustica in atmosfera.

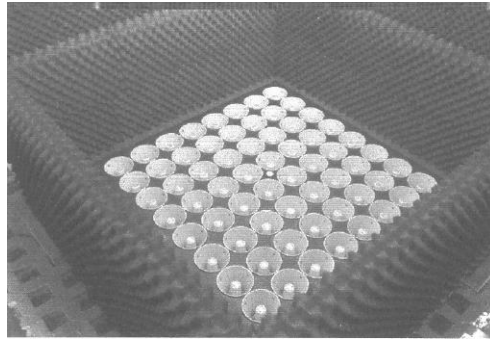


Fig. 11.129: SODAR phased array (Metek – GmbH)

11.12.1.2 Propagazione di un'onda acustica in atmosfera

Consideriamo un'atmosfera stazionaria, uniforme in composizione e temperatura in cui siano assenti moti ondosi. Introduciamo ora un moto ondoso, ed ipotizziamo che la sua propagazione produca delle *perturbazioni* sulle variabili che caratterizzano la dinamica dell'atmosfera (per esempio sulla pressione, sulla densità e sulle componenti del moto). Se poi trascuriamo la viscosità e la conducibilità termica dell'aria, il moto ondoso avverrà in maniera adiabatica. Oltre a ciò, ipotizziamo pure che l'effetto della gravità venga ignorato. In queste condizioni, le equazioni di bilancio della massa, della quantità di moto e dell'entalpia si semplificano notevolmente, perché possono essere *linearizzate*: per verificarlo, è possibile risolvere l'*Esercizio 11.1*, in cui la velocità del suono in atmosfera viene calcolata ipotizzando una propagazione lungo una sola direzione cardinale: l'esercizio impiega le relazioni di conservazione della Fluidodinamica e ipotizza di considerare solo una variabile spaziale, ma il ragionamento può essere semplicemente generalizzato a tre dimensioni. Indicando, quindi, con p la fluttuazione rispetto al valore di fondo della pressione, otteniamo, per prima cosa, l'equazione dell'onda acustica:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \quad [11.113a]$$

che descrive come variano nello spazio e nel tempo le fluttuazioni di pressione indotte da un impulso sonoro emesso. In questa equazione:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \quad [11.113b]$$

è la velocità del suono che, come si vede, è direttamente proporzionale alla pressione di fondo P_0 ed inversamente proporzionale alla densità di fondo ρ_0 . Il parametro γ è il rapporto tra i calori specifici a pressione e a volume costante ed è pari a circa 1.4. Utilizzando la legge dei gas perfetti, la velocità del suono può anche essere espressa come:

$$c_0 = \sqrt{\gamma \cdot R_d T} = \sqrt{402.7 \cdot T} \quad [11.113c]$$

che indica come essa sia proporzionale alla temperatura dell'aria. Ovviamente, finora si è considerata un'atmosfera priva di umidità, ma come sappiamo queste relazioni non cambiano nel caso di aria umida se al posto della temperatura T sostituiamo la temperatura virtuale T_v . La (11.113a) ammette come soluzione una sovrapposizione di onde sferiche del tipo:

$$p = \frac{P_0}{r} \cdot \exp[j(\omega t - \bar{k}\bar{r})] \quad [11.114b]$$

dove $\bar{k}$ è il vettore numero d'onda di modulo k , $\bar{r}$ è la distanza tra un punto generico e il punto di emissione e vale la relazione:

$$c_0^2 = \omega^2 / k^2 \quad [11.114c]$$

È possibile mostrare che il modulo u della perturbazione della velocità, per distanze r sufficientemente grandi, risulta pari a:

$$u = c_0 \frac{\rho}{\rho_0} \quad [11.114d]$$

quindi, le onde acustiche sono longitudinali, cioè si propagano nella direzione delle oscillazioni. L'atmosfera in cui si propaga l'onda acustica è stata considerata immobile. Se invece fosse in movimento con velocità V e θ fosse l'angolo tra il moto medio delle masse d'aria e la direzione di propagazione dell'onda, la velocità del suono risulterebbe pari a:

$$c = c_0 + V \cos \theta \quad [11.115]$$

Inoltre, in un mezzo omogeneo ed isotropo (come quello che per ora abbiamo considerato) la direzione di propagazione è isotropa e la velocità di propagazione è indipendente dalla lunghezza d'onda. Quest'ultima proprietà viene anche indicata dicendo che le onde acustiche sono non dispersive.

A differenza di quanto appena visto, l'atmosfera di un *PBL* reale presenta disomogeneità dovute alla turbolenza, che danno luogo a processi di diffusione perché causano variazioni dell'*indice di rifrazione acustico*, definito come:

$$n_a = c_0 / c \quad [11.116a]$$

dove c_0 è la velocità del suono in un'atmosfera secca ed immobile ad una data temperatura T_0 . Questo indice, che dipende in generale dalla temperatura e dall'umidità dell'aria, oltre che dalla velocità del vento, è generalmente espresso, in analogia con quello relativo alle onde radio, mediante la relazione:

$$N_a = (n_a - 1) \cdot 10^6 \cong 10^6 \left[\frac{T_0 - T}{2T_0} - 0.19 \frac{e}{p} - \frac{V \cos \theta}{c_0} \right] \quad [11.116b]$$

dove e è la tensione di vapore. Sostituendo, all'interno della precedente, dei valori tipici per le variabili considerate, è possibile verificare (Mastrantonio, 1996) che la diffusione di un'onda acustica è prevalentemente dovuta alle disomogeneità di temperatura e di vento, più che a quelle di umidità, ed è di ben tre ordini di grandezza superiore a quella delle onde radio.

È a questo punto utile menzionare, poi, che il processo di diffusione dipenderà da tre fattori: la spaziatura della disomogeneità termica, L_T , la lunghezza d'onda λ dell'onda acustica, l'angolo θ esistente tra l'asse del fascio d'onda trasmesso e la direzione di diffusione. Tra queste grandezze vale la *Legge di Bragg* (Mastrantonio, 1996), secondo cui le uniche disomogeneità che contribuiscono in modo costruttivo a formare un'onda diffusa sono quelle spaziate di una lunghezza pari a:

$$L_T = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin(\theta/2)} \quad [11.116c]$$

Nel caso ideale di *backscattering* ($\theta = 180^\circ$), questa relazione si semplifica nel modo seguente:

$$L_T = \frac{\lambda}{2} \quad [11.116d]$$

11.13.1.3 Funzionamento di un sistema SODAR

Come abbiamo appena visto, un'onda che si propaga in un'atmosfera reale subisce processi di diffusione, provocati dalla variazione dell'indice di rifrazione acustico, principalmente dovuta a disomogeneità nei campi di vento e temperatura. Se consideriamo onde acustiche di frequenza compresa tra 1 e 3 kHz, la loro lunghezza d'onda λ è dello stesso ordine di grandezza della dimensione caratteristica delle disomogeneità termiche e meccaniche, che, a causa dell'*energy cascade* (si ricordi il Cap. 4), si collocano all'interno dell'*inertial subrange*. In questo caso, si

assume che la turbolenza del *PBL* sia localmente isotropa, e che tali disomogeneità possano essere descritte completamente (Cap. 8) dalle funzioni di struttura del secondo ordine $D_V(r)$ e $D_T(r)$:

$$\begin{aligned} D_V(r) &= C_V^2 r^{2/3} \\ D_T(r) &= C_T^2 r^{2/3} \end{aligned} \quad [11.117]$$

dove r è la distanza tra due punti e C_V^2 , C_T^2 sono i parametri di struttura rispettivamente per la velocità del vento e la temperatura.

Il processo di diffusione stesso è una delle ragioni che producono l'attenuazione di un'onda acustica durante la sua propagazione: in pratica, se immaginiamo un fascio di onde acustiche che si propaga in aria, parte dell'intensità posseduta viene persa dal fascio principale e *spedita* in direzioni diverse da quella di propagazione. Più precisamente, se indichiamo con I_0 l'intensità di un'onda acustica, cioè l'energia che fluisce nell'unità di tempo attraverso un'area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda, ad una distanza x da tale piano l'intensità dell'onda si ridurrà secondo la *Legge di Beer-Lambert*

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad [11.118a]$$

dove α è l'attenuazione (m^{-1}), costituita da tre distinti contributi:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_m + \alpha_d \quad [11.118b]$$

che tengono conto rispettivamente dell'*attenuazione classica*, *molecolare* e *per diffusione*. La prima è dovuta alla viscosità dell'aria, che si riscalda quando l'onda l'attraversa, e alla conduzione di calore tra le zone a diversa intensità di compressione. Senza entrare nei dettagli, essa varia col quadrato della frequenza acustica f secondo la legge:

$$\alpha_c = 4.24 \cdot 10^{-11} f^2 \quad [11.118c]$$

Quando consideriamo frequenze udibili, come per esempio le frequenze dell'ordine dei kHz, può essere sostanzialmente trascurata. L'attenuazione molecolare, invece, è dovuta all'eccitazione dei moti vibrazionali e rotazionali delle molecole dei gas presenti in atmosfera, causata dall'onda acustica in transito, mentre quella per diffusione dipende sostanzialmente dalla turbolenza termica e meccanica dell'atmosfera.

Il fatto che le onde acustiche siano molto più sensibili di quelle radio alle fluttuazioni dei parametri atmosferici ha due immediate conseguenze pratiche:

- un sistema acustico sarà in grado di evidenziare queste disomogeneità molto meglio di uno radio;
- questa forte diffusione, da un lato utile per evidenziare le fluttuazioni atmosferiche, causa una sensibile attenuazione del fascio trasmesso, limitando il raggio d'azione di un apparato di questo tipo.

Ricapitolando, un'onda acustica inviata, ad esempio, da terra verso l'alto, vedrà la propria intensità diminuire con la distanza dal punto di emissione, perché in parte diffusa in direzioni diverse da quella di emissione, ed è proprio su questo processo che si basa il principio di funzionamento di un sistema SODAR, che opera inviando periodicamente nell'atmosfera un treno di onde acustiche di frequenza compresa generalmente tra 1 e 3 kHz (3-6 kHz per i miniSODAR). Se si considera un tono puro di frequenza f e quindi di lunghezza d'onda $\lambda = c/f$, l'espressione per la *sezione d'urto acustica differenziale* (che è proporzionale all'attenuazione del fascio acustico) per unità di volume e per unità di angolo solido è la seguente:

$$\eta(\theta) = \frac{k^4}{8} \cdot \cos^2 \theta \cdot \left[\frac{\Phi_T(x)}{T_0} + \frac{\cos^2(\theta/2) \cdot E(x)}{\pi c^2 x^2} \right] \quad [11.119a]$$

dove, in aggiunta alle variabili già definite, con x rappresentiamo il numero d'onda che soddisfa

le condizioni di Bragg per la diffusione viste nella sezione precedente, cioè $2k \sin(\theta/2)$, mentre le funzioni $E(x)$ e $\Phi_T(x)$ sono, rispettivamente, le densità spettrali tridimensionali di potenza delle fluttuazioni di velocità del vento e della temperatura relative al numero d'onda x .

Siccome, visti i numeri d'onda utilizzati, ci si trova nell'*Inertial Subrange*, dove valgono le (11.117), le densità spettrali citate posso essere scritte come:

$$\Phi_T(x) = 0.033 \cdot C_T^2 \cdot x^{11/3} \quad [11.119b]$$

$$E(x) = 0.76 \cdot C_v^2 \cdot x^{5/3} \quad [11.119c]$$

Di conseguenza, la (11.119a) può essere riscritta come:

$$\eta(\theta) = \frac{k^4 \cdot x^{-11/3}}{8} \cdot \cos^2 \theta \cdot \left[\frac{0.033 \cdot C_T^2}{T_0} + \frac{0.76 \cos^2(\theta/2) \cdot C_v^2}{\pi c^2} \right] \quad [11.119d]$$

Da questa relazione emergono tre considerazioni fondamentali:

- l'energia acustica diffusa è somma di due termini, uno dovuto alle disomogeneità meccaniche, proporzionale a C_v^2 , e l'altro alle disomogeneità termiche, proporzionali a C_T^2 ;
- entrambi i termini contengono la dipendenza da $\cos(\theta)$, ovvero non c'è diffusione quando $\theta = 90^\circ$, cioè nella direzione perpendicolare alla propagazione dell'onda;
- il termine legato alle disomogeneità meccaniche include il fattore $\cos^2(\theta/2)$, perciò, di conseguenza, le fluttuazioni meccaniche non producono retrodiffusione a 180° .

Quando sono presenti in atmosfera disomogeneità di scala adeguata, la potenza acustica inviata P_T e quella ricevuta P_R sono legate dall'equazione SODAR seguente, che chiaramente include anche la sezione d'urto (11.119d):

$$P_R = P_T \frac{A}{r^2} G \frac{c_0 \tau}{2} \eta(\theta) \exp[-2\alpha r] \quad [11.119e]$$

dove G è un parametro che riflette l'efficienza del sistema e A l'effettiva area di ricezione dell'antenna, mentre r è la distanza dall'emettitore dell'impulso e τ la durata di quest'ultimo. I parametri $\eta(\theta)$ e α , infine, sono rispettivamente espressi dalla (11.119d) e dalla (11.118b).

Si consideri adesso una sola antenna in configurazione monostatica (in cui, cioè, sia l'emissione che la ricezione avvengono mediante la medesima antenna) orientata verso la verticale. In questo caso, le uniche disomogeneità rappresentate saranno quelle di origine termica, e il parametro $\eta(\theta)$ assumerà la più semplice espressione:

$$\eta(180^\circ) \cong 0.004 k^{\frac{1}{3}} \frac{C_T^2}{T_0} \quad [11.119f]$$

La fase di ricezione inizia subito dopo l'emissione di ogni singolo impulso, quando l'antenna viene posta in ricezione e inizia a rilevare gli echi provenienti dall'interazione del pacchetto acustico con l'atmosfera, mentre questo si propaga verticalmente. L'intensità di tali echi viene quindi amplificata e registrata in formato *facsimile*: il segnale ricevuto in funzione del tempo (e quindi della quota di provenienza) viene riprodotto in una traccia verticale, dove la gradazione di grigio o la diversa tonalità di colore è funzione della sua intensità. La riproduzione sequenziale di queste tracce permette di ottenere un'immediata visualizzazione della struttura atmosferica nella sua evoluzione temporale, come è possibile vedere nella figura **Fig. 11.130**, che presenta un esempio di facsimile registrato presso l'osservatorio urbano BAQUNIN (Roma, Italia): la scala di colori, in questo caso, va dal blu del rumore di fondo al rosso della massima intensità. Sulla base di quanto visto, in sostanza, un SODAR consente la produzione di *profili verticali di una quantità proporzionale a C_T^2* , permettendo quindi di stimare la struttura verticale della turbolenza termica. Nel prime ore del mattino, quando il *PBL* è in condizioni stabili, lo strato turbolento risulta stabilmente confinato attorno ai 100 m di quota, anche se è possibile notare, poco al di sopra, la

presenza di ulteriori strutture orizzontali, attribuibili a correnti di aria calda di origine avvertiva, cioè trasportate dal vento sul sito di misura. Durante il giorno, e in particolare dopo le 08:30, con l'intensificarsi della radiazione solare che raggiunge il suolo, comincia ad apparire sia l'intensa eco dei vortici convettivi che si staccano da terra, sia uno strato più elevato di turbolenza, che cresce con il tempo e rimane evidenziabile fino ad oltre le 13:00, quando supera la quota di 500 m: si tratta della turbolenza termica prodotta dai fenomeni di *entrainment* che avvengono al termine dello strato rimescolato convettivo, di cui segnano, appunto, l'estensione verticale. Si noti poi come, tra questo strato e quello sottostante, non sia stato registrato nessun segnale: il profilo di temperatura è in questa porzione di atmosferica adiabatico, non ci sono differenze in temperatura tra uno strato e l'altro e, di conseguenza, non è presente nessun segnale. Infine, da circa le 17:30 in poi, è possibile vedere una breve fase di sostanziale neutralità atmosferica seguita dalla ricostituzione dello strato stabile, caratteristico delle ore notturne.

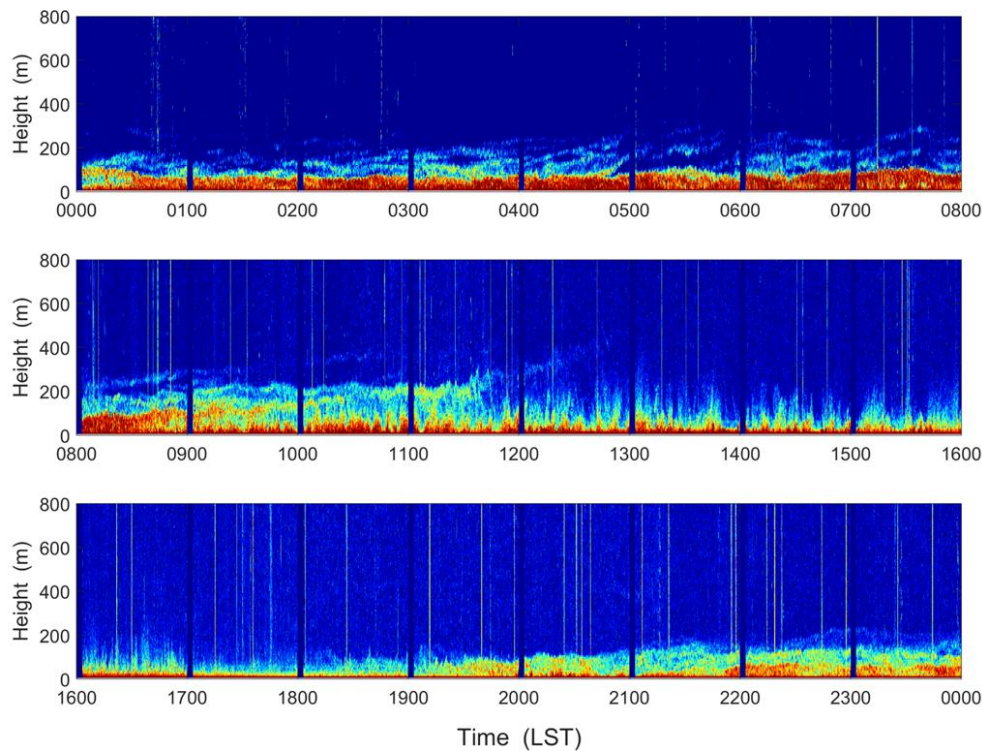


Fig. 11.130: esempio di facsimile prodotto dal SODAR operativo presso l'osservatorio Baquinin (Roma, Italia)

Disponendo di altre due antenne oltre a quella verticale considerata sopra, inclinate di un angolo φ rispetto alla verticale, è poi possibile stimare il profilo di velocità e direzione del vento sfruttando l'effetto Doppler, secondo cui la frequenza dell'eco ricevuto risulta spostata, rispetto a quella relativa all'impulso emesso, di una quantità proporzionale al moto del volume diffondente:

$$v_r = \frac{c_0}{2} \frac{\Delta f}{f_0} \quad [11.120]$$

dove v_r è, appunto, la velocità radiale della massa d'aria in questione, cioè quella lungo l'asse dell'antenna, mentre f_0 e Δf rappresentano, rispettivamente, la frequenza di emissione e lo spostamento Doppler. Il legame tra le componenti della velocità del vento e quelle delle velocità radiali registrate dalle tre antenne, allineate lungo le tre direzioni x (Est-Ovest), y (Nord-Sud) e z (verticale), si ricava a questo punto con qualche considerazione geometrica (Mastrantonio, 1996):

$$u = \frac{v_{rx}}{\sin \varphi} - \frac{v_{rz}}{\tan \varphi}, \quad v = \frac{v_{ry}}{\sin \varphi} - \frac{v_{rz}}{\tan \varphi}, \quad w = v_{rz} \quad [11.121a]$$

dove u , v e w sono le componenti lungo i tre assi x , y e z , mentre v_{rx} e v_{ry} rappresentano le componenti radiali con asse contenuto nei piani zx e zy , rispettivamente. Una volta ottenute queste, l'intensità V e la direzione dir del vento orizzontale si ottengono dalle relazioni:

$$V = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad dir = \tan^{-1}(u/v) \quad [11.121b]$$

Un esempio di profilo di velocità e direzione di vento orizzontale, acquisito dal SODAR operativo presso l'osservatorio CIRAS del CNR-ISAC (Roma, Italia), è rappresentato in **Fig. 11.131**.

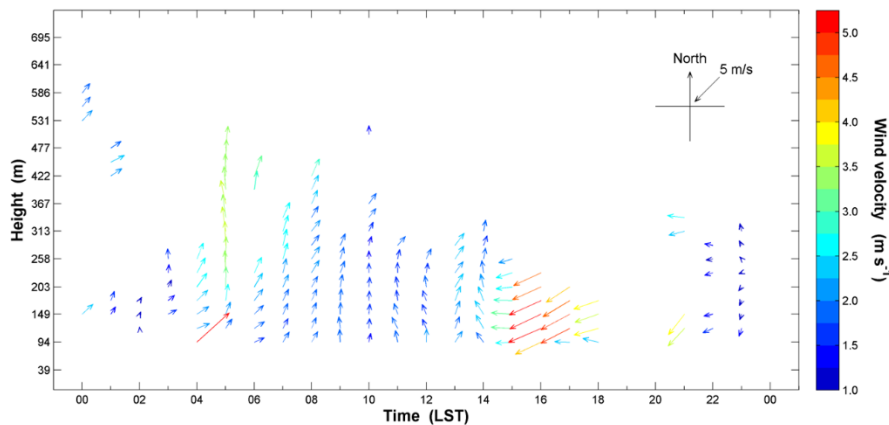


Fig. 11.131: profili verticali orari di vento orizzontale prodotti dal SODAR operativo presso l'osservatorio CIRAS del CNR-ISAC (Roma, Italia).

A parte il profilo di vento, la sola componente radiale dell'antenna verticale, che come appena visto corrisponde direttamente a w , permette anche di calcolare in modo diretto la deviazione standard per la componente relativa, σ_w .

11.13.1.4 Osservazioni conclusive

Nelle sezioni precedenti abbiamo trattato esclusivamente la modalità monostatica di funzionamento, trascurando quella bistatica, in cui alcune antenne sono dedicate alla trasmissione ed altre alla ricezione, argomento per cui rimandiamo alla bibliografia dedicata e, in particolare, a Mastrantonio (1996).

È poi importante menzionare che l'estensione verticale dei profili acquisiti mediante un sistema SODAR dipende esclusivamente dalla potenza degli impulsi acustici inviati dal sistema, dalle caratteristiche costruttive dello strumento e dal livello di turbolenza presente nel *PBL*, ma in generale non ci si può aspettare che superi gli 800-1000 m anche negli apparati ad alte prestazioni, specificamente progettati per esigenze di ricerca scientifica. Ad ogni modo, a tutt'oggi i SODAR rappresentano l'unica categoria di strumenti effettivamente in grado di telerilevare il profilo della turbolenza termica presente nel *PBL*, cosa che permette anche di riconoscere e caratterizzare l'eventuale presenza di onde atmosferiche come quelle di gravità o di Kelvin-Helmholtz, altrimenti di difficilissima identificazione.

11.13.2 IL RASS

I sistemi radioacustici RASS (Radio Acoustic Sounding Systems) sono strumenti dedicati alla determinazione dei profili verticali di temperatura virtuale, e vengono spesso installati come semplice aggiunta a un sistema SODAR. È questo il caso dei RASS di tipo Doppler, di cui questa sezione descrive sinteticamente il principio di funzionamento, rimandando a Kirtzel e al. (2000) per una trattazione più di dettaglio, che include le diverse varianti di questa categoria di strumenti.

Gli apparati di questo tipo sono basati sull'interazione tra le onde acustiche e quelle elettromagnetiche in atmosfera; sostanzialmente, il sistema invia in atmosfera un impulso sonoro, la cui velocità lungo la traiettoria, che dipende dalla temperatura locale, viene continuamente rilevata da terra mediante un RADAR Doppler. Il rilevamento è reso possibile dal fatto che l'intensa pressione dell'onda acustica influisce localmente sull'indice di rifrazione elettromagnetico dell'aria, in modo da dar luogo ad un segnale retrodiffuso; di conseguenza, il diagramma delle velocità misurate in funzione del tempo trascorso dal momento del lancio dell'impulso acustico, permette di tracciare direttamente l'andamento della temperatura in funzione della quota. Se le due sorgenti sono approssimativamente posizionate nello stesso punto, in modo che quest'ultimo risulti il centro di entrambi i fronti d'onda sferici, l'energia retrodiffusa dall'onda acustica avrà come fuoco l'antenna RADAR. Inoltre, se si soddisfa la condizione di Bragg vista nella sezione precedente e si sceglie una lunghezza d'onda elettromagnetica pari al doppio di quella acustica, l'energia retrodiffusa da ogni fronte d'onda acustico si combina in fase sul ricevitore, producendo in segnale RADAR più forte. Dovendo trattare parametri acustici ed elettromagnetici insieme, nel seguito indicheremo con il pedice "a" i primi ed "e" i secondi, rispettivamente.

Tralasciando i dettagli relativi alla determinazione della potenza retrodiffusa e dei parametri necessari a calcolarla, per cui si rimanda a Bradley (2007) e Emeis (2021), si consideri quindi un sistema RASS Doppler che emette impulsi acustici lungo la verticale, tracciati mediante l'emissione di una radiazione elettromagnetica continua. La velocità di propagazione dell'impulso acustico dipenderà dalla temperatura e dall'umidità in atmosfera, e l'effettiva altezza di misura z_m sarà determinata a partire dal tempo t_a trascorso dall'invio dell'onda acustica:

$$z_m = \int_0^{t_a - z/c_e} c_a(t) dt \quad [11.122a]$$

dove z è la distanza dal sistema, mentre c_a e c_e rappresentano le velocità delle due onde. La media della velocità del suono in questo intervallo sarà quindi data da:

$$\bar{c}_a = \int_0^{t_a - z/c_e} c_a(t) dt / t_a - z/c_e \quad [11.122b]$$

Unendo le due e considerando che un'onda elettromagnetica si propaga molto più velocemente di una sonora, si ottiene immediatamente:

$$z_m = \bar{c}_a \left(t_a - \frac{z_m}{c_e} \right) = \frac{\bar{c}_a t_a}{1 + \bar{c}_a/c_e} \approx \bar{c}_a t_a \quad [11.122c]$$

dove la velocità $\bar{c}_a$ è determinata con la (11.122b)], attraverso le misure effettuate dal sistema stesso, o da uno strumento indipendente posto nelle vicinanze.

La velocità del suono locale c_a viene invece ottenuta direttamente dall'equazione Doppler:

$$c_a = -\frac{c_e \Delta f_e}{2 f_e} \quad [11.123a]$$

dove Δf_e è appunto la differenza in frequenza tra l'onda ricevuta e quella emessa dal RADAR (con il valore tipico di 1290 MHz per f_e , ci si può aspettare un Δf_e di circa 3 kHz). In realtà, l'equazione precedente non tiene conto del contributo della velocità verticale del vento w , che pur essendo piccolo, costituisce pur sempre una perturbazione da eliminare; avendo preso in considerazione un RASS Doppler, nel nostro caso basterà sottrarre a c_a la velocità w così come misurata dalla componente SODAR del sistema.

A questo punto, ricordando la (11.113c), il profilo di c_a può essere convertito in uno di temperatura mediante la semplice relazione:

$$T_v = -\frac{c_a^2}{402.7} \quad [11.123b]$$

A titolo di esempio, la **Fig. 11.132** mostra la variazione giornaliera della temperatura potenziale nei primi 400 m di atmosfera misurata da un RASS Doppler installato ad Amburgo (Germania), in cui è possibile riconoscere chiaramente sia lo strato stabile notturno sia, a partire dalle ore 10:00 LST, il rimescolamento provocato dalla convezione, che prosegue approssimativamente fino alle 18:00, quando il tramonto del sole favorisce la ricostituzione di uno strato di inversione di temperatura.

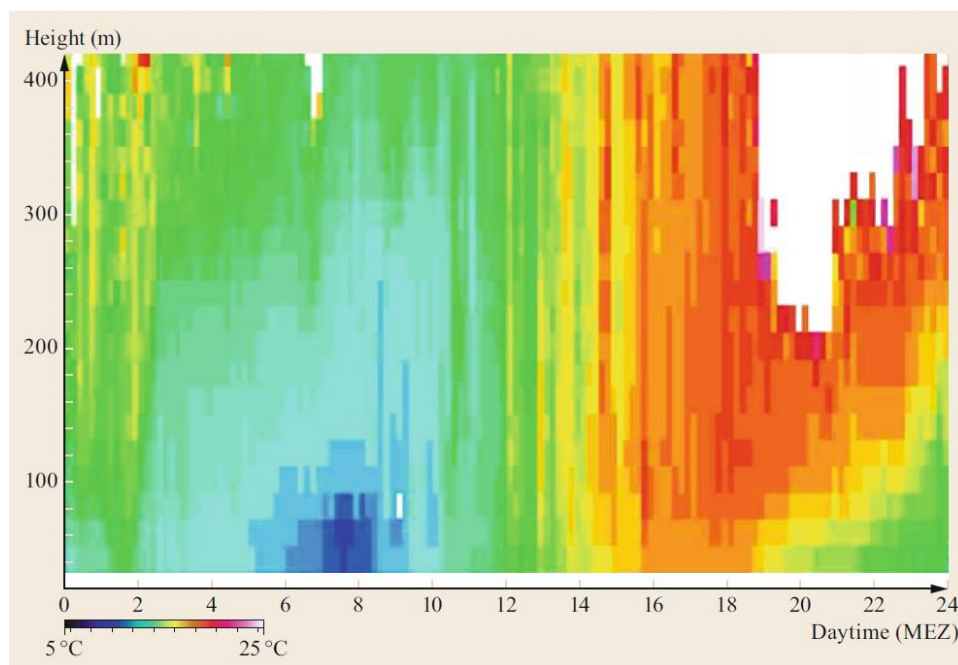


Fig. 11.132: profili verticali di temperatura prodotti da un RASS Doppler installato ad Asburgo (Germania). © Emeis (2021)



Fig. 11.133: due soluzioni tecniche SODAR-RASS. La soluzione di sinistra utilizza SODAR array, mentre in quella di destra viene impiegato un SODAR Doppler triassiale in configurazione monostatica (Metek GmbH)

Come è evidente dalla figura, inoltre, con questo tipo di strumenti non è possibile sondare quote al di sopra delle centinaia di metri. La massima altezza raggiungibile dipende essenzialmente

dall'assorbimento acustico in atmosfera, visto nella sezione precedente: quanto più questo è elevato, tanto meno intenso risulta il segnale retrodiffuso dagli strati d'aria alle quote più alte, con conseguente diminuzione della massima altitudine raggiungibile. Come limite pratico si può considerare la soglia di 700 m. Si noti, poi, che il RASS tende a funzionare in modo migliore in condizioni di aria umida, che contribuisce a diminuire l'assorbimento acustico dell'atmosfera. Dal punto di vista costruttivo, un RASS Doppler appare proprio come un'estensione del sistema SODAR. La **Fig. 11.133** presenta due soluzioni tecniche di implementazione, che utilizzano un SODAR array (sinistra) e uno Doppler triassiale in configurazione monostatica (destra).

11.13.3 I SISTEMI LIDAR

11.13.3.1 Premessa

A partire dagli anni sessanta del secolo scorso (Fiocco e Smullin, 1963), la sempre maggiore disponibilità di sorgenti laser (cioè di dispositivi che generano un fascio di luce continuo o una serie di impulsi luminosi altamente collimati e monocromatici), che coprono una vasta banda spettrale e un ampio *range* di potenza, ha reso possibile lo sviluppo di una numerosa famiglia di sistemi *remote sensing* di tipo ottico, con applicazioni che includono il telerilevamento del vapor d'acqua e delle nubi, di alcuni gas in traccia, del particolato atmosferico e della sua origine, nonché del profilo di temperatura e di quello di vento. Tutti i sistemi di questo tipo vengono collettivamente indicati col nome LIDAR (*Light Detection And Ranging*), e basano il proprio funzionamento sull'invio in atmosfera di radiazione luminosa.

In breve, come un RADAR o in un SODAR, nella sua forma più essenziale questi strumenti di *remote sensing* attivo inviano un impulso, in questo caso laser, in atmosfera e raccolgono il segnale retrodiffuso mediante un telescopio e un sistema di rilevazione. L'analisi del segnale ricevuto, assieme al tempo trascorso tra l'emissione e la ricezione dello stesso, consente di ottenere informazioni sui parametri atmosferici sensibili all'impulso inviato. La struttura tipo di un sistema LIDAR è quella rappresentata schematicamente nella **Fig. 11.134**.

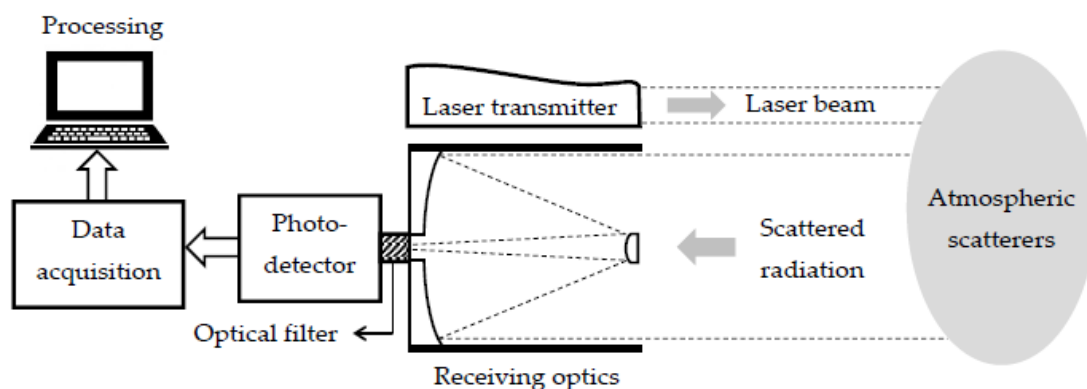


Fig. 11.134: struttura generale di un sistema LIDAR (Comeron e al., 2017)

I LIDAR impiegano solitamente una sorgente laser di tipo impulsato, che emette in atmosfera una serie di impulsi luminosi monocromatici, con lunghezza compresa tra qualche nanosecondo e diverse centinaia, in un intervallo di lunghezze d'onda che può andare dall'ultravioletto (UV) al vicino infrarosso (IR), a seconda dell'applicazione a cui sono destinati. A partire dagli anni '80 del secolo scorso, un larghissimo numero di applicazioni LIDAR è stato realizzato impiegando laser al neodimio Nd:YAG, che sfruttano un cristallo di granato di ittrio e alluminio drogato al neodimio per emettere radiazione a 1064 nm o, mediante duplicazione o triplicazione della frequenza, a 532 o 355 nm. Negli strumenti dedicati allo studio della parte più bassa dell'atmosfera, come diversi tipi di *ceilometer* e *wind lidar*, vengono spesso utilizzati laser a diodi o fibra, sia per ragioni di ottimizzazione delle energie impiegate sia perché hanno il vantaggio di

essere *eye safe*, ovvero di emettere radiazione a potenze tali da non danneggiare l'occhio umano. La luce emessa dalla sorgente laser è altamente collimata e ciò fa sì che l'osservazione con un LIDAR coinvolga un volume di misura estremamente ridotto, anche a grandi distanze dal punto di emissione del fascio luminoso. Infatti, la divergenza tipica del fascio è dell'ordine di 1 mrad e ciò a significare che un'emissione virtualmente puntiforme presenta uno *spot* del diametro dell'ordine di 1 m a 1 km dall'emissione. Questo valore può poi essere ulteriormente ridotto mediante l'utilizzo di un *beam expander*, un dispositivo ottico che da un lato espande l'estensione dello *spot* e, dall'altro, ne riduce la divergenza fino a circa 100 μ rad. Una volta inviati, i fotoni emessi interagiscono con i costituenti atmosferici; quelli che subiscono una retrodiffusione (*backscattering*) vengono raccolti un telescopio ottico (ricevitore), solitamente costituito da un riflettore a specchi in una delle configurazioni di tipo Cassegrain ma anche, nel caso dei *ceilometer* e, più in generale, dei sistemi dedicati alle basse quote, da più semplici lenti ottiche di vario tipo. Il fatto che la radiazione emessa sia altamente collimata permette di scegliere ricevitori con un campo di vista altrettanto stretto, con un certo vantaggio in termini di riduzione del rumore di fondo, inteso come radiazione luminosa non direttamente connessa con la retrodiffusione dei fotoni emessi. Quando gli assi di emettitore e ricevitore sono paralleli l'uno all'altro, la configurazione si dice *monostatica*, ed è il caso che vedremo in questa sezione. Solitamente, prima di procedere alla misura vera e propria, la radiazione in arrivo viene opportunamente selezionata per mezzo di uno o più filtri ottici; nel caso più semplice, ad esempio, un filtro ad interferenza, posizionato subito dopo il telescopio, si assicura che venga trasmessa solo la componente con lunghezze d'onda vicine a quella di interesse, limitando il rumore che proviene dal resto dello spettro. La misura della radiazione collazionata dal ricevitore, infine, viene effettuata con tubi fotomoltiplicatori o fotodiodi a valanga, che utilizzando l'effetto fotoelettrico per produrre una differenza di tensione in uscita proporzionale al numero di fotoni in arrivo. I segnali di tensione così ottenuti vengono quindi digitalizzati per essere successivamente analizzati.

Pur essendo basati tutti sui medesimi principi, i vari sistemi LIDAR si differenziano in funzione delle grandezze che rilevano dal segnale retrodiffuso, che a sua volta dipende dal particolare processo di interazione tra i fotoni emessi e i costituenti atmosferici attraversati dal fascio. Più in particolare, le quattro famiglie seguenti riassumono la grande maggioranza degli strumenti destinati alle applicazioni atmosferiche.

1. **LIDAR elastici.** Destinati al telerilevamento del profilo di aerosol e nubi, oltre che al monitoraggio dell'altezza dello strato rimescolato soprattutto in condizioni convettive, sfruttano la diffusione elastica tra i fotoni emessi dalla sorgente laser e i costituenti atmosferici.
2. **LIDAR Raman.** In questo caso il principio sfruttato è la diffusione inelastica Raman, che produce uno spostamento tra la lunghezza d'onda del fascio emesso e quella del fascio ricevuto. Siccome diversi tipi di molecole provocano spostamenti diversi, selezionando accuratamente le lunghezze d'onda ricevute è possibile ottenere, ad esempio, il profilo del vapor d'acqua e della temperatura.
3. **LIDAR DIAL (Differential Absorption).** Dedicati soprattutto al profilo del vapor d'acqua, funzionano inviando in atmosfera due fasci luminosi a diverse lunghezze d'onda, una sensibile e l'altra non sensibile all'assorbimento provocato dal vapor d'acqua.
4. **WIND LIDAR.** Analogamente a quanto visto per i sistemi SODAR, in questo caso si sfrutta lo spostamento in frequenza provocato dall'effetto Doppler per ricavare il profilo della velocità e della direzione del vento, della componente verticale della velocità e della relativa deviazione standard.

Nelle sezioni seguenti descriveremo brevemente i principi di funzionamento della prima e della quarta famiglia elencata sopra, rimandando a Witkamp (2005) per una trattazione più

approfondita della tecnica LIDAR e dei vari sistemi disponibili.

11.13.3.2 I Sistemi LIDAR elastici per la rilevazione degli aerosol

Come accennato sopra, questo tipo di strumenti sono specificamente dedicati alla misura del profilo di aerosol e nubi. A questo gruppo appartiene anche la maggior parte dei *ceilometer* a tutt'oggi in funzione (un esempio di strumento di questo tipo è rappresentato in **Fig. 11.135**), caratterizzati da una struttura piuttosto compatta e capaci di funzionare in maniera continua per lunghi periodi di tempo, con modeste esigenze di manutenzioni. Nati per l'osservazione operativa dell'altezza della base delle nubi, oggi vengono routinariamente impiegati per individuare il profilo verticale degli aerosol atmosferici, inclusa l'osservazione del trasporto a grande distanza di particolato, e la determinazione dell'estensione verticale del *PBL*.



Fig. 11.135: il moderno ceilometer CHM 15k "NIMBUS" (LUFFT)

L'interazione tra la radiazione elettromagnetica ed i costituenti atmosferici è un argomento che abbiamo già trattato, anche se con pochi dettagli, al Capitolo 6. Qui ci limiteremo a menzionare che un fascio collimato di fotoni inviato in atmosfera viene in parte assorbito e in parte diffuso dai costituenti atmosferici, sicché i parametri ottici da considerare sono essenzialmente due: il coefficiente di retrodiffusione $\beta(r)$, che definisce la quantità di fotoni retrodiffusa elasticamente da uno specifico volume di aria a distanza r dalla sorgente, e il coefficiente di estinzione $\alpha(r)$, che riflette invece l'attenuazione subita dal fascio laser mentre attraversa l'atmosfera, in questo caso dovuta ad entrambi i processi di diffusione ed assorbimento. La quantità principale misurata da un LIDAR elastico in configurazione monostatica, come quello che considereremo in questa sottosezione, è la potenza della radiazione retrodiffusa dall'atmosfera, intesa come numero di fotoni rilevati nell'unità di tempo, per la quale vale la seguente equazione.

$$P(r) = P_0 \frac{A}{r^2} \eta_{ott} \frac{c\tau}{2} \beta(r) T^2(r) \quad [11.124]$$

dove $P(r)$ è la potenza misurata dal ricevitore, P_0 quella emessa dalla sorgente laser, A è l'area del telescopio, η_{ott} un parametro che riflette l'efficienza ottica del ricevitore, c è la velocità della luce e τ la lunghezza del campionamento, mentre $\beta(r)$ e $T(r)$ rappresentano il coefficiente di retrodiffusione, visto poco sopra, e la trasmissività dell'atmosfera tra lo strumento e la distanza r , valorizzata al quadrato per tener conto sia del percorso di andata che di quello di ritorno. Vediamo alcuni di questi parametri con maggiore dettaglio, iniziando da τ , che rappresenta il tempo di campionamento e determina la risoluzione spaziale $c\tau/2$, corrispondente allo spessore dello strato attraversato da un impulso laser sia all'andata che al ritorno. Lungo il suo percorso, l'impulso verrà poi attenuato secondo la Legge di Beer:

$$I(r) = I_0 T(r) = I_0 \exp \left\{ - \int_{r_0}^r \alpha(z) dz \right\} \quad [11.125]$$

dove la parte in parentesi graffa rappresenta lo spessore ottico dello strato $r - r_0$.

Separando il contributo di aerosol e molecole nei processi di diffusione e assorbimento dovuti ai costituenti atmosferici, i coefficienti di retrodiffusione ed estinzione possono esprimersi con le seguenti espressioni:

$$\alpha = (\alpha^m + \alpha^a)_{ass} + (\alpha^m + \alpha^a)_{diff} \quad [11.126a]$$

$$\beta = \beta^m + \beta^a \quad [11.126b]$$

I costituenti gassosi hanno dimensioni lineari molto minori delle lunghezze d'onda tipiche di un laser, sicché, in questo caso, è possibile applicare direttamente la Teoria di Rayleigh:

$$\beta^m = n \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\pi} = 5.45 \cdot 10^{-32} \left(\frac{0.55}{\lambda} \right)^4 \quad [11.126a]$$

$$\alpha_{diff}^m = 8 \frac{\pi}{3} \beta^m \quad [11.126b]$$

con n densità numerica dei costituenti molecolari, $d\sigma/d\Omega|_{\pi}$ sezione d'urto differenziale per retrodiffusione e λ la lunghezza d'onda di emissione, espressa in μm . Al contrario, le dimensioni del particolato non consentono di utilizzare espressioni analoghe: un modo molto comune di procedere, in questo caso, consiste nel considerare $\alpha_{diff}^a = LR \beta^a$, dove LR è una costante numerica caratteristica dello strato di aerosol. Tale semplificazione, unita al fatto che alle lunghezze d'onda operative utilizzate dai LIDAR elastici i termini di assorbimento presenti nella (11.126a) possono essere trascurati, restituisce un'equazione LIDAR contenente i soli termini di retrodiffusione, e in particolare la sola incognita β^a , dato che β^m è ricavabile dalla (11.126b) utilizzando, ad esempio, profili di densità ottenuti da radiosondaggi. Unendo poi i parametri ottici P_0 , A , η_{ott} e $c\tau/2$ in una sola costante D , la (11.124) diventa:

$$P(r) = \frac{D}{(r - r_0)^2} [\beta^m(r) + \beta^a(r)] (r) T_a^2(r) T_m^2(r) \quad [11.127a]$$

con:

$$T_m^2(r) = \exp \left\{ - \frac{16}{3} \pi \int_{r_0}^r \beta^m dz \right\} \quad [11.127b]$$

$$T_a^2(r) = \exp \left\{ - 2 \int_{r_0}^r LR \beta^a dz \right\} \quad [11.127b]$$

Se, come nei casi più comuni, il ricevitore è poi costituito da un fotomoltiplicatore, la tensione in uscita al secondo $N(r)$ verrà a dipendere dalla efficienza quantica η_{ott} , che nel nostro caso includeremo in una nuova costante $C = \eta_{pht} D$, in modo da ottenere:

$$N(r) = \frac{C}{(r - r_0)^2} [\beta^m(r) + \beta^a(r)] (r) T_a^2(r) T_m^2(r) + B \quad [11.128]$$

a cui si è aggiunto un termine B che rappresenta il rumore, sia ottico che elettronico, presente nella misura, e che può essere stimato utilizzando l'ultima parte del segnale ricevuto, dove la sua presenza risulta dominante per via della bassa densità di particelle.

La precedente permette già di introdurre le due grandezze più utilizzate nelle applicazioni di questo tipo di LIDAR, a cominciare dal segnale *range corrected* $S(r)$, ovvero compensato per l'attenuazione con la distanza e spesso indicato con l'acronimo *RCS*. Esso è dato dalla relazione seguente:

$$S(r) = [N(r) - B] (r - r_0)^2 \quad [11.129]$$

Ricordando che il segnale dovuto al solo contributo molecolare $S_m(r) = \beta^m(r)T_m^2(r)$ è calcolabile a partire dai radiosondaggi di pressione e temperatura, è molto comune riscrivere questa equazione come:

$$S(r) = C S_m(r)R(r)T_a^2(r) \quad [11.130]$$

In quest'ultima, il termine $R(r)$ rappresenta il *backscattering ratio* definito da:

$$R(r) = \frac{\beta^m(r) + \beta^a(r)}{\beta^m(r)} \quad [11.131]$$

e in molti casi ci si ferma alla (11.129) o (11.131), visto che determinare una di queste due grandezze permette già, ad esempio, di individuare l'altezza della base delle nubi o caratterizzare la struttura verticale degli strati di aerosol, evidenziando fenomeni come la crescita diurna del *PBL* convettivo e la presenza di aerosol di origine avveviva.

Qualora, invece, si avesse la necessità di procedere fino alla determinazione del profilo di $\beta^a(r)$, si dovrebbe innanzitutto determinare il valore della costante C , ottenibile prendendo in esame una zona in cui il contributo degli aerosol è trascurabile. In questo caso, $S(r)/S_m(r) \cong C$, perché $R(r) \cong T_a^2(r) \cong 1$ (la Tropopausa, ad esempio, è una scelta molto comune). Una volta ottenuta C , l'inversione della (11.130) è ottenibile sia con metodi iterativi che analitici, per i quali rimandiamo a Witkamp (2005) o Ritter e Mönkel (2021).

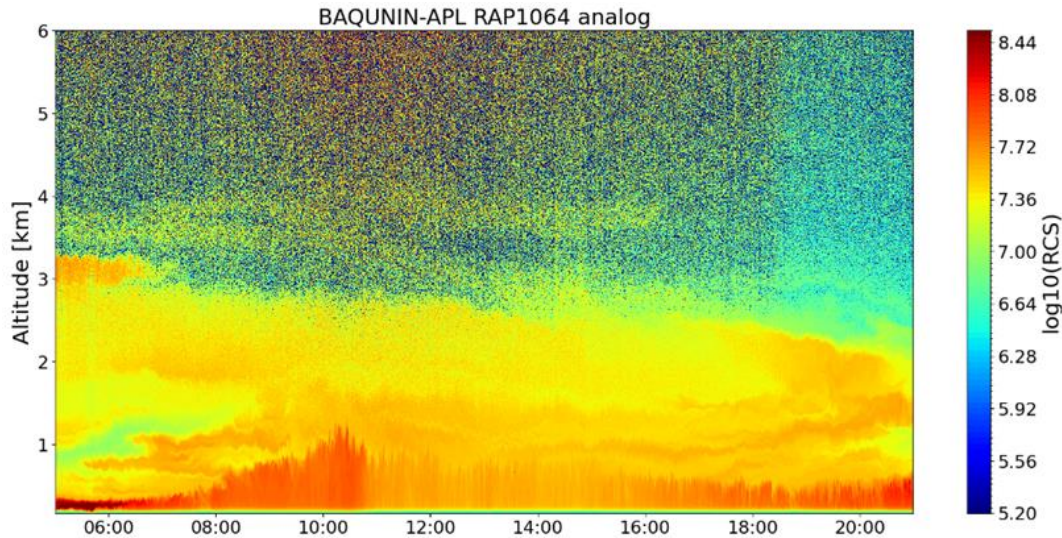


Fig.11.136: andamento giornaliero del segnale retrodiffuso del Ceilometer RAP installato presso l'osservatorio BAQUNIN di Roma. La parte alle quote inferiori al chilometro, dove il segnale risulta più intenso, mostra l'evoluzione diurna dello strato rimescolato.

La **Fig. 11.136** mostra un esempio dell'intensità del segnale *RCS*, o meglio del suo logaritmo in base dieci, graficato in funzione del tempo in UTC (ascisse) e della quota (ordinate). I profili, acquisiti dal *Ceilometer RAP* (*Raymetrics' Aerosol Profiler*) installato presso l'osservatorio BAQUNIN di Roma il 23.07.222, mostrano l'evoluzione degli strati di aerosol nel corso del tempo e, con essi, sfruttando il fatto che la maggior parte del particolato si concentra proprio nel *PBL*, l'evoluzione diurna dello strato rimescolato, visibile nella parte bassa del grafico: nel caso specifico, l'altezza dello strato raggiunge il suo massimo attorno alle 10:00 UTC, quando una sua ulteriore crescita è limitata dall'innesco della circolazione di brezza a mesoscala, che trasporta aria più fresca ed umida sul sito di misura causando la formazione di un *internal boundary layer* a quote inferiori.

11.13.4.3 I Sistemi Lidar Doppler (Doppler Wind LIDAR)

Concettualizzati a partire dai primissimi anni '70 del secolo scorso (Benedetti-Michelangeli e al., 1972), i sistemi Doppler Wind LIDAR (DWL) vengono oggi comunemente installati a terra, su palloni, navi o aeromobili e, a partire dal 2018, anche su piattaforme satellitari, nell'ambito della missione Aeolus dell'Agenzia Spaziale Europea. Essenzialmente, questi strumenti sfruttano l'Effetto Doppler provocato dal movimento in atmosfera di aerosol e molecole, dovuto all'azione del vento, per ricavare il profilo verticale di quest'ultimo. Analogamente a quanto visto nei SODAR, la grandezza principale che misurano è la velocità radiale del vento lungo la linea di vista (*LOS*, *line of sight*), ovvero proiettata lungo l'asse del ricevitore. Come in precedenza, quindi, stiamo considerando solamente sistemi in configurazione monostatica, dove gli assi di emettitore e ricevitore sono allineati. Utilizzando differenti strategie di scansione dell'atmosfera, questi strumenti sono in grado di rilevare, oltre al vettore vento, anche i parametri misurati dai LIDAR elastici descritti nella sezione precedente e, sfruttando l'elevata risoluzione temporale delle misure, alcune variabili turbolente come la deviazione standard delle componenti del vento, l'energia cinetica turbolenta e il suo tasso di dissipazione.

I DWL si dividono in due diverse famiglie. La prima, a rilevamento diretto, si basa sulla misurazione dell'intensità del segnale o del numero di fotoni e, rilevando il segnale retrodiffuso di tipo molecolare, è capace di raggiungere quote che toccano l'inizio della Mesosfera. La seconda, su cui è basata la costruzione degli strumenti commerciali disponibili oggi, utilizza invece il movimento di aerosol e nubi sfruttando tecniche di rilevamento coerente, in cui si misurano anche fase e frequenza del segnale retrodiffuso, ed è sostanzialmente limitata allo studio del *PBL* e della bassa Troposfera. Nel seguito ci concentreremo solamente sulla descrizione dei principi di misura, rimandando a Reitebuch e Hardesty (2021) per una descrizione più dettagliata di questi strumenti e delle loro applicazioni in ambito atmosferico, incluse le principali difficoltà di carattere costruttivo. Per darne un'idea, si tenga però presente che lo spostamento Doppler relativo che ci si aspetta per effetto del vento, espresso in termini di $\Delta f/f_0$, è dell'ordine di 10^{-7} - 10^{-8} e richiede accorgimenti particolari in fase sia di progettazione che di costruzione.

Indichiamo ora con $\vec{d}$ il versore della componente radiale della velocità del vettore vento $\vec{V}$ misurata dallo strumento lungo la sua linea di vista. Questo versore, oltre ad avere ovviamente modulo unitario, è interamente descritto da due angoli: quello zenitale α , tra la direzione verticale e il *LOS*, e quello azimutale β , tra la direzione del *LOS* sul piano orizzontale e il nord. Di conseguenza, la velocità radiale v_{LOS} sarà esprimibile mediante semplici considerazioni geometriche:

$$v_{LOS} = \vec{d} \cdot \vec{V} = \sin \alpha \sin \beta u + \sin \alpha \cos \beta v + \cos \alpha w \quad [11.132a]$$

dove u , v e w sono le solite tre componenti del vento $\vec{V}$. Se si considera esplicitamente la velocità orizzontale sullo stesso piano che contiene quella radiale, V_{or} , la precedente si scrive come:

$$v_{LOS} = V_{or} \sin \alpha + \cos \alpha w \quad [11.132b]$$

In altre parole, una misura del vento verticale e della sua deviazione standard richiede necessariamente un puntamento della sorgente laser lungo lo zenit, corrispondente ad $\alpha=0$, mentre per la velocità orizzontale è sufficiente avere due direzioni *LOS* diverse, preferibilmente ortogonali e inclinate, rispetto al piano orizzontale stesso, di un angolo α . Sostanzialmente, anche se espressa in altri termini e con un diverso strumento, questa configurazione minima è formalmente identica a quella del sistema SODAR raffigurato in **Fig. 11.128**. Nel caso dei DWL, il puntamento del fascio laser e dell'ottica di ricezione si ottiene solitamente o con una combinazione di diversi telescopi o, in alternativa, con un sistema di scansione optomeccanico, tipicamente composto da due specchi riflettenti (o prismi) con movimento indipendente, che essendo in grado di muovere il fascio rispetto ad entrambi gli angoli α e β , garantisce una maggiore flessibilità nelle strategie di scansione.

Le tipologie di scansione comunemente utilizzate per ottenere il profilo del vento sono essenzialmente due, entrambe basate su altrettante assunzioni: che la velocità del vento si mantenga omogenea nel volume illuminato dal fascio laser, e che sia costante per tutta la durata della

scansione. Nella tipologia *Doppler beam swinging* (DBS), il vettore vento viene determinato attraverso un minimo di tre misure lungo altrettanti assi non complanari, anche se in molti casi se ne usano 4 o 5. Se si considera il numero minimo di tre, in analogia con i sistemi SODAR, le equazioni utilizzate per ricavare le tre componenti della velocità del vento sono esattamente le (11.121a). Nella tipologia *velocity azimuth display* (VAD), invece, la scansione avviene disegnando un cono, ovvero tenendo costante l'angolo zenitale e variando quello azimutale tra 0 e 360° in modo continuo o, in alternativa, a piccoli incrementi angolari. Con questa tecnica, che si può considerare un'estensione della precedente, tracciando le velocità radiali di un ciclo di scansione rispetto ai rispettivi angoli di azimut in condizioni di vento omogeneo e stazionario si ottiene una curva simile a un'onda sinusoidale, mentre in condizioni opposte si osserveranno delle fluttuazioni da questo andamento. Nell'implementazione pratica della tecnica, le fluttuazioni vengono attenuate mediando le velocità radiali su un certo intervallo di tempo e il vettore vento viene ricavato mediante un *fit* effettuato con una curva sinusoidale. Si tratta, in sostanza, di andare a risolvere per $\bar{V} = (u, v, w)^T$, che rappresenta il vettore vento, l'equazione seguente:

$$A \cdot \bar{V} = \bar{V}_r \quad [11.133a]$$

dove $\bar{V}_r = (V_{r1}, V_{r2}, \dots, V_{rn})^T$ è il vettore delle n velocità radiali (misurate in un singolo ciclo di scansione), mentre la matrice A descrive le relazioni geometriche tra queste e le componenti del vento:

$$A = \begin{pmatrix} \sin \beta_1 \sin \alpha & \cos \beta_1 \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta_2 \sin \alpha & \cos \beta_2 \sin \alpha & \cos \alpha \\ \dots & \dots & \dots \\ \sin \beta_n \sin \alpha & \cos \beta_n \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad [11.133b]$$

Il sistema di equazioni descritto dalle precedenti è risolvibile, appunto, con un opportuno algoritmo ai minimi quadrati, considerando che:

$$A^T A \bar{V} = A^T \bar{V}_r \Leftrightarrow \bar{V} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{V}_r \quad [11.134]$$

Anche se il parametro n è totalmente variabile, usualmente si utilizza un numero di direzioni compreso tra un minimo di 6 e un massimo di 24, ed è solitamente necessario mediare le misure su parecchi cicli di scansione prima di ottenere la condizione di approssimativa omogeneità necessaria a risolvere il sistema. A titolo di esempio, la **Fig. 11.137** mostra i profili verticali di velocità e direzione del vento così come acquisiti per la giornata del 21 Febbraio 2024 presso l'Osservatorio CIRA del CNR-ISAC.

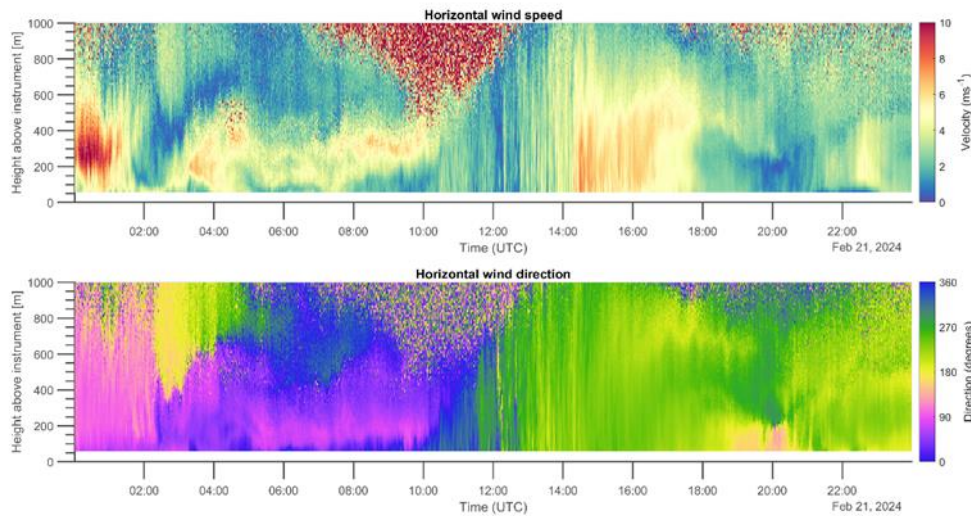


Fig.11.137: andamento giornaliero dei profili di velocità e direzione del vento nei primi 1000 metri di quota, così come acquisiti per la giornata del 21 Febbraio 2024 dal wind lidar operativo presso l'Osservatorio CIRA del CNR-ISAC di Roma.

Un'analisi comparativa dell'accuratezza del VAD, con diverse scelte del parametro n , rispetto al più semplice DBS, è pubblicata in Rahlves e al. (2022). Ci limitiamo qui ad accennare al fatto che le assunzioni su omogeneità spaziale e stazionarietà costituiscono un forte limite all'utilizzo di questo strumento per la derivazione di parametri turbolenti, che può però essere superato utilizzando diversi DWL con fasci puntati su un medesimo volume, in modo da costruire una torre micrometeorologica "virtuale".

11.13.5 IL RADIOMETRO A MICROONDE

Il radiometro a microonde (*microwave radiometers*, MWR) è un esempio di sistema *remote sensing* di tipo passivo; un tale apparato, infatti, non invia nulla in atmosfera, ma si limita a misurare l'emissione termica dell'atmosfera emessa da gas e idrometeore, consentendo la determinazione innanzitutto del profilo di temperatura e, più in generale, di quelli relativi a umidità e alcuni gas in traccia, oltre che la stima della quantità di acqua liquida contenuta nelle nubi. Il cuore di un sistema del genere è naturalmente l'antenna ricevente, che opera appunto nello spettro delle microonde (dove l'atmosfera si comporta come debole sorgente di radiazione), corredata dal relativo sistema di acquisizione dati.

Analogamente ai casi precedenti, anche qui ci si limiterà essenzialmente a descrivere i principi fisici di funzionamento di questi apparati, omettendo gli aspetti più tecnici, per i quali si rimanda a Crewell e al. (2021). Al di sotto del 100 GHz, l'estinzione di radiazione è quasi esclusivamente causata dall'assorbimento: i processi di diffusione, in questa zona dello spettro, giocano un ruolo solo quando relativi alle precipitazioni. Come mostrato in **Fig. 11.138**, dove viene rappresentata la variazione del coefficiente di assorbimento relativo all'intervallo tra 10 e 300 GHz, in condizioni di cielo sereno, i processi di estinzione sono dominati da H_2O e O_2 a circa 22 e 60 GHz, rispettivamente. L'ossigeno, in particolare, essendo in equilibrio termodinamico con la restante atmosfera, risulta ben mescolato al di sotto degli 80 km di altitudine ed ha una concentrazione nota approssimativamente costante. Ed è proprio andando a misurare l'intensità della radiazione termica ricevuta attorno ai 60 GHz che è possibile, ad esempio, inferire la temperatura a cui si trovano le molecole di O_2 che l'hanno prodotta. Si tenga presente che, tipicamente, un radiometro MWR rileva la radiazione termicamente emessa nella direzione zenitale, ma per ottenere un profilo di temperatura con un'adeguata risoluzione spaziale si ricorre spesso ad un ciclo di scansione effettuato a diversi angoli di elevazione dal suolo.

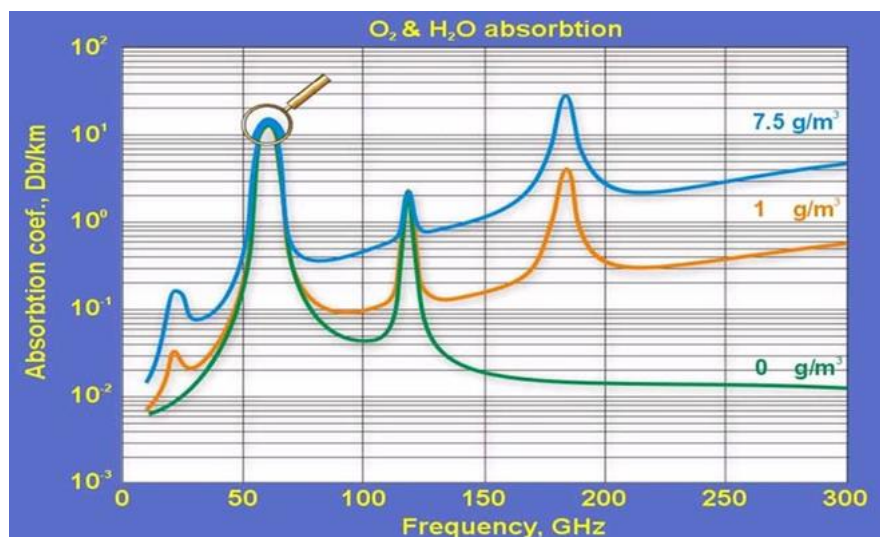


Fig.11.138: andamento del coefficiente di assorbimento (Db/km) in funzione della frequenza tra 0 e 200 GHz

Nel seguito, faremo uso di quanto visto nel Capitolo 6 sull'analisi energetica del *PBL*, con particolare riferimento alle sezioni 6.2 e 6.3, dove abbiamo visto la radiazione di corpo nero e introdotto le nozioni fondamentali di trasferimento radiativo. Nella maggior parte dei casi, l'emissione atmosferica nello spettro delle microonde è minore di quella aspettata per un corpo nero alla medesima temperatura: in questa circostanza si parla dunque di *corpo grigio*, ovvero di un oggetto che, seguendo la legge di Kirchhoff, assorbe una certa frazione α_ν di energia incidente alla frequenza ν , per poi riemetterne, lungo la medesima direzione, una quantità $\alpha_\nu B_\nu(T)$. Il termine $B_\nu(T)$ è proprio la *brillanza* definita dalla Legge di Planck (Eq. [6.12a]), ovvero la radianza emessa, mentre α_ν , che è in generale minore di 1, viene a dipendere dalla frequenza. Di conseguenza, se un corpo grigio è completamente non assorbente a una specifica frequenza, α_ν sarà nullo e la radiazione – sempre che si possa trascurare la diffusione – si propagherà senza nessuna interazione con il mezzo.

In un mezzo non diffusivo, quindi, il segnale ricevuto da un MWR si può ricavare dalla Legge di Beer-Bouguer-Lambert nella sua forma differenziale (6.52a), aggiungendo il termine emissivo di sorgente $S = \sigma_a B_\nu ds$. Inoltre, sempre nell'ipotesi in cui i processi di diffusione siano trascurabili, il coefficiente di estinzione si riduce a quello di assorbimento σ_a e, nel caso monocromatico, si ottiene:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \sigma_a (B_\nu - I_\nu) \quad [11.135]$$

Nell'assunzione di atmosfera piana e orizzontalmente omogenea, il termine ds può essere sostituito con $dz = ds \cos \theta$, dove θ rappresenta l'angolo compreso tra la direzione di osservazione, ovvero quella da cui proviene la radiazione, e lo zenit. Integrando la precedente, la radianza osservata alla frequenza f avrà quindi la forma:

$$I_\nu = I_{\nu, \text{TOA}} e^{-\tau} + \int_0^{\text{TOA}} \sigma_a(z) B_\nu(T(z)) e^{-\tau_z(z)} dz \quad [11.136]$$

Nella precedente, TOA sta per *top of the atmosphere*, e indica, appunto, la quota a cui si estende l'intera atmosfera. Il primo termine di destra descrive il contributo di fondo $I_{\nu, \text{TOA}}$ al segnale osservato, che si attenua secondo lo spessore ottico totale $\tau = \exp\left(-\int_0^{\text{TOA}} \sigma_{\text{ext}}(\nu, z) dz\right)$, dove $\sigma_{\text{ext}}(\nu, z)$ è il relativo coefficiente di estinzione. Il secondo, invece, rende conto dell'emissione termica atmosferica proveniente da tutte le quote z , anch'essa soggetta all'effetto dell'attenuazione $\tau_z = \exp\left(-\int_0^z \sigma_a(z') dz'\right)$ lungo il percorso tra il punto di emissione $z' = z$ e l'antenna ricevente ($z' = z$).

Considerando temperature tipiche dell'atmosfera, alle basse frequenze dello spettro delle microonde la radianza seguirà l'approssimazione di Rayleigh-Jeans, mostrando una dipendenza approssimativamente lineare dalla temperatura, e la Legge di Planck (6.12a) si potrà scrivere come:

$$B_\nu(T) = \frac{2\nu^2 k_B T}{c^2} \quad [11.137]$$

dove k_B è la costante di Boltzmann. Questa equazione può essere facilmente invertita per ricavare la temperatura, che tuttavia, nel caso di corpo grigio che stiamo considerando, non corrisponderà a quella fisica dell'emettitore, ma a un equivalente temperatura di brillanza $T_B = \alpha_\nu T$. Tenendo in mente quest'ultima considerazione, ed usando la (11.137) con la (11.136), si ottiene un'espressione più utilizzabile ai fini pratici:

$$T_B = T_{B, \text{CBR}} e^{-\tau} + \int_0^{\text{TOA}} \sigma_a(z) T(z) e^{-\tau_z} dz \quad [11.136]$$

con $T_{B, \text{CBR}}$ ad indicare la temperatura di brillanza della radiazione cosmica di fondo (2.73 K). In quest'ultima equazione, la dipendenza della temperatura di brillanza misurata dallo strumento dal profilo di temperatura atmosferica appare ovvia, mentre altri fattori, come l'influenza dell'umidità

o della quantità di acqua liquida, rimangono nascosti nel coefficiente di assorbimento, della cui esatta determinazione non ci occuperemo.

Il passaggio dalla T_b misurata dallo strumento al profilo di T non è immediato, e richiede l'utilizzo di specifici algoritmi di inversione, spesso sviluppati ricorrendo a tecniche di regressione multivariata o mediante l'utilizzo di reti neurali, che non abbiamo modo di approfondire in questo contesto. Come esempio conclusivo, presentiamo in **Fig.11.139** un andamento giornaliero del profilo di temperatura acquisito dallo MWR modello MTP-5 operativo presso l'osservatorio CIRAS del CNR-ISAC di Roma.

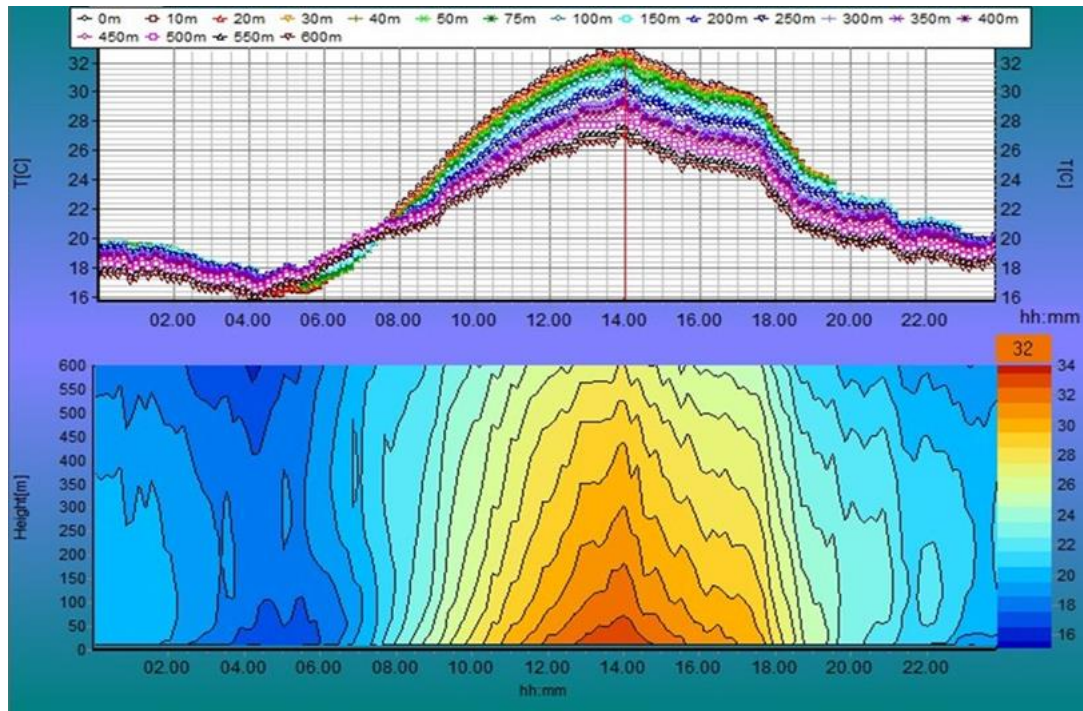


Fig.11.139: andamento giornaliero del profilo di temperatura acquisito dal MWR operativo presso l'osservatorio CIRAS del CNR-ISAC di Roma.

PROBLEMI

- P11.01 Si consideri una galleria del vento in cui l'aria si muove ad una velocità V_T costante e pari a 6 m/s. Un anemometro a coppe inserito in questa galleria impiega 2.5 s a passare da una velocità di $0.28 V_T$ a $0.74 V_T$. Determinare la costante di tempo τ dell'anemometro e la relativa Costante di Distanza L .
- P11.02 Dimostrare la relazione (11.49).
- P11.03 Dimostrare le relazioni (11.54a) e (11.54c)
- P11.04 Determinare la risoluzione con cui un anemometro sonico misura la velocità se ha un *path* $d = 20$ cm e se può misurare tempi di transito dell'impulso acustico fino a 0.1 μ s.
- P11.05 Un anemometro sonico, con $d = 20$ cm, misura $t_1 = 563.4 \mu$ s e $t_2 = 593.5 \mu$ s. Trovare la velocità parallela al path e la temperatura sonica.
- P11.06 Un anemometro sonico mono-assiale ha il *path* sonico esattamente parallelo alla direzione del vento. Se il sonico misura una velocità del vento $U = 2.7$ m/s ed una temperatura sonica $T_s = 31^\circ\text{C}$, determinare i tempi di transito t_1 e t_2 dell'impulso sonoro se il *path* sonico è $d = 18$ cm.
- P11.07 Consideriamo un anemometro/termometro ultrasonico CSAT3 (Campbell) da cui si ottiene una temperatura istantanea $T_s = 35^\circ\text{C}$. Se, con strumentazione differente, si misura un'umidità specifica $q = 0.003 \text{ g}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{g}_{\text{air}}$ e le due componenti orizzontali del vettore vento istantaneo sono rispettivamente $u = 1.5 \text{ m s}^{-1}$ e $v = 0.9 \text{ m s}^{-1}$, determinare il valore della temperatura istantanea dell'aria.
- P11.08 Se il path di un anemometro è $d = 18$ cm, calcolare la frequenza di roll-off per un vento la cui velocità media è $U = 2.5 \text{ m s}^{-1}$.
- P11.09 Un Tubo di Pitot è immerso in un flusso d'aria a velocità $U = 6 \text{ m s}^{-1}$. Quanto vale la differenza tra la pressione totale e la pressione statica?
- P11.10 Data una PT100, calcolare la sua resistenza elettrica a $T = -12^\circ\text{C}$
- P11.11 Si data una RTD in platino con $R_0 = 100 \Omega$, $\alpha = 0.00385^\circ\text{C}^{-1}$. Se il massimo errore tollerabile per autoriscaldamento è 0.05°C e il rapporto tra potenza dissipata per autoriscaldamento elettrico ed il massimo errore di temperatura tollerato è $0.2 \text{ mW}/^\circ\text{C}$, quale corrente massima può attraversare la RTD a $T = 30^\circ\text{C}$?
- P11.12 Si consideri una PT100 posta in un ambiente caratterizzato da una velocità del vento dell'ordine di 5 m/s. Se si desidera che la costante di tempo della termoresistenza sia dell'ordine di 0.2 s, determinarne il diametro.
- P11.13 Consideriamo una termocoppia la cui relazione tra forza elettromotrice V e gradiente di temperatura ΔT è semplificata in $\Delta T = a \cdot V$, dove $a = 38.63 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. Se il suo output è pari a $-1250 \mu\text{V}$ quando il giunto freddo sta a 50°C , determinare la temperatura del giunto caldo.
- P11.14 Consideriamo una RTD di forma cilindrica con un diametro di 1 cm ed un coefficiente di assorbimento di radiazione solare pari a 0.2. Se la velocità del vento è pari a 2 m s^{-1} e la radiazione solare globale è pari a 500 W m^{-2} , determinare l'eccesso di temperatura registrato dal sensore a causa della radiazione solare e verificare come tale eccesso diminuisce con un sensore di diametro 1 mm.
- P11.15 Se uno psicrometro indica una temperatura di bulbo secco $T_d = 35.00^\circ\text{C}$ ed una temperatura di bulbo umido $T_w = 24.70^\circ\text{C}$ e se la pressione atmosferica è pari a 1000 mbar, trovare l'umidità relativa.
- P11.16 Se l'aria ha una temperatura media di 31°C , quale è la relativa temperatura di rugiada?

- P11.17 Quale deve essere la temperatura a bulbo umido rilevata da uno psicrometro se la temperatura media dell'aria è pari a 27°C e l'umidità relativa è pari al 53%.
- P11.18 Disegnare una configurazione razionale di termocoppie da collocare su una torre strumentata a 4 livelli differenti, ipotizzando che al livello inferiore sia presente una misura di temperatura assoluta realizzata con un termistore. Scegliere il tipo di termocoppie da utilizzare e scrivere un programma di calcolo che consenta di determinare il profilo verticale di temperatura che la torre meteorologica rilevarebbe.
- P11.19 Si ipotizzi di collocare una postazione micrometeorologica in ambiente urbano alla sommità di un edificio a tetto piatto che presenta un'altezza rispetto al piano stradale di 15 metri ed una dimensione caratteristica orizzontale di 50 metri. Quanto deve essere alto al minimo il palo meteo sulla cui sommità è posto un anemometro?
- P11.20 Si lanci un pallone pilot del peso di 30 grammi e si ipotizzi che esso si innalzi in aria ad una velocità ascensionale costante e pari a 6 m/s. Agli istanti corrispondenti a 8, 9 e 10 minuti dopo il lancio, col teodolite si rilevano gli angoli θ e ϕ riportati nella tabella seguente.

Tempo dal lancio (minuti)	Angolo θ ($^{\circ}$)	Angolo ϕ ($^{\circ}$)
8	187.5	71.2
9	205.8	70.2
10	221.2	68.4

Determinare le quote raggiunte dal pallone e la velocità e la direzione di provenienza del vento a quelle quote.

12. ELABORAZIONE PRIMARIA DELLE MISURE

La discussione fatta al Capitolo 10 ha evidenziato come sia effettivamente possibile misurare le principali variabili che sono presenti nel modello Fluidodinamico del *PBL*, anche se per arrivare a ciò è stato necessario comprendere a fondo sia il significato di misura (che abbiamo visto essere l'interazione tra la variabile meteorologica da misurare, per esempio la temperatura dell'aria, ed un oggetto fisico, il sensore, che muta una delle proprie caratteristiche fisico-chimiche in funzione della variabile misuranda), che il significato di sensore reale e di campionamento. Abbiamo quindi visto come una misura $f(x,t)$ di una variabile F ad un certo istante t , prodotta da un generico sensore reale collocato in un punto x dello spazio, sia sicuramente *parente* del valore vero che la variabile F effettivamente assume all'istante t nel punto x . Tra il valore vero e la misura ci sono di mezzo evidentemente le caratteristiche statiche e dinamiche del sensore e le caratteristiche del segnale misurato. Ciò ci ha permesso di stabilire delle ben precise relazioni matematiche tra la misura e la variabile istantanea effettivamente misurata.

Il Capitolo 11, poi, l'abbiamo interamente dedicato alla descrizione dei principali sensori normalmente impiegati nella misura delle principali variabili meteorologiche e micrometeorologiche, accennando, alla fine, anche ad alcuni dei sistemi *remote sensing* più frequentemente impiegati e alla misura degli scalari passivi (gas e aerosol) importanti per l'inquinamento atmosferico, la molestia olfattiva e la tossicologia. Abbiamo visto che, di fatto, in corrispondenza di ogni variabile meteorologica esiste sempre almeno un sensore in grado di misurarla. Qualche problema lo si ha, invece, quando è necessario misurare la concentrazione dei gas presenti in atmosfera. In realtà solo per un numero limitato di essi è disponibile un sensore in grado di misurare la concentrazione media e ancora meno sono i gas per cui è disponibile un sensore a risposta veloce. Tuttavia, non dimentichiamo che è sempre possibile eseguire campionamenti dell'aria ambiente ed analizzare successivamente in laboratorio i campioni raccolti.

Sempre al Capitolo 10 abbiamo visto come una stazione meteorologica (schematicamente rappresentata nella **Fig. 10.1**) altro non sia che è un luogo fisico in cui vengono normalmente collocati ed organizzati alcuni dei sensori meteorologici. La scelta di quali sensori collocare in una determinata stazione meteorologica dipende dalle finalità della stessa. Abbiamo, inoltre, dedicato parecchio spazio in quella sede alla descrizione dell'architettura di una tipica stazione meteorologica (**Fig. 10.2**) ed al concetto di catena di misura (**Fig. 10.3**), mentre al Capitolo 11 abbiamo discusso come effettivamente collocare in una stazione i vari tipi di sensori meteorologici. In pratica, ognuno degli N sensori presenti in una generica stazione meteorologica, ad un certo istante t è predisposto per fornire un ben preciso valore $x_i(t)$ della variabile X_i cui è sensibile. Ovviamente il flusso di informazioni prelevato dagli N sensori, che darà luogo all'acquisizione di N serie storiche discrete, dovrà essere gestito da un opportuno *SW* di cui deve essere dotato il sistema elettronico di acquisizione, elaborazione, trasmissione, presentazione ed immagazzinamento dati presente nella stazione. Per quanto riguarda, invece, i vari sistemi *remote sensing* come il SODAR, il RASS, il Lidar ed il Radiometro a Microonde, va detto che essi normalmente costituiscono sistemi fisicamente monolitici che vengono forniti dai costruttori completi in ogni loro parte. Per come sono fatti e per come funzionano, essi possono essere considerati, almeno dal punto di vista logico, come *sensori complessi* che producono, ad istanti prefissati, il profilo verticale di alcune variabili meteorologiche quali la velocità e la direzione media del vento, la deviazione standard della componente verticale del vento e la temperatura media dell'aria determinati sulla base di tempi di mediazione definiti dall'utente. Nel seguito di questo Capitolo non considereremo, almeno esplicitamente, tali sistemi.

Il presente Capitolo è totalmente dedicato a due argomenti. La prima parte è dedicata alla descrizione dell'architettura e delle funzioni che deve possedere il *SW* che gestisce gli N sensori

presenti in una stazione meteorologica. In particolare, dovremo studiare come i dati debbano essere acquisiti e quali controlli di qualità debbano essere fatti sulle misure istantanee prodotte dai vari sensori. Tutto ciò si riferisce ad una stazione meteorologica, ma è relativamente semplice estendere questi ragionamenti anche a postazioni di misura della concentrazione di sostanze gassose (gas e particolato) di interesse per l'inquinamento atmosferico. Quindi possiamo considerare anche la concentrazione dei diversi gas e aerosol presenti in atmosfera come una *variabile meteorologica*. La seconda parte sarà dedicata invece all'elaborazione primaria delle misure rilevate. Infatti, ciò che i vari sensori producono nel tempo sono i valori grezzi (di fatto istantanei) delle diverse variabili meteorologiche d'interesse, mentre, come abbiamo visto, il nostro interesse è focalizzato quasi esclusivamente sugli indicatori statistici delle stesse, come medie, varianze e covarianze. Vedremo che il problema di determinare i principali momenti di una variabile meteorologica (che abbiamo ipotizzato essere una variabile stocastica di tipo ergodico) non si riduce semplicemente ad individuare uno stimatore campionario opportuno (*unbiased*), perché il punto di partenza per la stima campionario dei momenti di ogni ordine di una generica variabile stocastica supposta ergodica è definire quale media si vuole considerare e se, come quasi sempre, la media considerata è la media temporale, il problema diventa quale debba essere il tempo di mediazione da adottare in maniera da *catturare* veramente le fluttuazioni turbolente possedute dal segnale meteorologico considerato. Se il tempo di mediazione fosse eccessivamente breve, parte della turbolenza verrebbe persa, mentre se il tempo di mediazione fosse eccessivamente lungo, verrebbero considerate fluttuazioni turbolente anche variazioni del segnale dovute a fenomeni a mesoscala e submeso particolarmente presenti nelle situazioni ad elevata stabilità. In pratica, siamo finalmente arrivati a poter stimare, a partire da misure sperimentali, tutte quelle grandezze che caratterizzano il *PBL*. In particolare, siamo finalmente in grado di iniziare a stimare in maniera sperimentale le caratteristiche statistiche delle diverse variabili meteorologiche che stanno alla base del Modello Operativo del *PBL* (descritto nel Capitolo 5) e che abbiamo introdotto in modo parecchio teorico al Capitolo 3. Nel seguito di questo capitolo e nei Capitoli successivi, faremo frequentemente riferimento a questo bagaglio teorico acquisito che non ripeteremo se non in termini estremamente sintetici quando necessario. Gran parte di queste considerazioni possono essere applicate anche alla concentrazione delle diverse specie inquinanti che saranno l'argomento dei capitoli successivi al Capitolo 16.

12.1 IL SW DI GESTIONE DELLA STAZIONE

In ogni stazione meteorologica (o micrometeorologica se è dedicata prioritariamente alla stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL*) ci deve essere un insieme di componenti, in parte *HW* (amplificatori, filtri, *Data Logger*, sistema di calcolo), ma prevalentemente *SW* (programmi che operano nel sistema di calcolo e che organizzano il funzionamento dell'intera stazione), dedicati alle seguenti funzioni:

- all'interrogazione dei vari sensori analogici presenti nella stazione. Ciascun sensore analogico fornisce in *output* un segnale elettrico (in generale un segnale di tensione) virtualmente continuo nel tempo. Non potendo fisicamente acquisire e registrare segnali continui, è necessario *campionarli* ad istanti discreti t_i , ottenendo per ogni sensore i -esimo una serie storica di *dati grezzi* (*raw data*) che dovrebbe contenere le misure istantanee della variabile cui è dedicato il sensore, se quest'ultimo ha funzionato in maniera corretta. Se le caratteristiche dinamiche del sensore sono adeguate, i dati grezzi acquisiti potranno a buon diritto essere considerati una delle possibili realizzazioni della variabile meteorologica a cui è sensibile il sensore e che, come abbiamo fatto finora, possiamo considerare come un processo stocastico;
- all'acquisizione dei segnali provenienti dai sensori digitali. Nelle stazioni

micrometeorologiche ed a volte anche in alcuni tipi di stazioni meteorologiche, sono presenti sensori con *output* digitale (si pensi, per esempio, alla presenza di un anemometro ultrasonico biassiale o triassiale). In questi casi, il sistema *SW* di stazione deve ad ogni istante t_i inviare un opportuno comando al sensore digitale affinché quest'ultimo trasmetta la misura istantanea desiderata. Dato che i sensori digitali utilizzati in Micrometeorologia sono caratterizzati da caratteristiche dinamiche eccellenti, le misure da essi prodotte possono sempre essere considerate a buon diritto come una delle possibili realizzazioni del processo stocastico che rappresenta la variabile micrometeorologica misurata dal sensore;

- alla verifica di validità delle singole misure elementari. È sempre possibile che il dato fornito da un sensore, analogico o digitale, sia in realtà un artefatto strumentale, cioè il risultato o di avarie intervenute nel sensore o di interferenze esterne (le gocce di pioggia che interrompono il *path* di un anemometro ultrasonico, induzioni elettromagnetiche raccolte dalle linee dati, ecc.). E' necessario, quindi, predisporre, sostanzialmente in tempo reale, un *Controllo di Qualità (Quality Control)* dei dati per individuare quali tra essi è altamente probabile che siano artefatti strumentali, da non considerare quindi nella stima dei parametri meteorologici di interesse;
- all'elaborazione dei vari dati elementari per ottenere i principali indicatori statistici di interesse (principalmente i valori medi, le varianze e le covarianze). Come abbiamo visto al Capitolo 3, più che i valori istantanei delle variabili meteorologiche siamo interessati ai principali indicatori che descrivono sinteticamente le caratteristiche stocastiche delle diverse variabili meteorologiche. Sono effettivamente questi indicatori (medie, varianze, covarianze, spettri, ecc.) che compaiono nel Modello Operativo del *PBL* presentato al Capitolo 5 e che costituiscono la base statistica descrittiva delle diverse scale di turbolenza di cui si è trattato al Capitolo 4. A questo tema sarà dedicata l'intera seconda parte del Capitolo.
- alla verifica della realistica degli indicatori statistici così ottenuti. Nonostante il *Quality Control* in tempo reale sui dati grezzi, è sempre possibile che alcune situazioni anomale siano comunque sfuggite. Proprio per questo, si deve predisporre un ulteriore ed opportuno *Quality Control* da applicare direttamente ai valori medi ed ai principali momenti per tentare di individuare queste subdole situazioni anomale.
- alla stima dei principali parametri che definiscono e quantificano la turbolenza del PBL. Come sappiamo da quanto presentato fin qui, la turbolenza del *PBL* è definita quantitativamente da una serie di parametri che non possono essere misurati direttamente come la *friction velocity*, il flusso turbolento di calore sensibile e latente, la lunghezza di Monin-Obukhov, l'estensione verticale del *PBL* e la velocità convettiva di scala. Il *SW* di stazione dovrebbe essere dotato di algoritmi per la loro stima, cosa che costituisce l'argomento dei prossimi Capitoli.
- alla presentazione all'utente delle informazioni meteorologiche ottenute. Al di là di tutti i controlli eseguiti automaticamente dal *SW*, la visione diretta da parte dell'utente dell'evoluzione temporale delle variabili meteorologiche istantanee e dei relativi momenti è comunque un passo importante del controllo del funzionamento della stazione e, quando è possibile, va sempre prevista. A questo proposito è sempre consigliabile prevedere la possibilità di visualizzare localmente in stazione gli andamenti delle misure istantanee e, se possibile, dei vari momenti statistici delle variabili misurate.
- all'archiviazione locale dei dati acquisiti e delle elaborazioni realizzate. Le informazioni principali acquisite dalla stazione meteorologica sono i dati grezzi ottenuti dai singoli sensori che la compongono. Quindi è indispensabile, se logisticamente possibile,

archiviare in maniera opportuna tutti i dati grezzi prodotti la cui disponibilità potrà consentire, tra l'altro, di effettuare *off-line* anche elaborazioni non previste dal *SW* di stazione. È poi consigliabile, per ragioni di sicurezza, l'archiviazione locale nell'*HW* di stazione anche delle serie storiche dei momenti delle variabili ivi misurate.

- alla trasmissione delle elaborazioni realizzate. Se la stazione meteorologica è inserita in una rete meteorologica o micrometeorologica, è necessario che almeno parte delle informazioni e delle elaborazioni che essa produce vengano periodicamente inviate ad un Centro di Raccolta in grado non solo di memorizzarle, ma anche di elaborarle in maniera da ottenere da un insieme di rilevamenti puntuali un quadro realistico spaziale e temporale del fenomeno che si sta monitorando.

Consideriamo, per semplicità, una stazione meteorologica al suolo in cui *non* siano presenti sistemi *remote sensing*. Una tale stazione, di regola, potrebbe essere equipaggiata sia con sensori di tipo tradizionale (a risposta lenta) che con sensori a risposta veloce, in particolare con l'anemometro ultrasonico. Per quanto riguarda i sensori *remote sensing* (per esempio *SODAR*, *RASS* e *WIND PROFILER*), attualmente essi costituiscono, singolarmente o accoppiati, più un sistema che sensori veri e propri, sono sempre dotati di un proprio sistema di calcolo e costituiscono a tutti gli effetti una stazione meteorologica separata che il Sistema Centrale di Controllo dovrà interrogare direttamente. L'architettura *SW* della stazione meteorologica ha un'importanza fondamentale nella realizzazione di una stazione meteorologica moderna, sia essa di tipo micrometeorologico che di tipo idrologico. Mentre nelle antiche stazioni meteorologiche automatiche il *SW* rivestiva un ruolo sostanzialmente marginale, relegato alla sola acquisizione dei segnali meteorologici e ad una loro sommaria preelaborazione, oggi quello che si richiede ad una stazione meteorologica di tipo automatico è decisamente più complesso. Per comprenderne la struttura è opportuno analizzare schematicamente le funzioni di cui tale *SW* deve essere dotato.

Il compito teorico di una stazione meteorologica è l'acquisizione dei *segnali* provenienti dai sensori di cui è dotata, la loro elaborazione per ottenere i rispettivi valori medi e gli altri parametri di interesse e la loro trasmissione ad un Centro di Controllo. Ci sono due problemi insiti in questa definizione funzionale. Il *primo problema* sta nel fatto che ciò che veramente interessa è conoscere i valori medi ed i principali momenti statistici delle principali variabili meteorologiche e la loro variabilità nel tempo, descritta attraverso appropriati parametri. È quindi fondamentale che il *SW* di stazione operi tenendo conto del fatto che dovrà *osservare* i segnali meteorologici in una finestra temporale di ampiezza T prefissata (*periodo di mediazione*, tipicamente 1 ora, come si è ampiamente discusso fin qui). Durante questo periodo di tempo il *SW* dovrà raccogliere i dati elementari dai vari sensori presenti e, al termine del periodo, dovrà elaborarli, verificarne la validità, archivarli localmente e consentirne la trasmissione. Il *SW* deve quindi operare un'elaborazione statistica dei dati elementari, ma perché tale elaborazione abbia un senso statistico, è necessario che il numero di campioni elaborati sia sufficientemente elevato. Da qui sorge il *secondo problema*. Il numero dei campioni di segnale considerati dipende dalla frequenza f_c a cui vengono interrogati i sensori (*frequenza di campionamento*). A sua volta tale frequenza di campionamento dipende dalla velocità di risposta dei vari sensori.

Normalmente i sensori presenti in una tipica stazione meteorologica e micrometeorologica sono sia a risposta veloce che a risposta lenta e ciò richiede, in generale, due frequenze di campionamento differenti. Alla luce di quanto detto, il *SW* di stazione dovrà operare nel modo seguente:

- dovrà acquisire i dati meteorologici grezzi per un periodo di tempo pari a T ;
- detta f_{cl} la frequenza di campionamento dei sensori lenti e f_{cv} quella dei sensori veloci, il *SW* di stazione dovrà acquisire $N_l = f_{cl} \cdot T$ dati da ogni sensore lento presente ed $N_v = f_{cv} \cdot T$ dati da ogni sensore veloce;

- alla fine del periodo di mediazione dovrà elaborare tutti i dati grezzi acquisiti;
- dovrà archivarli localmente e li dovrà predisporre in modo tale che il Sistema Centrale di Controllo li possa prelevare.

Nella **Fig. 12.1** viene mostrato lo schema a blocchi che descrive funzionalmente un tipico *SW* di acquisizione e gestione di una stazione meteorologica o micrometeorologica. Come si vede, il *SW* presenta un Ciclo (loop) Primario che scandisce i vari periodi di mediazione. All'interno di questo *loop* si annida un *loop secondario* (che si ripeterà N_1 volte) corrispondente all'acquisizione dei segnali prodotti dai sensori analogici lenti ed infine all'interno di quest'ultimo si collocherà un *loop terziario* (che si ripeterà N_1/N_2 volte) corrispondente all'acquisizione dei segnali prodotti dai sensori digitali veloci. Perché tutto funzioni in modo corretto è necessario che N_1/N_2 sia un numero intero. Tutto ciò è mostrato nello schema di **Fig. 12.1** che illustra i vari blocchi funzionali di cui dovrebbe essere costituito il *SW* di stazione e che di seguito analizziamo in dettaglio.

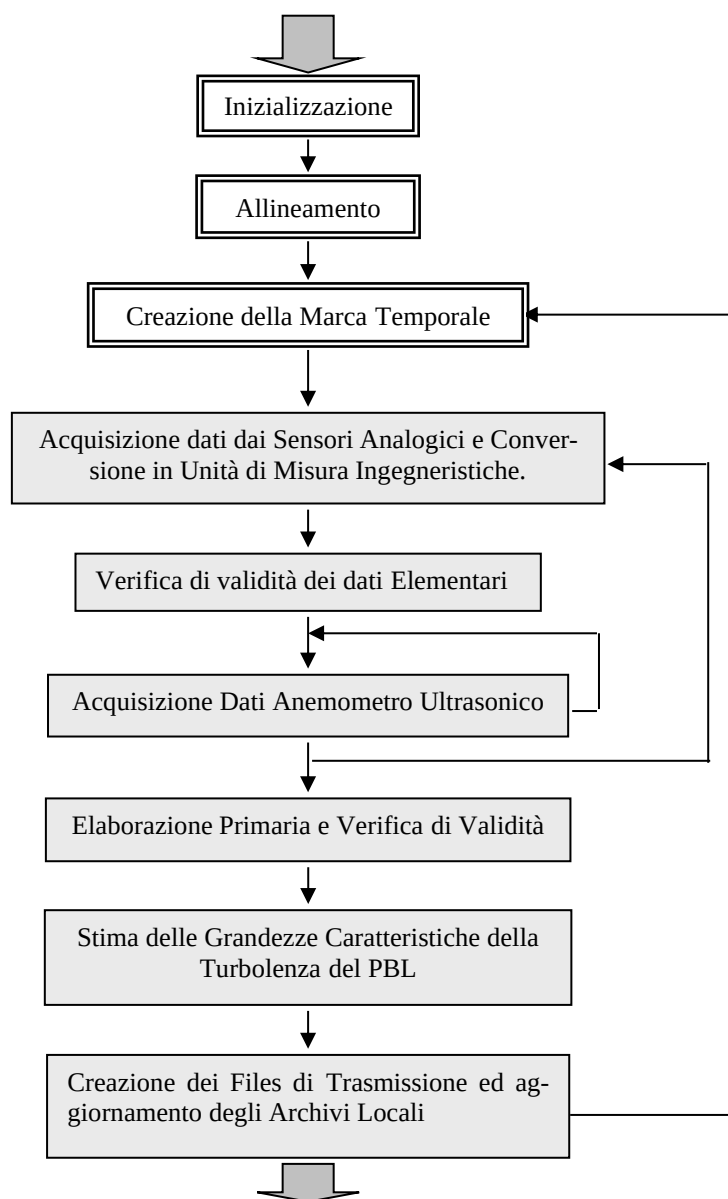


Fig. 12.1: la struttura funzionale del *SW* di una Stazione Meteorologica.

12.1.1 INIZIALIZZAZIONE.

Questa funzione viene eseguita all'atto dello *start-up* del *SW* e consiste nell'acquisire un insieme di informazioni indispensabili per il funzionamento dell'intera stazione. In primo luogo, al momento dello *start-up* è necessario fornire il codice identificativo della stazione meteorologica, soprattutto se essa appartiene ad una rete. Nel caso in cui la stazione operi in maniera isolata in una campagna sperimentale, è sempre e comunque opportuno adottare un codice identificativo che caratterizza la campagna. Inoltre, è opportuno introdurre anche le informazioni logistiche relative alla stazione, quali la localizzazione geografica (latitudine e longitudine), la quota sul livello del mare, la caratteristica della strumentazione presente e la quota di misura dei vari sensori. Ci sono, poi, altre informazioni importanti che il *SW* acquisisce in fase di *start-up* che sono discusse qui di seguito.

Temporizzazione dell'acquisizione.

Al sistema deve essere fornito il periodo di mediazione T scelto (per esempio, 3600 s), la frequenza di campionamento a cui operano i sensori lenti f_{cl} (per esempio, 0.01 Hz, cioè un dato ogni 10 s) e la frequenza di campionamento a cui operano i sensori veloci f_{cv} (per esempio, 10 Hz, cioè un dato ogni decimo di secondo). È opportuno che f_{cl} non sia inferiore a 0.1 Hz (preferibilmente 0.5 o 1 Hz), mentre, per quanto riguarda f_{cv} , gli anemometri ultrasonici attuali assicurano valori superiori a 10 Hz, valore quest'ultimo consigliabile come buon compromesso tra accuratezza della stima degli indicatori statistici e velocità di acquisizione della catena di misura. Il sistema deve poi verificare che il rapporto f_{cv}/f_{cl} sia un *numero intero*. Se ciò è verificato, il *SW*, per ogni *loop primario*, realizzerà $N_1 = f_{cl}T$ cicli secondari di acquisizione dei sensori lenti e per ogni ciclo secondario realizzerà $M = f_{cl}/f_{cv}$ cicli terziari di acquisizione dei sensori veloci.

Per quanto riguarda il periodo di mediazione, va detto che *a priori* non ci dovrebbero essere restrizioni al suo valore, se non che tale valore deve consentire di catturare nella sua completezza il fenomeno meteorologico che si sta analizzando. Come visto quindi, in Micrometeorologia, T dovrà attestarsi nell'intervallo 15-60 minuti. Seguendo US-EPA (1987, 2000), è conveniente assumere come periodo di mediazione 60 minuti, anche se valori usabili (meno frequentemente) sono 15 e 30 minuti. Su questo argomento torneremo nel seguito di questo capitolo e nel Capitolo 13.

Curve caratteristiche dei sensori.

Consideriamo inizialmente i sensori meteorologici convenzionali, come l'anemometro a coppe, il sensore di direzione del vento di tipo *vane*, gli altri tipi di anemometro con uscita analogica, i termoigrometri convenzionali, i barometri, i radiometri globali, i radiometri netti ed i pluviometri. Ognuno di essi, sia direttamente, sia dopo un condizionamento preliminare del segnale, può essere visto come una sorgente di un segnale elettrico analogico; frequentemente questo segnale è una tensione, ma non è raro incontrare segnali in corrente. Il *SW* di stazione deve quindi, in fase di inizializzazione, acquisire per ogni sensore una procedura che gli consenta, ad ogni acquisizione, di trasformare il segnale elettrico (normalmente una tensione espressa in Volt) nel corrispondente segnale meteorologico espresso nelle appropriate unità di misura. Normalmente tale procedura è costituita da due polinomi di grado non elevato (generalmente non superiore al quinto) e da un valore di soglia e funziona nel modo seguente:

- sia V il segnale elettrico (tensione o corrente) proveniente da un generico sensore,
- sia V_0 il segnale di soglia,
- se $V > V_0$, allora la variabile meteorologica sarà data dal polinomio seguente:

$$M = a_0 + a_1V + a_2V^2 + a_3V^3 + a_4V^4 + a_5V^5$$
- altrimenti, dal polinomio seguente:

$$M = b_0 + b_1V + b_2V^2 + b_3V^3 + b_4V^4 + b_5V^5$$

I coefficienti a_i e b_i presenti nei due polinomi dovranno essere determinati in fase di calibrazione dei singoli sensori e dovranno essere forniti al *SW* ad ogni *start-up* che li userà per la conversione dei segnali elettrici in segnali meteorologici. Ovviamente, ad ogni calibrazione o ad ogni sostituzione dei sensori, questi coefficienti potranno variare e dovrà essere possibile fornire al *SW* di stazione i nuovi valori dei coefficienti.

Per quanto riguarda, invece, i sensori veloci, che nella stragrande maggioranza dei casi si riducono all'anemometro ultrasonico e all'igrometro veloce (IRGA open o closed path), normalmente i costruttori dotano tali sensori di uscite digitali costituite da valori numerici che si trasformano in misure meteorologiche espresse in unità fisiche attraverso trasformazioni anch'esse di tipo polinomiale e più frequentemente addirittura lineari, realizzate direttamente dall'elettronica del sensore.

Intervallo di accettabilità dei dati meteorologici elementari.

Il *SW* deve poter discriminare tra dati meteorologici elementari teoricamente validi e dati sicuramente erronei. In effetti, in una stazione meteorologica è possibile che alcuni segnali provenienti dai sensori in realtà siano il prodotto di situazioni anomale. Può capitare, infatti, che si inducano disturbi elettromagnetici tali da sovrapporre al segnale un rumore tanto grande da renderlo completamente non attendibile. Può anche capitare che, al posto del segnale, giunga al Data Logger un rumore elettrico completamente estraneo al segnale stesso. Perché il *SW* possa in qualche modo discriminare queste situazioni, è indispensabile definire per ogni grandezza meteorologica un intervallo entro cui si può ritenere che il valore corrispondente acquisito abbia senso fisico. In pratica, per ogni variabile meteorologica *istantanea* considerata si deve definire un valore minimo ed un valore massimo consentito. La definizione degli estremi di tale intervallo deve essere realizzata tenendo conto di due criteri complementari:

- una variabile non può assumere valori fisicamente irrealistici (per esempio la temperatura dell'aria non può assumere valori inferiore o uguali a 0°K o superiori a 350°K, la pressione atmosferica non può essere negativa, la radiazione globale non può essere superiore la costante solare, l'umidità relativa non può essere negativa, ecc);
- una variabile non può assumere valori climatologicamente irrealistici. Determinare questi valori è decisamente più delicato, visto che variano da luogo a luogo e si riferiscono a valori istantanei. Se una temperatura di -40°C è compatibile con una stazione meteorologica posta in Alta Montagna, non lo è per una stazione meteorologica posta sulle rive di un lago alle medie latitudini e così via. Maggiore è la conoscenza climatologica del territorio in cui si pone la stazione meteorologica, maggiore è il livello di confidenza con cui è possibile stabilire questi limiti. Va però ricordato che i dati climatologici disponibili si riferiscono sempre a valori medi su periodi abbastanza lunghi (tipicamente 1 ora). Non sarebbe quindi corretto che tali valori venissero confrontati con i valori istantanei acquisiti dalla stazione. Pertanto se F è un generico valore climatologico che si intende utilizzare, è opportuno ricordare che i valori istantanei che lo hanno generato staranno con elevata probabilità in un intervallo:

$$F + \alpha\sqrt{F} \div F - \alpha\sqrt{F}$$

dove α è una costante da fissare (per es. $\alpha = 1$)

Non è né semplice né immediato definire le regole da seguire in questi test di plausibilità per i dati grezzi, specialmente quando questi provengono da un sensore a risposta veloce acquisito ad elevata frequenza di campionamento. Infatti, dalle misure del sensore veloce (si pensi per esempio ad un anemometro ultrasonico triassiale o ad un igrometro veloce) emergono (in effetti è proprio questo che vogliamo) le grandi fluttuazioni indotte dalle strutture turbolente presenti nel

PBL, in particolare da quelle convettive, e queste variazioni non possono essere confrontate con le variazioni prodotte nel tempo da un sensore lento. Mentre in Letteratura esistono molti esempi di come realizzare il test di plausibilità per sensori meteorologici convenzionali, ben poco è stato detto nel caso dei sensori veloci. Su questo argomento torneremo quando, nel Capitolo 13, tratteremo la tecnica *Eddy-Covariance* per la stima diretta dei parametri della turbolenza del *PBL*.

Per completezza va detto che sarebbe possibile anche definire dei test per valutare la plausibilità della variazione nel tempo di ogni variabile acquisita, individuando se questa variazione è esageratamente elevata o esageratamente ridotta, ma anche in questo caso test del genere sono stati messi a punto con difficoltà per le stazioni meteorologiche convenzionali, ma non per quelle in cui siano presenti sensori veloci.

Denominazione dei file di dati.

Il prodotto principale di una stazione meteorologica è l'archivio delle misure grezze prodotte dai vari sensori presenti e la sua organizzazione è uno dei compiti principali del *SW* di acquisizione. Questi archivi dovranno essere maneggevoli (quindi, per esempio, non potranno essere archivi annuali di dati acquisiti con una frequenza di campionamento di 10 Hz, caratterizzati da dimensioni enormi) e dovranno essere facilmente individuabili. Normalmente è consuetudine organizzare l'insieme dei dati grezzi in *file orari*.

Una volta definito il periodo di mediazione, il *SW* di stazione produrrà una serie di elaborazioni costituite, in generale, dalla stima dei valori medi, delle varianze e, quando possibile e necessario, delle covarianze e di altri indicatori statistici di interesse. Dato che normalmente il periodo di mediazione è una frazione dell'ora, è naturale predisporre *file giornalieri* contenenti il risultato delle elaborazioni (cioè i parametri statistici stimati) ottenute dai dati grezzi orari.

Per consentire al Sistema di Controllo Centrale il loro riconoscimento in fase di acquisizione, è necessario che il nome dei file orari contenga le informazioni seguenti: *anno, mese, giorno, ora* e *sigla della stazione meteorologica* che si sta considerando, informazioni che dovranno contenere anche i file giornalieri. Sono proprio queste informazioni che il *SW* deve acquisire nella fase di inizializzazione. Normalmente in tale fase viene indicato al *SW* anche in quale *directory* porre questi archivi orari, in modo che il Sistema di Controllo Centrale sia in grado di ritrovarli o di verificarne l'eventuale non esistenza. Poco oltre forniremo alcune indicazioni operative con cui realizzare i vari archivi che una stazione meteorologica produce durante la propria vita attiva.

Infine, va ricordato che è importante definire in modo chiaro ed univoco l'*asse temporale* che si intende utilizzare. Due possono essere le scelte possibili: la prima potrebbe essere quella di adottare l'*ora di Greenwich* (GMT) che ha il vantaggio di essere un riferimento temporale *assoluto* valido sempre, come la latitudine e la longitudine sono il riferimento assoluto per la posizione sulla superficie terrestre. Un'altra possibilità è quella di adottare l'*ora locale*. In ogni caso, è necessario che in fase di *start-up* si fornisca anche il valore corretto del *fuso orario locale*.

12.1.2 ALLINEAMENTO TEMPORALE.

Anche questo blocco funzionale viene eseguito allo *start-up* del sistema e la sua presenza deriva dal fatto che il momento dello *start-up* può, a priori, essere qualsiasi. Se assumessimo questo istante come inizio della serie storica che costituisce il *data-base* di stazione, essa risulterebbe ben poco leggibile. È invece molto più chiaro e logico che l'inizio di ogni serie storica corrisponda ad un istante temporale facilmente individuabile, normalmente identificato con l'inizio di un'ora. Quindi il *data base* di stazione normalmente è una *collezione ordinata di informazioni* raccolte durante ogni ora a partire dal momento dello *start-up* *t* a priori qualsiasi.

Il periodo di mediazione scelto per la stima delle diverse variabili di interesse (medie, varianze, covarianze) sarà *T* e non potrà essere superiore all'ora, quindi in un'ora sono individuabili logicamente $M = 3600/T$ (*T* in secondi) finestre temporali. È evidente che *T* deve essere un sottomultiplo dell'ora. Per fissare le idee, ipotizziamo $T = 900$ s: in questo caso il numero di

blocchi (finestre temporali) di cui si compone l'ora corrente è pari a 4. Ognuno degli M blocchi temporali sarà caratterizzato da un istante iniziale $t_{in,k}$ e da un istante finale $t_{fin,k}$ dove $k = 1, \dots, M$.

Ora, se l'istante di *start-up* è t , il sistema individua l'ora ed il blocco k -esimo entro cui si viene a collocare. Quindi risulta noto $t_{in,k}$ e $t_{fin,k}$. Per esempio, se $t = 9:27:00$, lo *start-up* si colloca entro l'ora 9 che ha inizio all'istante 9:00:00 e termina all'istante 9:59:59. Se $M = 4$, allora il blocco all'interno dell'ora in cui viene a trovarsi t è il secondo ($k = 2$) e quindi risulta noto $t_{in,k}$ e $t_{fin,k}$. A questo punto il sistema deve decidere se iniziare l'acquisizione e l'introduzione delle informazioni elementari nel *data-base* dall'istante t in poi oppure se è necessario dilazionare l'acquisizione e la registrazione dei *raw-data* a dopo $t_{fin,k}$. La logica che sta alla base di questa scelta è il verificare se il numero di informazioni che il sistema potrebbe acquisire da t a $t_{fin,k}$ sia statisticamente significativo. Nel caso dei sensori lenti tale numero di informazioni acquisibili dal sistema sarà $n_l = (t_M - t) f_{cl}$, mentre nel caso dei sensori veloci sarà $n_v = (t_M - t) f_{cv}$. Quindi il *SW* agirà nel modo seguente:

- se sia n_l che n_v sono superiori ad un valore minimo prestabilito (per es. il 75% del valore teorico), allora l'acquisizione procederà,
- altrimenti il *SW* attenderà ad iniziare l'acquisizione finché non si raggiungerà l'istante $t_{fin,k}$.

12.1.3 CREAZIONE DELLA MARCA TEMPORALE.

Ad ogni ciclo primario, cioè all'inizio di ogni periodo di mediazione, il *SW* deve crearsi una *label* temporale con cui classificare le elaborazioni che verranno realizzate. Questa *label* caratterizza quindi in maniera compatta la finestra temporale che si apre per l'acquisizione dei dati grezzi e per la loro elaborazione. A priori ci sono diverse possibilità. La *label* potrebbe essere l'istante iniziale dell'intervallo di mediazione oppure anche l'istante finale. In generale è invalso nell'uso l'attribuire al periodo di mediazione una label corrispondente all'inizio del periodo stesso. Se per esempio si considerano tempi di archiviazione orari (cosa quasi del tutto generale) le *label* possibili andranno da 0:00:00,000 a 23:59:59,999, intendendo per esempio il periodo contraddistinto dalla *label* 13 il tempo di mediazione che inizia alle ore 13:00 e termina alle 13:59:59,999.

Come detto, normalmente i *file* in cui sono contenuti sia i dati grezzi che le relative elaborazioni sono organizzati a livello orario e quindi in generale almeno la parte oraria della *label* temporale, in un modo o in un altro, dovrà entrare nella composizione del nome dei file orari.

12.1.4 CICLI DI ACQUISIZIONE.

Una volta stabilita la *label* temporale appropriata, il *SW* deve acquisire sia le misure prodotte dai sensori lenti che quelle prodotte dai sensori veloci. Le operazioni che dovrà fare per acquisire i sensori lenti saranno le seguenti:

- acquisizione dei segnali da parte del Data Logger. In realtà questa operazione è multipla e dipende nello specifico dal tipo di Data Logger presente nella stazione meteorologica. In generale, si dovranno interrogare ordinatamente i vari canali di ingresso del Data Logger e memorizzare i valori che risultano dalla conversione A/D effettuata dal Data Logger stesso. Se in un canale il segnale risulta indisponibile, il *SW* dovrà riconoscere questa situazione e attribuire al segnale corrispondente un valore convenzionale di *dato non rilevato* (es. -9999.)
- conversione dei segnali in unità ingegneristiche. Tutti i segnali disponibili sono fin qui espressi come valore di una grandezza elettrica (per es. una tensione). Il *SW* dovrà, a questo punto, convertire questi valori elettrici in altrettanti valori che abbiano un significato meteorologico attraverso l'impiego delle curve caratteristiche acquisite nella fase di

inizializzazione. Il *SW* dovrà inoltre rilevare i segnali non disponibili ed attribuire alle analoghe variabili un valore convenzionale di -9999. A questo punto il sistema ha acquisito una serie di dati meteorologici *elementari*, cioè virtualmente istantanei, base delle successive elaborazioni.

- verifica di validità dei dati istantanei. Una volta acquisito, ogni valore istantaneo disponibile viene confrontato con il corrispondente intervallo di accettazione, conosciuto dal *SW* nella fase di inizializzazione. Se il dato istantaneo si colloca all'esterno di tale intervallo, il *SW* riconosce tale valore come erraneo e lo sostituisce col valore convenzionale -9999 o *NaN*. Un caso particolare è dato dalla velocità e dalla direzione di provenienza del vento. Fisicamente è evidente che il vento è una variabile vettoriale e se lo si misura in termini polari attraverso un anemometro a coppe (che misura solo il modulo della proiezione orizzontale del vettore vento) e un *vane* (che stabilisce solo la direzione di provenienza di questa proiezione) è necessario che comunque permanga la natura vettoriale della misura anche in caso di anomalia di uno solo dei due sensori. Pertanto, se in presenza di un dato di velocità del vento disponibile e realistico, il contemporaneo valore di direzione o non è disponibile o è irrealistico, allora entrambe le variabili devono essere poste dal *SW* al valore convenzionale di -9999 (o *NaN*). Analogamente si dovrà operare nel caso in cui sia la velocità del vento ad essere irrealistica o indisponibile in presenza di un dato di direzione valido.

Una volta acquisito un insieme di valori istantanei (uno da ogni sensore lento presente nella stazione), il *SW* deve realizzare un ciclo di interrogazione dei sensori veloci, se presenti nella stazione meteorologica. Come detto, per ogni insieme di valori “*lenti*” dovranno essere acquisiti f_{cv}/f_{cl} valori “*veloci*”. Anche in questo caso le operazioni che il *SW* dovrà realizzare sono le stesse già effettuate per i sensori lenti, cioè:

- acquisire i dati (normalmente da una porta seriale)
- convertire i valori acquisiti in unità meteorologiche
- verificare la validità dei dati istantanei.

12.1.5 ELABORAZIONE DI BASE DEI DATI.

Una volta concluso il Controllo di Qualità, i dati elementari validi (cui non è stato attribuito il codice di non validità, frequentemente corrispondente a -9999.9 o *NaN*) raccolti in un intervallo di mediazione, ormai tutti in forma numerica, dovranno subire un'elaborazione primaria da cui determinare il valore campionario dei principali indicatori statistici di interesse, che sono almeno i valori medi, le varianze e le covarianze. Come abbiamo visto, queste stime costituiscono o la variabile vera e propria a cui siamo interessati (come è il caso dei valori medi), oppure costituiscono l'ingrediente essenziale per stimare in maniera indiretta i parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL* (come è in generale il caso delle covarianze). La condizione necessaria per poter effettuare l'elaborazione primaria è che il numero di dati validi disponibili nel periodo di mediazione considerato sia sufficiente dal punto di vista statistico. US-EPA (1987, 2000) consiglia di effettuare l'elaborazione primaria dei dati solo se il numero delle misure elementari disponibili nel periodo di mediazione risulta non inferiore al 75% del numero di dati teorici del periodo. Per esempio, se consideriamo un periodo di mediazione di 1 ora ed acquisiamo con una frequenza di campionamento di 0.5 Hz, il numero teorico di dati che dovrebbero essere disponibili nel periodo di mediazione è 1800 ed il numero minimo necessario per poterne realizzare l'elaborazione primaria è 1350. Ovviamente questa funzione è di un'importanza vitale per la stazione meteorologica e ad essa dedicheremo l'intera seconda parte del Capitolo.

12.1.6 CONTROLLO DI QUALITÀ DELLE ELABORAZIONI PRIMARIE.

Una volta ottenute le stime derivanti dall'elaborazione primaria, il *SW* deve verificare se tali elaborazioni sono **certe** o **incerte**. La procedura su cui si fonda questo tipo di verifica non è finora completamente standardizzata, ma deriva più che altro da considerazioni di tipo climatologico relative o all'appartenenza a un *range* climatologicamente significativo o alla *persistenza* delle misure. Ovviamente, perché questi test siano veramente efficaci è necessario disporre di una buona conoscenza della climatologia della zona in cui è collocata la stazione meteorologica. In assenza, presentiamo una metodologia derivata da quanto proposto nei documenti US-EPA (1987, 2000, 2008). Altri riferimenti importanti sono costituiti dai manuali WMO N. 8, 305, 485 e 544, dal lavoro di Steinacker (2011) e da quello di DeGaetano (1997) quest'ultimo relativo esclusivamente al *Quality Control* dei dati anemologici. Mentre tratteremo al Capitolo 13 il problema del Controllo di Qualità delle varianze e delle covarianze in termini decisamente operativi, qui di seguito considereremo solo il valor medio (o cumulato nel caso delle precipitazioni) delle variabili di interesse, riferite all'intero periodo di mediazione. Naturalmente tutto questo si riferisce al caso in cui sia stato possibile calcolare il valor medio di periodo. La procedura prende in considerazione ogni singola variabile meteorologica e per essa esegue le verifiche seguenti. I test cui si affida questo Controllo di Qualità automatico normalmente sono raggruppabili nelle categorie seguenti (Liljegren e al., 2009):

- **Test di esistenza:** se una elaborazione che ha condotto ad un valor medio per una data variabile meteorologica è stata classificata come *non disponibile* e quindi presenta una *label* -9999., allora si prende atto in maniera definitiva che per quel periodo di mediazione non è stato possibile ottenere il valor medio della variabile meteorologica considerata. Se così è, non verranno fatti altri test; in caso contrario il valor medio, formalmente disponibile, dovrà subire i test che elenchiamo qui di seguito.
- **Test del range ammissibile:** questo test, simile al test realizzato per i dati grezzi, verifica che il valor medio della variabile di interesse stia all'interno di un *range* di ammissibilità dettato principalmente da criteri fisici e climatologici generali. Se, per esempio, consideriamo la temperatura dell'aria, un suo intervallo ammissibile possibile per una stazione meteorologica posta a bassa quota potrebbe essere $-30^{\circ}\text{C} \div +50^{\circ}\text{C}$.
- **Test del range probabile:** questo test ha come scopo la verifica che il valor medio in esame stia all'interno di un intervallo di possibile variazione desunto da analisi climatologiche più specifiche. Per fissare le idee, consideriamo ancora una volta la temperatura dell'aria. Si ipotizzi di avere a disposizione diverse serie storiche annuali di temperatura media oraria o in una posizione prossima a quella in cui è posto il sensore di temperatura o in una posizione che con elevata probabilità presenti le medesime caratteristiche climatiche. A questo punto è abbastanza semplice, per ogni giorno dell'anno, individuare in maniera campionaria la distribuzione della media oraria della temperatura e da questa distribuzione campionaria è semplice individuare l'intervallo di confidenza ad un prefissato livello (per esempio il 99%). L'estremo superiore ed inferiore di questo intervallo definiscono in questo caso il *range* da adottare nel test. Questo test può essere ancor più complesso di come è stato presentato individuando intervalli multidimensionali che coinvolgono tra loro variabili meteorologiche diverse (per esempio: temperatura ed umidità dell'aria, pioggia e pressione, ecc.).
- **Test di consistenza temporale:** questo test in realtà è dedicato a verificare se la differenza tra due valori medi temporalmente consecutivi di una data variabile è accettabile o meno. Infatti, il valor medio di una variabile meteorologica, in genere, varia nel tempo per varie ragioni. Per esempio, la radiazione globale, la radiazione netta, la temperatura dell'aria e l'umidità devono presentare un ben preciso ciclo giornaliero. Questo test deve verificare due circostanze opposte: deve verificare che la variazione tra due valori medi

temporalmente consecutivi non superino un valore predeterminato (*Spike/step test*) e deve verificare che il numero di valori medi consecutivi che presentano complessivamente variazioni inferiori ad un dato limite non superino un valore prefissato (*Persistence test*). I valori limite utilizzati in queste due parti del test devono derivare da accurate indagini climatologiche relative o al sito in cui opera la stazione meteorologica o in un sito climatologicamente simile.

Mentre il primo test (quello dell'esistenza) produce come risultato un valore disponibile o non disponibile e quindi produce un verdetto inequivocabile, tutti gli altri test classificano i valori medi sottoposti al Controllo di Qualità come certi o incerti. Non è detto che un valore medio incerto sia necessariamente errato; infatti non sono da escludere rilevazioni che si riferiscono a situazioni reali, ma climatologicamente improbabili. La classificazione di dato incerto evidenzia come il dato in questione sia climatologicamente poco probabile, suggerendo la necessità di verifiche ulteriori *off-line*.

Se consideriamo una rete costituita da diverse stazioni meteorologiche, l'ultimo test da fare quando tutte le misure raggiungono il Centro di Controllo della rete, dovrebbe essere una *verifica di consistenza spaziale* dei valori medi ottenuti. Questa verifica non è banale e per essa non è possibile fornire leggi valide in generale.

Detto ciò, come indicazione operativa, qui di seguito, per ogni variabile meteorologica di interesse normalmente misurata in una stazione tipo, vengono presentati alcuni test per realizzare un Controllo di Qualità basati principalmente sui riferimenti bibliografici sopra riportati.

⇒ **Velocità e Direzione del vento.**

Il dato di velocità e direzione media del vento nel periodo di mediazione risulta **incerto** se:

- la velocità del vento è negativa o è superiore a $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$;
- la velocità del vento non varia per più di $0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ per 3 ore consecutive;
- la velocità del vento non varia per più di $0.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ per 12 ore consecutive;
- la direzione del vento è negativa o superiore a 360° ;
- la direzione del vento non varia per più di 1° per 3 ore consecutive;
- la direzione del vento non varia per più di 10° per 18 ore consecutive.

⇒ **Temperatura.**

Il valor medio della temperatura risulta **incerto** se:

- cambia per più di 5°C in valore assoluto rispetto all'ora precedente;
- non varia per più di 0.5°C per 12 ore consecutive.

⇒ **Umidità relativa.**

Il valor medio dell'umidità relativa risulta **incerto** se sta al di fuori dell'intervallo $15 \div 100\%$

⇒ **Pressione atmosferica**

Il valor medio della pressione risulta **incerto** se:

- è superiore a 1060 hPa al livello del mare;
- se è inferiore a 940 hPa al livello del mare (questo valore ed il precedente dovrebbero essere riportati ai valori corrispondenti alla quota altimetrica della stazione);
- cambia per più di 6 hPa in valore assoluto in 3 ore.

⇒ **Precipitazioni**

Il valore cumulato di precipitazione nel periodo risulta **incerto** se:

- è superiore a $25 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$
- è superiore a 100 mm in 24 ore

Ovviamente questi limiti, come pure quelli relativi alle altre variabili considerate in precedenza, devono essere verificati con i dati climatologici del sito in esame.

⇒ **Radiazione Globale**

La radiazione globale media di periodo risulta **incerta** se:

- è negativa;
- è positiva di notte;
- è maggiore del massimo dato possibile per la data della misura e per la latitudine della stazione meteorologica.

⇒ **Radiazione Netta**

La radiazione netta media di periodo risulta **incerta** se:

- è maggiore della radiazione globale;
- è maggiore del massimo possibile per la data della misura e per la latitudine della stazione meteorologica.

Ci sono delle situazioni in cui il valor medio di una data grandezza meteorologica viene *accettato* da questo Controllo di Qualità *on line*, anche se in realtà è il risultato di problemi o anomalie nella strumentazione della stazione meteorologica. Quindi, nonostante la cura che si può porre nel predisporre i test di cui si compone un Controllo di Qualità automatico, alcune situazioni *sfuggono* comunque. Tuttavia, in alcuni casi è possibile individuarne almeno alcune, realizzando una forma *off-line* di Controllo di Qualità.

Due situazioni tipiche sono costituite dalla misura di Radiazione Solare Globale, realizzate da un piranometro, e di Radiazione Netta realizzate da un Net-Radiometro. Entrambi i sensori producono misure il cui grado di accuratezza è direttamente proporzionale al livello di pulizia delle cupole e comunque delle superfici che intercettano la radiazione ed inoltre è possibile che i vari sensori presentino un deterioramento progressivo, senza che ci si possa accorgere di ciò. Per ovviare al primo inconveniente basta predisporre un accurato e frequente piano di manutenzione, mentre per individuare il deterioramento del sensore si può realizzare un controllo *off-line* come quello qui di seguito descritto.

Per la Radiazione Solare Globale è possibile periodicamente mettere in atto una procedura di verifica articolata nei passi seguenti:

- si costruisce un grafico in cui l'asse x è l'angolo di elevazione solare e l'asse y è la Radiazione Solare Globale misurata (R_g). Si ponga in tale grafico la curva della Radiazione Globale Massima (con copertura nuvolosa nulla) in funzione dell'angolo di elevazione solare ottenuta, per esempio, con una delle relazioni presentate al Capitolo 6 in cui $N=0$ (N è la frazione di cielo coperto);
- si pongano nel medesimo grafico i valori di R_g misurati nel periodo;
- la calibrazione del radiometro globale ed il suo funzionamento sono buoni se i dati medi misurati risultano *ben distribuiti al di sotto della curva teorica* con la maggior parte di essi localizzata *sotto* tale curva e solo pochi *sopra*.

Nella **Fig. 12.2** viene mostrato un caso di un Radiometro Globale ben funzionante, mentre nella **Fig. 12.3** il caso di un Radiometro Globale ben al di sotto della soglia di accettabilità.

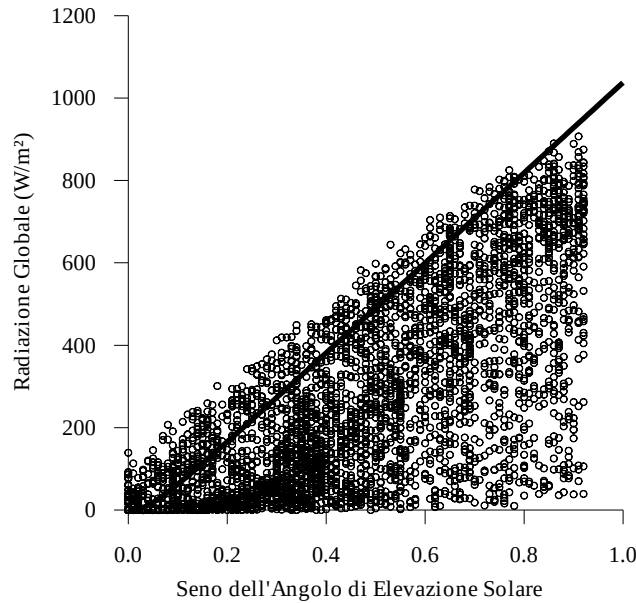


Fig. 12.2: situazione caratteristica di un radiometro Globale ben funzionante

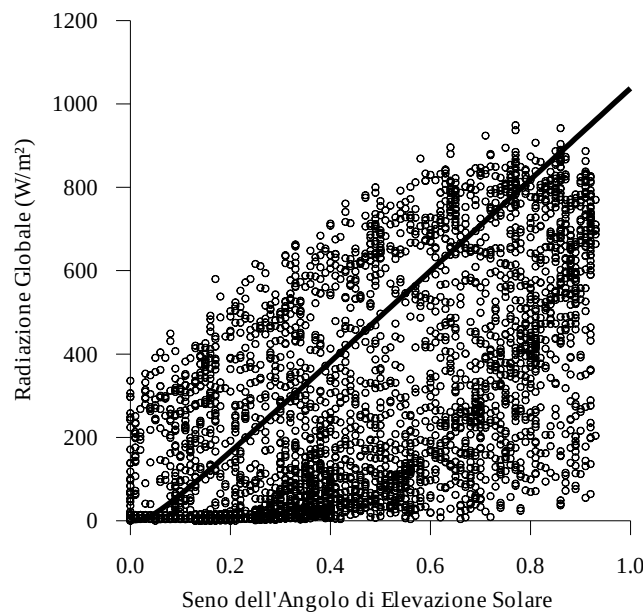


Fig. 12.3: situazione caratteristica di un radiometro Globale mal funzionante

Anche per la Radiazione Netta è possibile mettere in atto una strategia di controllo periodico simile alla precedente per individuare situazioni di anomalia strumentale che sfuggirebbero ad un normale Controllo di Qualità dei dati. In pratica, per il periodo considerato (costituito da numerosi giorni anche non consecutivi), si realizza un grafico in cui:

- sull'asse x si pone il valore medio orario di R_N misurato durante il periodo di osservazione
- sull'asse y il valore calcolato impiegando le relazioni analitiche presentate al Capitolo 6.

In una situazione in cui il Radiometro Netto funziona correttamente, i punti nel grafico dovrebbero collocarsi attorno alla retta $y = x$, indicando come le misure disponibili, sia in condizioni di cielo sereno che di cielo nuvoloso, siano molto vicine alle correlazioni semiempiriche riportate in Letteratura. Se, invece, il sensore presenta problemi nel suo funzionamento, i punti dovrebbero

stare in una *fascia* abbastanza larga attorno alla retta $y = x$, presentando anche un andamento non lineare ed indicando così un funzionamento anomalo ed imprevedibile del sensore. In effetti è quello che si vede analizzando la Fig. 12.4 che raccoglie le misure da un radiometro netto non funzionante correttamente.

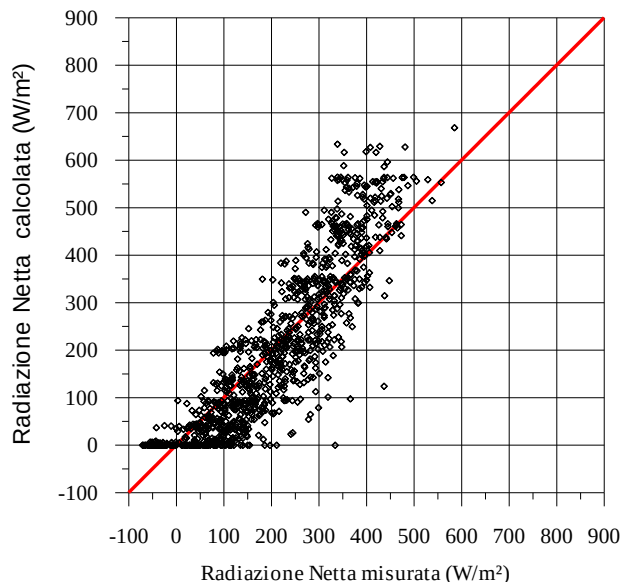


Fig. 12.4: situazione di un Radiometro Netto non funzionante in maniera corretta.

12.1.7 STIMA DEI PARAMETRI CHE CARATTERIZZANO LA TURBOLENZA.

Una volta determinati i principali indicatori statistici (medie, varianze e covarianze) delle differenti variabili meteorologiche misurate nella stazione meteorologica e verificata la loro ammissibilità mediante il *Quality Control* sopra descritto, il passo successivo è costituito dalla stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL*, oggetto dei Capitolo 13, 14 e 15.

12.1.8 PRESENTAZIONE DEI DATI ED ANALISI TEMPORALE.

In una stazione meteorologica è molto utile che un operatore possa tenere sotto controllo visivo l'evoluzione temporale delle varie grandezze meteorologiche man mano che vengono rilevate e gli indicatori statistici della turbolenza del *PBL* man mano che vengono stimati. A questo proposito, ciò che si fa più frequentemente è:

- presentare i grafici degli andamenti temporali delle principali variabili meteorologiche (medie, deviazioni standard, parametri caratteristici della turbolenza atmosferica e altezza del *PBL*), cosa che permette di comprendere ciò che sta capitando (dal punto di vista meteorologico), di interpretare correttamente le situazioni passate e di verificare se la stazione sta operando in maniera corretta;
- presentare la rosa dei venti relativa a periodi selezionabili da parte dell'utente. La rosa dei venti è una rappresentazione grafica sintetica che evidenzia la frequenza con cui si sono verificati eventi caratterizzati da una direzione di provenienza del vento e da una velocità appartenenti a predefiniti intervalli. Normalmente è opportuno presentare la rosa dei venti annuale totale, la rosa dei venti annuale relativa alle situazioni convettive, la rosa dei venti relativa alle situazioni stabili e la rosa dei venti stagionali, evidenziando così le diversità giornaliere e stagionali del regime anemologico della zona in cui è posta

la stazione di misura e la sua dipendenza dal livello di turbolenza del *PBL*.

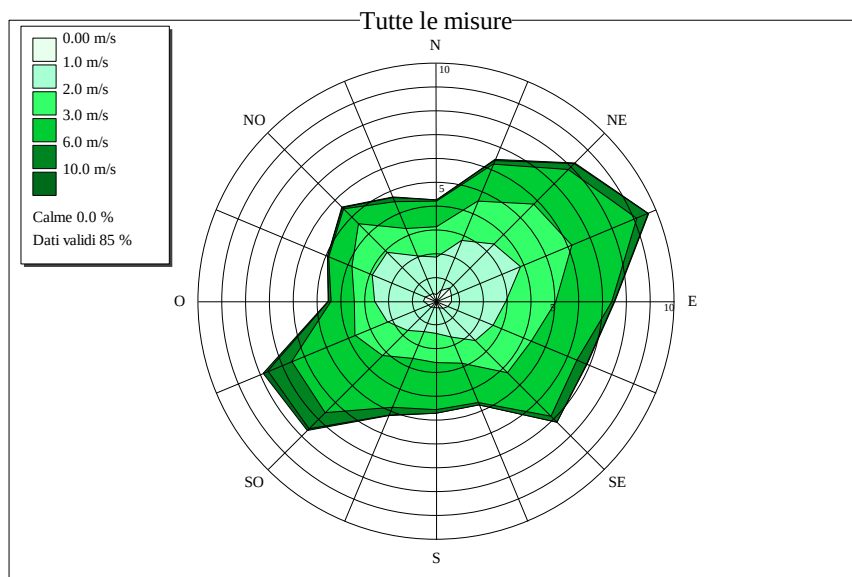


Fig.12.5: rosa dei venti in un luogo aperto e privo di ostacoli.

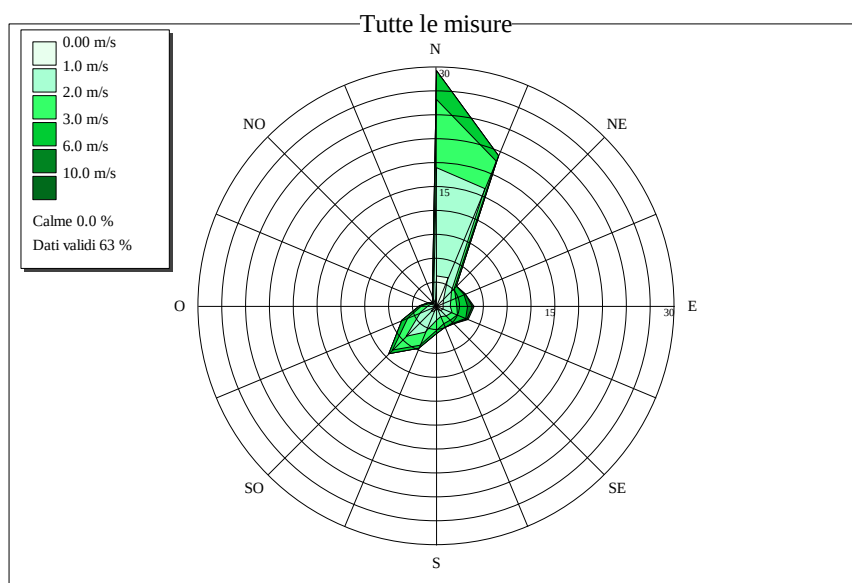


Fig.12.6: rosa dei venti in ambiente urbano con forti incanalamenti locali.

La rosa dei venti è uno strumento di semplice realizzazione ed uso che consente di verificare se la localizzazione della stazione meteorologica risulta adeguata o meno. Se nella rosa dei venti sono rappresentati pochi settori (cioè se le frequenze elevate sono ristrette ad un numero limitato di direzioni e la maggioranza delle direzioni presentano una frequenza nulla) probabilmente significa che:

- il luogo in cui è localizzata la stazione meteorologica sta in una valle o in un luogo montagnoso che presenta incanalamenti preferenziali del vento. In questo caso la rosa dei venti ed i valori delle varie grandezze rilevate e stimate sono significative, visto che molto probabilmente lo scopo della presenza della stazione meteorologica era proprio quella di monitorare la meteorologia di quel tipo di zona;

- il luogo in cui è localizzata la stazione meteorologica presenta ostacoli di vario genere attorno a sé. In questo caso (come frequentemente capita per stazioni meteorologiche localizzate nel tessuto cittadino) la stazione produce dati con validità molto locale e se questa non è la missione della stazione, essa dovrebbe essere spostata in un luogo più significativo e con minori perturbazioni locali.

Un esempio di rosa dei venti relativa ad una localizzazione aperta e significativa è riportato nella **Fig. 12.5**. Nella **Fig. 12.6**, invece, la rosa dei venti presenta una tipica situazione urbana in cui sono presenti incanalamenti preferenziali del vento in corrispondenza delle principali vie circostanti alla stazione meteorologica. In pratica questa rosa dei venti ricalca fedelmente la topografia caratteristica che si trova attorno alla stazione.

12.1.9 ARCHIVIO LOCALE DEI DATI.

Una volta realizzata l'elaborazione delle misure raccolte e la stima dei parametri caratterizzanti la turbolenza del *PBL*, è necessario prevedere una loro archiviazione locale nel computer della Stazione Meteorologica, ciò che equivale alla creazione di un Data Base locale che è definitivo se la stazione meteorologica è isolata (cosa che capita per esempio durante una campagna sperimentale) o rappresenta il data base di emergenza, nel caso di una stazione meteorologica integrata in una rete di monitoraggio. Senza entrare nei dettagli, la *struttura informatica* del Data Base potrebbe essere la seguente:

- i dati saranno organizzati in archivi giornalieri;
- il nome di ciascun archivio dovrà indicare in maniera chiara la sigla di riconoscimento della stazione, il giorno giuliano cui si riferiscono i dati e l'anno;
- ogni archivio dovrà essere *completo*, cioè dovrà contenere esattamente tutti i periodi di mediazione previsti nel giorno. Se in corrispondenza ad alcuni periodi di mediazione (per esempio in corrispondenza di alcune ore) le elaborazioni non fossero disponibili, nell'archivio dovrà comparire il relativo indicativo (normalmente costituito dal valore -9999.9)

La struttura tipica di ciascuna linea di dati (*record*) dovrà contenere le variabili seguenti:

1. l'ora ($0 \div 23$) e i minuti
2. la velocità scalare media del vento ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
3. la velocità vettoriale media del vento ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
4. la direzione media del vento ($^{\circ}\text{N}$)
5. la deviazione standard della direzione del vento (se le caratteristiche dinamiche del sensore lo consentono) ($^{\circ}$)
6. la temperatura media dell'aria ($^{\circ}\text{K}$)
7. l'umidità relativa dell'aria (%)
8. la pressione atmosferica (hPa)
9. l'integrale della pioggia nel periodo (mm)
10. la Radiazione Solare Globale media ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)
11. la Radiazione Netta media ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)
12. la Categoria di stabilità Atmosferica ($1\div 6$)
13. il Flusso turbolento di calore sensibile ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$)
14. la velocità di frizione ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

15. la lunghezza di Monin-Obukhov (m)
16. l'altezza del *PBL*
17. la velocità convettiva di scala ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

Se la Stazione meteorologica è dotata anche di un anemometro ultrasonico triassiale, il *record* di periodo dovrà essere completato con i parametri seguenti:

1. la deviazione standard della componente u del vento
2. la deviazione standard della componente v del vento
3. la deviazione standard della componente w del vento
4. la deviazione standard della temperatura dell'aria.

12.1.10 LA TRASMISSIONE DATI

Se la Stazione Meteorologica fa parte di una rete di monitoraggio, essa dovrà trasmettere i dati acquisiti e validati e le variabili stimate al *Centro di Controllo della Rete di Monitoraggio* con una cadenza definita e regolare. Normalmente questa trasmissione viene fatta mediante una linea telefonica normale: il computer della stazione e quello del Centro saranno quindi connessi alla linea telefonica mediante un modem. Un modo migliore è costituito da una trasmissione che sfrutti la rete Internet. Il sistema di archiviazione locale costituisce una garanzia funzionale perché consente di ritrasmettere le informazioni meteorologiche in caso di fallimento della trasmissione programmata e di immagazzinare le informazioni anche se il Centro di Controllo fosse fuori servizio per molto tempo. Quando il Centro di Controllo riprenderà il funzionamento, potrà recuperare dalla stazione periferica senza alcuna difficoltà tutte le informazioni non ancora acquisite. Oggi la trasmissione dei dati via computer non costituisce più un problema: i Sistemi Operativi attuali prevedono sistemi di trasmissione efficienti e sicuri, senza la necessità di sviluppare programmi *ad hoc*.

12.1.11 IL CENTRO METEOROLOGICO DI CONTROLLO.

Il Centro Meteorologico di Controllo è il luogo fisico in cui vengono raccolte tutte le informazioni prodotte dalle varie stazioni meteorologiche appartenenti ad una rete e localizzate in posizioni geografiche differenti. I compiti principali del Centro di Controllo sono:

- comunicare con regolarità con le varie stazioni della rete,
- verificare il funzionamento di ciascuna stazione meteorologica,
- acquisirne i dati rilevati e le elaborazioni effettuate,
- organizzare tutti questi dati in un Data Base Globale della Rete di Monitoraggio,
- presentare in tempo reale, sia in forma alfanumerica che in forma grafica, i dati che costantemente arrivano al Centro,
- presentare in forma alfanumerica e grafica le informazioni contenute entro il Data Base Storico che col tempo si va costituendo nel Centro,
- esportare dati selezionati dal Data Base Storico per elaborazioni fuori linea.

Tutti questi compiti si riferiscono esclusivamente all'analisi dei dati di ciascuna stazione.

È comunque molto più importante che un moderno Centro di Controllo Meteorologico sia in grado di realizzare elaborazioni che permettano la ricostruzione della struttura spazio-temporale del *PBL* di tutta la regione servita dalla rete meteorologica. In particolare, tutte le informazioni raccolte dalle stazioni costituiscono i dati di *input* di un modello di *PBL* di tipo diagnostico

(o informazioni da assimilare in un modello prognostico) che permetta la ricostruzione:

- del campo tridimensionale della temperatura e dell'umidità dell'aria,
- del campo tridimensionale della pressione,
- del campo bidimensionale della Radiazione Globale,
- del campo bidimensionale della Radiazione Netta
- del campo tridimensionale del vento medio,
- della distribuzione superficiale della velocità di frizione,
- della distribuzione superficiale del flusso turbolento di calore sensibile,
- della distribuzione superficiale della lunghezza di Monin-Obukhov,
- della distribuzione spaziale dell'altezza del *PBL*
- del campo tridimensionale di σ_u , σ_v , σ_w ed, eventualmente, di altri indicatori statistici,
- della distribuzione superficiale della pioggia.

In questo modo, con il Centro di Controllo, è possibile tenere sotto controllo in tempo reale la Micrometeorologia di una regione anche di dimensioni ragguardevoli.

12. 2 LA STIMA DEI PARAMETRI DI INTERESSE

Una volta eseguito il Controllo di Qualità, i dati elementari validi, raccolti nell'intervallo di mediazione T (cioè quelli a cui non è stato attribuito il codice di non validità, frequentemente corrispondente al valore -9999.9 o *NaN*), dovranno subire un'elaborazione primaria per determinare il valore dei *principali indicatori statistici* di interesse, in particolare i *valori medi*, le *varianze* e le *covarianze*. La condizione necessaria per poter effettuare l'elaborazione primaria è, come già anticipato, che il numero di dati validi disponibili nel periodo di mediazione considerato sia *sufficiente dal punto di vista statistico*.

Le variabili che possono essere direttamente misurate da una stazione meteorologica o micrometeorologica sono tutte variabili scalari tranne la velocità del vento che è intrinsecamente una variabile vettoriale. Per questo tratteremo prima l'elaborazione di base delle variabili scalari e successivamente ci occuperemo del vettore vento.

Nei paragrafi che seguono e nel Capitolo 13 ci si limiterà a descrivere nel dettaglio le elaborazioni primarie, realizzabili nel dominio del tempo, che portano alla stima dei parametri meteorologici e micrometeorologici, rimandando al Capitolo 14 la descrizione di tutti i metodi di stima che devono essere realizzati nel dominio delle frequenze. In sostanza, avendo a disposizione dei *record* di misure prodotti da sensori meteorologici nella finestra temporale T (per es. 1 ora), l'obiettivo che ci si pone è quello di stimare nella maniera migliore possibile ed in termini campionari quei parametri che caratterizzano statisticamente le diverse variabili meteorologiche. Per questo, una delle classi di parametri importanti allo scopo è la classe dei Momenti Centrali (media, varianza, *Skewness* e *Kurtosis*). Meno direttamente impiegabile in pratica, ma altrettanto importante, è la stima campionaria della funzione di Densità di Probabilità, la relativa Distribuzione Cumulata e quei parametri ad esse legati come la Mediana, la Moda ed i Percentili. C'è poi un'altra importante classe di parametri che, come si è visto al Capitolo 3, fanno da ponte tra una descrizione statistica nel dominio del tempo ed una descrizione nel dominio delle frequenze. I principali esponenti di questa classe sono la Funzione di Struttura del Secondo Ordine ed il relativo Parametro di Struttura, la funzione di Autocorrelazione e di Cross-Correlazione tra due variabili meteorologiche e i relativi Tempi Caratteristici Euleriani.

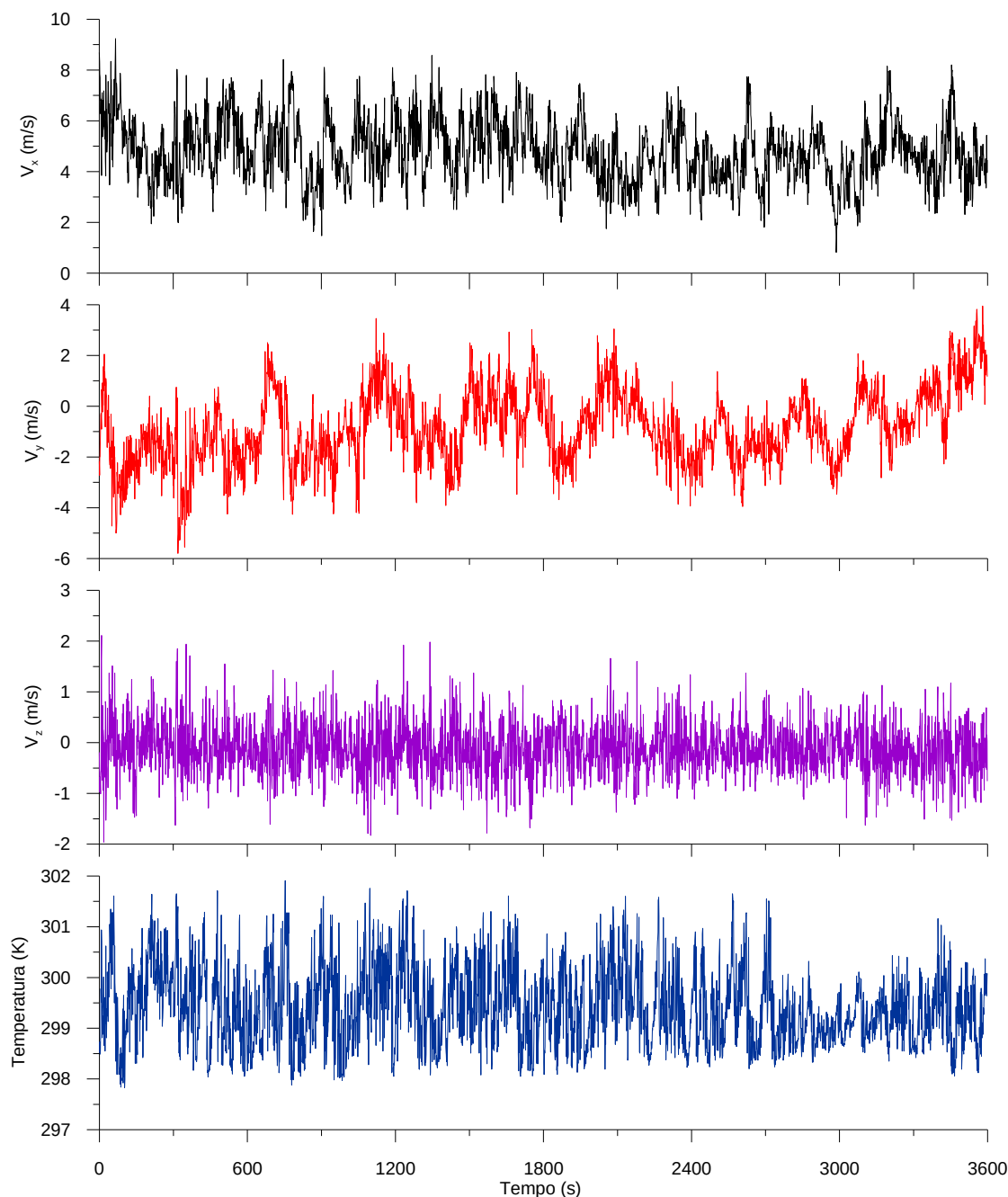


Fig. 12.7: misure delle tre componenti del vento (V_x , V_y , V_z) e della temperatura virtuale ottenute da un anemometro triassiale alla frequenza di campionamento di 1 Hz.

Di tutti questi parametri si è discusso ai Capitoli 3 e 4, dove essi sono stati definiti ed utilizzati in un contesto puramente teorico e a tutto ciò si rimanda. Nei punti che seguono, ipotizzando noto tutto ciò che è stato esposto precedentemente, ci si limita a definire le metodologie di stima campionaria che devono essere adattate per ottenere tutti questi parametri a partire da misure ottenute da strumentazione meteorologica e micrometeorologica. Per rendere concreta la discussione, queste metodologie verranno applicate ad un caso esempio costituito dai *record* orari delle tre componenti del moto e della temperatura sonica ottenuti da un anemometro ultrasonico triassiale in una postazione meteorologica posta alle medie latitudini (**Fig. 12.7**) che opera alla frequenza di campionamento di 1 Hz. Si ricordi che le tre componenti del moto V_x , V_y e V_z sono

riferite ad un sistema di riferimento in cui l'asse x è diretto verso Est, l'asse y è diretto verso Nord e l'asse z è diretto verso l'alto.

12.2.1 STIMA DEI MOMENTI CENTRALI DI UNO SCALARE

Il modo più semplice per determinare in maniera campionaria le caratteristiche statistiche delle grandezze scalari, come per esempio la temperatura, l'umidità, la concentrazione delle sostanze gassose e particellari presenti in aria, la radiazione solare globale, la radiazione netta e la pressione (ma anche le tre componenti del moto considerate singolarmente), è quello di stimarne i Momenti Centrali ed in particolare il Valor Medio e la Varianza. Nel caso in cui si stia considerando una stazione micrometeorologica in cui è disponibile un anemometro triassiale (di norma ultrasonico), diventa di interesse anche considerare la covarianza tra la temperatura e la componente verticale del moto che, a parte una costante, rappresenta il flusso verticale di calore sensibile. Se la stazione micrometeorologica fosse dotata anche di un igrometro veloce, normalmente in grado di misurare anche la concentrazione di CO_2 , diventa di interesse la conoscenza della covarianza della concentrazione di vapor d'acqua e di CO_2 con la componente verticale del moto, parametri che, come sappiamo, sono proporzionali ai relativi flussi turbolenti verticali. Di tutto ciò, però, tratteremo nel seguito. Inizialmente consideriamo solo una generica variabile scalare singola.

Il punto di partenza dell'elaborazione è costituito dalla conoscenza di N valori elementari F_j (validi) di una generica variabile meteorologica F raccolti in un periodo di mediazione T agli istanti t_j separati da un intervallo temporale Δt . Come sappiamo, la frequenza di campionamento è pari a $f_c = 1/\Delta t$. Con questo *record* di campioni elementari della variabile F vogliamo effettuare la *stima campionaria* del Valor Medio e della Varianza di F . Naturalmente, associata alla stima campionaria di ciascun momento dovrà essere associata anche un'incertezza intrinseca, ma di questo argomento ci occuperemo successivamente.

12.2.1.1 Stima campionaria del Valor Medio

La *stima del Valore Medio* (cioè del Valore Atteso statistico) di una generica variabile scalare F (per esempio della temperatura dell'aria, oppure dell'umidità, oppure di una delle tre componenti del vento qualora si utilizzi un anemometro triassiale) rappresenta il *valore caratteristico* che questa variabile presenta durante il periodo di mediazione e la sua *stima campionaria* si ottiene impiegando il normale concetto di media aritmetica che, come si è visto al Capitolo 3, è uno stimatore campionario *unbiased* del Valore Atteso statistico. Quindi, se N è il numero di dati validi nel periodo di osservazione (e di mediazione) T e F_j il generico dato istantaneo, il valor medio della variabile è dato da:

$$\bar{F} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_j \quad [12.1]$$

La stima del valor medio è di estrema importanza per tutte le variabili meteorologiche di tipo scalare, visto che il relativo Valore Atteso è presente nelle equazioni che costituiscono il modello operativo del *PBL*, come le equazioni di Navier-Stokes e le equazioni che rappresentano il bilancio di entalpia, di vapor d'acqua e di un generico scalare, una volta introdotta l'ipotesi di Reynolds.

In Meteorologia, tuttavia, per una sola variabile, più della media è importante il *Valore Cumulato* e questa variabile è la precipitazione. In questo caso, se nel periodo di mediazione T il pluviometro raccoglie N misure elementari di pioggia p_j (che rappresentano la quantità di precipitazione raccolta dal pluviometro nell'intervallo temporale Δt), allora la stima campionaria della precipitazione cumulata nel periodo di mediazione risulta pari a:

$$P = \sum_{j=1}^N p_j \quad [12.2]$$

La semplicità dell'algoritmo che consente la stima campionaria del Valore Medio di una variabile non deve trarre in inganno. Tale algoritmo è concettualmente semplice, ma la sua effettiva applicazione a misure reali può comportare stime affette da un elevato errore di arrotondamento. Dato che è proprio sulla stima del Valore Medio che si fonda la stima degli altri momenti centrali, è necessario porre attenzione a questo subdolo problema numerico di *propagazione dell'errore di arrotondamento*. Nell'*Esempio 12.1* viene presentata una *routine* scritta in Fortran 90 che ne consente la stima campionaria e che è stata realizzata cercando di minimizzare il problema.

12.2.1.2 Stima campionaria della Varianza e della Deviazione Standard

La varianza e la deviazione standard di una variabile F rappresentano, almeno in teoria, in maniera compatta le fluttuazioni turbolente presentate dalla variabile F nel periodo di mediazione T . È proprio da questi indicatori che comincia ad emergere il carattere turbolento del PBL connesso con le irregolarità mostrate dal segnale meteorologico. Ovviamente la *vera* varianza di F (cioè quella richiesta dalla Teoria della turbolenza del PBL) non è accessibile in pratica e la si può stimare solo in maniera campionaria a partire dalle N misure valide F_j realizzate agli istanti t_j durante il periodo di mediazione T . Sulla base di considerazioni teoriche (Capitolo 3), la stima campionaria della varianza della variabile F può essere ottenuta usando lo stimatore *unbiased* seguente:

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [F_j - \bar{F}]^2 \quad [12.3a]$$

Va rilevato che nella relazione (12.3a) al denominatore è presente $N-1$ e non N . Naturalmente, se N è molto elevato non c'è una differenza tangibile tra N ed $N-1$. Quindi, visto l'elevato numero di campioni elementari F_j generalmente disponibili nel periodo di mediazione (da qualche centinaio a qualche migliaio), per la stima campionaria della Varianza si impiega più frequentemente la relazione:

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [F_j - \bar{F}]^2 \quad [12.3b]$$

anche se, formalmente, questo stimatore non è *unbiased*. Dal punto di vista teorico la relazione (12.3b) risulterebbe del tutto equivalente alla relazione seguente:

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N F_j^2 - \bar{F}^2 \quad [12.3c]$$

che spesso viene utilizzata nella Teoria della Turbolenza. Tale relazione, a prima vista, parrebbe molto conveniente, anche se (Press. e al. 1992) è noto che ad essa è associato normalmente un errore di arrotondamento eccessivo. Per questa ragione è decisamente sconsigliabile il suo uso nella stima campionaria della Varianza. Va detto, però, che del problema degli errori di arrotondamento non sono immuni neppure le relazioni (12.3a) e (12.3b) e nell'*Esempio 12.1* si vedrà come si può operare per minimizzarlo.

Una volta nota la varianza della variabile F , la relativa deviazione standard σ_F è semplicemente la radice quadrata della varianza.

12.2.1.3 Stima campionaria della Skewness e della Kurtosis

Se la variabile F possiede una distribuzione Gaussiana, la conoscenza del Valore Medio e della

Varianza è sufficiente per una sua completa descrizione statistica. Normalmente non è questo il caso e perciò risultano di notevole importanza i momenti centrali di ordine superiore al secondo. In linea di principio, il generico Momento di ordine n risulta espresso in termini campionari dalla relazione:

$$M^n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [F_i - \bar{F}]^n \quad [12.4a]$$

Semplici considerazioni di Analisi Numerica evidenziano immediatamente come la relazione precedente, se pur concettualmente semplice, è inevitabilmente interessata da errori di arrotondamento elevati, tanto più elevati quanto maggiore è l'esponente n . Quindi la stima campionaria dei momenti di ordine superiore al secondo è estremamente critica dal punto di vista numerico e richiede che l'algoritmo che la implementa sia realizzato in maniera decisamente accorta.

Di tutti i momenti centrali di ordine n quelli più interessanti ed usati in Meteorologia sono il momento terzo ed il momento quarto o meglio i due parametri adimensionali da essi derivati, noti come *Skewness* Sk e *Kurtosis* $Kurt$, definiti rispettivamente come:

$$Sk = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i - \bar{F}}{\sigma_F} \right]^3 \quad [12.4b]$$

$$Kurt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{F_i - \bar{F}}{\sigma_F} \right]^4 - 3 \quad [12.4c]$$

Nell'*Esempio 12.1* vengono presentate *routine* scritte in Fortran 90 che realizzano la stima campionaria della Skewness e della Kurtosis di una variabile F realizzate in modo da minimizzare gli errori di arrotondamento, oltre che routine che codificano gli algoritmi di stima campionaria per il Valor Medio, la Varianza e la Deviazione Standard.

Esercizio 12.1

Gli Algoritmi di stima campionaria del Valor Medio, della Varianza, della Deviazione Standard, della Skewness e della Kurtosis di una variabile stocastica X di cui il record x_i ($i = 1, \dots, N$) ne è una realizzazione in un periodo di osservazione $T = N \cdot \Delta t$ sono stati presentati poco sopra. Si ricordi poi che f_c è la frequenza di campionamento e quindi $\Delta t = 1/f_c$. In questo Esempio vengono presentate alcune routine scritte in Fortran 90 che implementano tutto ciò, scritte in maniera tale da minimizzare gli errori di arrotondamento connessi alla stima di tali parametri; a questo scopo è stato usato estesamente il calcolo in Doppia Precisione. Inoltre, nella loro scrittura si è badato ad utilizzare il più possibile le funzioni vettoriali messe a disposizione del linguaggio di programmazione in modo da minimizzare nel contempo anche i tempi di calcolo. Caratteristica comune a tutte queste routine è quella di gestire le misure non valide eventualmente presenti nel *record* ed individuabili dal valore *NoVal*. Questa variabile potrebbe assumere un valore qualsiasi, anche se generalmente è posto pari a -9999 come è stato fatto nel programma di esempio. Inoltre, per garantire una statistica ragionevole, si è ipotizzato che il numero di dati validi per generare la stima fosse non inferiore ad una percentuale prefissata *Perc* che, nell'implementazione mostrata, è stata posta pari a 0.75. Tradurre queste routine in un linguaggio di programmazione differente (per esempio in Python o in Matlab) è immediato.

Una volta presentate le singole *routine*, verrà proposto un semplice programma che legge un file di testo ("*DATI.txt*") contenente le misure raccolte da un anemometro ultrasonico triassiale in un'ora con una frequenza di campionamento di 1 Hz. In particolare le 3600 misure raccolte durante l'ora sono organizzate nel file in modo che la prima colonna sia il secondo dell'ora, la seconda colonna la componente V_x (m/s) della velocità, la terza colonna la componente V_y (m/s), la quarta colonna la componente V_z (m/s) e la quinta colonna la Temperatura virtuale (K). Queste misure sono quelle rappresentate nella **Fig. 12.7**. L'uso di tale programma ha consentito di ottenere la stima dei valori medi, delle varianze, delle deviazioni standard, della skewness e della Kurtosis delle tre componenti del moto e della temperatura considerate nella **Fig. 12.7**.

!

```

! => ROUTINES DI ELABORAZIONE
!
! =====
! Function MEDIA(N, x, NoVal)
! =====
! Stima campionaria del valor medio.
! =====
! IMPLICIT NONE
!
! INTEGER          :: N, M
! REAL             :: NoVal
! REAL, PARAMETER  :: Perc = 0.75
! REAL, DIMENSION(N) :: x
! REAL             :: MEDIA
! =====
! A) Conteggio misure valide
! M = COUNT(x .GT. NoVal)
! IF (M .LT. N*Perc) Then
!     Numero di misure valide non sufficiente
!     MEDIA = NoVal
!     RETURN
! End IF
!
! B) Stima della media campionaria
! MEDIA = SUM(DBLE(x), MASK = x .GT. NoVal) / DFLOAT(M)
!
! END
!
! =====
! Function VARIANZA(N, x, x_med, NoVal)
! =====
! Stima campionaria della varianza.
! =====
! IMPLICIT NONE
!
! INTEGER          :: N, M
! INTEGER, PARAMETER :: Perc = 0.75
! REAL             :: NoVal, x_med
! REAL, DIMENSION(N) :: x
! REAL             :: VARIANZA
! =====
! A) Conteggio misure valide
! M = COUNT(x .GT. NoVal)
! IF (M .LT. N*Perc) Then
!     Numero di misure valide non sufficiente
!     VARIANZA = NoVal
!     RETURN
! End IF
!
! B) Stima della media campionaria
! VARIANZA = SUM( (DBLE(x)-DBLE(x_med))**2, MASK = x .GT. NoVal) / DFLOAT(M)
!
! END
!
! =====
! Function DEV_STANDARD(Var, NoVal)
! =====
! Stima della deviazione standard
! =====
! IMPLICIT NONE
!
! REAL             :: NoVal
! REAL             :: Var
! REAL             :: DEV_STANDARD
! =====
! IF (Var .LE. NoVal) Then
!     Numero di misure valide non sufficiente
!     DEV_STANDARD = NoVal
!     RETURN
! End IF

```

12. ELABORAZIONI PRIMARIE DELLE MISURE

```

!
!   B) Stima della media campionaria
!   DEV_STANDARD = SQRT(Var)
!
!   END
!
!
!   =====
!   Function SKEWNESS(N, x, x_med, Std, NoVal)
!   =====
!   Stima campionaria della skewness
!   -----
!   IMPLICIT NONE
!   INTEGER                :: N, M
!   INTEGER, PARAMETER :: Perc = 0.75
!   REAL                  :: NoVal, x_med, std
!   REAL, DIMENSION(N) :: x
!   REAL                  :: SKEWNESS
!   -----
!   A) Conteggio misure valide
!   M = COUNT(x .GT. NoVal)
!   IF (M .LT. N*Perc) Then
!       Numero di misure valide non sufficiente
!       SKEWNESS = NoVal
!       RETURN
!   End IF
!
!   B) Stima della media campionaria
!   SKEWNESS = SUM( ((DBLE(x)-DBLE(x_med))/Std)**3, MASK=x .GT. NoVal)/DFLOAT(M)
!
!   END
!
!   =====
!   Function KURTOSIS(N, x, x_med, Std, NoVal)!
!   =====
!   Stima campionaria della kurtosi
!   -----
!   IMPLICIT NONE
!
!   INTEGER                :: N, M
!   INTEGER, PARAMETER :: Perc = 0.75
!   REAL                  :: NoVal, x_med, std
!   REAL, DIMENSION(N) :: x
!   REAL                  :: KURTOSIS
!   -----
!   A) Conteggio misure valide
!   M = COUNT(x .GT. NoVal)
!   IF (M .LT. N*Perc) Then
!       Numero di misure valide non sufficiente
!       KURTOSIS = NoVal
!       RETURN
!   End IF
!
!   B) Stima della media campionaria
!   KURTOSIS = &
!       SUM(((DBLE(x)-DBLE(x_med))/Std)**4, MASK=x .GT. NoVal) / DFLOAT(M) - 3.
!
!   END
!
!
!   => PROGRAMMA DI ELABORAZIONE
!
!   =====
!
!   PROGRAMMA ESEMPIO
!   Esempio di utilizzo delle routine MEDIA, VARIANZA, SKENESS, KURTOSIS.
!   =====
!   IMPLICIT NONE
!
!   INTEGER, PARAMETER :: N = 3600
!   INTEGER            :: i,k
!   REAL, PARAMETER  :: NoVal = -9999.

```

```

REAL, DIMENSION(N) :: Vx, Vy, Vz, Tk
REAL                :: xm, ym, zm, Tm
REAL                :: Varx, Vary, Varz, VarT
REAL                :: sx, sy, sz, sT
REAL                :: Skx, Sky, Skz, SkT
REAL                :: Kurx, Kury, Kurz, Kurt
REAL                :: MEDIA, VARIANZA, DEV_STANDARD, SKEWNESS, KURTOSIS
! -----
! A) Lettura dati sonici da File
OPEN(UNIT=1, FILE="DATI.TXT")
DO i=1,N
    READ(1,*) k, Vx(i), Vy(i), Vz(i), Tk(i)
End DO
CLOSE(1)
!
! B) Calcolo valori medi
xm = MEDIA(N, Vx, NoVal)
ym = MEDIA(N, Vy, NoVal)
zm = MEDIA(N, Vz, NoVal)
Tm = MEDIA(N, Tk, NoVal)
!
! C) Calcolo varianze
Varx = VARIANZA(N, Vx, xm, NoVal)
Vary = VARIANZA(N, Vy, ym, NoVal)
Varz = VARIANZA(N, Vz, zm, NoVal)
VarT = VARIANZA(N, Tk, Tm, NoVal)
!
! D) Calcolo deviazioni standard
sx = DEV_STANDARD(Varx, NoVal)
sy = DEV_STANDARD(Vary, NoVal)
sz = DEV_STANDARD(Varz, NoVal)
sT = DEV_STANDARD(VarT, NoVal)
!
! E) Calcolo Skewness
Skx = SKEWNESS(N, Vx, xm, sx, NoVal)
Sky = SKEWNESS(N, Vy, ym, sy, NoVal)
Skz = SKEWNESS(N, Vz, zm, sz, NoVal)
SkT = SKEWNESS(N, Tk, Tm, sT, NoVal)
!
! F) Calcolo Kurtosis
Kurx = KURTOSIS(N, Vx, xm, sx, NoVal)
Kury = KURTOSIS(N, Vy, ym, sy, NoVal)
Kurz = KURTOSIS(N, Vz, zm, sz, NoVal)
Kurt = KURTOSIS(N, Tk, Tm, sT, NoVal)
!
! H) Scrittura dei risultati su video
WRITE(*,*) xm, ym, zm, Tm
WRITE(*,*) Varx, Vary, Varz, VarT
WRITE(*,*) sx, sy, sz, sT
WRITE(*,*) Skx, Sky, Skz, SkT
WRITE(*,*) Kurx, Kury, Kurz, Kurt

END

```

Se si considerano le misure soniche riportate nella **Fig. 12.7**, la stima dei vari parametri realizzata dal programma precedente può essere riassunta nella seguente Tabella.

	Media	Varianza	Deviazione Standard	Skewness	Kurtosis
V _x	12.808	1.504	1.226	0.224	-0.202
V _y	-0.845	2.039	1.428	0.123	-0.056
V _z	-0.118	0.237	0.487	0.228	+0.905
T	299.425	0.581	0.763	0.442	-0.318

12.2.2 STIMA CAMPIONARIA DELLA COVARIANZA TRA DUE VARIABILI

La Covarianza tra due variabili rappresenta il *grado di parentela statistico* che esiste tra di esse. Al di là del significato statistico di questo parametro, abbiamo visto come la covarianza tra una

generica variabile scalare e una delle componenti del moto sia proporzionale al flusso di questa variabile scalare nella direzione rappresentata dalla componente del moto considerata. In particolare, se la componente del moto è la velocità verticale w , allora la Covarianza di un generico scalare con tale componente è proporzionale al flusso turbolento verticale di questo scalare. Tutto ciò è fisicamente corretto se si considera una situazione paradigmatica (completa omogeneità orizzontale) ed un sistema di assi cartesiani cui sono riferite le componenti del vento avente l'asse x nella direzione verso cui spirava il vento e l'asse z esattamente verticale. Di questo tratteremo più nel dettaglio al Capitolo 13.

Se si considerano due generiche variabili meteorologiche x e y , la stima campionaria della loro Covarianza è dato da:

$$\overline{x'y'} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})] \quad [12.5a]$$

Questa relazione, corretta dal punto di vista matematico, può essere opportunamente manipolata come già si è visto per la relazione generale della varianza. Il risultato che si ottiene è il seguente:

$$\overline{x'y'} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_i y_i - \bar{x} \cdot \bar{y} \quad [12.5b]$$

che sembrerebbe molto allettante da utilizzare, ma che nasconde il rischio di ottenere una stima della covarianza affetta da un elevato errore di arrotondamento. Di fatto, conviene evitare di utilizzare questa relazione e realizzare una *routine* come quella presentata nell'*Esercizio 12.2*, in cui si è badato a minimizzare gli errori di arrotondamento ed i tempi di calcolo.

Esercizio 12.2

Consideriamo due variabili stocastiche X e Y che, nel periodo di mediazione T , vengono campionate alla frequenza $f_c = 1/\Delta t$ producendo due *record* contemporanei $x_i, y_i, i = 1, N$, dove $N = T/\Delta t$. La stima della Covarianza di queste due variabili può essere ottenuta impiegando la *routine* Fortran 90 qui di seguito riportata. Essa, come nel caso delle *routine* presentate nell'*Esempio 12.1*, tiene conto della eventuale presenza di dati mancanti in una delle due serie di dati (o in entrambe) contraddistinti dal valore *NoVal* (normalmente pari a -9999.). Inoltre, per minimizzare gli errori di arrotondamento, impiega la Doppia Precisione per tutti i calcoli rilevanti presenti nella formulazione (12.5a) e per minimizzare i tempi di calcolo (importanti quando il numero di coppie di dati N è elevato) impiega estesamente le operazioni vettoriali previste dal Fortran 90 consentendo di ottenere un codice altamente ottimizzato.

```
!
!
! =====
Function COVARIANZA(N, x, y, x_med, y_med, NoVal)
! =====
! Stima della varianza campionaria del vettore x tenendo conto del numero
! di dati validi, cioè non marcati come NoVal (-9999.).
! =====
IMPLICIT NONE
!
Integer          :: N, M
Integer, Parameter :: Perc = 0.75
Real             :: NoVal
Real             :: x_med, y_med
Real, Dimension(N) :: x, y
Real             :: COVARIANZA
! =====
! A) Conteggio misure valide
M = COUNT(x .GT. NoVal .AND. y .GT. NoVal)
IF (M .LT. N*Perc) Then
! Numero di misure valide non sufficiente
COVARIANZA = NoVal
RETURN
End IF
```



```

!
!      B) Stima della media campionaria
!      COVARIANZA = SUM((DBLE(x)-DBLE(x_med)) * (DBLE(y)-DBLE(y_med)), &
!                      MASK=x .GT. NoVal .AND. y .GT. NoVal) / DFLOAT(M)
!
END

```

12.2.3 STIMA CAMPIONARIA DELLA DENSITÀ DI PROBABILITÀ E DERIVATI

Le proprietà statistiche di una variabile stocastica sono completamente descritte dalla *Funzione di Densità di Probabilità (PDF)*. In pratica, se una variabile stocastica X è caratterizzata dalla *PDF* $f(x)$, allora la probabilità che una qualsiasi realizzazione x di X si collochi entro l'intervallo $(x - dx; x + dx)$ risulta pari a $f(x) \cdot dx$. Nota la *PDF*, è immediato definire la *Funzione Cumulata (CDF)* $C(x)$. Dato che $C(x^*)$ rappresenta la probabilità che una realizzazione x della variabile stocastica X presenti un valore non superiore a x^* , allora si ha che:

$$C(x^*) = \int_{-\infty}^{x^*} f(x) \cdot dx \quad [12.6a]$$

Da queste definizioni è necessario sviluppare stimatori capaci di ottenere una stima attendibile sia della *PDF* che della *CDF* a partire da un record di misure di una generica variabile X .

12.2.3.1 La funzione di densità di probabilità e relativa cumulata

Il punto di partenza per la stima campionaria della *PDF* è la disponibilità di un *record* di misure x_i ($i = 1, \dots, N$) e sia $x_{\min}$ e $x_{\max}$ il valore minimo e massimo degli x_i disponibili. Si suddivide l'intervallo $x_{\min} \div x_{\max}$ in K sottointervalli (*bin*) di uguale ampiezza Δ . Se consideriamo un generico sottointervallo k -esimo, i suoi estremi sono $x_{k\min}$ e $x_{k\max}$. Si ripartiscano ora le N misure disponibili x_i a seconda dell'appartenenza a ciascun sottointervallo. In pratica, un valore generico x_i del record apparterrà al *bin* k -esimo se $x_{k\min} \leq x_i < x_{k\max}$. Una volta considerate tutte le N misure, esse risulteranno ripartite nei K *bin* stabiliti (e solo in essi) e sia N_k il numero di misure appartenenti al k -esimo *bin*.

Si definisce *Istogramma* la funzione discreta I_k ($k = 1, \dots, K$) definita come:

$$I_k = \frac{N_k}{N} \quad \text{per ogni } k = 1, 2, \dots, N \quad [12.6b]$$

In pratica, l'*Istogramma* rappresenta la percentuale di eventi che ricadono in una delle K classi predefinite. È interessante notare come la somma di tutti gli I_k sia pari all'unità. Una volta noto l'*Istogramma*, è immediato definire lo stimatore campionario della *PDF*. Infatti è facile verificare che la funzione discreta:

$$PDF_k = \frac{N_k}{\Delta \cdot N} \quad \text{per ogni } k = 1, 2, \dots, N \quad [12.6c]$$

possiede tutte le caratteristiche di una *PDF*. È poi immediato costruire la versione campionaria della relativa *CDF* che risulta data da:

$$CDF_k = \sum_{j=1}^k PDF_j \cdot \Delta = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k N_j \quad \text{per ogni } k = 1, 2, \dots, N \quad [12.6d]$$

e verificare che effettivamente tale funzione è la versione discreta e campionaria di una *CDF*.

Per come sono state definite, la PDF_k e la CDF_k sembrerebbero estremamente semplici da calcolare a partire da un *record* x_i di N misure, tuttavia è facile rendersi conto che l'impiego diretto di queste definizioni può portare ad algoritmi numerici caratterizzati da tempi di calcolo insostenibili (soprattutto se N è un numero elevato). Per evitare ciò, conviene seguire le indicazioni contenute nell'*Esercizio 12.3*.

Dalla definizione di *CDF* deriva sia la definizione di Mediana che la definizione di Percentile. In particolare, la Mediana è il valore x_M per cui la funzione Cumulata *CDF* assume il valore 0.5. In pratica, se le misure x_i vengono ordinate in termini crescenti, si ha che:

$$x_M = \begin{cases} x((N+1)/2) & \text{se } N \text{ è dispari} \\ \frac{1}{2}[x(N/2) + x(N/2+1)] & \text{se } N \text{ è pari} \end{cases} \quad [12.6e]$$

Il generico p-esimo Percentile è il valore x_p per cui la *CDF* risulta non superiore a p . Quindi:

$$x_p = x(p \cdot N) \quad [12.6f]$$

È immediato rendersi conto che la Mediana altro non è che il 50-esimo Percentile.

Per descrivere in maniera compatta la variabilità statistica presentata da una variabile stocastica è invalso l'uso di utilizzare ciò che viene chiamato Intervallo Interquartile (Wilks, 1995) che è definito come l'intervallo di valori che stanno tra il 25-esimo ed il 75-esimo Percentile. In pratica, il 50% delle misure dovrebbe collocarsi all'interno di questo intervallo.

Esercizio 12.3

Consideriamo la variabile X che nel periodo di mediazione T viene campionata alla frequenza $f_c = 1/\Delta t$ dando luogo al record x_i , $i = 1, N$, dove $N = T/\Delta t$. La stima campionaria della *PDF* e della *CDF* viene realizzata impiegando la routine seguente che sfruttano il semplice ed ovvio fatto che ripartire in classi gli elementi x_i del vettore x è la stessa cosa che ripartire in classi gli elementi y_i del vettore y che contiene gli stessi x_i , ordinati, però, in maniera crescente. Per questo, la prima cosa che la routine realizza è il SORT ascendente degli elementi del vettore temporaneo y inizialmente copia del vettore x . Infine stima la Mediana, il 25-esimo ed il 75-esimo percentile.

```
!
! =====
! Subroutine STATISTICA(N, x, K, PDF, CDF, p25, p50, p75)
! =====
! Partendo dalle N misure del vettore x e dal numero di bin K, la routine
! costruisce la versione discreta della PDF e della CDF che restituisce
! negli omonimi array di dimensioni K. Inoltre, stima la mediana (p50), il
! 25° percentile (p25) ed il 75° percentile (p75).
!
! La routine usa la routine SORT per costruire l'array y identico ad x ma
! con gli elementi posti in ordine crescente di valore.
!
! -----
! IMPLICIT NONE
!
! INTEGER          :: N, K, i, j, kk
! REAL             :: y_min, y_max, Delta, x_rif, p25, p50, p75
! REAL, DIMENSION(N) :: x
! REAL, ALLOCATABLE :: y(:)
! REAL, DIMENSION(K) :: PDF, CDF
! -----
! Creazione del vettore temporaneo y da ordinare a valori crescenti
! ALLOCATE (y(N))
! y = x
!
! A) SORT ascendente dei valori dell'array y (inizialmente uguale a x)
! Call SORT (N, y)
!
! B) Individuazione del valore minimo e del valore massimo
! y_min = y(1)
! y_max = y(N)
! Delta = (y_max - y_min) / FLOAT(K)
!
! C) Stima campionaria della PDF e della CDF
! PDF = 0.0
! kk = 1
! x_rif = y_min + FLOAT(kk)*Delta
```

```

DO i=1,N
    IF(y(i) .LE. x_rif) Then
        PDF(kk) = PDF(kk) + 1
    Else
        kk      = kk + 1
        x_rif   = y_min + FLOAT(kk)*Delta
        PDF(kk) = PDF(kk) + 1
    End IF
End DO

!
PDF(1) = PDF(1) / FLOAT(N)
CDF(1) = PDF(1)
PDF(1) = PDF(1)/Delta
DO j=2,K
    PDF(j) = PDF(j) / FLOAT(N)
    CDF(j) = CDF(j-1) + PDF(j)
    PDF(j) = PDF(j) / Delta
End DO

!
p25 = y(NINT(0.25*FLOAT(N)))
p50 = y(NINT(0.50*FLOAT(N)))
p75 = y(NINT(0.75*FLOAT(N)))

!
DEALLOCATE(y)

!
END

!
!
!
=====
Subroutine SORT (N, x)
=====
!
Realizza il SORT ascendente dei valori contenuti nel vettore x
!
-----
IMPLICIT NONE
INTEGER      ::N
INTEGER      ::i, k
REAL, DIMENSION(N) :: x
REAL        :: temp
!
-----
DO i = 1, N-1
    DO k = i+1, N
        IF(x(i) > x(k) ) Then
            temp = x(k)
            x(k) = x(i)
            x(i) = temp
        End IF
    End DO
End DO

!
END

```

12.2.3.2 Indeterminazione nella costruzione dell'Istogramma

La stima campionaria della Funzione di Densità di probabilità e della relativa Funzione Cumulata è totalmente basata, come si è visto, sulla costruzione preliminare dell'Istogramma delle misure x_i contenute nel record la cui costruzione, a sua volta, è completamente condizionata dalla scelta di quanti *bin* considerare e della loro ampiezza. Ed è proprio in ciò che sta l'indeterminazione nella costruzione dell'Istogramma e, di conseguenza, l'indeterminazione nella stima campionaria della *PDF* e della *CDF*. Per renderci conto del problema, consideriamo la temperatura virtuale mostrata nella **Fig. 12.7**. Il record di temperatura virtuale misurata dall'anemometro ultrasonico triassiale considerato è caratterizzato da:

- valor medio di 299.42 K,
- una deviazione standard di 0.76 K,
- un valore minimo di 297.83 K ed un valore massimo di 301.91 K,
- un 25-esimo, 50-esimo e 75-esimo percentile pari rispettivamente a 298.84 K, 299.35 K

- e 299.94 K,
• da 3600 valori raccolti nell'ambito dell'ora considerata.

A priori non è immediato stabilire né l'ampiezza dei *bin* (che considereremo sempre tutti di pari ampiezza) né il relativo numero. Se, per esempio, ipotizziamo che l'ampiezza di ogni *bin* sia pari a 0.1 K, otteniamo l'istogramma di sinistra nella **Fig. 12.8**, mentre se poniamo l'ampiezza dei *bin* pari a 1 K, l'istogramma che si ottiene è quello rappresentato nella parte destra della figura. Come si vede, i due istogrammi sono profondamente differenti. In entrambi si apprezza visivamente il fatto che la distribuzione della temperatura non possiede una simmetria Gaussiana, ma al di là di ciò non è facile andare. Wilks (2011) ha discusso questo problema ed ha presentato alcuni metodi impiegati per stabilire in maniera appropriata l'ampiezza dei *bin* in base al numero N di misure ed alla loro dispersione statistica. In particolare, detto p_{25} il 25-esimo Percentile e p_{75} il 75-esimo Percentile, si definisce IQR l'Intervallo Interquartile come:

$$IQR = p_{75} - p_{25} \quad [12.7a]$$

allora l'ampiezza w dei *bin* può essere stimata con la relazione seguente:

$$w \cong c \frac{IQR}{N^{1/3}} \quad [12.7b]$$

dove la costante c vale 2.5.

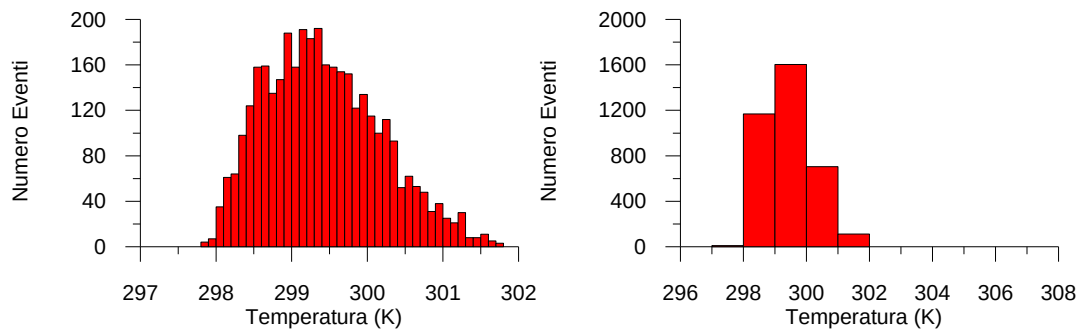


Fig. 12.8: istogramma della temperatura virtuale di Fig. 12.7. A sinistra l'ampiezza dei bin è pari a 0.1K, mentre a destra l'ampiezza dei bin è pari a 1 K.

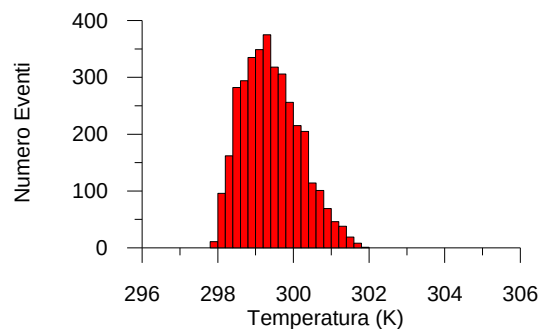


Fig. 12.9: istogramma della temperatura virtuale di Fig. 12.7 realizzato usando un'ampiezza dei bin pari a 0.2 K

Se consideriamo l'esempio della temperatura virtuale misurata con un anemometro ultrasonico triassiale e riportata nella **Fig. 12.7**, w risulta pari a circa 0.2 K. Nella **Fig. 12.9** viene riportato l'Istogramma costruito utilizzando questa ampiezza dei bin. In effetti, con questa scelta l'Istogramma mostra una forma abbastanza regolare ed evidenzia come la distribuzione della temperatura virtuale sia piuttosto lontana da una forma Gaussiana simmetrica, e presenta una marcata Skewness.

12.2.4 CORRELAZIONE E FUNZIONE DI STRUTTURA

Ogni variabile che caratterizza lo stato e la dinamica del *PBL* può essere considerata un processo stocastico, cioè una variabile stocastica continuamente nel tempo. Come abbiamo già visto ai Capitoli 3 e 4, nel dominio del tempo le caratteristiche di un processo stocastico $A(t)$ possono essere ben apprezzate da una serie di funzioni caratteristiche. Da un punto di vista pratico, ciò che effettivamente possiamo ottenere dalle misure realizzate da uno strumento meteorologico (per esempio da un anemometro ultrasonico triassiale) è una sequenza ordinata di misure istantanee $A(t_i) = A_i$ per gli N istanti successivi t_i in un intervallo di osservazione T . Se Δt è l'intervallo temporale tra una misura e l'altra (cioè se $f_c = 1/\Delta t$ è la frequenza di campionamento), $T = N \cdot \Delta t$. Al di là delle specificità, ciò che ci interessa conoscere di un processo stocastico è come le sue realizzazioni in istanti successivi siano correlate tra loro, o meglio in quanto tempo il processo $A(t_i)$, che possedeva ad un istante iniziale un determinato valore, perda la *memoria* di questo stato a causa della propria natura stocastica. Per descrivere tutto ciò, come si ricorda, si possono utilizzare diverse funzioni che hanno tutte, come elemento comune, il fatto di descrivere alcuni aspetti del processo stocastico considerando la statistica delle realizzazioni del processo separate temporalmente da un *time lag* τ che, nel caso discreto, risulta pari ad un multiplo intero di Δt .

Consideriamo l'Autocovarianza, che conosciamo normalmente sotto il nome di Varianza. Se fosse possibile, almeno idealmente, ripetere un numero elevatissimo di volte un esperimento sempre nelle medesime condizioni (o, che è lo stesso, se potessimo collocare nello stesso punto un numero infinito di strumenti identici che forniscono nel medesimo istante una delle possibili realizzazioni in quel punto ed in quell'istante della variabile A), la varianza esprime la variabilità intrinseca di A . Ma se analizzassimo eventi separati da un *time lag* $\tau = j \cdot \Delta t$, come si modifica questa variabilità? C'è un modo di evidenziare quanto le realizzazioni di A in istanti successivi siano legate tra loro? A ciò risponde la *Funzione di Autocorrelazione*. Se consideriamo un certo *time lag* $\tau = j \cdot \Delta t$, essa risulta definita come (Stull, 1988):

$$\rho_{AA}(\tau) = \rho_{AA}(j \cdot \Delta t) = \frac{\sum_{k=0}^{N-j-1} [(A_k - \bar{A}_k) \cdot (A_{k+j} - \bar{A}_{k+j})]}{\left[\sum_{k=0}^{N-j-1} (A_k - \bar{A}_k)^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{k=0}^{N-j-1} (A_{k+j} - \bar{A}_{k+j})^2 \right]^{1/2}} \quad [12.8a]$$

Quando il *time lag* è nullo, l'Autocorrelazione è rigorosamente pari all'unità. Come si vede, in questa definizione vengono utilizzate due diverse medie così definite:

$$\bar{A}_k = \frac{1}{N-j} \sum_{k=0}^{N-j-1} A_k \quad \bar{A}_{k+j} = \frac{1}{N-j} \sum_{k=0}^{N-j-1} A_{k+j} \quad [12.8b]$$

Tuttavia, si può vedere che, se N è elevato, come normalmente è il caso, la definizione della Funzione di Autocorrelazione può essere semplificata nel modo seguente:

$$\rho_{AA}(\tau) = \rho_{AA}(j \cdot \Delta t) = \frac{\sum_{k=0}^{N-j-1} [(A_k - \bar{A}) \cdot (A_{j+k} - \bar{A})]}{\sigma_A^2} \quad [12.8c]$$

Nell'*Esempio 12.4* viene presentata una routine Fortran 90 che realizza la stima della Funzione di Autocorrelazione a partire da un record di misure.

Esercizio 12.4

Questa routine stima la funzione di Autocorrelazione di un segnale discreto x_i ($i = 1, N$) contenuta nel vettore Rho che ha $N/2+1$ elementi, ciascuno corrispondente ai *time-lag* del vettore Tau. I *time-lag* vanno da 0 a $N/2 \cdot \Delta t$. Viene poi stimato anche il Tempo Euleriano Caratteristico di scala TE, di cui parleremo successivamente.

```

! =====
! Subroutine AUTO_CORRELAZIONE(N, x, xm, Varx, delta_t, Tau, Rho, TE, NoVal)
! =====
! Calcola la Funzione di Autocorrelazione del segnale discreto x di N misure
! con valor medio xm e varianza Varx. Delta_t l'intervallo tra una misura e
! l'altra. La funzione di Autocorrelazione è contenuta nel vettore Rho di
! N/2+1 valori che corrispondono ai time-lag contenuti nel vettore Tau.
! I dati non validi presentano il valore NoVal.
!
! Il Tempo Euleriano caratteristico di scala TE viene definito come il time
! lag per cui l'Autocorrelazione raggiunge il valore di 1/e = 0.367879.
! -----
! IMPLICIT NONE
!
! INTEGER                :: N, Nk, k, j, kk
! REAL                   :: xm, Varx, rrk, delta_t, TE, NoVal
! REAL, PARAMETER        :: cut_off = 0.367879
! REAL, DIMENSION(N)     :: x
! REAL, DIMENSION(0:N/2) :: Rho, Tau
! -----
!
! Tau(0) = 0.0
! Rho(0) = 1.0
! kk = -99
! DO k = 1, N/2
!   Tau(k) = delta_t * FLOAT(k)
!   rrk = 0.0
!   Nk = 0
!   DO j=1, N-k
!     IF(x(j) .GT. NoVal .AND. x(j+k) .GT. NoVal) Then
!       nk = Nk + 1
!       rrk = rrk + &
!         (DBLE(x(j)) - DBLE(xm)) * (DBLE(x(j+k)) - DBLE(xm))
!     End IF
!   End DO
!   rho(k) = rrk/FLOAT(Nk) / Varx
!   IF(Rho(k) .LT. cut_off .AND. kk .LT. 0) kk = k
! End DO
!
! TE = Tau(kk)
!
! END

```

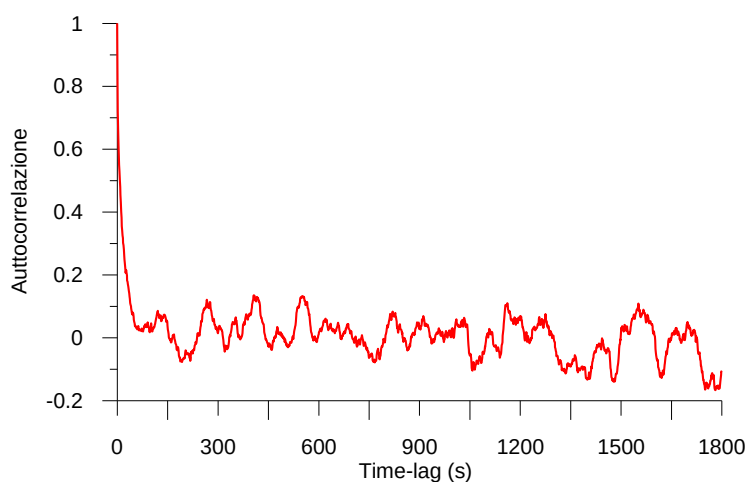


Fig. 12.10: funzione di Autocorrelazione della componente V_x del moto (vedi Fig. 12.7)

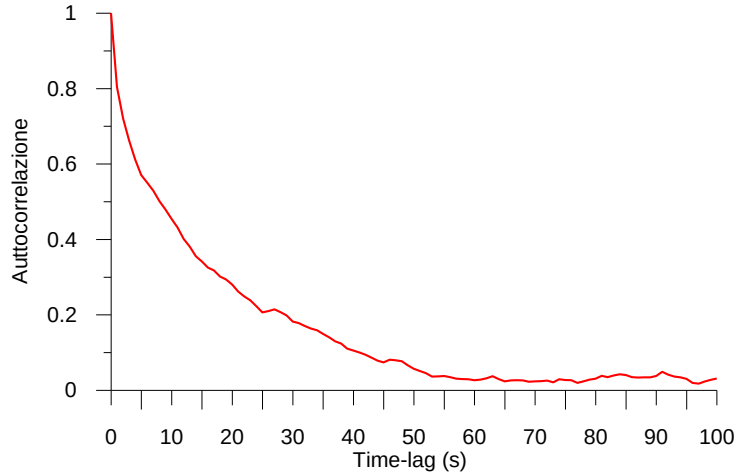


Fig. 12.11: funzione di Autocorrelazione della componente V_x del moto (come Fig.12.10, ma per *time-lag* non superiori a 100secondi)

La routine dell'Esercizio 12.4 è stata usata per stimare la funzione di Autocorrelazione della componente V_x del moto misurata dall'anemometro ultrasonico e riportata nella Fig. 12.7. Il risultato ottenuto è presentato nella Fig. 12.10. Come si vede, la correlazione unitaria a *time-lag* nullo, si perde progressivamente col tempo in maniera pressoché esponenziale fino ad oscillare attorno allo zero per *time-lag* elevati. In pratica, ciò che si vede è la sovrapposizione di un moto turbolento che perde rapidamente e progressivamente memoria con un moto oscillatorio. Per evidenziare il comportamento della Funzione di Autocorrelazione a piccoli *time-lag*, cioè quando è evidente la sola turbolenza del PBL, nella Fig.12.11 viene presentata la medesima funzione di Autocorrelazione, ma per *time-lag* non superiori a 100 secondi. È facile verificare come in questo caso la Funzione di Autocorrelazione possa essere espressa con ottima approssimazione dalla relazione analitica:

$$\rho_{AA}(\tau) = \exp[-\tau/T_E] \quad [12.9a]$$

dove T_E è il Tempo Euleriano di Scala, che rappresenta in sostanza il tempo necessario al processo stocastico a perdere la memoria del proprio stato iniziale, è formalmente definito come:

$$T_E = \int_0^{\infty} \rho_{AA}(\tau) \cdot d\tau \quad [12.9b]$$

Se la Funzione di Autocorrelazione è esprimibile dalla (12.9a), allora T_E è pari al *time-lag* in corrispondenza del quale $\rho_{AA} = 1/e = 0.367879$.

La Funzione di Autocorrelazione non è l'unico strumento analitico con cui descrivere il comportamento nel tempo di un processo stocastico. Un'altra funzione molto utilizzata è la Funzione di Struttura. Ragionando sempre in termini discreti, dato un segnale A_i ($i = 1, \dots, N$), si definisce Funzione di Struttura di ordine n la funzione seguente:

$$D_{AA}^n(\tau) = D_{AA}^n(j \cdot \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-j-1} [A_k - A_{k+j}]^n \quad [12.10a]$$

Nelle applicazioni pratiche la funzione di struttura più utilizzata nella pratica è la Funzione di Struttura del secondo ordine:

$$D_{AA}^2(\tau) = D_{AA}^2(j \cdot \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-j-1} [A_k - A_{k+j}]^2 \quad [12.10b]$$

Come si vede, molte sono le somiglianze almeno formali tra la Funzione di Autocorrelazione e la Funzione di Struttura del Secondo ordine. Ciò che interessante notare è come la funzione di

Autocorrelazione sia intrinsecamente legata alla definizione di Valore Medio, mentre la Funzione di Struttura del Secondo ordine (ed anche quelle di ordine superiore) prescindono da come è stata definita la media e ciò è un vantaggio operativo e logico innegabile. Nell'Esercizio seguente viene presentata una routine Fortran 90 che realizza la stima della Funzione di Struttura del Secondo ordine a partire da un record A_i di N dati campionati consecutivamente.

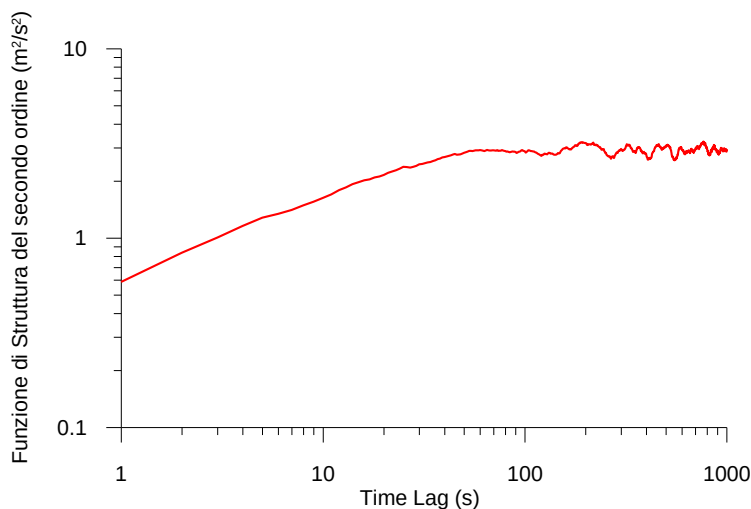


Fig. 12.12: Funzione di Struttura del Secondo Ordine della componente V_x del moto (il cui andamento nel tempo è riportato in Fig.12.7)

Esercizio 12.5

La routine stima la funzione di Struttura del Secondo Ordine di un segnale discreto x_i ($i = 1, N$). Tale funzione è contenuta nel vettore Rho che ha $N/2+1$ elementi, ciascuno corrispondente ai *time-lag* contenuti nel vettore Tau. I *time-lag* vanno da 0 a $N/2 \cdot \text{delta } t$.

```
!
!
!
=====
Subroutine STRUTTURA(N, x, delta_t, Tau, D2, NoVal)
=====
!
!   Calcola la Funzione di Struttura del secondo ordine per un segnale
!   discreto x costituito da N misure, avente un valor medio xm ed una
!   varianza Varx. Sia delta_t l'intervallo tra una misura e l'altra.
!
!   La funzione di Struttura è contenuta nel vettore D2 costituito da N/2+1
!   valori che corrispondono ai time-lag contenuti nel vettore Tau.
!
!   I dati non validi presentano il valore NoVal.
!
!-----
IMPLICIT NONE
!
INTEGER                :: N, Nk, k, j
REAL                   :: xm, Varx, rrk, delta_t, NoVal
REAL, DIMENSION(N)    :: x
REAL, DIMENSION(0:N/2) :: Tau, D2
!-----
!
Tau(0) = 0.0
D2 (0) = 0.0
!
DO k = 1, N/2
    Tau(k) = delta_t * FLOAT(k)
    rrk    = 0.0
    Nk     = 0
!
    DO j=1, N-k
        IF(x(j) .GT. NoVal .AND. x(j+k) .GT. NoVal) Then
            nk = Nk + 1

```



```

                                rrk = rrk + (DBLE(x(j)) - DBLE(x(j+k)))**2
                                End IF
                                End DO
                                D2(k) = rrk/FLOAT(Nk)
!
                                End DO
                                END

```

Utilizzando la routine dell'Esercizio precedente con il record di misure della componente V_x del moto presentate nella **Fig.12.7**, si ottiene l'andamento con il *time-lag* τ della Funzione di Struttura del Secondo Ordine D_{uu}^2 mostrata nella **Fig.12.12**. In essa, sia l'asse delle x (*time-lag*) che l'asse delle y (D_{uu}^2) sono entrambi logaritmici. Questa rappresentazione evidenzia come, a *time-lag* piccoli, esista una relazione di potenza tra il *time-lag* $\tau = k \cdot \Delta t$ e D_{uu}^2 . In pratica, in questo intervallo di *time-lag*, che corrisponde nel dominio delle frequenze all'Intervallo Inerziale (si veda quanto detto al Capitolo 4), vale la relazione:

$$D_{uu}^2(\tau) = C_{uu}^2 \cdot \tau^{2/3} \quad [12.11]$$

che è un celebre risultato della Teoria di Kolmogorov per la turbolenza del *PBL*. Il parametro C_{uu}^2 prende il nome di *Parametro di Struttura*.

12.2.2 ELABORAZIONE PRIMARIA DELLE MISURE DEL VENTO

Il campo di moto dell'atmosfera, osservato nel tempo in un generico punto del *PBL*, può essere considerato un processo stocastico multivariato, più esattamente tri-variato. Quindi, ad ogni campionamento effettuato in un generico punto protratto per un periodo di osservazione T , si otterrà una realizzazione costituita da un vettore le cui componenti sono le tre componenti istantanee del moto rilevate secondo un opportuno sistema di assi cartesiani. Anche se la scelta di un tale sistema di assi può essere in generale del tutto arbitraria, nello studio del *PBL* si è soliti considerare come sistema privilegiato un sistema cartesiano ortogonale, fisso rispetto al suolo, non inerziale, il cui asse x è orizzontale rispetto al suolo e punta verso E , l'asse y è anch'esso orizzontale e punta verso N , mentre l'asse z è verticale (perpendicolare al piano xy) e punta verso l'alto (il Sistema di Riferimento Meteorologico). È con una tale sistema di riferimento che si è operato nella trattazione fatta finora, indicando rispettivamente con u , v e w le componenti del moto lungo i tre assi cartesiani presenti nelle diverse equazioni differenziali alle derivate parziali che costituiscono il modello del *PBL*. Questo è anche il modo naturale con cui i dati vengono raccolti dagli anemometri tri-propeller e dagli anemometri ultrasonici (biassiali e triassiale). In effetti, opportunamente orientati, forniscono misure che sono esattamente le tre componenti cartesiane del moto se i sensori sono triassiali o le due componenti cartesiane orizzontali se i sensori sono biassiali. Nel caso in cui il sensore non fosse orientato secondo il sistema di riferimento, è sempre possibile riportarne le misure nel sistema di riferimento meteorologico con opportune rotazioni. Nel Capitolo seguente si parlerà estesamente di ciò.

In termini del tutto teorici, se si suppone che il vettore vento sia un processo stocastico stazionario ed ergodico (per il quale, quindi, il Valore Atteso coincide esattamente con la Media Temporale), il Valore Atteso al tempo t del vettore vento può essere stimato mediante la media temporale realizzata nell'intervallo temporale $t - T/2 \div t + T/2$ e, dall'analisi vettoriale, esso sarà pari al vettore $\mathbf{V}(x,y,z) = (V_x, V_y, V_z)$ le cui componenti cartesiane medie sono date dalle relazioni seguenti in cui si è indicato sia la procedura di stima quando le componenti sono note come funzioni nel tempo, che la procedura campionaria da adottare quando esse sono campionate ad intervalli temporali equispaziati:

$$\begin{cases} V_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cdot dt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \\ V_y = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t) \cdot dt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \\ V_z = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} w(t) \cdot dt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i \end{cases} \quad [12.12]$$

Quindi, in termini del tutto generali, il valor medio al tempo t del vettore vento è un vettore le cui tre componenti sono pari alla media delle relative componenti istantanee in un intervallo temporale di ampiezza T centrato su t . Le relazioni per ottenere i vari momenti centrali relativi alle singole componenti sono esattamente quelle già riportate precedentemente per una variabile scalare. A complicare la situazione, però, esistono due fatti. Il primo è costituito, come si è visto, dall'esistenza di sensori che misurano o la sola intensità del campo di moto (il modulo del vettore velocità proiettato sull'orizzontale, che in Meteorologia viene indicato solitamente col termine di *intensità del vento*) o la sola direzione di tale vettore che è una variabile circolare. Quindi, in assenza di un anemometro triassiale, la componente verticale del moto non viene misurata e la proiezione orizzontale del vettore vento viene descritta in termini di coordinate polari. Il secondo fatto è il modo diverso con cui la Meteorologia, a differenza della Micrometeorologia, ha definito la direzione del moto, cioè la direzione del vento. Già al Capitolo 1 abbiamo parlato di ciò e qui riportiamo gli elementi essenziali.

Per prima cosa, qui di seguito tratteremo delle principali variabili previste dalla Meteorologia Generale per descrivere il vento visto come proiezione sull'orizzontale del vettore vento e successivamente ci focalizzeremo su quanto si può ottenere da un anemometro triassiale come l'anemometro tri-propeller o l'anemometro ultrasonico triassiale e sulle problematiche che scaturiscono dal conoscere con dettaglio l'evoluzione temporale del vettore istantaneo vento.

12.2.2.1 Il vento e le variabili convenzionali che lo definiscono

Nella Meteorologia Classica il vento è caratterizzato da due variabili distinte, entrambe variabili medie calcolate per un tempo di mediazione dell'ordine dell'ora:

- l'intensità o velocità del vento, che coincide con il modulo della proiezione orizzontale del vettore del moto nel punto di misura, anche se, come vedremo, questa definizione non è l'unica in uso nelle convenzioni aeronautiche;
- la direzione del vento θ che è la direzione da cui spira il vento. È quindi un angolo che, a differenza della convenzione trigonometrica, cresce in senso antiorario a partire dal Nord geografico. Si ha quindi una direzione di 0° quando il vento spira da Nord e questo angolo cresce fino a 360° ; in particolare è 90° quando il vento proviene da Est, 180° quando proviene da Sud e 270° quando proviene da Ovest.

In pratica, nella convenzione aeronautica, il vento è visto come un'entità caratterizzata da due distinte variabili di cui una, la direzione, è una variabile circolare e ciò complica non poco i ragionamenti (Fisher 1993). Comunque, la relazione che esiste tra le componenti cartesiane istantanee (u_i, v_i) e i valori istantanei di velocità e direzione del vento (V_i, θ_i) misurati, per esempio, da una coppia anemometro a coppe/vane o da un anemometro sonico bi-assiale è la seguente:

$$\begin{aligned} u_i &= -V_i \sin \theta_i \\ v_i &= -V_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad [12.13]$$

Riassumendo quanto proposto in Letteratura (si veda ad esempio il manuale US_EPA 2000):

- si definisce velocità scalare media del vento, il valor medio del modulo della proiezione orizzontale del vettore vento istantaneo, cioè la grandezza così definita:

$$V_{scal} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sqrt{u_j^2 + v_j^2} \quad [12.14a]$$

Si noti come questa definizione consenta un'immediata stima del valore della velocità media del vento a partire dalle misure di un anemometro a coppe. Inoltre, essa ipotizza che tra il modulo e la direzione del vento non ci sia correlazione alcuna.

- si definisce velocità vettoriale media del vento la grandezza seguente, calcolata ipotizzando di disporre delle misure di un anemometro sonico (bi o triassiale) o delle misure di un tri-propeller, cioè di un sensore in grado di misurare separatamente le componenti orizzontali ortogonali del vettore vento istantaneo:

$$V_{vet} = \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u_j \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j \right)^2 \right\}} \quad [12.14b]$$

Come si nota, questa definizione è esattamente la somma dei singoli vettori vento istantaneo divisa per il numero degli stessi. Quindi in questa definizione il vento (almeno la sua proiezione sull'orizzontale) torna ad essere una grandezza vettoriale. Quando, invece, sono disponibili separatamente i valori istantanei di velocità e direzione del vento (per esempio dalla coppia anemometro a coppe/vane), impiegando le (12.13) si ha che:

$$V_{vet} = \sqrt{\left\{ \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j \sin \theta_j \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N V_j \cos \theta_j \right)^2 \right\}} \quad [12.14c]$$

- il calcolo della direzione media di provenienza del vento è complicato dal fatto che la direzione θ è una variabile circolare con una discontinuità tra 0° e 360° . In Mardia (1972) e Fisher (1993) sono presentate le basi per la trattazione di variabili di questo genere e in Mori (1986) sono evidenziati gli aspetti salienti del problema. Senza entrare nei dettagli, è possibile definire come direzione scalare media del vento la quantità ottenuta nel modo seguente (Mori, 1986):

$$\theta_{scal} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i \quad [12.15a]$$

che rappresenta il valor medio delle varie direzioni di provenienza del vento opportunamente trattate in modo da eliminare la discontinuità tra 0° e 360° . In particolare si ha che $D_1 = \theta_1$, mentre il generico D_{i+1} è pari a $D_{i+1} = D_i + \delta_i$ dove:

- se $|D_{i+1} - D_i| < 180^\circ$, allora $\delta_i = D_{i+1} - D_i$
- se $|D_{i+1} - D_i| < -180^\circ$, allora $\delta_i = D_{i+1} - D_i + 360^\circ$
- se $|D_{i+1} - D_i| > 180^\circ$, allora $\delta_i = D_{i+1} - D_i - 360^\circ$

- analoga alla direzione scalare media del vento è la direzione media prevalente del vento (US_EPA 2000). Considerando attentamente le relazioni seguenti che la definiscono, è facile verificare che questa definizione di direzione media potrebbe essere più correttamente detta direzione versoriale media del vento:

$$\theta_{prev} = \tan^{-1} \left(\frac{U_x}{U_y} \right) + \Phi \quad [12.15b]$$

dove:

$$U_x = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{u_j}{\sqrt{(u_j)^2 + (v_j)^2}} \right) \quad U_y = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{v_j}{\sqrt{(u_j)^2 + (v_j)^2}} \right)$$

e:

$$\Phi = \begin{cases} +180^\circ & \text{se } \tan^{-1}(U_x/U_y) < 180^\circ \\ -180^\circ & \text{se } \tan^{-1}(U_x/U_y) \geq 180^\circ \end{cases}$$

- si definisce direzione vettoriale media del vento (US-EPA, 2000) la grandezza seguente che per molti aspetti è analoga alla precedente:

$$\overline{\theta}_v = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u_j}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j} \right) + \Phi \quad [12.15c]$$

dove:

$$\Phi = \begin{cases} +180^\circ & \text{se } \tan^{-1}(U_x/U_y) < 180^\circ \\ -180^\circ & \text{se } \tan^{-1}(U_x/U_y) \geq 180^\circ \end{cases}$$

- anche se poco usata nella pratica corrente, è possibile definire anche una deviazione standard della velocità del vento scalare esattamente come una qualsiasi variabile scalare:

$$\sigma_{vel} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (V_j - V_{scal})^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left\{ \sqrt{(u_j)^2 + (v_j)^2} - V_{scal} \right\}^2} \quad [12.16]$$

Si potrebbe anche definire una deviazione standard della velocità vettoriale del vento, anche se non è facile trovarne un uso pratico. Si lascia come esercizio l'individuare la relazione analitica relativa.

- se si dispone di un anemometro tri-propeller o di un anemometro ultrasonico bi o triassiale, è immediato ottenere la varianza campionaria (e quindi la deviazione standard) delle componenti u e v . A queste grandezze si giunge a rigore anche utilizzando in maniera combinata le misure della coppia *cup/vane* e le relazioni (12.13), anche se le pessime caratteristiche dinamiche di questi sensori precludono una stima accurata di σ_u e σ_v . Se si dispone, infine, di un anemometro tri-propeller o di un anemometro ultrasonico triassiale, la stima della componente verticale del moto σ_w è immediata.
- nel recente passato si è scatenata una ossessiva ricerca finalizzata all'individuazione della deviazione standard della direzione del vento. Le motivazioni erano varie. In primo luogo è innegabile che tale variabile rappresenti un *surrogato* interessante quando non siano disponibili altre misure che quantifichino la turbolenza del *PBL*. In effetti è celebre (e sfortunatamente ancora in uso) uno schema EPA (US-EPA, 2000) in cui la conoscenza di questa variabile permetterebbe (!?) di definire un indice sintetico di stabilità atmosferica noto come *Categoria di Pasquill-Gifford* di cui si è detto in precedenza. Il problema dell'impiego di questo schema sta in primo luogo nell'uso della deviazione standard della direzione del vento difficile da definire visto che essa è una variabile circolare, oltre al fatto che tale variabile viene stimata da valori elementari di direzione di provenienza del vento spesso pesantemente corrotti dalla risposta dinamica del *vane* da cui normalmente sono derivati. Un'altra ragione dell'importanza di questa variabile sta nel fatto che essa, in qualche modo, riesce a quantificare i *meandering* che i pennacchi di fumo presentano

in molte situazioni atmosferiche, soprattutto in quelle stabili. La ricerca è stata molto approfondita ed alcuni esempi di lavori in tal senso sono quelli di Verrall e Williams (1982), Ackermann (1983), Yamartino (1984), Mori (1986), Turner (1986), Fisher (1987), Papadopoulos e Helmis (1992), Ibarra (1995), Weber (1997). Visti i molti lavori realizzati sull'argomento non c'è da stupirsi se le relazioni proposte sono molto numerose. Dal confronto eseguito sui differenti metodi proposti (come si può vedere in Turner, 1986) sono emerse nella pratica corrente due definizioni molto usate. La prima definizione è normalmente nota come *deviazione standard della direzione del vento secondo Yamartino* (Yamartino, 1984) che è definita come:

$$\sigma_{\Theta 1} = \sin^{-1}(\varepsilon) \cdot (1 + 0.1547\varepsilon^3) \quad [12.17a]$$

dove:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left\{ \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{u_j}{\sqrt{(u_j)^2 + (v_j)^2}} \right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{v_j}{\sqrt{(u_j)^2 + (v_j)^2}} \right)^2 \right\}}$$

Va immediatamente sottolineato che la relazione precedente fornisce una deviazione standard della direzione del vento espressa in *radiani*.

La seconda definizione è nota come *deviazione standard della direzione del vento secondo Campbell* ed è espressa dalla relazione:

$$\sigma_{\Theta 2} = 81 \cdot \sqrt{1 - V_{vet}/V_{scal}} \quad [12.17b]$$

che, viceversa, è espressa in *gradi sessagesimali*.

Esercizio 12.6

Essendo difficile trovare riferimenti bibliografici a giustificazione della definizione di deviazione standard della direzione del vento secondo Campbell, in questo esercizio presentiamo la sua deduzione analitica.

Dagli N campioni elementari di velocità e direzione del vento (o dalle due componenti cartesiane orizzontali), mediante le relazioni (12.14b) e (12.15c) otteniamo facilmente la velocità vettoriale media U e la direzione vettoriale media Θ . A questo punto consideriamo tra le N coppie di velocità e direzione la coppia i -esima (S_i, θ_i) . La proiezione lungo la direzione del vento vettoriale medio del vettore vento istantaneo descritto da (S_i, θ_i) è:

$$u_i = S_i \cos(\theta_i')$$

cioè:

$$\cos(\theta_i') = u_i/S_i$$

dove $\theta_i' = \Theta - \theta_i$. Prima di procedere ricordiamo che lo sviluppo in serie di Taylor del coseno troncato al primo termine risulta pari a:

$$\cos(\theta_i') \cong 1 - \frac{1}{2}(\theta_i')^2$$

e che l'errore che si commette quando la deviazione angolare θ_i è minore di 40° è inferiore all'1%, errore che sale al 10% quando la deviazione raggiunge i 60° . Eguagliando le ultime due relazioni che esprimono il coseno della deviazione angolare istantanea rispetto alla direzione media e ricordando che S_i può essere espressa come deviazione rispetto al vento medio scalare S , cioè $S_i = S_i' + S$, si ottiene:

$$1 - \frac{(\theta_i')^2}{2} = \frac{u_i}{S_i' + S}$$

cioè:

$$(\theta_i')^2 = 2 - \frac{2u_i}{S} - \frac{(\theta_i')^2 S_i'}{S} + \frac{2S_i'}{S}$$

Mediamo ora sugli N campioni elementari. Come si vede subito il valor medio dell'ultimo termine è nullo. Quindi si ha che:

$$\sigma_\theta^2 = 2 \cdot \left(1 - \frac{U}{S}\right) - \frac{1}{NS} \sum_{i=1}^N (\theta'_i)^2 S_i'$$

Se le deviazioni di velocità del vento non sono correlate con le deviazioni di direzione, allora l'ultimo termine della relazione è nullo. Questa assunzione è in realtà un'approssimazione ben verificata in pratica. Quindi, la deviazione standard della direzione del vento, in radianti, è:

$$\sigma_\theta = \sqrt{2 \cdot (1 - U/S)}$$

mentre in gradi diventa:

$$\sigma_\theta = 81 \sqrt{(1 - U/S)}$$

12.2.2.2 Il vento di raffica

Premessa

Che il vento come percepito dagli esseri umani non sia costante nel tempo, ma vari in continuazione, è un'evidenza di tutti i giorni e la sua interazione con l'uomo e con ciò che si trova esposto al suo fluire è un elemento importante nella vita quotidiana. L'interazione con gli esseri umani è molteplice ed un esempio significativo è la relazione tra la sensazione di calore e la velocità del vento. Infatti, maggiore è la velocità del vento, più l'organismo umano subisce un raffreddamento che in certe situazioni può essere estremamente pericoloso (*wind child*). Ma la presenza di valori elevati ed improvvisi di velocità del vento (*raffiche, gust*) è un elemento estremamente pericoloso nella vita di tutti i giorni. Infatti, l'azione del vento sulle strutture solide incontrate lungo la direzione del moto dell'aria (alberi, pali, edifici, strutture industriali, strutture edilizie, ecc.) va molto al di là di quanto ci si possa immaginare e costituisce un problema serio costantemente presente. Di fatto, quando le masse d'aria dotate di velocità V nel loro cammino incontrano un ostacolo, trasferiscono la propria energia cinetica totale alla superficie su cui impattano, generando su di essa una Pressione Dinamica (cioè una forza per unità di superficie perpendicolare alla direzione del moto) che è tanto maggiore quanto più elevata è la velocità. Se ρ (kg/m^3) è la densità dell'aria e V (m/s) la velocità istantanea e puntuale delle masse d'aria, la Pressione Dinamica istantanea P nel punto di impatto sull'ostacolo considerato risulta pari a:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \quad [12.18a]$$

Quindi, la relazione tra velocità istantanea del vento e pressione dinamica istantanea esercitata su una superficie perpendicolare alla direzione del moto è quadratica, perciò potenzialmente divergente quando essa persiste per alcuni secondi (almeno 3÷15 secondi). Da ciò deriva la pericolosità delle raffiche. L'energia acquisita dalla struttura impattata dal vento nel periodo in cui persiste la raffica induce in essa delle reazioni meccaniche (e quindi strutturali) che dipendono dall'energia trasferita, dalla sua distribuzione sulla struttura, dal materiale con cui è realizzata la struttura e dalla sua geometria. Il risultato è un'induzione di stress meccanici che porteranno inevitabilmente a deformazioni (elastiche e/o plastiche), fatica del materiale, concentrazioni di stress in punti specifici, vibrazioni, risonanze e potenzialmente il collasso meccanico della struttura stessa, ovviamente se l'energia trasferita dal vento risulta sufficiente a metterla meccanicamente in crisi. Se la struttura incontrata dalle masse d'aria presenta nella direzione del moto un'estensione verticale (si pensi ad un palo o a un traliccio o a una complessa struttura metallica presente in una zona industriale) anche di poche decine di metri, lungo la verticale acquisirà una Pressione Dinamica quadraticamente proporzionale alla velocità posseduta dalle masse d'aria alle varie quote, velocità che dipende dalla quota stessa in maniera circa logaritmica. Per fare un esempio, su un terreno piatto con una rugosità superficiale z_0 pari a 0.3 m il profilo verticale del vento medio U (m/s) ad una quota di misura z (m) in un'ora diurna ventosa e coperta (quindi in condizioni adiabatiche) è

ben descritto dalla relazione:

$$U = \frac{u_*}{k} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad [12.18b]$$

dove con u_* si è indicata la *friction velocity* il cui quadrato è proporzionale allo stress di taglio prodotto dalle masse d'aria sul terreno stesso e k è la costante di von Karman (0.4). Se si è misurata a $z = 10$ m una velocità media pari a $U = 3$ m/s, allora $u_* = 0.34$ m/s. Per sapere quale velocità media del vento si avrà a 5 m e a 30 metri dal suolo basta impiegare la relazione precedente, ottenendo rispettivamente i valori di velocità media 2.4 e 3.9 m/s, quindi velocità medie sensibilmente differenti. Queste brevi considerazioni evidenziano come esista sempre una variazione con la quota della velocità del vento, sia istantanea V che media U . Ciò genererà una distribuzione verticale di Pressione Dinamica, quindi una distribuzione verticale di stress, producendo nella struttura stessa una complessa distribuzione di sforzi e deformazioni elastiche o, al limite, plastiche (quindi irreversibili) che potrebbero portare al collasso strutturale se il progetto della struttura non ne ha tenuto conto. Una situazione del tutto analoga la si ha in senso orizzontale, soprattutto in complessi insediamenti industriali la cui geometria inevitabilmente genera incanalamenti delle masse d'aria, blocchi, strozzature e curiosi e pericolosi effetti fluidodinamici. Quindi la variabilità spaziale, soprattutto verticale, del vento (che sempre inevitabilmente esiste) genera sulle strutture uno stato di stress spesso asimmetrico che deve essere accuratamente previsto in fase di progetto, pena il collasso della stessa. Le raffiche di vento, oltre che alle strutture industriali, creano danni alla vegetazione, soprattutto arborea ad alto fusto con un'inevitabile e grave perdita del patrimonio boschivo. Quando, poi, intense raffiche di vento si abbattano all'interno delle città, ai danni provocati alle strutture edilizie si devono aggiungere anche i danni al prezioso patrimonio arboreo cittadino il cui sradicamento spesso improvviso costituisce un grave pericolo alla popolazione ed alla viabilità. Le raffiche di vento costituiscono, poi, un fattore di rischio sempre in agguato nel traffico aereo, non sono nelle fasi di decollo e atterraggio degli aeromobili, ma anche durante il volo. Questo rischio dipende moltissimo dal tipo di aeromobile e dalle sue dimensioni. Anche per il trasporto marittimo le raffiche di vento costituiscono un fattore di rischio rilevante e sempre più attuale e sono per lo più legati alle condizioni dell'area portuale. I forti venti possono rendere alcune operazioni portuali come la movimentazione di materiale e containers altamente pericolose, con evidente rischio per la sicurezza dei lavoratori che maneggiano le gru. In certe situazioni geografiche, le raffiche di vento possono rendere pericolosa la navigazione sotto-costa di natanti di medie dimensioni.

Quantificazione del vento di raffica

Anche nello studio delle raffiche è spesso sufficiente considerare solo la proiezione orizzontale del vettore vento caratterizzato dalle due componenti orizzontali V_x e V_y che, con una semplice rotazione di assi, si riconducono facilmente alle componenti *streamline* u e v . In questo caso la componente u è parallela alla direzione verso cui spira il vento e la componente v è ad essa perpendicolare. Anche se u e v variano irregolarmente ma con continuità nel tempo, di fatto gli anemometri (sonici o meno) sono in grado di catturare, a partire da un istante iniziale arbitrario t_0 , ai diversi istanti t_i ($t_i = i \cdot \Delta t$; $i = 0, \dots, \infty$) la coppia di coordinate (u_i, v_i) quindi un'istanza di vento istantaneo. Mentre l'istanza registrata da un anemometro ultrasonico (biassiale o triassiale) è sostanzialmente coincidente con il valore *vero* istantaneo del vento, se l'anemometro impiegato è di tipo meccanico la coppia di componenti ottenute è un valore filtrato del valore vero e tale azione di filtro operata dall'anemometro è più o meno forte a seconda delle caratteristiche dinamiche dell'anemometro (Beljaars, 1987a).

Le Linee Guida del WMO dovrebbero costituire il punto di riferimento per quanto riguarda la misura delle diverse variabili meteorologiche, ma dedicano ben poca attenzione alle misure di vento (e quindi anche alle raffiche) e lo fanno in un'ottica decisamente antiquata, ignorando di fatto gli sviluppi tecnologici degli ultimi vent'anni e le conoscenze micrometeorologiche ormai patrimonio consueto di diverse discipline come l'agrometeorologia e la dispersione degli

inquinanti in aria. Non è un caso che Beljaars (1987a) le abbia definite *very rudimentary*. La versione attuale delle Linee Guida (WMO, 2018) mantiene questa tendenza, salvo consigliare di adottare quanto proposto (nel 1987!?) da Beljaars (1987b).

La convenzionale caratterizzazione del moto delle masse d'aria, cioè del vento, attraverso il vento medio $\bar{U}$, definito come la media in un intervallo prefissato (normalmente compreso 10 minuti) del modulo della componente orizzontale del vettore vento istantaneo, è del tutto insufficiente a descrivere l'interazione tra il vento e le strutture ad esso esposte. Infatti, in un'ottica puramente statica secondo la quale si ha la frattura o la deformazione plastica irreversibile di un manufatto quando la forza applicata derivante dall'interazione col vento supera una determinata soglia, non ha senso se riferita al vento medio, visto che il manufatto *sente* in un certo istante l'azione del vento che agisce in quell'istante. Quindi lo stato di stress delle strutture è continuamente variabile e la resistenza delle stesse alla velocità del vento continuamente variabile più che un problema statico è un problema dinamico. Come minimo, limitatamente ad un'ottica statica, una variabile più rappresentativa è la *raffica*, cioè il valore massimo delle velocità del vento in un definito intervallo di osservazione. Anche se a rigor di logica la raffica di vento nel periodo di osservazione T dovrebbe essere descritta semplicemente dal valore massimo assoluto assunto nel periodo T dal vento istantaneo, seguendo quanto suggerito dal WMO (2018) e ben descritto da Beljaars (1987a,b), è consuetudine definire il vento di raffica (*wind gust*) U_{Gust} come il valore massimo in un intervallo di mediazione di 10 minuti della media mobile con finestra di t_G secondi della velocità orizzontale istantanea del vento (Suomi, 2017). Di fatto, il valore normalmente adottato per t_G è 3 secondi. In pratica, si ipotizzi di utilizzare un anemometro sonico con frequenza di campionamento f_c (es. 10 Hz) capace di misurare senza distorsioni e sfasamenti apprezzabili il vento istantaneo. In un tempo di mediazione T di 10' saranno quindi a disposizione per l'analisi N valori di vento istantaneo orizzontale V_i ($i = 1, \dots, N$; per es. se $f_c = 10$ Hz, $N = 6000$). La media mobile opera poi su una finestra temporale t_G cui corrispondono $n = t_G \cdot f_c$ campioni elementari (se $f_c = 10$ Hz e $t_G = 3$ s, allora $n = 30$). La relazione seguente consente quindi di determinare il vento di raffica (*wind gust*) U_{Gust} nell'istanza disponibile nel periodo T :

$$U_{Gust} = \max \left(\left[\frac{1}{n} \sum_{j=i}^{i+n-1} V_j \right]_{i=1}^{N-n+1} \right) \quad [12.19a]$$

Una volta stabilita la metodologia per il calcolo del *wind gust* in un periodo T , è possibile definire alcune grandezze da essa derivate.

Un'importante grandezza derivata è il Gust Factor G , cioè il valore del vento di raffica normalizzata dal vento medio misurato nel periodo di osservazione T :

$$G = \frac{U_{Gust}}{\bar{U}} \quad [12.19b]$$

Il parametro G indica immediatamente e chiaramente quanto U_{Gust} sia superiore al vento medio, ma non evidenzia quanto estrema sia questa velocità di raffica. È ora possibile normalizzare la differenza tra il vento di raffica ed il vento medio con la deviazione standard della velocità del vento σ_U data dalla relazione (12.16), ottenendo così il Gust Peak Factor g_x :

$$g_x = \frac{U_{Gust} - \bar{U}}{\sigma_U} \quad [12.19c]$$

In questo modo lo scostamento tra vento di raffica e vento medio è misurato in termini di deviazione standard della velocità del vento e quindi è molto più evidente l'entità della raffica rispetto al vento medio ed alla media delle fluttuazioni turbolente o meno. Tra Gust Factor G e Peak Factor g_x sussiste la relazione seguente, come è immediato verificare:

$$G = 1 + g_x \cdot \frac{\sigma_U}{\bar{U}} = G = 1 + g_x \cdot I_U \quad [12.19d]$$

Curiosamente i suggerimenti WMO non contemplano la definizione di una direzione di provenienza da attribuire alla raffica, cosa che invece potrebbe avere una sua intrinseca utilità pratica. A tal proposito, riconsiderando la (12.19a), si nota come U_{Gust} sia il valore massimo della velocità del vento filtrata da una media mobile con finestra temporale t_G e quindi corrisponda ad un ben preciso elemento (diciamo il k -esimo) della serie filtrata. Se si filtrano con una media mobile di finestra temporale t_G separatamente le serie di valori delle componenti cartesiane V_{xi} e V_{yi} e si individuano i valori k -esimi delle due serie filtrate (V_{xG} e V_{yG}) allora una possibile definizione della direzione di raffica (*gust direction*) potrebbe essere ottenuta come una forma particolare della (12.15b), cioè:

$$\Theta_{Gust} = \tan^{-1}(V_{xG}/V_{yG}) + \Phi \quad [12.19e]$$

In questo modo la raffica sarebbe completamente definita in velocità e direzione.

12.2.2.3 Vento tridimensionale e Tensore degli Stress di Reynolds

Il Tensore degli Stress di Reynolds e la matrice di Varianza-Covarianza

Un anemometro ultrasonico triassiale (o un anemometro tri-propeller) posto nel *SL* (quindi nei pressi del suolo) è in grado di misurare con elevato grado di confidenza e risoluzione l'evoluzione temporale che le tre componenti del vento presentano nel sito di misura quando si considera una finestra di osservazione di ampiezza T (tipicamente un'ora). Naturalmente queste misure (vettoriali) verranno fatte avendo come riferimento un sistema di assi cartesiani ortogonali che, *a priori*, può essere del tutto arbitrario, ma che normalmente è il Sistema di Riferimento Meteorologico.

Se si definisce un valor medio $\bar{U}_j$ per ciascuna delle tre componenti del moto, per l'Ipotesi di Reynolds ad ogni istante t all'interno della finestra temporale T e per ciascuna componente del moto è definibile una fluttuazione $u_j = U_j - \bar{U}_j$. Gli andamenti delle fluttuazioni delle tre componenti del moto così ottenute (adottando un'opportuna definizione di media, per esempio la consueta media aritmetica) evidenziano almeno tre tipi di andamento. Innanzitutto, sono visibili variazioni temporali lente con periodi superiori alla finestra di osservazione T che si presentano visivamente come *trend* approssimativamente lineari: tali variazioni sono associabili ai moti a mesoscala. Sovrapposte a queste variazioni lente quasi sempre si notano variazioni pseudo armoniche (soprattutto nelle due componenti orizzontali) associate a oscillazioni dell'aria con periodi dell'ordine della decina di minuti. Queste oscillazioni sono la conseguenza dei fenomeni ondosi (onde di vario tipo e moti di *meandering*) presenti in atmosfera, soprattutto in condizioni di stabilità. Infine, a tutto ciò si sovrappongono fluttuazioni sostanzialmente stocastiche che sono la conseguenza diretta della turbolenza presente nel *SL*.

Il complesso panorama presentato dall'andamento temporale delle fluttuazioni turbolente delle componenti del moto può essere convenientemente sintetizzato dalle varianze σ_u^2 , σ_v^2 e σ_w^2 , che definiscono l'energia cinetica turbolenta media k determinata dalla turbolenza presente ed associata ad ogni componente del moto, e dalle covarianze $\overline{uv}$, $\overline{uw}$ e $\overline{vw}$ che definiscono i flussi di momento e quindi gli *stress*. In pratica, il quadro della turbolenza presente nel punto di misura, una volta adottato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale (normalmente il sistema di riferimento meteorologico) e un metodo di separazione della parte turbolenta dei segnali, è completamente definito dal *Tensore degli stress di Reynolds* matematicamente rappresentato dalla *Matrice di Varianza-Covarianza* τ che è quadrata (è una matrice 3x3) e simmetrica (visto che per definizione si ha sempre $\overline{u_i u_j} = \overline{u_j u_i}$):

$$\tau = \begin{pmatrix} \overline{u_1 u_1} & \overline{u_1 u_2} & \overline{u_1 u_3} \\ \overline{u_2 u_1} & \overline{u_2 u_2} & \overline{u_2 u_3} \\ \overline{u_3 u_1} & \overline{u_3 u_2} & \overline{u_3 u_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & \overline{uv} & \overline{uw} \\ \overline{uv} & \sigma_v^2 & \overline{vw} \\ \overline{uw} & \overline{vw} & \sigma_w^2 \end{pmatrix} \quad [12.20a]$$

Tutte gli elementi della matrice τ sono direttamente stimabili in modo campionario impiegando le relazioni presentate in precedenza. Questa matrice, inoltre, è *semidefinita positiva*. Si ricordi che (Ayes, 1962) una matrice quadrata e simmetrica è semidefinita positiva se e solo se tutti i suoi

Minori Principali sono non negativi. Per rendersi conto di ciò, si consideri per esempio la sottomatrice ottenuta eliminando la seconda riga e la seconda colonna il cui determinante è il minore principale M_{22} . In questo caso:

$$M_{22} = \det \begin{pmatrix} \overline{u_1 u_1} & \overline{u_1 u_3} \\ \overline{u_3 u_1} & \overline{u_3 u_3} \end{pmatrix} = \overline{u_1 u_1} \cdot \overline{u_3 u_3} - \overline{u_1 u_3}^2 \quad [12.20b]$$

Ricordando la disequazione di Schwarz secondo cui $\overline{u_1 u_3}^2 \leq \overline{u_1 u_1} \cdot \overline{u_3 u_3}$ è evidente che M_{22} è non negativo e lo stesso vale per gli altri due minori principali. Quindi la Matrice di Varianza-Covarianza τ è semidefinita positiva. Le sue componenti diagonali sono i *normal stress*, mentre le componenti non diagonali sono gli *shear stress*. La traccia di questa matrice è, invece, pari a due volte l'Energia Cinetica Turbolenta k definita come:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u_1 u_1} + \overline{u_2 u_2} + \overline{u_3 u_3}) = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad [12.20c]$$

Come si può dimostrare, il valore assunto dai singoli elementi della Matrice di Varianza-Covarianza così ottenuta dipende completamente dal sistema di riferimento cartesiano ortogonale adottato per esprimere le componenti vettoriali del vento misurate dall'anemometro triassiale. Comunque, qualunque sia il sistema di riferimento, le varianze e le covarianze presenti in τ non possono assumere valori qualsiasi, ma devono rispettare dei vincoli di realizzabilità fisica (Banerjee e al. 2007) ed in particolare:

- ognuno degli elementi diagonali (varianze) del tensore τ deve essere non negativo, cioè $\overline{u_j u_j} \geq 0$. Ciò inevitabilmente comporta che la traccia della Matrice di Varianza-Covarianza sia non negativa;
- dati due indici qualsiasi i e j ($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$), deve essere sempre soddisfatta la disequazione: $\overline{u_i u_i} + \overline{u_j u_j} \geq 2|\overline{u_i u_j}|$;
- infine bisogna che $\det(\overline{u_i u_j}) \geq 0$.

Tutto ciò comporta che la Matrice di Varianza-Covarianza sia una matrice quadrata, simmetrica e semi-definita positiva. Di fatto, l'introduzione della Matrice di Varianza-Covarianza consente di descrivere l'intera complessità della turbolenza di un evento registrato strumentalmente con un insieme di 6 momenti statistici indipendenti che possiamo vedere come i *gradi di libertà* del sistema. Tuttavia, tali momenti statistici che caratterizzano l'evento considerato dipendono in modo sostanziale dal sistema di riferimento adottato dall'anemometro sonico triassiale.

Come vedremo al Capitolo 13, le covarianze tra le componenti orizzontali del moto e la componente verticale assumono il significato fisico di flusso verticale di quantità di moto solo in una situazione paradigmatica e se il sistema di riferimento adottato è *streamline*. In sostanza e semplificando, il sistema di riferimento da considerare è un sistema cartesiano ortogonale in cui l'asse x è diretto lungo la direzione verso cui spira il vento, l'asse y è orizzontale e perpendicolare a x e l'asse z è esattamente perpendicolare al suolo. Per passare dal sistema di riferimento strumentale, quello utilizzato dall'anemometro sonico triassiale, ad un altro sistema di riferimento, per esempio quello *streamline*, è necessario effettuare una rotazione di assi. Se $\mathbf{U}$ è il vettore delle componenti istantanee del moto così come rilevate dall'anemometro, l'analogo vettore $\mathbf{U}'$ riferito al nuovo sistema di riferimento ruotato rispetto a quello strumentale è pari a:

$$\mathbf{U}' = \mathbf{C}^T \mathbf{U} \quad [12.20d]$$

dove $\mathbf{C}$ è la matrice di rotazione che è una matrice ortogonale tale per cui $\mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{C} \mathbf{C}^T = \mathbf{I}$ dove $\mathbf{I}$ è la matrice identità. Naturalmente il modulo del vettore $\mathbf{U}$ è identico al modulo del vettore $\mathbf{U}'$. Se, però, τ è la Matrice di Varianza-Covarianza così come calcolata col metodo campionario nel sistema di riferimento strumentale, ruotando gli assi essa sarà così espressa nel nuovo sistema di riferimento:

$$\tau' = \mathbf{C}^T \tau \mathbf{C} \quad [12.20e]$$

quindi, per ogni sistema di riferimento adottato si avranno altrettante Matrici di Varianza-Covarianza diverse che, come si può dimostrare, hanno come unico elemento in comune (almeno per ora) il fatto che la loro Traccia è identicamente la stessa e pari a $2k$.

Il Tensore di Anisotropia

Per evidenziare le caratteristiche topologiche nascoste nel tensore del secondo ordine τ (e quindi nella matrice che lo rappresenta) conviene seguire Lumley e Newman (1977) e Pope (2000). In pratica, è possibile scomporre l'intero tensore τ :

- in una parte isotropa, che è una matrice diagonale con elementi pari a $2/3 k \delta_{ij}$. Quindi questa matrice è diagonale e con elementi tutti uguali tra loro e pari a $2/3$ di k ;
- e in una parte anisotropa che è una matrice simmetrica $\mathbf{A}$ i cui elementi risultano pari a:

$$a_{ij} = \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad [12.21a]$$

Quindi la matrice che rappresenta il Tensore τ si decompone in:

$$\tau = \begin{pmatrix} 2/3k & 0 & 0 \\ 0 & 2/3k & 0 \\ 0 & 0 & 2/3k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overline{u_1 u_1} - 2/3k & \overline{u_1 u_2} & \overline{u_1 u_3} \\ \overline{u_2 u_1} & \overline{u_2 u_2} - 2/3k & \overline{u_2 u_3} \\ \overline{u_3 u_1} & \overline{u_3 u_2} & \overline{u_3 u_3} - 2/3k \end{pmatrix} \quad [12.21b]$$

Se la parte anisotropa di $\mathbf{A}$ viene normalizzata da $2k$ (quindi dalla traccia di τ), si ottiene il tensore di anisotropia $\mathbf{b}$ rappresentato dalla matrice simmetrica a traccia nulla $\mathbf{B}$ i cui elementi sono pari a:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{2k} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad [12.21c]$$

Se consideriamo i termini diagonali della Matrice $\mathbf{B}$ notiamo come la varianza generica $\overline{u_i u_i}$ può valere al massimo k e al minimo zero. Ciò comporta, quindi, che:

$$-\frac{1}{3} \leq b_{ii} \leq \frac{2}{3} \quad [12.21d]$$

Se, invece, si considera la generica covarianza $\overline{u_i u_j}$, per quando detto poco sopra $\overline{u_i u_i} + \overline{u_j u_j} \geq 2|\overline{u_i u_j}|$ e quindi, a maggior ragione $k \geq 2|\overline{u_i u_j}|$. Ciò comporta, come è semplice verificare, che vale anche:

$$-\frac{1}{2} \leq \overline{b_i b_j} \leq \frac{1}{2} \quad [12.21e]$$

Queste constatazioni sono di estrema importanza ed evidenziano come gli elementi del tensore di anisotropia non possano assumere valori qualsiasi ma solo valori che rispettano le disuguaglianze (12.21d) e (12.21e). Chiaramente, se il tensore degli sforzi è completamente isotropo, il tensore di anisotropia dovrà essere identicamente nullo.

Da quanto fin qui detto sembrerebbe che lo stato di turbolenza di un evento registrato in atmosfera da un anemometro ultrasonico triassiale possa essere caratterizzato completamente dall'energia cinetica turbolenta k e dagli elementi del tensore di anisotropia $\mathbf{b}$. Come vedremo qui di seguito, è possibile ridurre notevolmente le variabili che caratterizzano lo stato di turbolenza di un evento.

Gli Invarianti Principali

Prima di esplorare le caratteristiche che contraddistinguono il tensore di anisotropia, conviene osservare che, dato un generico tensore del secondo ordine definito dalla matrice $\mathbf{B}$, i tensori potenza $\mathbf{B}^2$ e $\mathbf{B}^3$ sono definiti immediatamente dalle semplici relazioni seguenti:

$$\mathbf{B}^2 = \mathbf{B}\mathbf{B} \quad \mathbf{B}^3 = \mathbf{B}\mathbf{B}\mathbf{B} \quad [12.22]$$

che sono tutti dei semplici prodotti tra matrici.

Senza entrare nei dettagli, l'Analisi Tensoriale asserisce che per il tensore di anisotropia rappresentato completamente dalla matrice $\mathbf{B}$ è possibile in generale definire tre *Invarianti Principali* che rappresentano le caratteristiche nascoste del tensore $\mathbf{b}$ che non dipendono dal sistema di coordinate cui è riferito. In pratica (Pope 2000) essi sono definiti rispettivamente come:

$$I_B = \text{trace}[\mathbf{B}] \quad [12.23a]$$

$$II_B = \frac{1}{2} \{ [\text{trace}(\mathbf{B})]^2 - \text{trace}(\mathbf{B}^2) \} \quad [12.23b]$$

$$III_B = \det(\mathbf{B}) \quad [12.23c]$$

dove con l'operatore *trace* [...] si è indicata l'operazione di ottenimento della traccia della matrice che sta in argomento, cioè la somma degli elementi della sua diagonale principale, e con l'operatore *det*(..) si è indicato il valore del determinante della matrice.

È immediato, poi, constatare che il tensore di anisotropia $\mathbf{b}$ è caratterizzato dall'avere la traccia nulla e per questo l'espressione dei tre invarianti principali risulta essere ora la seguente.

$$I_B = 0 \quad [12.24a]$$

$$II_B = -\frac{1}{2} \text{trace}(\mathbf{B}^2) = -\frac{1}{2} b_{ii}^2 = -\frac{1}{2} b_{ij} b_{ji} \quad [12.24b]$$

$$III_B = \frac{1}{3} \text{trace}(\mathbf{B}^3) = \frac{1}{3} b_{ii}^3 = \frac{1}{3} b_{ij} b_{jk} b_{ki} \quad [12.24c]$$

Si ricordi che con b_{ii}^2 si indica la somma degli elementi diagonali della matrice $\mathbf{B}^2$ e con b_{ii}^3 la somma degli elementi diagonali della matrice $\mathbf{B}^3$. A questo punto l'intera anisotropia della turbolenza è completamente definita dai due invarianti II_B e III_B che riducono ulteriormente la dimensionalità del problema. In pratica, ciò comporta che l'intero tensore di anisotropia, descritto originariamente da sei componenti indipendenti tra loro ma dipendenti dal sistema di riferimento adottato, può essere ora completamente rappresentato dai due invarianti II_B e III_B che restano immutati con la rotazione degli assi del sistema di riferimento. L'invariante II_B (che è sempre negativo) rappresenta il grado di anisotropia mentre l'invariante III_B descrive sinteticamente la natura topologica dell'isotropia posseduta dal campo di moto turbolento.

Lumley e Newman (1977) hanno poi ritenuto più utile sostituire gli invarianti II_B e III_B con i nuovi invarianti η e ξ legati a II_B e III_B dalle relazioni:

$$6\eta^2 = -2II_B \quad \eta^2 = -\frac{1}{3} II_B = \frac{1}{6} b_{ii}^2 \quad [12.25a]$$

$$6\xi^3 = 3III_B \quad \xi^3 = \frac{1}{2} III_B = \frac{1}{6} b_{ii}^3 \quad [12.25b]$$

Il primo invariante (η) è positivo-definito e misura il grado di anisotropia del campo di moto. In particolare, valori elevati di η indicano una larga anisotropia, mentre piccoli valori indicano che si è prossimi all'isotropia. Il secondo invariante (ξ) può invece assumere sia valori positivi che valori negativi. Nel caso di valori positivi, il campo di moto è dominato da una turbolenza unidimensionale, mentre valori negativi indicano che il campo di moto è caratterizzato da una turbolenza assial-simmetrica a due componenti.

Gli Autovalori

Per il tensore di anisotropia $\mathbf{b}$ (rappresentato dalla matrice simmetrica semidefinita positiva a traccia nulla $\mathbf{B}$) esistono tre autovalori reali λ_1 , λ_2 e λ_3 ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$) che sono la soluzione dell'equazione:

$$\det(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad [12.26a]$$

Si può mostrare che per una matrice $\mathbf{B}$ qualsiasi l'equazione precedente è del tutto equivalente all'equazione caratteristica:

$$\lambda^3 - I_B \lambda^2 + II_B \lambda - III_B = 0 \quad [12.26b]$$

Questa relazione vale in generale, ma nel caso del tensore di anisotropia si è visto che la sua Traccia è nulla, quindi è nullo di conseguenza l'invariante I_B . Perciò in questo caso l'equazione caratteristica si riduce alla forma seguente:

$$\lambda^3 + II_B \lambda - III_B = 0 \quad [12.26c]$$

Le tre soluzioni dell'equazione caratteristica sono i tre autovalori della matrice di anisotropia. Senza perdere in generalità, si ipotizzi che $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$.

Dall'algebra lineare è noto come ogni matrice simmetrica $\mathbf{B}$ (e quindi anche il tensore di anisotropia) possa essere opportunamente diagonalizzata giungendo ad una forma in cui tutti i suoi elementi sono nulli tranne gli elementi diagonali che risultano essere $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. In pratica si ha che:

$$\mathbf{B} = \mathbf{Q} \mathbf{\Sigma} \mathbf{Q}^{-1} \quad [12.27a]$$

dove $\mathbf{Q}$ è una matrice ortonormale avente le proprietà:

$$\mathbf{Q} \mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T = \mathbf{I} \quad [12.27b]$$

e $\mathbf{\Sigma}$ è la matrice degli autovalori data da:

$$\mathbf{B} \mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad [12.27c]$$

Di fatto, la diagonalizzazione di $\mathbf{B}$ equivale ad una rotazione del tensore di anisotropia, realizzata dalla matrice di trasformazione unitaria $\mathbf{Q}$, nel sistema di coordinate principali.

A questo punto si possono fare alcune importanti considerazioni che coinvolgono gli Autovalori e gli Invarianti della Matrice di Anisotropia $\mathbf{B}$:

- la simmetria del tensore $\mathbf{b}$ (e quindi della matrice $\mathbf{B}$) ne garantisce la diagonalizzabilità ed i componenti della matrice diagonalizzata sono proprio i tre Autovalori reali $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. Inoltre, è possibile mostrare che $Traccia[\mathbf{B}] = 0$ e ciò comporta che esistano per il tensore di anisotropia solo due Autovalori indipendenti (λ_1, λ_2);
- tra gli Invarianti Principali I_B, II_B, III_B e gli autovalori della matrice simmetrica $\mathbf{B}$ (Pope, 2000) sussistono, in generale, le relazioni seguenti:

$$I_B = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \quad [12.28a]$$

$$II_B = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_3 \quad [12.28b]$$

$$III_B = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad [12.28c]$$

tuttavia, dato che il tensore di anisotropia è a traccia nulla, dalla (12.28a) si ha che:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad [12.29a]$$

Perciò i tre autovalori non sono tra loro indipendenti ma:

$$\lambda_3 = -(\lambda_1 + \lambda_2) \quad [12.29b]$$

Da ciò consegue che:

$$II_B = -(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) \quad [12.29c]$$

$$III_B = -\lambda_1 \lambda_2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \quad [12.29d]$$

- sulla base delle relazioni che legano gli invarianti II_B e III_B agli invarianti η e ξ valgono, quindi, anche le relazioni seguenti:

$$\eta^2 = \frac{1}{3}(\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2) \quad [12.30a]$$

$$\xi^3 = -\frac{1}{2}\lambda_1\lambda_2 \cdot (\lambda_1 + \lambda_2) \quad [12.30b]$$

Classificazione della turbolenza: i Triangoli di Lumley

Come sottolineato da Lumley e Newman (1977) e Choi e Lumley 2001, nessuno degli autovalori del tensore $\mathbf{B}$ può essere inferiore a $-1/3$ o superiore a $2/3$. Ciò suggerisce che l'intervallo di variazione degli invarianti II_B , III_B (ma anche della coppia di invarianti η e ξ) è limitato e che quindi ogni stato di turbolenza fisicamente realizzabile deve inevitabilmente stare in una porzione spazialmente limitata del piano dei due invarianti.

Se si considerano gli invarianti II_B e III_B , la turbolenza del *PBL* può essere rappresentata in modo compatto nello spazio in cui l'ordinata è data da $-II_B$ e l'ascissa è data da III_B . In particolare è stato dimostrato (Lumley & Newman 1977; Lumley 1978) che ogni possibile stato di turbolenza fisicamente realizzabile, rappresentato in maniera compatta dai due Invarianti, deve inevitabilmente collocarsi all'interno di una porzione dello spazio (III_B , $-II_B$) a forma pseudo triangolare (*Triangolo di Lumley - Prima maniera*) rappresentato nella **Fig. 12.13**.

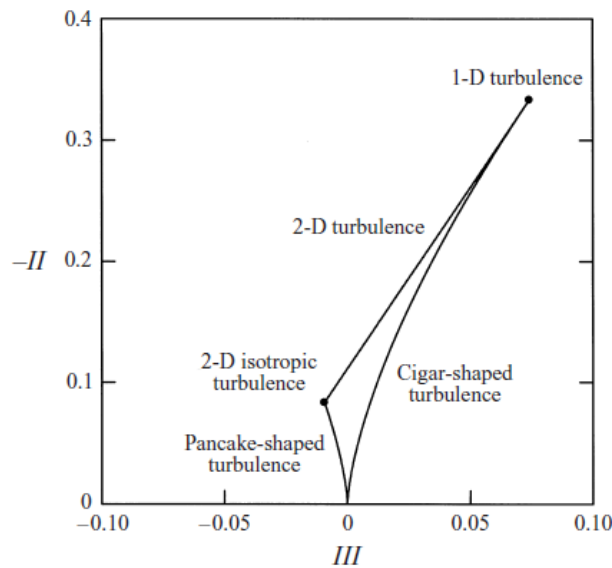


Fig. 12.13: il Triangolo di Lumley – Prima Maniera (Choi e Lumley, 2001)

Quindi, data un'istanza di turbolenza (una misura delle fluttuazioni turbolente delle tre componenti del moto), gli invarianti II_B e III_B che ne rappresentano in maniera compatta l'anisotropia determinano un punto nel piano ($-II_B$, III_B) che si andrà a collocare o ai bordi o all'interno del triangolo di Lumley.

I vertici del Triangolo di Lumley rappresentano i tre stati fondamentali in cui può esistere la turbolenza. L'origine del triangolo ($III_B = 0$, $-II_B = 0$) rappresenta una situazione di completa isotropia 3-D, situazione in cui l'energia cinetica turbolenta è distribuita sfericamente. Il vertice sinistro superiore del triangolo rappresenta una situazione di isotropia 2-D che si ha quando una componente di energia cinetica turbolenta si annulla e le altre due si eguagliano. Il vertice destro superiore rappresenta invece una situazione di isotropia 1-D in cui solo una componente di energia cinetica turbolenta resta diversa da zero. La turbolenza lungo la retta che collega la turbolenza isotropa 2D e la turbolenza 1D si trova nello stato di turbolenza bidimensionale. La funzione F definita come:

$$F = 1 + 27III_B + 9II_B \quad [12.31a]$$

si annulla quando la turbolenza raggiunge lo stato isotropico $2D$, mentre risulta pari a 1 quando raggiunge lo stato di isotropia $3D$. La turbolenza sul lato sinistro del triangolo è *assial-simmetrica*, con una componente di energia cinetica turbolenta più piccola delle altre due (detta *pancake-shaped turbulence - two-component/two-dimensional turbulence*). La turbolenza sul lato destro del triangolo rappresenta l'altro tipo di turbolenza assial-simmetrica, in cui una componente di energia cinetica turbolenta è maggiore delle altre due (*cigar-shaped turbulence - one-component/two-dimensional turbulence*). In termini di invarianti, la turbolenza assial-simmetrica può essere rappresentata complessivamente dalla relazione:

$$III_B = \pm 2(-II_B/3)^{3/2} \quad [12.31b]$$

dove il segno positivo è per la *pancake-shaped turbulence* e il segno negativo è per la *cigar-shaped turbulence*. La classificazione della turbolenza utilizzata si basa sulla forma dell'ellissoide dell'energia cinetica turbolenta (Lumley e Newman 1977; Lumley 1978). L'ellissoide di energia della turbolenza omogenea dopo una contrazione assial-simmetrica ha una forma a *pancake*, poiché una componente dell'energia cinetica turbolenta è più piccola delle altre due. In una contrazione assial-simmetrica, i vortici di turbolenza si allungano in direzione assiale, assumendo una forma a bastoncino. D'altra parte, l'ellissoide energetico della turbolenza dopo un'espansione assial-simmetrica ha una forma a sigaro, poiché una componente dell'energia cinetica turbolenta è maggiore delle altre due. In questo caso i vortici di turbolenza non sembrano avere né una struttura unica né una direzione preferita, poiché la turbolenza è compressa in direzione assiale mentre si allunga nelle altre direzioni.

Un modo alternativo (e forse più comodo) per rappresentare le informazioni contenute nel triangolo di Lumley è quella di disegnarlo nello spazio degli invarianti (ξ, η) come si è fatto nella **Fig. 12.14**. La zona di spazio mostrata in figura è il *Triangolo di Lumley nello spazio (ξ, η)* .

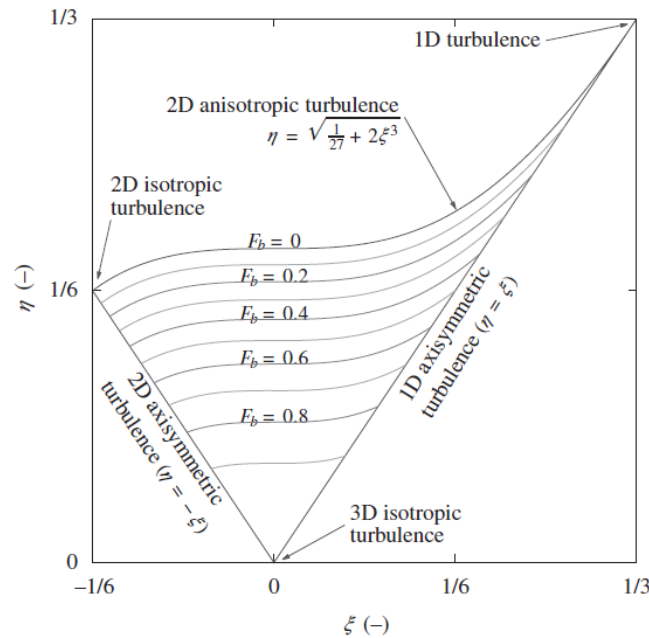


Fig. 12.14: il Triangolo di Lumley nello spazio (ξ, η) (Falocchi et al. 2018)

Questa volta il *triangolo* ha due lati rettilinei e solo uno non rettilineo. Inoltre, come si vede nella **Fig. 12.14**, l'ordinata η misura la distanza della turbolenza dallo stato isotropo $3D$ ($\xi = 0, \eta = 0$), mentre il segno dell'ascissa ξ distingue la turbolenza bicomponente assial-simmetrica a due componenti ($\xi < 0$) da quella a una componente ($\xi > 0$). Le condizioni limite sono:

- lo stato isotropo 2D ($\xi = -1/6, \eta = 1/6$)
- e lo stato isotropo 1D ($\xi = 1/3, \eta = 1/3$).

Inoltre la funzione F_b definita come:

$$F_b = 1 + 54\xi^3 - 27\eta^2 \quad [12.32a]$$

definisce il grado di isotropia. F_b , i cui valori stanno nell'intervallo 0-1: si annulla quando c'è totale anisotropia e tende a 1 con l'avvicinarsi alla isotropia completa. Il bordo superiore non lineare del *triangolo* altro non è che il grafico della (12.32a) quando si ha completa anisotropia e quindi quando $F_b = 0$. In questo caso, tra i due invarianti esiste la relazione:

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{27} + 2\xi^3} \quad [12.32b]$$

Le curve mostrate nella **Fig. 12.14** all'interno del triangolo di Lumley rappresentano il luogo dei punti caratterizzati dallo stesso grado di isotropia.

Di fatto (Pope, 2000) ogni tensore degli sforzi di Reynolds che si può incontrare in un fluido turbolento (cioè realizzabile) corrisponde ad un punto del triangolo di Lumley comunque esso sia stato costruito.

Classificazione della turbolenza: gli autovalori

In pratica, i vertici del triangolo di Lumley (**Fig. 12.13** o **Fig. 12.14**) rappresentano i tre stati fondamentali in cui si può trovare la turbolenza. Se invece degli invarianti (II_B, III_B) o (η, ξ) si descrive il grado di anisotropia del tensore **b** usando gli Autovalori, il quadro che emerge è il seguente (Banerjee e al. 2007).

Innanzitutto va rilevato che i tre autovalori non sono indipendenti, ma legati dalla relazione (12.29a) secondo cui la loro somma è nulla essendo il tensore **b** a traccia nulla. In secondo luogo, tra gli invarianti (η, ξ) e gli autovalori valgono le relazioni (12.31) che definiscono una corrispondenza biunivoca tra i due metodi di rappresentazione. Infine, i tre stati principali in cui può trovarsi un'istanza di turbolenza possono essere definiti come (Stiperski e Calaf, 2018):

- One-Component turbulence (1C). In questo caso gli autovalori del tensore di anisotropia assumono i valori di $\{2/3, -1/3, -1/3\}$ e la turbolenza agisce lungo una sola direzione. In questo caso $\eta = \xi = 1/3$ e la forma dell'ellissoide degli sforzi per come definita in Pope (2000) è sferica;
- Two-Component turbulence (2C). Due degli autovalori del tensore di anisotropia sono uguali e complessivamente assumono i valori $\{1/6, 1/6, -1/3\}$. In questo caso una direzione è inattiva e la turbolenza agisce uniformemente in un piano, oltre al fatto che $\eta = 1/6$ e $\xi = -1/6$. Inoltre, la forma dell'ellissoide degli sforzi degenera ad un disco;
- Three-Component isotropic turbulence (3C). In questo caso tutte e tre gli autovalori del tensore di anisotropia sono nulli e $\eta = \xi = 0$. Questo è lo stato di pura isotropia in cui le fluttuazioni turbolente agiscono stocasticamente in ogni direzione. In questo caso la forma dell'ellissoide degli sforzi degenera in una linea.

I bordi del triangolo di Lumley che uniscono coppie di vertici descrivono una turbolenza che è un mix di caratteristiche intermedie:

- il bordo che unisce 2C a 1C rappresenta il two-component limit. In questo caso $\lambda_1 + \lambda_2 = 1/3$. In termini di invarianti si ha che: $\eta^2 = 1/27 + 2\xi^3$ e la forma assunta dall'ellissoide degli sforzi è ellipse-like, pancake-shaped;

- il bordo che unisce $1C$ a $3C$ rappresenta la *Axisymmetric expansion*. In questo caso $\eta = \xi$ e $-1/6 \leq \lambda_2 = \lambda_3 \leq 0$. La forma assunta dall'ellissoide degli sforzi è del tipo *prolate spheroid* o *cigar-shaped*;
- il bordo che unisce $2C$ a $3C$ rappresenta il *Axisymmetric contraction*. In questo caso $\eta = -\xi$ e $0 \leq \lambda_1 = \lambda_2 \leq 1/6$. La forma assunta dall'ellissoide degli sforzi è del tipo *oblate spheroid*.

Le due versioni del triangolo di Lumley sono altamente non lineari e quindi potenzialmente scomode da utilizzarsi. Banerjee et al. (2007) hanno proposto una *rappresentazione baricentrica del triangolo di Lumley* per i cui dettagli si rimanda al riferimento citato. In pratica, però, tutto parte da una considerazione fondamentale: una situazione di turbolenza realizzabile può sempre essere vista come una combinazione convessa dei tre stati di turbolenza fondamentale (1D, 2D, isotropica). Il problema nell'applicare questo concetto fondamentale nell'ambito degli invarianti fin qui utilizzati, e quindi nell'ambito del triangolo di Lumley in ogni sua versione sta nella non linearità che contraddistingue il triangolo stesso. Banerjee e al. (2007) hanno di fatto costruito un triangolo di Lumley baricentrico ed equilatero che pesa nello stesso modo i tre stati limiti di anisotropia della turbolenza. In pratica il triangolo di Lumley in questa rappresentazione è costituito da un triangolo equilatero (**Fig. 12.15**) in un piano cartesiano (x_B , y_B) i cui vertici rappresentano i tre stati fondamentali dell'anisotropia: lo stato 1D è rappresentato dal vertice di coordinate (1,0), lo stato 2D dal vertice di coordinate (0,0) e lo stato di isotropia dal vertice di coordinate $(1/2, \sqrt{3}/2)$.

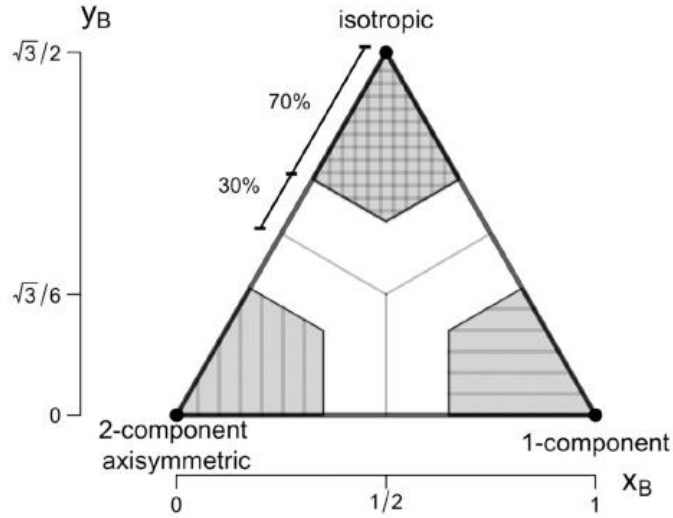


Fig. 12.15: rappresentazione baricentrica del triangolo di Lumley

Si consideri, ora, un'istanza di turbolenza fisicamente realizzabile (Stiperski e Calaf, 2017). Dalle fluttuazioni turbolente che la contraddistinguono si ottengono i tre autovalori (ordinati in termini decrescenti) λ_1 , λ_2 , λ_3 . Senza entrare nei dettagli, quest'istanza può essere rappresentata nel triangolo baricentrico dalle coordinate seguenti:

$$x_B = C_{1c} + \frac{1}{2} C_{3c} \quad [12.33a]$$

$$y_B = \frac{\sqrt{3}}{2} C_{3c} \quad [12.33b]$$

dove:

$$C_{1c} = \lambda_1 - \lambda_2 \quad [12.33c]$$

$$C_{3c} = 3\lambda_3 + 1 \quad [12.33d]$$

Per semplificare l'interpretazione, sono state individuate tre zone a forma di aquilone che partono da uno dei vertici e si estendono al 70% della metà del lato del triangolo equilatero. Ognuna di queste zone mostra i luoghi dei punti che possono essere considerati simili all'anisotropia descritta dal vertice corrispondente. Stiperski e Calaf (2017; 2022) e Stiperski et al. (2019) asseriscono ragionevolmente che le coordinate x_B e y_B hanno un ben preciso significato fisico. In particolare y_B rappresenta la distanza minima tra l'anisotropia dell'istanza considerata e lo stato di pura isotropia, mentre x_B rappresenta dove l'istanza considerata si colloca tra una situazione di turbolenza 2D assial-simmetrica ed una situazione 1D.

12.3 L'INCERTEZZA DELLA STIMA DEI MOMENTI

Da una stazione meteorologica (o micrometeorologica) in cui sono operativi in continuo N sensori ciò che otteniamo in pratica sono N serie storiche discrete relative, ciascuna, ad una ben precisa variabile meteorologica. Per esempio possiamo ottenere la serie storica discreta della temperatura dell'aria a 2 metri dal suolo, le tre componenti cartesiane del vento a 10 metri e così via. A priori, ogni serie storica partirà da un istante iniziale t_0 (istante corrispondente alla prima misura realizzata dal sensore) ed in teoria potrebbe terminare all'istante t_M , istante in cui il sensore cesserà di funzionare (per esempio, perché si deve procedere alla sua manutenzione e ricalibrazione). Come abbiamo visto, questa lunga serie storica viene normalmente frazionata in *record* consecutivi e non sovrapposti, corrispondenti a periodi temporali la cui lunghezza è tale che durante tale periodo la variabile d'interesse risulti sostanzialmente stazionaria. A questo punto, con le tecniche sopra descritte, risulta possibile stimare in maniera campionaria il valore medio della variabile ed i relativi momenti di ordine superiore per il periodo temporale corrispondente alla *durata* del *record*. Se poi si considerano due diverse variabili, possono essere stimata anche le relative covarianze.

A questo punto ci sono due osservazioni da fare. Per prima cosa, quanto deve essere lungo il periodo cui corrisponde il *record* di misure discrete? Se questo periodo è lungo T (per esempio 60', come normalmente avviene) allora T sarà anche il periodo di mediazione che utilizzeremo per la stima campionaria dei parametri. Come abbiamo visto spesso in precedenza, la scelta di T si basa sullo *spectral gap* che caratterizza lo spettro della turbolenza atmosferica e, come ordine di grandezza, abbiamo visto che un T pari ad un'ora non è in contrasto con le conoscenze acquisite sulla turbolenza del *PBL*. Tuttavia, in pratica possibili scelte alternative di T potrebbero essere 60', 30', 15', 10', tutte scelte sostanzialmente giustificabili in base allo *spectral gap*. Ma queste scelte sono influenti o meno nella stima dei momenti? Più precisamente, le stime campionarie dei vari momenti quanto differiscono dai loro *valori veri* che derivano dall'impiego della media d'insieme statistica? Inoltre l'utilizzo di diversi tempi di mediazione conduce alla medesima stima dei momenti? La risposta a questi interrogativi è di fondamentale importanza pratica e costituisce l'oggetto di quanto presenteremo qui di seguito.

Per essere più precisi, la prima domanda che ci poniamo è quanto differisce una stima campionaria dei momenti di una variabile meteorologica dal suo *valore vero* al variare del tempo di mediazione T . Vedremo che, in una maniera o nell'altra, un periodo di mediazione T , anche se scelto sulla base delle considerazioni legate allo *spectral gap*, conduce sempre ad una sistematica sottostima del valore vero e ciò deriva sostanzialmente dall'incapacità, intrinseca alla scelta di un valore finito per T , di *catturare* tutti i vortici turbolenti che concorrono alla composizione dei vari momenti. Gli errori associati a ciò vengono indicati col termine errori sistematici (*bias*) e diminuiscono con l'aumentare del tempo di mediazione T .

C'è una seconda considerazione da fare. Immaginiamo di considerare un *record* stazionario costituito da N misure consecutive (con N piuttosto elevato). Immaginiamo inoltre di considerare M *sotto-record* presi da questo *record*, ma di lunghezza inferiore N_1 . I vari momenti statistici (media, varianza momento terzo e momento quarto, per esempio) ottenuti in maniera campionaria da questi M *sotto-record* coincidono? Sicuramente no e possiamo vedere come la

varianza delle stime campionarie così ottenute non sia irrilevante e dipenda sia dal periodo di mediazione T che dal Tempo Caratteristico Euleriano di scala $\mathfrak{T}$ che caratterizza la variabile considerata e che, almeno in teoria, varia al variare della stabilità del *PBL* ed al variare della grandezza considerata (una singola variabile stocastica $\alpha(t)$ oppure una funzione di due o più variabili, per esempio il prodotto di due variabili stocastiche $\alpha(t)$ e $\beta(t)$). Quindi ad ogni singola stima campionaria è associato un errore e tale errore viene indicato come *errore random*.

Qui di seguito tratteremo il più semplicemente possibile questi due tipi di errore, gli errori sistematici e gli errori random, da un punto di vista piuttosto teorico giungendo, però, a relazioni e algoritmi applicabili, almeno in linea di principio, anche ai casi pratici. La trattazione si baserà prevalentemente sui lavori di Lenshow e al. (1993, 1994) il cui titolo è estremamente significativo: *How long is long enough when measuring fluxes and other turbulence statistics?* Questi due lavori, il primo un rapporto scientifico piuttosto impegnativo dal punto di vista analitico ed il secondo un articolo su una rivista scientifica, comunque di non facile lettura, rappresentano il punto di accumulazione di una lunga serie di lavori realizzati in precedenza sull'argomento. Alle teorie originali che, come vedremo, presentano alcuni problemi pratici che ne limitano la reale applicabilità operativa, aggiungeremo anche metodologie differenti di più semplice uso. Comunque ritorneremo sull'argomento in modo ancor più operativo al prossimo Capitolo, trattando il metodo Eddy-Covariance per la stima diretta dei parametri che quantificano la turbolenza del *PBL*.

Da ultimo, va rilevato che per semplicità non tratteremo record discreti di misure, ma uno spezzone continuo di un segnale meteorologico di ampiezza temporale T . Kristensen (1998b) evidenzia come questa approssimazione non comporti serie controindicazioni.

12.3.1 INCERTEZZA DEL VALORE MEDIO DI UNA VARIABILE

Consideriamo una generica variabile stocastica $\alpha(t)$ che ipotizzeremo, come sempre, essere uno scalare oppure una delle componenti del moto. Come sempre, $\alpha(t)$ sia stazionaria ed ergodica.

Come abbiamo visto, nella Teoria della Turbolenza del *PBL* compare il valor medio d'insieme di α (cioè il suo *valore atteso* in senso statistico) che è ottenibile una volta nota $p(\alpha)$, cioè la *PDF* di tale variabile, mediante la relazione seguente:

$$\langle \alpha \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha \cdot p(\alpha) \cdot d\alpha \quad [12.34a]$$

L'ipotesi di ergodicità comporta poi che il valor medio d'insieme, quello ottenuto dalla relazione precedente, debba necessariamente coincidere con la media temporale, definita come:

$$\bar{\alpha} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{T/2}^{T/2} \alpha(t) \cdot dt \right) = \langle \alpha \rangle \quad [12.34b]$$

La prima cosa che notiamo è che la sostituzione della media temporale alla media d'insieme non comporta sostanziali vantaggi pratici, visto che il tempo di mediazione T deve essere infinitamente lungo.

L'unica cosa che in pratica possiamo ragionevolmente fare è realizzare una media temporale su un periodo di mediazione finito, cioè:

$$\bar{\alpha}_T(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \alpha(t) \cdot dt \quad [12.34c]$$

In realtà, però, l'apparato di misura non produrrà una *segnale continuo* $\alpha(t)$ dal tempo $-T/2$ al tempo $T/2$, ma un insieme di N valori discreti α_j , $j = 1, 2, \dots, N$, raccolti con una frequenza di campionamento f_c che può essere anche molto elevata (per esempio 20 Hz). In questo modo avremo a disposizione una serie di N valori α_j , ciascuno equidistante di $\Delta t = 1/f_c$ secondi dal precedente da cui possiamo stimare la media campionaria definita come:

$$\bar{\alpha}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i \quad [12.34d]$$

Come abbiamo visto questo è uno stimatore non distorto della media temporale espressa dalla relazione (12.34c). Nei ragionamenti che seguono ipotizzeremo sempre che le relazioni (12.34c) e (12.34d) coincidano e, per semplicità, nei ragionamenti teorici che seguono considereremo per semplicità solo la (12.34c).

Come detto, il segnale $\alpha(t)$ è un processo stocastico continuo, stazionario ed ergodico e quindi, per quanto ne sappiamo, si ha che:

$$\langle \alpha_T \rangle = \langle \alpha(t) \rangle \quad [12.34e]$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \alpha_T(t) = \langle \alpha(t) \rangle \quad [12.34f]$$

cioè:

- la media d'insieme (cioè il valore atteso) della media temporale realizzata con tempo di mediazione T è pari alla media d'insieme stessa,
- la media temporale realizzata con tempo di mediazione tendente all'infinito coincide col valore atteso.

La domanda cui dobbiamo dare risposta è: quanto deve essere lungo il tempo di mediazione T perché il valor medio di α , calcolato con la (12.34c) si discosti il meno possibile dalla media d'insieme? O, in altre parole, qual è l'errore che si commette utilizzando un tempo di mediazione T (in pratica, quanto elevato deve essere N , se si considera come stimatore della media la relazione 12.34d) perché questo errore sia inferiore ad un valore prefissato? Questo errore costituisce quindi l'incertezza intrinseca alla stima del valor medio stimato con un tempo di mediazione T e presumibilmente varierà col tempo di mediazione. Ma come? Va sottolineato il fatto che non ci preoccupiamo degli errori indotti dall'apparato di misura (attraverso la conoscenza delle caratteristiche dinamiche del sensore siamo sempre in grado di minimizzarlo), ma solo di quelli derivanti dall'adozione di un ben preciso tempo di mediazione nella stima dei valori medi e dei vari momenti statistici.

Per semplificare la trattazione, ipotizziamo che la variabile stocastica $\alpha(t)$ abbia media d'insieme nulla. Questa non è una grande limitazione e d'altra parte questa semplificazione già l'abbiamo adottata nello sviluppo della Teoria della Turbolenza di Kolmogorov al Capitolo 4. Dato che il processo è stazionario ed ergodico, ad ogni istante la media d'insieme sarà nulla e nulla sarà anche la media temporale quando il tempo di mediazione tenderà all'infinito. Viceversa, una media temporale con tempo di mediazione finito non necessariamente sarà nulla, quindi ad essa è inevitabilmente associato un errore che sarà l'errore random di cui vogliamo conoscere l'entità. Per fare ciò, consideriamo la relazione (12.34c) e cerchiamo di definire la varianza σ^2 della media temporale a tempo di mediazione finito T . La sua radice quadrata σ non sarà altro che l'incertezza intrinseca della media stimata col metodo campionario rispetto al valore vero che abbiamo ipotizzato essere nullo. Ricordando ciò, si ha che:

$$\sigma^2 = \langle \bar{\alpha}_t^2 \rangle = \frac{1}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} dt' \cdot \int_{-T/2}^{T/2} \langle \alpha(t'') \cdot \alpha(t') \rangle \cdot dt'' = \frac{1}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} dt' \cdot \int_{-T/2}^{T/2} R_\alpha(t'' - t') \cdot dt'' \quad [12.35a]$$

Per scrivere questa relazione si è sfruttato il fatto che (si veda per i dettagli il Capitolo 3) la Funzione di Autocovarianza R_α per un processo stocastico stazionario dipende esclusivamente dal *time lag* $\tau = t'' - t'$. Inoltre tale funzione è pari e quindi dipende solo dal modulo di tale intervallo temporale. Ricordando poi che, detta σ_α^2 la varianza vera del processo stocastico $\alpha(t)$, tra la Funzione di Autocovarianza R_α e la Funzione di Autocorrelazione ρ_α deve esistere la relazione:

$$\rho_\alpha(\tau) = \frac{R_\alpha(\tau)}{\sigma_\alpha^2} \quad [12.35b]$$

allora abbiamo che:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_\alpha^2}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} dt' \cdot \int_{-T/2}^{T/2} \rho_\alpha(t'' - t') \cdot dt'' \quad [12.35c]$$

Questo doppio integrale interviene spesso quando si considerano Funzioni di Autocorrelazioni e conviene studiarlo attentamente.

Esercizio 12.7

Per studiare questo integrale, riscriviamolo nella maniera seguente:

$$\int_0^T \left(\int_0^{t'} \rho(\tau) \cdot d\tau \right) \cdot dt$$

Usando il metodo di integrazione per parti applicato agli integrali definiti si ha che:

$$\begin{aligned} \int_0^T \left(\int_0^{t'} \rho(\tau) \cdot d\tau \right) \cdot dt' &= \left[t' \int_0^{t'} \rho(\tau) \cdot d\tau \right]_0^T - \int_0^T t' \cdot \rho(t') \cdot dt' \\ &= T \int_0^T \rho(\tau) \cdot d\tau - \int_0^T \tau \cdot \rho(\tau) \cdot d\tau \end{aligned}$$

cioè:

$$\int_0^T \left(\int_0^{t'} \rho(\tau) \cdot d\tau \right) \cdot dt' = \int_0^T (T - \tau) \cdot \rho(\tau) \cdot d\tau$$

Utilizzando i risultati ottenuti nell'Esercizio precedente è immediato giungere alla relazione:

$$\sigma^2 = \frac{2\sigma_\alpha^2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \cdot \rho_\alpha(\tau) \cdot d\tau \quad [12.36a]$$

Ricordando, poi, che il *Tempo Euleriano di Scala* per il processo α è stato definito come:

$$\mathfrak{I}_\alpha = \int_0^\infty \rho(\tau) \cdot d\tau \quad [12.36b]$$

per tempi di mediazione T molto lunghi (superiori a $\mathfrak{I}_\alpha$) si ha che la (12.36a) può essere riscritta come:

$$\sigma^2 = \frac{2\sigma_\alpha^2 \mathfrak{I}_\alpha}{T} \quad [12.36c]$$

Questa relazione quantifica la varianza intrinseca alla stima del valor medio di una generica variabile $\alpha(t)$, stocastica, stazionaria ed ergodica, basata su un tempo di mediazione T finito ed è immediato verificare come tale varianza decresca rapidamente con T , fino ad annullarsi per T tendente all'infinito, mentre cresce linearmente con la varianza del processo stocastico e con il suo Tempo Caratteristico Euleriano di Scala. Alla radice quadrata σ si può dare il significato di errore random o incertezza intrinseca alla stima finita del valore medio di α ottenuto con un tempo di mediazione finito T . Tutto ciò è stato ottenuto considerando nullo il valor medio del processo stocastico $\alpha(t)$. Si può dimostrare che tutto ciò vale anche quando il valore medio d'insieme non è nullo.

Questa relazione riveste una notevole importanza pratica perché può essere impiegata per stimare quanto debba essere lungo il tempo di mediazione da adottare. Infatti se vogliamo che il valor medio di α stimato con un periodo di mediazione T abbia un errore quadratico medio σ prefissato, bisogna che il tempo di mediazione T sia pari a:

$$T = 2\mathfrak{I}_\alpha \cdot \left(\frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma^2} \right) \quad [12.36d]$$

Non sarà sfuggito, comunque, il fatto che per applicare questa relazione è necessario fare pesanti ipotesi. In primo luogo, non conoscendo la vera varianza di $\alpha(t)$, dobbiamo sostituire questa variabile con la relativa stima campionaria. In secondo luogo è necessario conoscere il Tempo Euleriano di Scala, cosa tutt'altro che semplice disponendo solo di un *record* finito di misure.

12.3.2 INCERTEZZA DEI MOMENTI DI ORDINE SUPERIORE

Oltre al valor medio, rivestono una notevole importanza pratica nello studio del *PBL* anche i momenti centrali dei vari ordini, in particolare il momento centrale del secondo ordine, cioè la varianza, che rappresenta il primo livello di quantificazione delle fluttuazioni turbolente che una data variabile meteorologica (una delle componenti del moto, la temperatura dell'aria, la pressione, ecc.) presenta nel *PBL*. La sua definizione statistica, una volta nota la densità di probabilità $p(\alpha)$ per il processo stocastico stazionario ed ergodico $\alpha(t)$, è:

$$\sigma_\alpha^2 = \overline{(\alpha(t) - \bar{\alpha})^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 p(\alpha) \cdot d\alpha \quad [12.37a]$$

L'ergodicità del processo stocastico $\alpha(t)$ comporta poi che tale momento possa essere anche espresso utilizzando il concetto di media temporale:

$$\sigma_{\alpha;\infty}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (\alpha(t) - \bar{\alpha})^2 \cdot dt \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (\alpha'(t))^2 \cdot dt \right] \quad [12.37b]$$

quando il tempo di mediazione T tende all'infinito. In questa relazione si è indicato con $\alpha'(t)$ la fluttuazione di α attorno al valore atteso. In realtà, l'applicazione pratica di questa relazione è di fatto impossibile, dato che ciò che possiamo veramente misurare è una porzione della funzione $\alpha(t)$ lunga T . In questo caso ciò che si può realmente calcolare è la media temporale con periodo di mediazione finito T :

$$\sigma_{\alpha;T}^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\alpha'(t)]^2 \cdot dt \quad [12.37c]$$

o meglio, disponendo non di una funzione continua nell'intervallo temporale T , ma di una serie di N valori discreti fra loro equispaziati, la stima campionaria:

$$\sigma_{\alpha;N}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N [\alpha_j - \bar{\alpha}]^2 \quad [12.37d]$$

Come abbiamo visto al Capitolo 3, questo è uno stimatore non distorto della varianza, anche se per elevati valori di N la (12.37d) differisce di ben poco da:

$$\sigma_{\alpha;N}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\alpha_j - \bar{\alpha}]^2 \quad [12.37e]$$

Una volta nota la varianza della variabile α , la relativa deviazione standard è semplicemente la radice quadrata della varianza.

In modo analogo sono stati introdotti i momenti centrali di ordine n , definiti in generale come:

$$\mu_\alpha^{(n)} = \overline{(\alpha(t) - \bar{\alpha})^n} \quad [12.38a]$$

Si vede immediatamente che:

$$\mu_\alpha^{(2)} = \sigma_\alpha^2 \quad [12.38b]$$

Di tutti questi momenti, quelli che rivestono la maggiore importanza, oltre la varianza, sono il momento terzo e quarto o meglio i due parametri adimensionali ad essi correlati che sono la

Skewness S e la Kurtosis K' , definiti rispettivamente come:

$$S = \mu_{\alpha}^{(3)} / (\sigma_{\alpha}^2)^{3/2} \quad K' = \mu_{\alpha}^{(4)} / (\sigma_{\alpha}^2)^2 \quad [12.39]$$

Va notato che la definizione di Kurtosis K' sopra data differisce dalla definizione (12.4c), che indichiamo con K . Entrambe sono utilizzate, creando spesso una certa confusione. Mentre la definizione di K' , è logica ed *assoluta*, K definisce la Kurtosis di una distribuzione relativamente ad una distribuzione Gaussiana.

L'ergodicità del processo $\alpha(t)$ esige l'equivalenza tra la definizione di momenti data dalla (12.38a) e la definizione basata sulla media temporale:

$$\mu_{\alpha;\infty}^{(n)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\alpha(t) - \bar{\alpha}]^n dt \right] \quad [12.40a]$$

Se, però, si considera un tempo di mediazione finito, la stima temporale del momento n -esimo si ha dalla relazione:

$$\mu_{\alpha;T}^{(n)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\alpha(t) - \bar{\alpha}]^n dt \quad [12.40b]$$

Avendo, però, a disposizione una serie di N valori discreti raccolti con frequenza f_c durante il tempo di mediazione T , la (12.40b) viene in pratica sostituita dalla stima campionaria:

$$\mu_{\alpha;N}^{(n)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \bar{\alpha})^n \quad [12.40c]$$

Anche in questo caso la domanda è quanto debba essere il tempo di mediazione T (o, che è lo stesso, quanto deve essere elevato il numero N di campioni) perché la stima della varianza e dei momenti di ordine superiore sia prossima a quella teorica. A tal proposito può fare riferimento a Lenschow e al. (1994) e Kristensen (1998b) cui si rimanda per i dettagli analitici, questa volta molto complessi. Il risultato ottenuto evidenzia come i possibili errori che si vengono ad infiltrare nella stima dei momenti siano sostanzialmente di due tipi:

- l'errore sistematico (*bias*) definito come la differenza tra il valor medio della stima temporale ed il valore *vero*:

$$\delta_{\alpha;T}^{(n)} = \overline{\mu_{\alpha;T}^{(n)}} - \mu_{\alpha}^{(n)} \quad [12.41a]$$

- l'errore casuale, quantificato dalla varianza della differenza quadratica tra la singola stima del momento impiegando un tempo di mediazione T e la media temporale di tutte queste stime, definita come:

$$\sigma_{(n);T}^2 = \overline{\left[\mu_{\alpha;T}^{(n)} - \overline{\mu_{\alpha;T}^{(n)}} \right]^2} \quad [12.41b]$$

Il risultato finale del lavoro di Lenschow e al. (1994), che si riferiva ai momenti fino al quarto ordine, è sostanzialmente il seguente (Kristensen, 1998):

- quando il tempo di mediazione T è molto maggiore del Tempo Caratteristico Euleriano di scala $\mathfrak{I}_{\alpha}$, l'errore sistematico e l'errore random sono dati dalle due relazioni seguenti:

$$\delta_{\alpha;T}^{(n)} = B_n \mu_{\alpha}^{(n)} \frac{\mathfrak{I}_{\alpha}}{T} \quad \sigma_{(n);\alpha;T}^2 = D_n (\mu_{\alpha}^{(2)})^n \frac{\mathfrak{I}_{\alpha}}{T} \quad [12.41c]$$

- i coefficienti B_n e D_n presenti in queste due relazioni non dipendono dal tempo di mediazione T , ma dalla Skewness S e dalla Kurtosis K' . Nel riferimento citato, noti i valori di S e K' , sono fornite delle relazioni per ottenere i vari coefficienti indicati, anche se tali

relazioni sono decisamente complesse. Tuttavia può essere più utile impiegare la sintesi realizzata da Kristensen (1998b) e riportata nella **Tab. 12.1**.

S	0.0	0.6	1.1
K	3.0	3.5	12.7
B ₂	2.0	2.0	2.0
B ₃	0.0	5.0	5.1
B ₄	12.0	12.3	12.8
D ₂	2.0	2.6	12.1
D ₃	12.0	10.0	30.6
D ₄	812.0	231.0	897.0

Tab. 12.1: coefficienti per il calcolo dell'errore sistematico e random dei momenti fino al quarto ordine (Kristensen, 1998b)

Dalla (12.41c) e dalla (12.41d) si può concludere che l'errore sistematico decresce più rapidamente dell'errore casuale, caratterizzato dalla radice quadrata della varianza dell'errore e perciò quando si vuole associare un'incertezza intrinseca ad una stima di un generico momento, si può trascurare completamente l'errore sistematico e tener conto solo dell'errore random, purché il periodo di mediazione adottato sia molto superiore al Tempo Caratteristico Euleriano di Scala.

Per concludere, vale la pena ricordare che prima della teoria di Lenschow sopra esposta, Lumley e Panofsky (1964) avevano affrontato il problema in termini decisamente più semplici. Detta f o una variabile stocastica stazionaria ed ergodica o un suo vero momento statistico generico o la covarianza tra due variabili stocastiche stazionarie ed ergodiche, la varianza del valore medio temporale di f ottenuta con un tempo di mediazione finito T è data dalla relazione:

$$\sigma_f^2(T) = \frac{2\mathfrak{T}_f \sigma_f^2}{T} \quad [12.42]$$

dove $\mathfrak{T}_f$ è il tempo Euleriano di scala della variabile f (qualunque essa sia) e σ_f^2 è la sua varianza vera. Abbiamo citato questa relazione sia per ragioni storiche, sia perché a volte viene utilizzata come una forma semplificata della teoria di Lenschow.

12.3.3 INCERTEZZA DEI FLUSSI

Date due variabili rappresentate da due processi stocastici stazionari ed ergodici $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ di cui è nota la densità di probabilità congiunta $p(\alpha, \beta)$, si definisce covarianza o momento centrale del secondo ordine la quantità:

$$C_{\alpha\beta} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha - \bar{\alpha}) \cdot (\beta - \bar{\beta}) \cdot p(\alpha, \beta) \cdot d\alpha \cdot d\beta \quad [12.43a]$$

Grazie all'ergodicità dei due processi ed alla definizione di fluttuazione, la relazione precedente può essere sostituita da una nuova definizione in cui compare la media temporale estesa ad un tempo di mediazione tendente all'infinito:

$$C_{\alpha\beta} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (\alpha(t) - \bar{\alpha}) \cdot (\beta(t) - \bar{\beta}) \cdot dt \right] \quad [12.43b]$$

Nelle misure reali non è possibile avere un tempo di mediazione infinito e quindi l'unica covarianza realmente calcolabile è:

$$C_{\alpha\beta}^T = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (\alpha(t) - \bar{\alpha}) \cdot (\beta(t) - \bar{\beta}) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \alpha'(t) \cdot \beta'(t) \cdot dt \quad [12.43c]$$

che, nel caso in cui i due processi siano stati campionati in maniera discreta con frequenza di

campionamento f_c ottenendo N coppie di campioni equispaziati, diventa:

$$C_{\alpha\beta}^T = \overline{\alpha'\beta'} = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (\alpha_j - \bar{\alpha}) \cdot (\beta_j - \bar{\beta}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_j \beta_j - \bar{\alpha}\bar{\beta} \quad [12.43d]$$

che è la stima campionaria della covarianza. Va ricordato che l'impiego della versione della stima campionaria rappresentata dall'ultimo membro della (12.43d) può essere soggetto agli errori di arrotondamento.

Come abbiamo visto, alcune delle covarianze racchiudono un significato fisico importante e sono quindi molto utilizzate in micrometeorologia. In particolare:

- la covarianza tra le varie componenti cartesiane del moto: esse rappresentano, a parte una costante numerica, i flussi di quantità di moto dovuti alla turbolenza nelle tre direzioni cardinali e normalmente sono indicati col termine *Stress di Reynolds*;
- le covarianze tra una variabile scalare (normalmente la temperatura potenziale, l'umidità dell'aria, la pressione o la concentrazione di una sostanza) ed una delle componenti del moto: tali covarianze, a parte una costante numerica, quantificano i flussi di quella variabile scalare nella direzione indicata dalla componente del moto coinvolta.

Come abbiamo visto in precedenza, queste affermazioni sono strettamente vere solamente se si adotta come sistema di riferimento per le misure istantanee delle tre componenti del vento un sistema cartesiano *streamline*.

Visto che la stima campionaria viene realizzata inevitabilmente utilizzando tempi di mediazione finiti, anche in questo caso ci si pone la domanda di quanto debba essere lungo il tempo di campionamento affinché la differenza tra il vero valore della covarianza ed il valore stimato sia ragionevolmente piccolo. Anche in questo caso Lenschow e al. (1994) hanno sviluppato una teoria in proposito, dimostrando la possibilità di definire un errore sistematico ed un errore casuale che, almeno in prima approssimazione, sono ancora espressi rispettivamente dalla (12.41c) e dalla (12.41d) in cui $n = 2$, $\mu^{(2)}_\alpha$ è sostituito dalla covarianza $C_{\alpha\beta}$ e il tempo caratteristico Euleriano $\mathfrak{T}_\alpha$ è sostituito dalla media geometrica dei tempi caratteristici dei due processi stocastici $\mathfrak{T}_\alpha$ e $\mathfrak{T}_\beta$.

12.3.4 LIMITI PRATICI NELL'USO DELLE RELAZIONI PER LE INCERTEZZE

La teoria presentata sommariamente nei punti precedenti ha indubbi pregi teorici, è estremamente elegante, ma è decisamente difficile da applicare nella pratica corrente.

Per prima cosa, in tutte le relazioni sono presenti i momenti veri (varianze, covarianze e momenti di ordine superiore) che ovviamente non sono *accessibili* in pratica e che quindi dobbiamo stimare in qualche modo e l'unico modo possibile per fare ciò è sostituirli con le stime campionarie. E tutto ciò lascia piuttosto perplessi!

In secondo luogo, in tutte le relazioni sono presenti i Tempi Caratteristici Euleriani di Scala che quindi dovrebbero essere noti. E qui entriamo in un argomento controverso e molto dibattuto che non ha ancora avuto una soluzione convincente. A titolo di esempio, qui di seguito elenchiamo alcune proposte in tal senso fatte nella Letteratura Scientifica durante gli anni:

- sulla base delle misure ottenute durante la celebre campagna micrometeorologica del Kansas, Wyngaard (1973) ha proposto che, per una grandezza f , il relativo Tempo Caratteristico Euleriano di Scala $\mathfrak{T}_f$ fosse direttamente proporzionale alla quota di misura z ed inversamente proporzionale alla velocità media del vento U secondo la relazione:

$$\mathfrak{T}_f \cong z/U \quad [12.44a]$$

Ovviamente questa relazione tiene conto del fatto che gli unici vortici turbolenti che siamo in grado strumentalmente di *catturare* misurando alla quota z non possono avere

una dimensione superiore a z . Questa relazione è decisamente comoda da utilizzare, anche se sembra strano che tutte le variabili di interesse, siano esse una generica variabile $\alpha(t)$ o il prodotto di due variabili $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ abbiano il medesimo Tempo Caratteristico Euleriano di Scala. Un esempio di questo caso è il prodotto tra la temperatura potenziale virtuale $\theta(t)$ e la componente verticale $w(t)$ del moto.

- sostanzialmente concorde con questa visione è il lavoro di Sreenivasan e al. (1978), anche se gli Autori evidenziano come il Tempo Caratteristico Euleriano di Scala dovrebbe differire da variabile a variabile (cosa che ci convince decisamente di più). In generale, per una certa variabile f si ha che:

$$\mathfrak{T}_f \cong A \cdot z/U \quad [12.44b]$$

dove la costante A vale 1.2 se si considerano le covarianze $\overline{u'w'}$ e $\overline{w'\theta'}$, 0.56 se si considera la varianza $\overline{w'w'}$ e 0.73 se si considera la varianza $\overline{\theta'\theta'}$.

- Lenschow e Stankov (1986), invece, consigliano di calcolare in maniera campionaria la Funzione di Autocorrelazione $\rho(\tau)$ per ogni variabile di interesse (sia essa una singola variabile o il prodotto di due variabili) ed individuare il valore τ^* del *time lag* in corrispondenza del quale $\rho(\tau)$ interseca il valore zero per la prima volta. Fatto ciò, il Tempo Caratteristico Euleriano di Scala viene calcolato integrando numericamente la Funzione di Autocorrelazione tra il *time lag* zero ed il *time lag* τ^* . Più precisamente, se agli N istanti discreti t_k , equispaziati di Δt , possediamo le misure α_k , allora uno stimatore approssimato della Funzione di Autocorrelazione per il *time-lag* $\tau = j \cdot \Delta t$ è:

$$\rho_\alpha(j \cdot \Delta t) = \frac{\sum_{k=0}^{N-j-1} (\alpha_k - \bar{\alpha}) \cdot (\alpha_{k+j} - \bar{\alpha})}{\sum_{k=0}^N (\alpha_k - \bar{\alpha})^2} \quad [12.44c]$$

- Kaimal e Finnigan (1994) propongono sempre di stimare in maniera campionaria $\rho(\tau)$ e di individuare il *time lag* in corrispondenza del quale $\rho(\tau)$ raggiunge il valore $1/e \cong 0.37$ che è il valore esatto del Tempo Caratteristico Euleriano di Scala quando la Funzione di Autocorrelazione è esponenziale decrescente e quindi è data dalla relazione:

$$\rho_\alpha(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau}{\mathfrak{T}_\alpha}\right) \quad [12.44d]$$

- recentemente Salesky e al. (2012) hanno individuato un metodo interessante per stimare il Tempo caratteristico Euleriano di Scala a partire da un record discreto di misure. Rimandando al lavoro originario per i dettagli, si può dire che $\mathfrak{T}_\alpha$ lo si ottiene elaborando opportunamente il segnale $\alpha(t)$ filtrato da una media mobile di ampiezza crescente.

Su tutto ciò, però, incombe una realtà incontestabile, evidenziata in maniera piuttosto vivace da Treviño e Andreas (2000): se ci basiamo su una porzione finita di segnale lunga T è dimostrabile (non facilmente però) che applicando la definizione teorica di Tempo Caratteristico Euleriano di Scala l'unico risultato che si ottiene è esattamente zero. Di fatto, quindi, non ci sono speranze di ottenere da un segnale campionato in una finestra temporale di lunghezza T finita una stima attendibile del Tempo Euleriano di Scala. Solo il metodo proposto da Salesky e al. (2012) può fornire una stima ragionevole per questa grandezza. È ovvio che tutto ciò riduce drasticamente l'applicabilità della teoria presentata in precedenza a dispetto del suo rigore e della sua eleganza.

Che fare in pratica? Ci sono due diversi modi possibili per risolvere il problema. Il primo modo è quello di accettare tutte le approssimazioni e quindi sostituire i momenti veri che appaiono nelle relazioni che esprimono gli errori sistematici e gli errori random con le approssimazioni campionarie relative ed adottare una delle strategie semiempiriche sopra riportate per stimare i

Tempi Caratteristici Euleriani di scala. Seguendo questa strada, la stima dell'incertezza dovuta agli errori random per la statistica di interesse è semplice e veloce, anche se si è consci a priori che è alla fine si giungerà solo e comunque ad un ordine di grandezza dell'incertezza intrinseca. La seconda strada è completamente diversa ed adotta metodologie statistiche decisamente più raffinate, anche se dal punto di vista computazionale il tutto è molto più oneroso. Nel punto seguente presentiamo a sommi capi il metodo del *bootstrap* molto impiegato in generale in Statistica e che può essere impiegato anche per la stima degli errori legati alla stima campionaria della statistica di una variabile stocastica, stazionaria ed ergodica di interesse micrometeorologico. Comunque nel Capitolo successivo, quando introdurremo il metodo Eddy-Covariance per la determinazione diretta dei parametri che caratterizzano la turbolenza, presenteremo semplici *ricette* pratiche che normalmente vengono impiegate per una stima di prima approssimazione dell'incertezza della stima.

Esercizio 12.8

Pur essendo consapevoli dei problemi connessi con l'applicazione pratica del modello di Lenshow per l'incertezza della stima dei valori medi, delle varianze e delle covarianze, proviamo comunque a realizzarne un'applicazione pratica. Per questo, prendiamo come riferimento le misure presentate nella **Fig. 12.7**, cioè le misure delle tre componenti del vento e della temperatura virtuale raccolte con una frequenza di 1 Hz da un anemometro ultrasonico triassiale in un'ora convettiva.

L'incertezza intrinseca ε_α nella stima dei valori medi di una variabile α realizzata con un tempo di mediazione T è data, sulla base della (12.20d), da:

$$\varepsilon_\alpha = \sigma_\alpha \sqrt{2 \frac{\mathfrak{I}_\alpha}{T}}$$

L'incertezza intrinseca $\varepsilon_{\alpha 2}$ nella stima della varianza di α , sulla base della (12.41c) risulta data da:

$$\varepsilon_{\alpha 2} = \sigma_\alpha^2 \sqrt{2 \frac{\mathfrak{I}_\alpha}{T}}$$

Infine, l'incertezza intrinseca alla stima della covarianza $\overline{w'T'}$, per quanto detto, risulta:

$$\varepsilon_{wT} = \overline{w'T'} \sqrt{2 \frac{\mathfrak{I}_{wT}}{T}}$$

Per poter applicare queste relazioni che consentono di determinare l'incertezza intrinseca alla stima, è indispensabile individuare il Tempo Euleriano Caratteristico delle tre componenti del moto, della temperatura virtuale e della variabile $w'T'$. Il metodo utilizzato è quello di identificare il Tempo Caratteristico come quel *time-lag* per cui la funzione di Autocorrelazione si riduce al valore $1/e$.

Il primo risultato che si ottiene è la stima dei Tempi Euleriani di Scala a partire delle funzioni di Auto-Correlazione riportate nella **Fig. 12.34** che risulta pari al time-lag in corrispondenza del quale la funzione di Auto-Correlazione raggiunge il valori di $1/e$. Essi risultano pari a:

$$\mathfrak{I}_u = 14 \text{ secondi}, \mathfrak{I}_v = 53 \text{ secondi}, \mathfrak{I}_w = 1 \text{ secondo}, \mathfrak{I}_T = 7 \text{ secondi}, \\ \mathfrak{I}_{wT} = 1 \text{ secondo},$$

Il valor medio e la relativa stima dell'incertezza per le diverse grandezze risultano pari a:

$$\begin{aligned} \text{Valore medio } u &= 12.808 \text{ m/s}, & \text{incertezza} &= 0.108 \text{ m/s} \\ \text{Valore medio } v &= -0.845 \text{ m/s}, & \text{incertezza} &= 0.245 \text{ m/s} \\ \text{Valore medio } w &= -0.118 \text{ m/s}, & \text{incertezza} &= 0.012 \text{ m/s} \\ \text{Valore medio } T &= 299.425 \text{ K}, & \text{incertezza} &= 0.048 \text{ K} \end{aligned}$$

Mentre la varianza e la relativa incertezza sono pari a:

$\text{Varianza } u = 1.503 \text{ m}^2/\text{s}^2, \quad \text{incertezza} = 0.132 \text{ m}^2/\text{s}^2$
 $\text{Varianza } v = 2.038 \text{ m}^2/\text{s}^2, \quad \text{incertezza} = 0.350 \text{ m}^2/\text{s}^2$
 $\text{Varianza } w = 0.237 \text{ m}^2/\text{s}^2, \quad \text{incertezza} = 0.006 \text{ m}^2/\text{s}^2$
 $\text{Varianza } T = 0.581 \text{ K}, \quad \text{incertezza} = 0.036 \text{ K}^2$

Infine la covarianza tra w e T e la relativa incertezza sono pari a:

$$\overline{w'T'} = 0.157 \text{ mKs}^{-1}, \quad \text{incertezza} = 0.004 \text{ mKs}^{-1}$$

Ricordando che il flusso turbolento di calore sensibile H_0 è pari a $\rho C_p \overline{w'T'}$, posto ρC_p pari a 1250, si ha che il suo valor medio risulterà pari a 196.3 W/m^2 , con un'incertezza intrinseca di 5.0 W/m^2 .

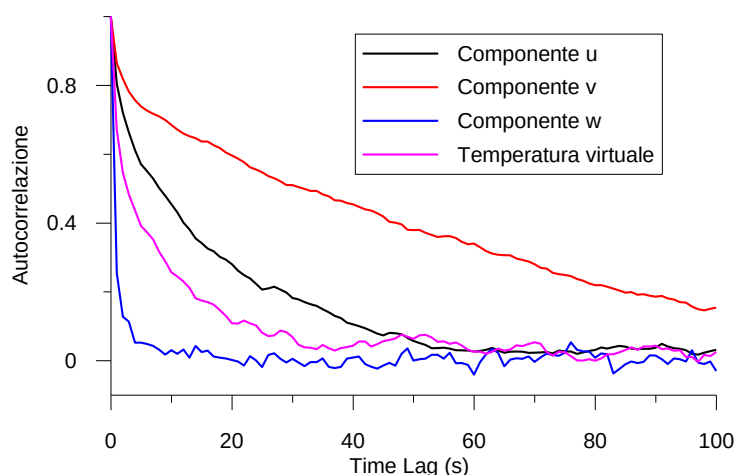


Fig. 12.16: funzioni di Autocorrelazione per le misure riportate nella Fig. 12.7

12.3.5 IL METODO BOOTSTRAP

Più che un metodo univoco, il *bootstrap* è una filosofia statistica generale che, a prima vista, rende increduli ma che ha solide basi teoriche a cui, però non accenneremo neppure brevemente.

Il punto di partenza del metodo è una serie storica discreta di misure α_j ottenute agli N istanti discreti t_j , $j = 1, 2, 3, \dots, N$. Ciò è proprio quanto otteniamo da un sensore posto in una stazione meteorologica. Per fissare le idee, immaginiamo che questa grandezza sia la componente verticale del vento campionata ad istanti discreti da un anemometro ultrasonico triassiale. Il metodo del *bootstrap* ottiene la statistica soggiacente la variabile stocastica α a partire solo da questo *record* di dati e ciò, sinceramente, ha dell'incredibile.

Operativamente si consideri un numero $M < N$ tale che il *record* originario possa essere suddiviso in $K = N/M$ sottorecord adiacenti, a ciascuno dei quali possiamo attribuire una *label* progressiva k ($k = 1, 2, 3, \dots, K$). La scelta del numero di elementi che costituisce i sottorecord è di estrema importanza e dovrebbe corrispondere ad una finestra temporale dell'ordine del Tempo Euleriano di Scala. Una regola brutale potrebbe essere quella di scegliere M in maniera tale che si riferisca ad una finestra temporale dell'ordine delle centinaia di secondi. A questo punto si adotti la strategia seguente:

1. calcoliamo la stima campionaria degli indicatori statistici di interesse (media, varianza e covarianza) sulla base del record originario e memorizziamo il risultato ottenuto;
2. estraiamo a caso in sequenza K numeri da una distribuzione uniforme, ad ognuno dei quali corrisponde una ben precisa *label*. Essendo un'estrazione a caso, può capitare che

12. ELABORAZIONI PRIMARIE DELLE MISURE

```

!      Questo programma calcola l'incertezza nella stima del valore medio e
!      della varianza della componente Vx del vento misurata da un anemometro
!      ultrasonico triassiale.
!      -----
      INTEGER          :: i, k, iok, Ndata
      REAL             :: Vx
      REAL             :: NoVal = -9999.
      REAL, DIMENSION(3600) :: u
      REAL             :: MEDIA, VARIANZA
!      -----
!      Lettura dati anemometro sonico
      OPEN (UNIT=1, FILE="DATI_SONICO.DAT")
      Ndata = 0
      DO
          READ(1,*,IOSTAT=iok) k, Vx
          IF(iok .NE. 0) EXIT
          Ndata = Ndata + 1
          u(Ndata) = Vx
      End DO
      CLOSE(1)
      N = Ndata
!      -----
      M = 100
      N_iter = 1000

      Call BOOTSTRAP(N, u, M, N_iter, xm, erx, varx, ervx)

      WRITE(*,'(1x,/,10x,"Numero Iterazioni = ", I6)') N_iter
      WRITE(*,'(10x,"Valore Medio = ", F8.3, 10x, "Incertezza = ", F8.3)') &
          xm, erx
      WRITE(*,'(10x,"Varianza      = ", F8.3, 10x, "Intertezza = ", F8.3)') &
          varx, ervx

      END
!      -----
      Subroutine BOOTSTRAP(NN, x, M, N_iter, xm, erx, varx, ervx)
!      -----
!      Stima Bootstrap dell'incertezza del valor medio e della varianza
!      N = numero originario dei dati di x
!      M = numero di sottorecord
!      N iter = numero iterazioni
!      -----
      IMPLICIT NONE
      INTEGER          :: NN
      INTEGER          :: M, N_iter
      INTEGER          :: L, N
      INTEGER          :: i, j, k, kk, inum, ipos
      INTEGER, ALLOCATABLE :: ind(:)
      REAL, DIMENSION(NN) :: x
      REAL, ALLOCATABLE :: y(:)
      REAL, ALLOCATABLE :: Number(:)
      REAL, ALLOCATABLE :: x_ave(:), x_var(:)
      REAL             :: NoVal = -9999.
      REAL             :: MEDIA, VARIANZA
      REAL             :: xm, erx, varx, ervx
!      -----
      ALLOCATE(x_ave(N_iter+1), x_var(N_iter+1))
      ALLOCATE(Number(M), ind(M))
!
      L = INT(NN/M)
      N = L * M
      DO i=1,M
          ind(i) = (i-1)*L + 1
      End DO
      ALLOCATE(y(N))
!      -----
!      A) Calcolo media e varianza del record originale
      DO i=1,NN
          y(i) = x(i)
      End DO
!

```

```

x_ave(1) = MEDIA(NN, y, NoVal)
x_var(1) = VARIANZA(NN, y, x_ave(1), NoVal)
!
! -----
! B) Metodo MonteCarlo
DO k=2,N_iter+1
    y = 0.0
    Call RANDOM_NUMBER(Number)
    kk = 1
    DO j=1,M
        inum = AINT(Number(j) * M) + 1
        ipos = ind(inum)
        DO i = ipos, ipos + L - 1
            y(kk) = x(i)
            kk = kk + 1
        End DO
    End DO
    x_ave(k) = MEDIA(NN, y, NoVal)
    x_var(k) = VARIANZA(NN, y, x_ave(k), NoVal)
End DO
!
! => Valore medio e incertezza
xm = MEDIA(N_iter+1, x_ave, NoVal)
erx = SQRT(VARIANZA(N_iter+1, x_ave, xm, NoVal))
!
! => Varianza e incertezza
varx = MEDIA(N_iter+1, x_var, NoVal)
ervx = SQRT(VARIANZA(N_iter+1, x_var, varx, NoVal))
!
DEALLOCATE(y, x_ave, x_var, Number, ind)

END

```

Il risultato che si ottiene è che il valore medio della componente V_x del vento è pari a 12.81 m·s⁻¹ a cui è associata un'incertezza di 0.084 m·s⁻¹, mentre il valore medio della varianza relativa è di 1.503 m²·s⁻² cui è associata un'incertezza intrinseca di 0.090 m²·s⁻². Come si nota dal confronto con i risultati ottenuti all'*Esercizio 12.8*, il metodo del Bootstrap in questo caso fornisce valori medi sostanzialmente coincidenti per la media della componente V_x del moto e per la varianza, ma incertezze intrinseche lievemente inferiori.

PROBLEMI

P12.01 In una stazione meteorologica sono presenti un termoisigrometro, un anemometro a coppe ed un anemometro vane, tutti sensori analogici collegati ad un Data Logger a sua volta collegato ad un PC che funge da sistema di acquisizione ed elaborazione di stazione. Ipotizziamo inoltre che ad ogni secondo il Data Logger depositi nella directory “C:/DATP” un file di nome “*record.txt*” la cui struttura record è la seguente:

1° grandezza: **aaggghhmmss**, cioè una stringa di numeri dove *aa*(2 numeri) indica l’anno, *ggg* il giorno giuliano (3 caratteri), *hh* è l’ora (2 caratteri), *mm* sono i minuti (2 caratteri) e *ss* sono i secondi (2 caratteri)

2° grandezza: **temp** in gradi centigradi ed espressa come numero reale del tipo *xxx.yy*

3° grandezza: **umid** in % espressa come numero intero del tipo *xxx*

4° grandezza: **vel** espressa in m/s come numero reale del tipo *xx.yy*

5° grandezza: **dir** espressa in °N come numero intero del tipo *xxx.y*

Tutte le grandezze sono tra loro separate da uno spazio vuoto. Costruire un programma in FORTRAN 90 che:

- legge i dati elementari inviati dal Data Logger e cancella il file *record.txt* dopo averlo letto,
- li inserisce in un file orario il cui nome deve essere “*Ora.txt*” dove Ora è l’ora cui corrispondono i dati grezzi e lo pone nella directory “C:/DATI_ORARI”.

P12.02 Modificare il programma del Problema precedente in maniera che:

- alla fine dell’ora, tutti i valori grezzi acquisiti di temperatura e di umidità relativa vengano elaborati ottenendone il valor medio (si tenga conto che ci possono essere dati mancanti),
- alla fine dell’ora dai dati grezzi di velocità e direzione del vento si ottenga la stima campionaria della velocità scalare e vettoriale media del vento, della direzione media scalare, prevalente e vettoriale e della deviazione standard della direzione del vento secondo Yamartino,
- una volta stimati i valori medi e la deviazione standard della direzione del vento, scrivere il risultato come nuovo record nel file “DATI_ORARI.TXT” posto nella directory “C:/ELABORAZIONI.TXT”

P12.03 Individuare una relazione analitica che definisce la deviazione standard della velocità vettoriale del vento.

P12.04 Se si ricostruisce il valore del modulo della velocità orizzontale del vento dalle misure presentate nella Fig. 12.7 e si analizzano statisticamente i 3600 valori di velocità ottenuti si ha che:

$$\begin{array}{lll} U_{min} = 1.772 \frac{m}{s} & U_{max} = 10.077 \frac{m}{s} & \bar{U} = 5.088 \frac{m}{s} \\ U_{25^\circ perc} = 4.205 \frac{m}{s} & U_{50^\circ perc} = 4.988 \frac{m}{s} & U_{75^\circ perc} = 5.879 \frac{m}{s} \end{array}$$

Volendo rappresentare in un istogramma i valori così ottenuti della velocità orizzontale del vento, individuare quale deve essere l’ampiezza ottimale del bin.

P12.05 Dai valori assunti dalle due componenti orizzontali del moto mostrate in Fig. 12.7 si ha che la Velocità Scalare media del vento è pari a 5.09 m/s, mentre il valor medio delle componenti orizzontali è pari a $V_x = 4.80$ m/s e $V_y = -0.85$ m/s. Stimare la deviazione standard della direzione del vento in radianti.

P12.06 Facendo riferimento ai dati proposti al problema precedente, individuare la direzione di provenienza media del vento.

P12.07 Da un insieme di dati grezzi di velocità del vento acquisiti in un’ora da un anemometro a coppe otteniamo una stima campionaria della velocità del vento pari a $U = 2$ m/s, la cui deviazione

standard è pari a $\sigma_U = 0.3$ m/s. Se l'anemometro misura alla quota di $z = 10$ m, calcolare l'incertezza intrinseca di U .

P12.08 Consideriamo un evento caratterizzato da un vento di raffica $U_{\text{Gust}} = 11.06$ m/s e da una deviazione standard della velocità del vento pari a $\sigma_U = 1.22$ m/s. Stimare il Gust Factor e il Gust Peak Factor.

P12.09 Ipotizziamo che a $z = 10$ m sia operativo un anemometro ultrasonico triassiale che durante un'ora ha acquisito, tra l'altro, valori grezzi della componente w del vento da cui è stata ottenuta una stima campionaria di $\sigma_w = 0.5$ m/s. Se la velocità media del vento è $U = 2$ m/s, determinare il relativo errore random.

13. STIMA DEI PARAMETRI: METODO EDDY-COVARIANCE

Nel Capitolo 2 abbiamo visto come sia possibile descrivere l'evoluzione nello spazio e nel tempo delle diverse variabili che caratterizzano *istantaneamente* il *PBL* (le tre componenti del moto, la temperatura, l'umidità, la pressione, la densità, il *mixing ratio* delle diverse sostanze gassose presenti in aria, ecc.) impiegando le leggi di conservazione della Fisica Classica e ciò ha prodotto un modello differenziale esatto, chiuso e congruente, ma riferito ai valori istantanei delle varie grandezze. Ci siamo anche resi conto come questo tipo di descrizione, pur essendo esatta, sia inutilizzabile ai fini pratici a causa delle non linearità presenti nelle equazioni differenziali che ne derivano e della loro ipersensibilità alle condizioni iniziali ed al contorno, in definitiva a causa delle loro caratteristiche caotiche. Quindi (come si è visto ai Capitoli 3 e 4) operativamente è opportuno introdurre un'ipotesi di lavoro molto forte nella descrizione delle variabili meteorologiche ed ipotizzare che ognuna di esse può (o meglio *deve*, se vogliamo ottenere qualcosa) essere vista come un processo stocastico ergodico. Con l'introduzione di questa ipotesi emerge un nuovo modello per il *PBL*, quello sviluppato al Capitolo 5, costituito da equazioni differenziali che descrivono l'evoluzione nello spazio e nel tempo dei *momenti statistici* delle diverse variabili meteorologiche viste come processi stocastici ergodici. Senza aggiungere altro, saremmo passati da una descrizione del *PBL* basata sulle variabili istantanee, difficilmente misurabili in pratica ma comprensibili fisicamente, ad una descrizione statistica del *PBL* fondata su una *descrizione astratta* della fisica del fenomeno. Per renderci conto di ciò, consideriamo un punto dello spazio ed un istante generico. In quel punto ed in quell'istante la Fisica Classica ci assicura, per esempio, che sicuramente il vettore velocità *deve* avere ben precise componenti, visto che il fenomeno considerato è deterministico. Secondo la visione statistica, invece, in quel punto e in quell'istante il vettore velocità *potrebbe assumere* uno tra infiniti valori, tutti possibili ma con probabilità differenti. In sostanza, se potessimo disporre di N strumenti ideali (identici, puntiformi, a risposta immediata e non perturbanti), a priori potremmo ottenere N misure differenti, cosa che fisicamente non possiamo accettare. Quindi la descrizione statistica di un fluido turbolento (e quindi la descrizione del *PBL*) è una pura astrazione matematica che possiamo in qualche modo avvicinare alla realtà quando attribuiamo alle variabili stocastiche che lo descrivono anche il carattere ergodico. In questo caso, per la Statistica, la media d'insieme, cioè il momento primo di una variabile, eguaglia la media temporale. Con questo *trucco analitico* abbiamo steso un *ponte* (peraltro molto fragile) tra la descrizione fisica e la descrizione statistica del *PBL*, ponte che ci consente di dire che le equazioni del Capitolo 5, che in realtà descrivono l'evoluzione nello spazio e nel tempo della media d'insieme delle variabili meteorologiche, in pratica descrivono anche l'evoluzione nello spazio e nel tempo della media temporale di tali variabili. Analogamente possiamo fare per gli altri momenti (che tra l'altro sono infiniti, da qui il problema della chiusura, come già detto) e per le altre variabili di interesse.

Per approfondire la questione, riconsideriamo alcuni concetti considerati in precedenza. In un punto $P(\mathbf{x})$ ed un istante t una variabile meteorologica $\Phi(\mathbf{x}, t)$ che valore medio può assumere? In che modo possiamo stimarlo e che informazioni dobbiamo usare per la sua stima? Se immagiamo la variabile stocastica Φ ergodica ed anche stazionaria, una volta definito un opportuno tempo di mediazione T , la sua media temporale è data in generale dalla ben nota relazione seguente che evidenzia come la media così definita non sia un valore ben preciso, ma dipenda dal periodo di mediazione T e di ciò abbiamo abbondantemente discusso al Capitolo precedente:

$$\Phi(x, t, T) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} \Phi(x, \tau) \cdot d\tau \quad [13.1]$$

Solo se il tempo di mediazione T tende all'infinito, allora la (13.1) è del tutto coincidente con la media statistica d'insieme. Ma che ci serve un tale concetto che richiede la stazionarietà del fenomeno, se siamo proprio interessati alla sua variabilità nello spazio e nel tempo (Cap. 5) e se quindi partiamo proprio dal presupposto che le variabili meteorologiche non siano stazionarie? Da questa contraddizione non si esce, se non in termini pragmatici. Analizziamo, quindi le variazioni nel tempo di Φ , cioè facciamo un'analisi spettrale, e vediamo se esiste uno *spectral gap* nello spettro, cosa che pare esista come abbiamo già visto precedentemente. Questo *spectral gap* evidenzia quindi due gruppi di variazioni temporali, una *lenta* ed una *veloce*. Nel caso delle variabili meteorologiche, questo *spectral gap* separa le variazioni con periodo superiore a circa un'ora da quelle inferiori all'ora e, sulla base di ciò che conosciamo fenomenologicamente della turbolenza del *PBL*, di *forza* definiamo turbolenza ogni tipo di disturbo con periodo inferiore a circa un'ora e quindi nella relazione (13.1) il parametro T sarà proprio dell'ordine dell'ora. Ma per non perdere di vista la descrizione astratta fornita dalla statistica, facciamo l'assunto che la variabile fisica Φ possa essere descritta convenientemente da una variabile stocastica dello stesso nome che ha caratteristiche statistiche (che scopriremo, nel caso fosse ergodica, con una media con T infinito) uguali a quelle che evidenziamo applicando la (13.1) con T dell'ordine dell'ora. Tutto ciò è ragionevolmente verificato dalla realtà dei fatti nelle situazioni convettive. Viceversa, nelle situazioni stabili, quando il vento è debole ed il gradiente verticale di temperatura potenziale elevato, i fenomeni ondosi ed i moti submeso sono una presenza reale e frequente. Questi moti sono caratterizzati da tempi di scala che si vanno a collocare nella banda spettrale in cui cade lo *spectral gap*, rendendo decisamente problematica la separazione delle fluttuazioni dovute alla turbolenza da tutto ciò che turbolenza non è. Ritorneremo nel seguito su questo problema (che di fatto è ancora un problema aperto) e pragmaticamente ipotizzeremo per il momento che il tempo di mediazione T sia dell'ordine dell'ora nelle situazioni convettive e dell'ordine di pochi minuti nelle situazioni stabili.

Come si vede, quando dobbiamo fare misure nel *PBL* e stimare i vari momenti di interesse richiesti dal modello operativo differenziale che lo descrive statisticamente, i dubbi non mancano! Tuttavia, pragmaticamente, abbracciamo l'ipotesi ergodica e stimiamo i vari momenti di interesse sulla base delle misure che gli strumenti a risposta veloce, ormai ampiamente disponibili e decisamente affidabili, riescono a fornirci.

Come abbiamo visto al Capitolo precedente, pur sussistendo dubbi non piccoli nella definizione di media e quindi di tempo di mediazione, la stima del valore medio di una generica variabile meteorologica non crea problemi particolari, se non in situazioni altamente non stazionarie. I problemi li troviamo nella stima degli altri momenti di interesse come la varianza, le covarianze (che rappresentano altrettanti flussi turbolenti quando una delle due variabili covariate è una componente del moto) ed i momenti di ordine superiore. Questi problemi sono sostanzialmente di due tipi differenti. Il primo problema è legato agli strumenti utilizzati. Come abbiamo visto, da strumenti a risposta lenta non è facile (e a volte è impossibile) ottenere varianze e covarianze fisicamente accettabili anche se esse sono proprio le grandezze su cui si basa la quantificazione della turbolenza del *PBL* sia attraverso le equazioni fluidodinamiche che attraverso la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov e le sue estensioni all'intero *PBL*. Per questo sono stati messi a punto metodi di stima basati sulla conoscenza delle sole variabili medie e sull'impiego della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov, visto che la maggior parte delle misure che considereremo vengono effettuate proprio nel *SL*. Ma anche quando disponiamo di strumentazione a risposta rapida (come l'anemometro ultrasonico triassiale, l'igrometro veloce e altri strumenti per la misura a risposta rapida della concentrazione di sostanze gassose), giungere alla stima della friction velocity u_* , del flusso turbolento di calore sensibile e latente e del flusso dei gas di interesse agrometeorologico non vuol dire semplicemente stimare in maniera campionaria le varianze e covarianze, di cui abbiamo discusso al Capitolo precedente, ma richiede molto di più.

Ma non è solo il concetto di valor medio ad essere problematico. Un altro concetto

problematico che finora non abbiamo considerato con la dovuta attenzione è la scelta del sistema di riferimento da utilizzare per definire le tre componenti del vettore vento. Ipotizziamo di porre in un punto x dello spazio (nel SL o in un'altra parte del PBL) un anemometro ultrasonico triassiale per misurare le tre componenti cartesiane del vettore istantaneo *vento*: viste le caratteristiche del sensore, i valori misurati ben poco differiscono da quelli *veri*. Per fare ciò è inevitabile orientare l'anemometro secondo un sistema di riferimento che, a priori, potrà essere arbitrario ma che normalmente è il sistema di riferimento meteorologico. Quindi l'anemometro ad ogni istante t nell'orizzonte di osservazione T restituirà le tre componenti V_x , V_y e V_z dove V_x è la componente W-E, V_y è la componente S-N e V_z è la componente basso-alto. Immaginiamo che nel periodo T siano disponibili N triple $(V_{x,i}, V_{y,i}, V_{z,i})$ dove $i = 1, \dots, N$. Con gli N valori delle tre componenti è immediato ed univoco definire una velocità ed una direzione media del vento nel periodo di osservazione T , ma con gli stessi valori istantanei è anche possibile ottenere la Matrice di Varianza-Covarianza tra le diverse componenti del moto, cioè il tensore degli Stress di Reynolds. Consideriamo concretamente il caso illustrato nella **Fig. 13.1** in cui vengono mostrati i 36000 valori delle tre componenti cartesiane del moto rilevate entro il SL da un anemometro sonico triassiale (caratterizzato da una frequenza di campionamento di 10 Hz) nell'arco di un'ora notturna.

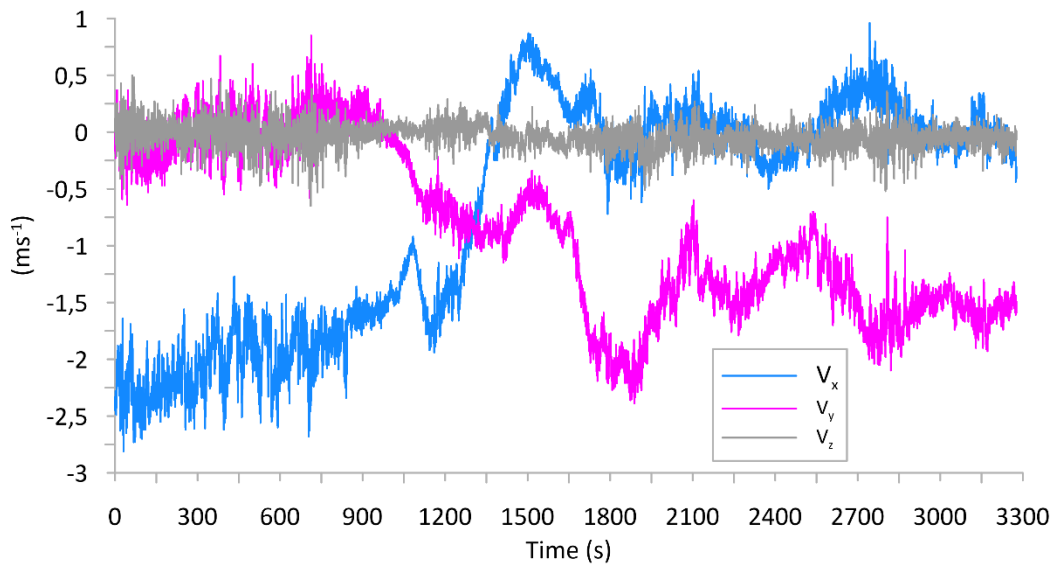


Fig. 13.1: misure istantanee prodotte da un anemometro sonico triassiale secondo il sistema di riferimento meteorologico (CNR-ISAC Roma – TorVergata, 01/08/2013 h. 3)

Per semplicità di scrittura indichiamo le tre componenti cartesiane del vento rilevate agli N istanti t_i nel sistema di riferimento meteorologico adottato dall'anemometro sonico come U_i ($i = 1, 2, 3$). Da esse otteniamo facilmente i valori medi $\bar{U}_i$ e le rispettive fluttuazioni u_i rispetto al valor medio. La turbolenza meccanica rilevabile da questa misura fatta nel SL dall'anemometro ultrasonico triassiale è completamente caratterizzata dalle varianze $\overline{u_j u_j}$ delle tre componenti del moto ($j = 1, 2, 3$) e dalle sei covarianze $\overline{u_i u_j}$ dove u_i è la fluttuazione attorno alla media (d'insieme) della componente istantanea U_i nella direzione i ($i = 1, 2, 3$). Queste varianze e covarianze, nel loro complesso, definiscono il *Tensore degli Sforzi di Reynolds* τ che può essere completamente descritto dalla *Matrice di Varianza-Covarianza* τ che è quadrata (è una matrice 3×3) e simmetrica (visto che per definizione si ha sempre $\overline{u_i u_j} = \overline{u_j u_i}$):

$$\tau = \begin{pmatrix} \overline{u_1 u_1} & \overline{u_1 u_2} & \overline{u_1 u_3} \\ \overline{u_2 u_1} & \overline{u_2 u_2} & \overline{u_2 u_3} \\ \overline{u_3 u_1} & \overline{u_3 u_2} & \overline{u_3 u_3} \end{pmatrix} \quad [13.2a]$$

Questa matrice, inoltre, è *semidefinita positiva*. Si ricordi che (Ayes, 1962) una matrice quadrata e simmetrica è semidefinita positiva se e solo se tutti i suoi Minori Principali sono non negativi.

Per rendersi conto di ciò, consideriamo per esempio la sottomatrice ottenuta eliminando la seconda riga e la seconda colonna il cui determinante è il minore principale M_{22} . In questo caso si ha che:

$$M_{22} = \det \begin{pmatrix} \overline{u_1 u_1} & \overline{u_1 u_3} \\ \overline{u_1 u_3} & \overline{u_3 u_3} \end{pmatrix} = \overline{u_1 u_1} \cdot \overline{u_3 u_3} - \overline{u_1 u_3}^2 \quad [13.2b]$$

Ricordando la disequazione di Schwarz secondo cui $\overline{u_1 u_3}^2 \leq \overline{u_1 u_1}^2 \cdot \overline{u_3 u_3}^2$ è evidente che M_{22} è non negativo e lo stesso vale per gli altri due minori principali. Quindi la Matrice di Varianza-Covarianza τ è semidefinita positiva. Le componenti diagonali sono i *normal stress*, mentre le componenti non diagonali sono gli *shear stress*. La traccia di questa matrice è, invece, pari a due volte l'Energia Cinetica Turbolenta k definita come:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u_1 u_1} + \overline{u_2 u_2} + \overline{u_3 u_3}) = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad [13.2c]$$

La teoria dei tensori asserisce che il valore assunto dai singoli elementi della Matrice di Varianza-Covarianza τ dipende completamente dal sistema di riferimento cartesiano ortogonale adottato per esprimere le componenti vettoriali del vento misurate dall'anemometro triassiale, cioè il tensore τ non è invariante ad una qualsiasi rotazione degli assi. Per rendersi conto concretamente di ciò, consideriamo le misure riportate in **Fig. 13.1** e calcoliamo la Matrice di Varianza-Covarianza relativa che risulta essere la seguente:

$$\tau_{met} = \begin{pmatrix} +0.9631 & -0.5610 & -0.0244 \\ -0.5610 & +0.5057 & +0.0188 \\ -0.0244 & +0.0188 & +0.0089 \end{pmatrix} \quad [13.1d]$$

Dai valori assunti dagli elementi diagonali si ottiene l'energia cinetica turbolenta che risulta pari a $k = 0.7388 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$, mentre la friction velocity u_* , se viene definita come consueto da:

$$u_* = [\overline{u_1 u_3}^2 + \overline{u_2 u_3}^2]^{1/4} \quad [13.2e]$$

assume il valore $u_* = 0.1755 \text{ m s}^{-1}$.

Se, però, sui medesimi dati istantanei vengono applicate due rotazioni successive per ricondursi ad un sistema di riferimento in cui l'asse x è diretto nella direzione del vento medio e l'asse z è perfettamente verticale, come è consuetudine nella maggior parte delle applicazioni di *Eddy-Covariance* per la stima dei flussi turbolenti (McMillen, 1988; Sozzi e Favaron, 1997; Wilczak e al., 2001), il quadro che si ottiene è completamente differente ed è quello riportato nella **Fig. 13.2** dove è mostrato l'andamento temporale della componente longitudinale U , trasversale V e verticale W del vettore vento istantaneo. Per semplicità anche se in maniera non corretta, definiamo questo sistema di riferimento *streamline*. Ciò che in **Fig. 13.2** viene mostrato è il medesimo evento fisico riportato nella **Fig. 13.1**, solo visto da un sistema di riferimento differente. Tuttavia, in questo caso, la Matrice di Varianza-Covarianza diventa la seguente:

$$\tau_{stream} = \begin{pmatrix} +0.13532 & -0.09051 & +0.00438 \\ -0.09051 & +1.33328 & -0.03369 \\ +0.00438 & -0.03369 & +0.00904 \end{pmatrix} \quad [13.2f]$$

Come si vede, tutti i suoi elementi hanno mutato profondamente valore (anche in segno) e da ciò si deduce che la Matrice di Varianza-Covarianza (e quindi il tensore degli stress di Reynolds da essa rappresentata) non è invariante alla rotazione degli assi. È poi facile mostrare come il valore dell'energia cinetica turbolenta non sia mutato e resti pari a $k = 0.7388 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ (è uno degli invarianti del tensore), mentre il valore della *friction velocity* è drasticamente cambiato, assumendo ora il valore $u_* = 0.1843 \text{ m s}^{-1}$. Ma le possibili rotazioni degli assi sono infinite! Quale scegliere quindi? Questo problema, cruciale nella quantificazione dei flussi turbolenti verticali di quantità di moto, di calore e di sostanza passiva è sostanzialmente ancora aperto e, come vedremo, nella pratica si adottano alcune soluzioni che tratteremo più avanti nel Capitolo e che in pratica cercano di individuare un sistema di assi tale da fornire alle diverse covarianze, cioè ai diversi flussi turbolenti, una solida base fisica.

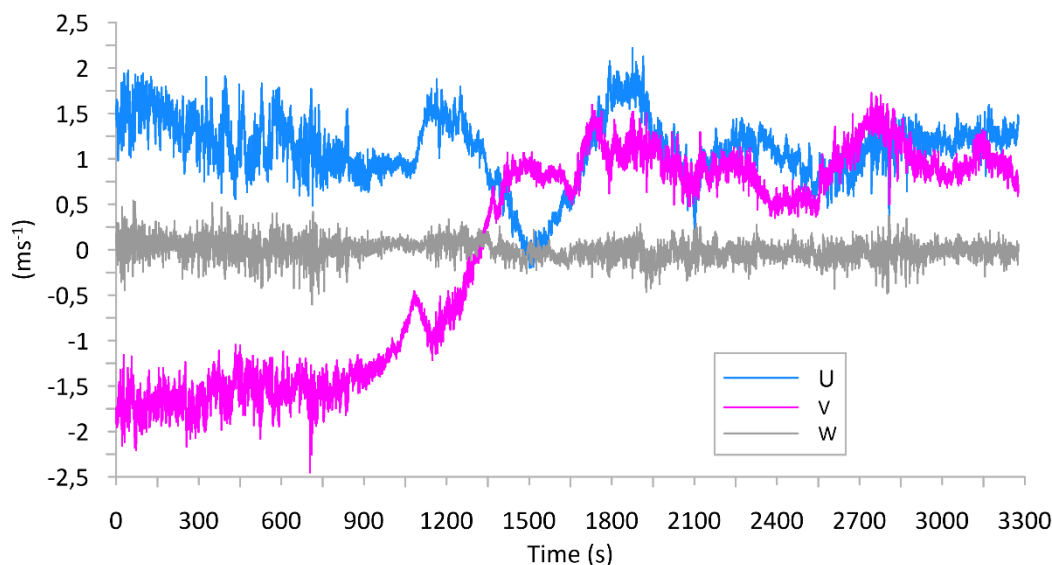


Fig. 13.2: andamento temporale delle misure istantanee delle componenti della velocità del vento mostrate in Fig. 13.1, ma riferite ad un sistema di riferimento streamline

In questo Capitolo e nel successivo vengono presentati due metodi che consentono di stimare direttamente dalle misure realizzate da sensori a risposta veloce i momenti di interesse (valori medi, varianze, covarianze, momenti di ordine superiore) delle principali variabili che caratterizzano il *PBL* con lo scopo dichiarato di giungere alla determinazione delle grandezze che descrivono quantitativamente la turbolenza del *PBL* (o più spesso del *SL*) come la *friction velocity* u_* , il flusso turbolento di calore sensibile H_0 , il flusso turbolento di calore latente H_E , la lunghezza di Monin-Obukhov L , l'energia cinetica turbolenta TKE , la dissipazione media di energia cinetica turbolenta ε ed il flusso verticale di sostanze passive H_c . Questi parametri possono essere ottenuti sia da un'analisi condotta nel dominio del tempo (argomento del presente Capitolo) sia anche, almeno in parte, da un'analisi condotta nel dominio delle frequenze (oggetto del Capitolo successivo). Questa è la ragione per cui i metodi che stimano *direttamente* questi parametri sono sostanzialmente due.

Il primo, il *Metodo Eddy-Covariance* (*EC*), è il più naturale e *semplicemente* stima i vari momenti di interesse dall'analisi statistica convenzionale dell'andamento nel tempo delle diverse variabili meteorologiche misurate da sensori che, almeno virtualmente, non inducono perturbazioni, sfasamenti e filtraggi sul segnale misurato. Come vedremo, non si tratta di un metodo monolitico ma piuttosto di una famiglia di metodi che si basano tutti sul semplice concetto di stima diretta della covarianza tra la componente verticale del moto w e le altre componenti del moto e con le grandezze scalari di interesse. Nato concettualmente un secolo or sono, per potersi sviluppare ha avuto bisogno di più di mezzo secolo per poter usufruire delle necessarie conoscenze di elettronica (analogica prima e digitale poi), di ottica quantistica (teoria dei laser) oltre che dello sviluppo di nuovi materiali e di strumenti di calcolo miniaturizzati ed efficienti. Per poter apprezzare completamente tutto ciò dal punto di vista storico e per poter anche comprendere lo spirito di entusiasmo, la creatività e la determinazione dedicata in questo mezzo secolo allo sviluppo di queste tecniche è opportuno solo rinviare alla Review realizzata da uno dei grandi protagonisti di questa storia, Dennis Baldocchi (2003).

Il secondo, invece, il *Metodo Spettrale*, ottiene informazioni da questi stessi segnali meteorologici analizzandoli però in frequenza. In realtà, il metodo spettrale diretto sembrerebbe avere un impiego più teorico che pratico, tuttavia da esso sono derivate metodiche di stima di notevole interesse. In particolare, si è visto, utilizzando il metodo dell'Ogiva, come sia possibile ottenere nel dominio delle frequenze i flussi turbolenti anche se i segnali misurati risultano contaminati da fluttuazioni non turbolente. Inoltre, come abbiamo visto, determinare nel dominio del

tempo il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta ε ed il tasso medio di dissipazione turbolenta della temperatura è praticamente impossibile con strumentazione da campagna. In questo caso vedremo che l'analisi spettrale apre la strada a metodi robusti con cui stimare tali parametri dal carattere altamente elusivo. Infine, ci sono delle situazioni sperimentali che rendono ardua l'applicazione del Metodo *Eddy Covariance*. Se consideriamo per esempio le misure in ambiente marino realizzate su una nave oceanografica o su una boa strumentata, notiamo immediatamente come sia impossibile garantire la verticalità di un eventuale anemometro ultrasonico triassiale presente. Vedremo che l'analisi nel dominio delle frequenze consente di aggirare questo problema.

13.1 INTERPRETAZIONE DELLE MISURE EDDY-COVARIANCE

Nelle equazioni prognostiche ricavate al Capitolo 5 per i valori medi delle variabili meteorologiche (le equazioni del moto, della temperatura potenziale virtuale, dell'umidità e quelle della concentrazione di un generico scalare) compaiono le covarianze tra le diverse variabili (momenti secondi) e ad alcune di tali covarianze al Capitolo 3 abbiamo informalmente anche attribuito il significato fisico di flussi turbolenti, cioè derivanti dallo stato di turbolenza che caratterizza il moto del fluido. Esempi significativi sono il flusso turbolento di calore sensibile e latente. Se aggiungiamo quanto detto sulla risposta dinamica dei vari sensori, potremmo concludere che impiegando sensori a risposta rapida non dovrebbe essere difficile misurare direttamente tali covarianze. Le covarianze, poi, tra la componente verticale del vento e le altre grandezze rappresentano, a meno di opportune costanti, i flussi verticali di tali grandezze.

Ciò ovviamente è tutto vero, ma con vari *distinguo* e quindi è opportuno fare alcuni approfondimenti, impiegando come caso generale il flusso turbolento verticale di uno scalare qualsiasi c (la temperatura potenziale virtuale, l'umidità, la concentrazione di CO_2 , di altri gas o una delle due componenti orizzontali del moto). In particolare con $c(\mathbf{x}, t)$ indichiamo la *concentrazione istantanea* di questa grandezza scalare ed ipotizziamo, inoltre, che valga l'ipotesi di Reynolds secondo cui:

$$c(\mathbf{x}, t) = C(\mathbf{x}, t) + c'(\mathbf{x}, t) \quad [13.3]$$

dove $C(\mathbf{x}, t)$ è il valore medio statistico della concentrazione della sostanza passiva e $c'(\mathbf{x}, t)$ è la fluttuazione, apparentemente stocastica, attorno al valor medio. La trattazione che segue, dopo una breve rivisitazione del concetto di flusso turbolento, presenterà considerazioni teoriche basate prevalentemente sui lavori di Paw U e al. (2000), Baldocchi (2003), Finnigan e al. (2003), Finnigan (2004) e van Dijk e al. (2005) che dovrebbero chiarire come interpretare le misure *EC* quando si ipotizza che siano disponibili tutte le misure istantanee necessarie prodotte da sensori ideali in un *PBL* paradigmatico.

13.1.1 I FLUSSI TURBOLENTI E L'IPOTESI DI REYNOLDS

Ipotizziamo di essere in una situazione paradigmatica di completa omogeneità orizzontale. In questo caso il moto medio delle masse d'aria risulta completamente parallelo al suolo piatto e diretto lungo l'asse x . Di conseguenza la componente verticale e trasversale media del moto sono entrambe nulle. Consideriamo, poi, una sostanza gassosa la cui presenza in aria è quantificata dal *mixing ratio in massa* s ($\text{kg}_{\text{gas}} / \text{kg}_{\text{dry air}}$). In un punto qualsiasi del *PBL*, non necessariamente nel *SL*, ad un istante t il Flusso verticale istantaneo di gas al tempo t è inevitabilmente pari a:

$$F_i(\mathbf{x}, t) = \rho_a(t) \cdot w(t) \cdot s(t) \quad [13.4a]$$

dove ρ_a è la densità dell'aria secca al tempo t , quando la velocità istantanea verticale è w e la concentrazione di gas è s . Quindi il flusso verticale istantaneo presenta le ben note caratteristiche turbolente, fluttuando in sincronia con le fluttuazioni di densità dell'aria, di velocità verticale del

vento e di concentrazione del gas. Il nostro interesse è però focalizzato al *Flusso Medio* di gas e quindi a:

$$F_z = \overline{F_t(\mathbf{x}, t)} \quad [13.4b]$$

Ora cerchiamo di capire come diventa l'espressione del flusso medio F_z una volta ipotizzata l'applicabilità della decomposizione di Reynolds (Burba, 2021). Di fatto, la relazione precedente può essere riscritta come:

$$F_z = \overline{(\bar{\rho}_d + \rho'_d) \cdot (\bar{w} + w') \cdot (\bar{s} + s')} \quad [13.4c]$$

cioè:

$$F_z = \overline{\bar{\rho}_d \bar{w} \bar{s} + \bar{\rho}_d \bar{w} s' + \bar{\rho}_d w' \bar{s} + \bar{\rho}_d w' s' + \rho'_d \bar{w} \bar{s} + \rho'_d \bar{w} s' + \rho'_d w' \bar{s} + \rho'_d w' s'} \quad [13.4d]$$

Ricordando che per le regole di mediazione considerate dall'ipotesi di Reynolds il valor medio delle fluttuazioni è nullo, la (13.3d) si riduce a:

$$F_z = \bar{\rho}_d \bar{w} \bar{s} + \bar{\rho}_d \overline{w' s'} + \bar{w} \overline{\rho'_d s'} + \bar{s} \overline{\rho'_d w'} + \overline{\rho'_d w' s'} \quad [13.4e]$$

A questo punto, sulla base delle evidenze sperimentali, si può asserire che le fluttuazioni di densità dell'aria secca possono essere normalmente trascurate e ciò comporta che:

$$F_z = \bar{\rho}_d \bar{w} \bar{s} + \bar{\rho}_d \overline{w' s'} \quad [13.4f]$$

Ricordando che in una situazione paradigmatica, per la *no-slip condition* la velocità verticale del moto è nulla, la relazione precedente si riduce a:

$$F_z = \bar{\rho}_d \overline{w' s'} \quad [13.4g]$$

Quindi il flusso turbolento verticale medio nel punto considerato è direttamente proporzionale alla covarianza tra la velocità verticale del vento e la concentrazione del gas. Ciò è vero se e solo se tutte le misure necessarie alla stima del flusso provengono da sensori ideali, puntuali, che non introducono sfasamenti e distorsioni e collocati nel medesimo punto e, inoltre, se il sito di misura presenta caratteristiche paradigmatiche (omogeneità orizzontale sia geometrica che morfologica e fluidodinamica).

Infine, quando si considerano i flussi orizzontali medi di gas in un punto $\mathbf{x}$ del *PBL* dovuti al moto longitudinale e trasversale dell'aria, sempre ipotizzando misure ideali e una situazione paradigmatica, essi saranno espressi da:

$$\begin{aligned} F_x &= \bar{\rho}_d \bar{u} \bar{s} + \bar{\rho}_d \overline{u' s'} \\ F_y &= \bar{\rho}_d \bar{v} \bar{s} + \bar{\rho}_d \overline{v' s'} \end{aligned} \quad [13.4h]$$

13.1.2 L'EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DI UNO SCALARE

La concentrazione istantanea c di uno scalare per cui esiste una sorgente localizzata nel punto $\mathbf{x}_0 = (x_0, 0, 0)$ deve necessariamente ubbidire alla legge di conservazione:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}c) = S(\mathbf{x}) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad [13.5a]$$

dove $\mathbf{u}$ è il vettore istantaneo del moto. Questa relazione è stata scritta in termini operatoriali, senza far riferimento di proposito ad un particolare tipo di sistema di coordinate e, secondo la Teoria dei Campi, essa deve valere qualunque sia il sistema di riferimento adottato. In questa relazione il termine di sorgente $S(\mathbf{x})$ è moltiplicato per la funzione generalizzata Delta di Dirac che evidenzia come tale termine agisca solo al suolo e nel punto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$. In questa equazione si nota anche come sia stata trascurata la diffusività molecolare in quanto irrilevante ai fini pratici.

La (13.5a) deve valere anche se si applica ad entrambi i suoi membri un operatore di media, qualunque sia la sua forma, cosa che ora faremo senza peraltro effettuare alcuna scelta operativa in merito. Dato che ciascun termine dell'equazione (13.5a) è uno scalare, l'equazione

di bilancio risulta indipendente dal sistema di coordinate impiegato, anche se i singoli termini della divergenza del flusso istantaneo $\mathbf{u}c$ lo sono. Per poter procedere è quindi indispensabile adottare un sistema di riferimento preciso e definirne univocamente l'orientamento. Per ora ipotizziamo che il sistema scelto sia cartesiano ortogonale in cui il vettore $\mathbf{u}$ è descritto in base ai tre versori $\mathbf{e}_i$ ($i = 1,2,3$) ortonormali tra loro e sia $\mathbf{e}_1$ il versore diretto secondo l'asse x , $\mathbf{e}_2$ secondo l'asse y ed $\mathbf{e}_3$ secondo l'asse z . In base a ciò vale la relazione:

$$\mathbf{u} = u\mathbf{e}_1 + v\mathbf{e}_2 + w\mathbf{e}_3 \quad [13.5b]$$

Un'importante proprietà di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale è che, una volta individuati i versori che lo definiscono in un punto qualsiasi dello spazio, tale sistema è definito ovunque. Quindi, impiegando questo sistema di riferimento, la (13.5a) può essere riscritta come:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} + \frac{\partial wc}{\partial z} = S(\mathbf{x}) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad [13.5c]$$

Applicando ai vari membri di questa equazione un opportuno operatore di media ed adottando per ogni variabile in essa presente la decomposizione di Reynolds, ciò che si ottiene alla fine è l'equazione prognostica per la concentrazione media $C(\mathbf{x},t)$ così espressa:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = - \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) + S(\mathbf{x}) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad [13.6a]$$

U , V e W sono il valor medio delle tre componenti cartesiane del moto e con i simboli F_x , F_y e F_z sono stati indicati i flussi dello scalare nelle tre direzioni coordinate, espressi come:

$$F_x = \overline{uc} \quad F_y = \overline{vc} \quad F_z = \overline{wc} \quad [13.6b]$$

dove, per semplicità di scrittura, u , v , w e c sono le fluttuazioni turbolente corrispondenti. Quindi la somma del tasso di variazione locale di C (primo termine) e dell'avvezione (i successivi tre termini) deve bilanciare esattamente la divergenza dei flussi della sostanza nelle tre direzioni coordinate ed il termine di sorgente.

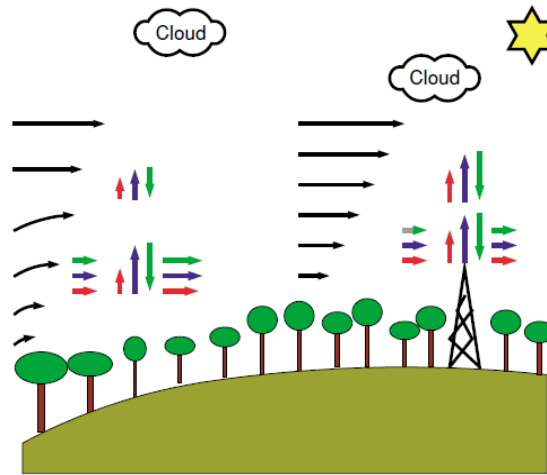


Fig. 13.3: rappresentazione concettuale dei processi descritti nella (13.6a) (Baldocchi 2003)

La Fig. 13.3 rappresenta i processi descritti dall'equazione di bilancio (13.6a). In essa si ipotizza di realizzare misure ideali di concentrazione istantanea di temperatura, vapor d'acqua e CO_2 sia in una situazione di terreno piatto (parte destra della figura) che in una posizione non ideale in cui il terreno presenta una pendenza significativa. Se ipotizziamo di collocare la torre di misura nella parte di collina con terreno ascendente (parte sinistra della figura), notiamo che i flussi turbolenti di calore (freccie rosse), di vapor d'acqua (freccie blu) e di CO_2 (freccie verdi) si originano ortogonalmente alle linee di flusso del vento (freccie nere). In questa zona della collina, le linee di flusso

del vento si comprimono e ciò dà luogo all'avvezione ed alla divergenza dei flussi con conseguente loro variazione con la quota, cosa che in figura viene mostrata dalla diversa lunghezza delle frecce che evidenziano i flussi. Quando, però, si misura sulla parte pianeggiante della collina dove le linee di flusso ritornano ad essere regolari e parallele, il profilo del vento torna ad essere logaritmico ed i flussi si mantengono costanti con la quota.

Se si opera in una situazione paradigmatica e stazionaria, il tasso locale di variazione della concentrazione media C è nullo. Se poi si ha una completa omogeneità orizzontale, l'avvezione si annulla così come si annulla la divergenza orizzontale dei flussi e ciò comporta una drastica semplificazione dell'equazione di bilancio (13.6a) che si riduce alla forma:

$$\frac{\partial F_z}{\partial z} = \frac{\partial \overline{wc}}{\partial z} = S(x) \cdot \delta(x - x_0) \quad [13.6c]$$

È quindi facile mostrare che, integrando la relazione precedente e tenendo conto che la sorgente è localizzata al suolo, se si realizza una misura ideale di covarianza alla quota h , si ha che:

$$\overline{wc}_h = S(x) \quad [13.6d]$$

dato che all'interfaccia aria-suolo la covarianza tra w e c è nulla per la *no-slip condition*. Ciò significa che la covarianza tra la componente verticale del moto e la concentrazione di scalare risulta pari al termine di sorgente che è poi il flusso turbolento verticale dello scalare stesso. Quindi, partendo dalla legge di conservazione di una sostanza scalare si è giunti ad una giustificazione convincente del fatto che le misure di covarianza, quindi le misure *Eddy-Covariance*, effettivamente consentono di stimare i flussi turbolenti verticali. Questa giustificazione *puntuale* è comunque un po' debole e ciò consiglia di approfondire nuovamente il tema avvicinandoci maggiormente alla realtà.

13.1.3 IL BILANCIO DI MASSA PER UN VOLUME DI CONTROLLO

Passiamo ora ad un'analisi un po' differente (Finnigan e al., 2003) e, per essere più vicini alla realtà, immaginiamo di isolare un *volume di controllo* di dimensione finita e di forma parallelepipedica con base al suolo e con altezza pari alla quota in cui è posto un sensore ideale a risposta rapida in grado di misurare simultaneamente le tre componenti cartesiane del vento (in particolare quella verticale) e lo scalare c considerato (**Fig. 13.4**). Ciò a cui siamo interessati è lo scambio di *massa* (cioè di scalare c) tra la superficie e l'atmosfera, cioè tra la base inferiore e quella superiore del parallelepipedo.

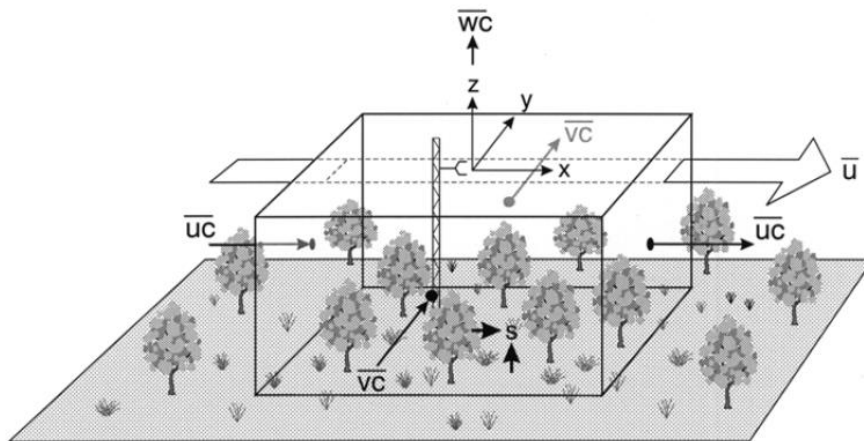


Fig. 13.4: volume di controllo su una porzione reale di suolo (Finnigan e al., 2003)

Prima di addentrarci nei dettagli, è opportuno evidenziare alcune assunzioni che facciamo normalmente ed istintivamente nel condurre questa analisi:

- a) inevitabilmente, per applicare il bilancio di massa al volume di controllo scelto si deve impiegare ed integrare sul volume di controllo l'equazione di conservazione della massa (o meglio dello scalare c) che, in termini generali, è espressa dalla relazione (13.5a);
- b) ad una scala sufficientemente fine, ogni superficie reale (naturale o meno) è intrinsecamente eterogenea, come ben si vede nella **Fig.13.4** dove è evidente la presenza di vegetazione di vario tipo, e ciò non può essere ignorato se si vuole che il bilancio di massa sia globalmente rappresentativo della superficie. Quindi il volume di controllo che prenderemo in considerazione dovrà avere la base inferiore in corrispondenza di una porzione finita di suolo e la sua forma è un parallelogramma, visto che adotteremo nell'analisi che seguirà un sistema di coordinate cartesiane ortogonali. È importante sottolineare che, in base a quanto detto, il volume di controllo ha dimensioni finite e non infinitesime (per esempio può avere lati dell'ordine di 100 m ed un'altezza pari a 10 m, quindi un volume dell'ordine di 10^5 m^3);
- c) per calcolare il bilancio di massa integrale nel volume di controllo è necessario misurare o stimare i flussi che attraversano le sue superfici laterali e la sua base superiore, oltre all'accumulo nel volume stesso. Una volta note queste quantità, possiamo ottenere per differenza il flusso dello scalare proveniente dal suolo;
- d) questo in teoria. In pratica il massimo che possiamo fare è misurare solo in pochi punti del volume di controllo (in un solo punto nella **Fig.13.4**) e quindi è necessario avere in qualche modo informazioni aggiuntive per completare il bilancio di massa;
- e) queste informazioni aggiuntive, normalmente, prendono la forma di ipotesi sulla simmetria e sull'omogeneità e/o ergodicità del campo di moto. Per esempio, normalmente assumiamo che la media temporale dei flussi turbolenti misurati alla sommità del volume di controllo sia equivalente alla media areale dei flussi misurati su tale superficie e che, se siamo in grado di misurare l'integrale verticale dell'accumulo di massa lungo una linea verticale (idealmente il palo di misura), allora tale integrale è equivalente alla media volumetrica entro l'intero volume di controllo di tale accumulo. È normale assumere, poi, che il campo di moto sia orizzontalmente omogeneo e in questo caso la divergenza orizzontale dell'avvezione e dei flussi turbolenti scompare, così tutti i termini del bilancio di massa diversi dallo scambio con la superficie possono essere misurati da un singolo punto di misura.

Queste cinque considerazioni evidenziano tre scelte che devono essere fatte per ottimizzare la stima dei termini del bilancio di massa (e di conseguenza la stima degli scambi superficiali):

1. la scelta della procedura di mediazione da applicare alle misure,
2. il sistema di coordinate da adottare e, come corollario, la procedura da usare per trasformare i vettori ed i tensori misurati nel nuovo sistema di riferimento adottato,
3. la simmetria che assumiamo per il campo di moto.

A loro volta, queste tre scelte non sono tra loro indipendenti. Per esempio, la particolare scelta dell'operatore media determina quale parte della velocità del vento debba essere trattata come *moto medio* e quale come *turbolenza*. Il moto medio, a sua volta, può essere usato per determinare l'orientamento del sistema di coordinate. Inoltre, il contributo del moto medio alla covarianza scalare totale è trattato come un flusso avvertivo e quindi considerato come deterministico, mentre quello legato alla turbolenza è un flusso turbolento e quindi di natura stocastica. Il fattore determinante nella scelta del tipo di media e del sistema di coordinate è la necessità di usare le informazioni nel modo più efficace possibile nel chiudere il bilancio di massa.

Il punto di partenza per il bilancio di massa è l'equazione di bilancio (13.5a) relativa ad un generico scalare c ed è un bilancio istantaneo in cui si è trascurata la diffusività molecolare. Come detto, dato che ciascun termine dell'equazione è uno scalare, l'equazione di bilancio è indipendente dal sistema di coordinate impiegato, tuttavia i singoli termini della divergenza del flusso istantaneo $\mathbf{u}c$ non lo sono. Finnigan (2004) ha studiato diverse possibili scelte del sistema di riferimento, ma per semplificare la discussione e per essere congruenti con le possibili applicazioni pratiche, conviene adottare un sistema cartesiano ortogonale in cui il vettore del moto $\mathbf{u}$ è descritto in base a tre versori come rappresentato dalla (13.5b). Adottando questo sistema di riferimento, la (13.5a) può essere riscritta nella forma seguente:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} + \frac{\partial wc}{\partial z} = S(\mathbf{x}) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad [13.7a]$$

Quando disponiamo di misure fatte in corrispondenza di un palo meteo, conviene orientare i versori di base $\mathbf{e}_i$ in modo che $\partial wc / \partial z$ (che è l'unica componente che possiamo misurare) approssimi il più possibile la divergenza totale del flusso, cioè che:

$$\frac{\partial wc}{\partial z} \gg \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} \quad [13.7b]$$

A causa della difficoltà di allineamento degli anemometri ultrasonici triassiali normalmente impiegati nelle misure *EC*, è diventata pratica standard utilizzare il vento medio misurato dall'anemometro per orientare i versori $\mathbf{e}_i$. Torneremo nel seguito sull'argomento, ma in sintesi (McMillen 1998, Kaimal e Finnigan, 1994):

- si adotta un'opportuna definizione di media ed un opportuno periodo di mediazione T (di ciò si tratterà più estesamente nel seguito) ottenendo che il vettore velocità media del vento abbia componenti $\mathbf{u} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$;
- la terna di versori $\mathbf{e}_i$ originali secondo cui è stata realizzata la misura viene ruotata in una nuova terna $\mathbf{e}'_i$ in modo tale che nel nuovo sistema di riferimento tutte le componenti medie del vento siano nulle tranne quella lungo il versore $\mathbf{e}'_1$;
- due rotazioni sono sufficienti per garantire l'allineamento di $\mathbf{e}_1$ (e quindi l'asse x) col vento medio, ma è necessaria una terza rotazione per fissare anche la direzione di $\mathbf{e}_2$ ed $\mathbf{e}_3$. Normalmente per raggiungere questo obiettivo si esegue un'ulteriore rotazione di assi attorno ad $\mathbf{e}'_1$ in modo tale che la matrice delle covarianze tra le componenti del moto v e w sia diagonale, cioè si esegue la trasformazione:

$$\begin{bmatrix} \overline{v^2} & \overline{vw} \\ \overline{vw} & \overline{w^2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \overline{v^2} & 0 \\ 0 & \overline{w^2} \end{bmatrix}$$

Di fatto in questo modo cerchiamo un sistema di riferimento in cui la velocità media del vento e il vettore orizzontale degli Stress di Reynolds siano paralleli tra loro. Spesso quest'ultima rotazione porta a situazioni non fisiche e perciò pragmaticamente normalmente la si ignora. Anche su questo punto ritorneremo nel seguito.

Orientato il sistema di assi cartesiani, il volume di controllo in cui condurre il bilancio è stato definito in tutti i dettagli. Perciò il passo successivo è quello di integrare la (13.5a) sul volume di controllo. Per fare ciò, riferendoci sempre alla **Fig. 13.4**, si immagini che la base del volume di controllo sia un quadrato di lato $2L$ (e quindi di area $A = 4L^2$) e la sua altezza sia h . Integriamo ora la (13.5a) e mediamo nel tempo i vari addendi che la compongono senza sottrarre il valor medio come richiesto dall'ipotesi di Reynolds. Ciò ci consente di ottenere la complicata relazione seguente che esprime il bilancio di massa riferito al volume di controllo:

$$\begin{aligned}
& \int_0^h \left[\frac{1}{4L^2} \int_{x-L}^{x+L} \int_{y-L}^{y+L} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} dx' dy' \right] dz + \\
& + \int_0^h \left[\frac{1}{4L^2} \int_{x-L}^{x+L} \int_{y-L}^{y+L} \left\{ \frac{\partial \bar{u} \bar{c}}{\partial x'} + \frac{\partial \bar{v} \bar{c}}{\partial y'} \right\} dx' dy' \right] dz + \\
& + \frac{1}{4L^2} \int_{x-L}^{x+L} \int_{y-L}^{y+L} \bar{w} \bar{c}(x', y', h) dx' dy' \\
& = \frac{1}{4L^2} \int_{x-L}^{x+L} \int_{y-L}^{y+L} S(x', y') dx' dy'
\end{aligned} \tag{13.8a}$$

Si noti che il terzo termine a sinistra ha questa forma perché si è sfruttato il Teorema:

$$\int_a^b \frac{df}{dx} dx = f(b) - f(a) \tag{13.8b}$$

e perché in corrispondenza della superficie, per la *no-slip condition*, la componente verticale del moto, anche istantanea, è nulla e quindi la covarianza tra w e c è di conseguenza pure nulla.

L'equazione (13.8a) è esatta, ma in realtà è impossibile misurare le medie orizzontali in essa presenti. Se però definiamo una *blending height* h_b (cioè un'altezza sopra il suolo in corrispondenza della quale le variazioni orizzontali nei flussi verticali medi dovute alle disomogeneità superficiali possono essere ritenute trascurabili) e se localizziamo lo strumento di misura ad un'altezza $h > h_b$ e nella posizione $x = y = 0$, allora, per definizione abbiamo che:

$$\bar{w} \bar{c}(x, y, h) = \bar{w} \bar{c}(0, 0, h) = \bar{w} \bar{c}(h) \tag{13.8c}$$

Inoltre, assumendo che sussista una completa omogeneità orizzontale sia per il campo di moto che per il campo di concentrazione, misurando quindi al di sopra della *blending height* si ha che:

$$\frac{\partial \bar{u} \bar{c}}{\partial x} \cong \frac{\partial \bar{v} \bar{c}}{\partial y} \cong 0 \tag{13.8d}$$

Se poi $\partial \bar{c} / \partial t$ misurata sul palo è rappresentativo dell'intero volume $Ah = 4L^2h$, allora il bilancio di massa diventa:

$$\int_0^h \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{w} \bar{c}(h) = \bar{S} \tag{13.8e}$$

dove:

$$\bar{S} = \frac{1}{4L^2} \int_{x-L}^{x+L} \int_{y-L}^{y+L} \bar{S}(x', y') \cdot dx' dy' \tag{13.8f}$$

La relazione (13.8e) ha una forma molto più semplice dell'equazione originaria e asserisce che, se si opera in situazioni stazionarie ed in condizioni di omogeneità orizzontale, misurando ad un'altezza non inferiore alla *blending height*, la covarianza alla sommità del palo eguaglia (se sono ammissibili tutte le ipotesi fatte) il flusso medio dello scalare proveniente dal suolo, cioè il *termine di sorgente* (positivo o negativo che sia). E ciò giustifica il fatto che si possano fare misure dirette di flusso con strumenti a risposta rapida e che tali misure siano effettivamente dei flussi turbolenti. Naturalmente quando si considera un terreno complesso dove le derivate orizzontali non possono più essere trascurate, non si può più giungere a queste conclusioni e quindi le misure *EC* non portano più alla stima corretta dei flussi turbolenti, questo almeno in teoria.

Finnigan e al. (2003) e Finnigan (2004) hanno studiato molto a fondo il problema dal punto di vista teorico e hanno fatto emergere le numerosissime difficoltà concettuali insite nelle approssimazioni che hanno condotto alla (13.8e), cioè alla conclusione che le misure *EC* consentono di stimare direttamente i flussi turbolenti. Comunque, tutte queste difficoltà non minano le basi del metodo che resta l'unico nel dominio del tempo in grado di produrre una stima ragionevolmente corretta dei flussi turbolenti, tanto più corretta quanto più la situazione operativa si

avvicina a quella ideale di stazionarietà e di omogeneità orizzontale. Nel lavoro di Mahrt (2010) si ripercorre ancora una volta le basi della metodologia *EC* e si evidenziano le relative debolezze. In particolare, si evidenzia come la separazione tra moti turbolenti e moti non turbolenti (a mesoscala o submeso) sia ben poco oggettiva e ciò introduce un elevato grado di incertezza nei flussi e nel loro significato soprattutto nelle situazioni ad elevata stabilità.

13.2 IL METODO EDDY-COVARIANCE IDEALE

Sulla base di queste considerazioni e giustificazioni, il metodo *EC*, cioè la misura diretta delle covarianze, può essere considerato il metodo di riferimento nel dominio del tempo con cui stimare i flussi turbolenti. Perché esso sia pienamente utilizzabile, bisogna studiare alcuni dei problemi emersi nelle discussioni teoriche e proporre per essi adeguate soluzioni pratiche, cosa che verrà fatta nei punti successivi. Ma prima di ciò, conviene illustrare nei dettagli il metodo *EC* nella sua versione ideale, cioè riferita ad una situazione paradigmatica.

Ipotizziamo di disporre di un sistema di misura *EC* costituito da un anemometro ultrasonico triassiale, da un igrometro veloce e da un ulteriore sensore a risposta rapida che misura la concentrazione di uno scalare (per esempio il rapporto di mescolanza di CO_2) e per il momento ipotizziamo che tali sensori siano ideali, cioè assumiamo che siano in grado, in ogni istante t e in un dato punto dello spazio (normalmente, ma non necessariamente, entro il *SL*), di misurare le tre componenti istantanee del moto (u , v , w), la temperatura potenziale virtuale istantanea θ e la concentrazione istantanea s di un generico scalare. Queste misure saranno perfettamente sincrone e realizzate nel medesimo punto, dato che i sensori ideali sono puntiformi (ovviamente cosa non vera). Nella realtà abbiamo visto che questo è vero solo con una certa approssimazione e ciò comporterà l'introduzione di apposite correzioni di cui tratteremo successivamente. Assumiamo, poi, come avviene nei sistemi reali, che la stazione *EC* sia dotata di un sistema di interrogazione e di acquisizione delle misure elementari (*polling*) in grado di:

- acquisire le misure con un *periodo di campionamento* Δt molto ridotto (e quindi con una *frequenza di campionamento* f_m elevata). Tipicamente Δt è dell'ordine di $0.1 \div 0.05$ secondi e quindi f_m di $10 \div 20$ Hz;
- sincronizzare tra loro le misure istantanee provenienti dai diversi sensori presenti nella stazione.

Il metodo *EC* all'apparenza è molto semplice e si può presentare fondamentalmente nel modo seguente. *Supponiamo* di considerare un sito completamente pianeggiante e regolare in cui le linee di corrente del flusso d'aria siano regolari (cioè parallele alla superficie e rettilinee) e di misurare in un *periodo di mediazione* T (dell'ordine dello *spectral gap*) le tre componenti istantanee del vettore vento (u , v , w), il valore istantaneo della temperatura potenziale virtuale θ e della concentrazione s di una generica variabile scalare (per esempio l'umidità dell'aria). *Supponiamo*, inoltre che:

- il periodo di mediazione T sia *abbastanza lungo* da consentire una stima statisticamente corretta delle varianze e delle covarianze delle diverse grandezze di interesse, però allo stesso tempo *sufficientemente breve* da consentire di ritenere stazionario lo stato complessivo del *PBL*. In concreto, T normalmente sarà dell'ordine di $15 \div 60$ minuti nelle situazioni convettive e di qualche minuto nelle situazioni stabili;
- supponiamo inoltre che in questo periodo di mediazione T il vettore vento e le altre grandezze siano misurate con la massima accuratezza possibile da sensori ideali di ordine zero (o al massimo del primo ordine). Ciò comporta che le misure ed i flussi da esse ottenute siano prive di errori;

- supponiamo di misurare il vettore vento rispetto ad un *sistema di riferimento cartesiano ortogonale* tale che l'asse x sia orientato lungo la direzione media del vento, che l'asse y sia collocato nel piano orizzontale e perpendicolare a x e che, infine, l'asse z sia perfettamente verticale al piano formato dagli assi x e y . In questo caso la componente istantanea del vento nella direzione x sia u , nella direzione y sia v e nella direzione z sia w . In questo sistema di riferimento, per definizione (ricordiamo la *no-slip condition*) si ha:

$$\bar{w} = 0 \quad [13.9]$$

Inoltre, ipotizziamo che il flusso verticale di quantità di moto orizzontale, che indichiamo col termine *Horizontal Reynolds Stress Vector* (Vettore dello Stress orizzontale di Reynolds), sia parallelo alla direzione media del moto. Nel caso la situazione sperimentale sia diversa, ci si riconduce a questa grazie ad opportune rotazioni degli assi.

Ad ogni istante t , nel periodo di mediazione T , ogni variabile di interesse (u, v, w, θ, s) si può considerare, secondo l'ipotesi di Reynolds, come la *somma di un valore medio e di una fluttuazione turbolenta*. Per esempio, se α è una generica variabile, $\alpha = \bar{\alpha} + \alpha'$ dove $\bar{\alpha}$ è il valor medio della variabile e α' è lo scostamento della stessa dalla media. Inoltre, nel periodo di mediazione T siano disponibili N misure per ogni variabile corrispondenti ciascuna agli istanti temporali $t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots, t_0 + N\Delta t$. Ovviamente t_0 è il tempo in cui inizia il periodo di mediazione (che può essere scelto arbitrariamente) e $N\Delta t = T$.

Per l'ipotesi di ergodicità, il valor medio di due generiche variabili α e β può essere stimato, se il numero N di misure è sufficientemente elevato, dalla rispettiva stima campionaria:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k \quad \bar{\beta} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \beta_k \quad [13.10a]$$

Se si teme di introdurre un errore di arrotondamento eccessivo nel calcolo del valore medio utilizzando queste relazioni, è possibile impiegare il metodo in due passi seguente. Per prima cosa si stima, per esempio per la variabile α , il valor medio di primo tentativo usando la relazione precedente ed ottenendo $\bar{\alpha}_*$. Quindi si applica la relazione seguente (van Dijk e al., 2005) che realizza la stima definitiva:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_* + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\alpha_k - \bar{\alpha}_*) \quad [13.10b]$$

In questa relazione il primo termine rappresenta il valor medio di primo tentativo, presumibilmente affetto da errore di arrotondamento, mentre il secondo termine ne è la correzione.

Sempre in maniera campionaria è possibile stimare la deviazione standard di una generica variabile α (il cui quadrato è la varianza campionaria) mediante la relazione:

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N [(\alpha_k - \bar{\alpha})^2]} \quad [13.11a]$$

Anche in questo caso, se con l'uso diretto di questa relazione si teme di introdurre un errore di arrotondamento eccessivo, è comunque possibile l'impiego della relazione a due passi seguente (Press e al. 1992):

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{k=1}^N (\alpha_k - \bar{\alpha})^2 - \frac{1}{N} \left[\sum_{k=1}^N (\alpha_k - \bar{\alpha}) \right]^2 \right\}} \quad [13.11b]$$

Anche se non strettamente richiesto dal metodo *EC*, è sempre conveniente stimare in maniera

campionaria il coefficiente di *Skewness* Sk ed il coefficiente di *Kurtosis* $Kurt$ utilizzando le due relazioni seguenti:

$$Sk = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\alpha_k - \bar{\alpha}}{\sigma_\alpha} \right]^3 \quad Kurt = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\frac{\alpha_k - \bar{\alpha}}{\sigma_\alpha} \right]^4 \right\} - 3 \quad [13.12]$$

Facendo riferimento alla **Fig. 13.5**, ricordiamo che un coefficiente di *Skewness* positivo comporta una distribuzione asimmetrica con una *coda* rivolta verso i valori positivi, mentre la situazione è speculare nel caso in cui Sk sia negativa. Inoltre una *Kurtosis* positiva implica una distribuzione a punta, mentre ad una *Kurtosis* negativa corrisponde una distribuzione *schacciata*.

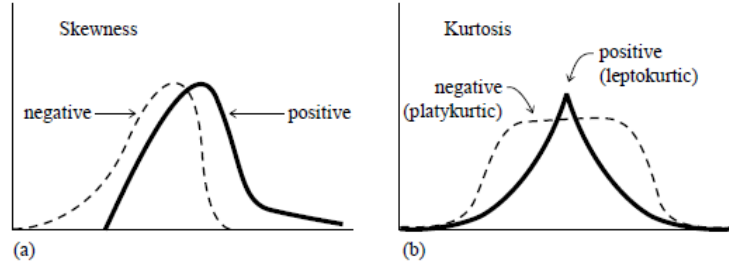


Fig. 13.5: esempio di *Skewness* e *Kurtosis* positive e negative (Press e al., 1992)

L'ingrediente principale del metodo *EC* è comunque la *covarianza* tra le due variabili α e β ; in particolare, se per esempio β è la componente verticale del moto, la covarianza tra le variabili α e β è proporzionale al flusso turbolento verticale della grandezza α . La covarianza tra due variabili, per le quali è noto o è stato stimato il rispettivo valor medio, può essere determinata in maniera campionaria grazie alla relazione:

$$\overline{\alpha'\beta'} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(\alpha_k - \bar{\alpha}) \cdot (\beta_k - \bar{\beta})] \quad [13.13]$$

L'anemometro ultrasonico triassiale produce ad un generico istante t_k nel periodo di mediazione T la misura virtualmente contemporanea delle tre componenti del moto u , v , w , le prime due orizzontali e la terza verticale. Quindi, nel periodo di mediazione T risultano disponibili N triple (u_k, v_k, w_k) con $k = 1, 2, \dots, N$. Da queste è possibile stimare la *Matrice di Varianza-Covarianza del vettore vento* definita come:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \sigma_v^2 & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \sigma_w^2 \end{bmatrix} \quad [13.14a]$$

Questa matrice è proporzionale al tensore degli Stress di Reynolds e quindi al flusso turbolento di quantità di moto. Nella situazione ideale considerata, in cui le linee di flusso sono regolari e parallele al suolo e l'asse x è parallelo alla direzione media del vento, le covarianze tra le componenti orizzontali del moto si annullano dato che il Vettore dello Stress orizzontale di Reynolds risulta parallelo alla direzione media del vento. In questa situazione ideale la Matrice di Varianza-Covarianza delle componenti del moto si riduce alla semplice forma seguente in cui nella diagonale stanno le varianze delle diverse componenti del moto e gli elementi non diagonali non nulli sono solo le covarianze tra la componente u e la componente w :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & 0 & \overline{u'w'} \\ 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ \overline{u'w'} & 0 & \sigma_w^2 \end{bmatrix} \quad [13.14b]$$

In generale, se si considera la Matrice di Varianza-Covarianza (13.14a), il modulo dello

sforzo orizzontale di Reynolds risulta pari a:

$$\tau = \rho_d \cdot u_*^2 \quad [13.14c]$$

dove u_* è la *friction velocity* definita come:

$$u_* = \left[\overline{u'w'}^2 + \overline{v'w'}^2 \right]^{1/4} \quad [13.14d]$$

e ρ_d ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) è la densità media dell'aria secca. Se poi ci si riducesse ad una situazione in cui il Vettore dello Stress orizzontale di Reynolds è parallelo alla direzione media del vento, allora la definizione di *friction velocity* sarebbe data da:

$$u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}} \quad [13.14e]$$

In generale il Vettore dello Stress orizzontale di Reynolds non è allineato con il vento medio e ciò è vero soprattutto in ambiente marino ed in presenza di orografia anche non molto complessa (Weber, 1999; Geissbuhler e al., 2000; Hiller e al. 2008). Il disallineamento tra il vento medio e il Vettore dello Stress orizzontale di Reynolds è quantificato dall'angolo:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\overline{V}}{\overline{U}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\overline{v'w'}}{\overline{u'w'}} \right) \quad [13.14f]$$

e questo disallineamento compare anche nelle situazioni molto vicine alla situazione ideale quando la convettività aumenta fino a giungere ad un regime di *free convention* (Bernardes e Dias, 2009). Dal punto di vista pratico, è sempre conveniente impiegare come definizione di *friction velocity* la relazione (13.8d).

Dalla Matrice di Varianza-Covarianza è possibile ottenere anche un altro indicatore che quantifica il livello della turbolenza presente nel PBL: l'*energia cinetica turbolenta* TKE definita dalla relazione seguente una volta stimate la varianza delle tre componenti del moto:

$$TKE = 0.5 \cdot [\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2] \quad [13.15]$$

L'anemometro ultrasonico triassiale, componente essenziale di ogni sistema EC, fornisce, con la stessa frequenza con cui produce le tre componenti istantanee cartesiane del moto, anche la temperatura sonica istantanea θ che, come si è visto, sostanzialmente coincide con la temperatura potenziale virtuale. La covarianza tra le tre componenti cartesiane del moto e θ definisce un vettore le cui componenti sono proporzionali al flusso turbolento di calore (perturbato dall'umidità presente in aria, vista la presenza della temperatura potenziale virtuale) nella direzione concorde con la componente del moto presente nella relativa covarianza:

$$\mathbf{V1} = \begin{bmatrix} \overline{u'\theta'} \\ \overline{v'\theta'} \\ \overline{w'\theta'} \end{bmatrix} \quad [13.16a]$$

Dal punto di vista fisico, dei tre flussi turbolenti di calore quello di maggiore interesse è il flusso turbolento verticale H_{0v} ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$), normalmente indicato come *Flusso Turbolento di Calore Sensibile Virtuale* (o Flusso Turbolento di Galleggiamento) e definito come:

$$H_{0v} = \rho_d C_p \overline{w'\theta'} \quad [13.16b]$$

In questa relazione è presente il calore specifico C_p di cui nel Cap. 1 è stata fornita una relazione per il calcolo. Il vero *Flusso Turbolento di Calore Sensibile* H_0 ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) è però proporzionale alla covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura non virtuale ed è pari a:

$$H_0 = \rho_d C_p \overline{w'T'} \quad [13.16c]$$

grandezza che non può essere dedotta direttamente dalle misure realizzate dall'anemometro ultrasonico triassiale. Su questa differenza ritorneremo tra breve.

L'indicatore principale della turbolenza presente nel *SL* è la *lunghezza di Monin-Obukhov* L il cui valore assoluto fornisce l'ordine di grandezza dell'estensione verticale dello strato superficiale. Come abbiamo visto, la Teoria della Similarità preferisce impiegare non tanto L quanto il rapporto di stabilità z/L (dove z è la quota di misura) definito come:

$$\frac{z}{L} = -\frac{kzg}{\bar{T}} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \quad [13.17a]$$

Nella definizione di z/L , oltre a comparire l'accelerazione di gravità g ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$), la costante di von Karman k (pari a 0.4), la quota di misura z (m) e la temperatura media T (K), compaiono anche la *friction velocity* u_* ed il flusso turbolento di calore sensibile virtuale H_{0v} . Per completezza, è pure possibile definire la temperatura di scala T_* che risulta pari a:

$$T_* = -\frac{\overline{w\theta}}{u_*} \quad [13.17b]$$

Quindi, se si è interessati al solo studio delle proprietà turbolente dello strato superficiale, è sufficiente impiegare il solo anemometro ultrasonico triassiale, eventualmente affiancato da un barometro e da un termometro.

Spesso in un sistema *EC* è presente un igrometro veloce che fornisce, idealmente in contemporanea con le tre componenti istantanee del moto e con la temperatura sonica e nello stesso punto di misura, il valore istantaneo di quantità di vapor d'acqua presente in aria. Se la presenza di vapor d'acqua è espressa in *mass mixing ratio* χ_v ($\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}\cdot\text{kg}^{-1}_{\text{aria secca}}$), allora anche in questo caso si può definire con le misure disponibili un vettore le cui componenti sono le covarianze tra le componenti del moto e χ_v , proporzionali al flusso turbolento di umidità secondo le rispettive componenti del moto:

$$\mathbf{V2} = \begin{bmatrix} \overline{u'\chi_v'} \\ \overline{v'\chi_v'} \\ \overline{w'\chi_v'} \end{bmatrix} \quad [13.18a]$$

Anche in questo caso il flusso turbolento di maggiore interesse è quello verticale e da esso è possibile ottenere l'*evapotraspirazione* E ($\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}\cdot\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$) definita come:

$$E = \rho_d \cdot \overline{w'\chi_v'} \quad [13.18b]$$

Se poi con λ si indica il calore latente di evaporazione (per il cui calcolo nel Cap. 1 è stata data una relazione apposita), allora il *Flusso Turbolento di Calore Latente* H_E ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) risulta pari a:

$$H_E = \lambda \cdot E = \lambda \cdot \rho_d \cdot \overline{w'\chi_v'} \quad [13.18c]$$

La presenza nel sistema *EC* di un anemometro ultrasonico triassiale e di un igrometro veloce consente quindi di determinare la covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura sonica e l'analoga covarianza tra la componente verticale del moto e la concentrazione di vapor d'acqua espressa come *mass mixing ratio*. Come vedremo, il flusso turbolento di calore latente è definito in maniera rigorosa dalla relazione precedente in cui compare la covarianza tra la componente verticale del moto w e il *mass mixing ratio* istantaneo χ_v . Purtroppo dagli igrometri veloci normalmente otteniamo l'umidità in termini di concentrazione e ciò richiederà l'applicazione di apposite correzioni (le correzione *WPL*) che non solo riconducono la concentrazione al *mixing ratio*, ma tengono conto anche delle differenze fisiche che si hanno misurando nelle due diverse unità di misura.

Il flusso turbolento di calore sensibile virtuale H_{0v} non coincide col flusso turbolento di calore sensibile H_0 perché ottenuto dalla covarianza tra la componente w e θ , la temperatura sonica. Schotanus e al. (1983), Liu et al. (2001) e van Dijk e al. (2005) hanno studiato il problema giungendo ad una relazione che consente, nota la covarianza tra w e θ e la covarianza tra w e χ_v' (*mixing ratio*, cioè $\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}\cdot\text{kg}^{-1}_{\text{aria secca}}$), di ottenere la covarianza tra w e la temperatura reale T . Essa

assume la forma seguente da cui si giunge facilmente ad H_0 impiegando la (13.16c):

$$\overline{w'T'} = \overline{w'\theta'} - 0.51 \cdot \bar{q} \cdot \overline{w'\theta'} - 0.51 \cdot \bar{\theta} \cdot \overline{w'\chi'_v} \quad [13.18d]$$

Come la covarianza tra w e θ differisce dalla covarianza tra w e T per la contaminazione della temperatura sonica da parte dell'umidità dell'aria, così anche la varianza di θ differisce dalla varianza di T per la stessa ragione. Schotanus e al (1983) e Liu et al. (2001) hanno studiato il problema giungendo alla relazione seguente:

$$\sigma_T^2 = \sigma_\theta^2 - 1.02\bar{T} \cdot \overline{\chi'_v T'} - 0.51^2 \bar{T}^2 \sigma_q^2 \quad [13.18e]$$

Se nella stazione *EC* è presente un sensore in grado di misurare con la necessaria velocità di risposta un generico scalare gassoso s (CO_2 , CH_4 , O_3 , NH_3 , VOC , ecc.), la cui presenza in aria è quantificata dalla relativa *mixing ratio* χ_s , analogamente alla temperatura sonica è possibile anche in questo caso definire e stimare il vettore delle covarianze:

$$\mathbf{V3} = \begin{bmatrix} \overline{u'\chi'_s} \\ \overline{v'\chi'_s} \\ \overline{w'\chi'_s} \end{bmatrix} \quad [13.19a]$$

ciascuna proporzionale al flusso turbolento della specie s nella direzione della componente del moto interessata dalla singola covarianza. Di queste tre covarianze sicuramente la più importante è quella che coinvolge la componente verticale del moto, proporzionale al flusso turbolento verticale F di s definito (in $\text{g}\cdot\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$) come:

$$F_s = \rho_a \cdot \overline{w'\chi'_s} \quad [13.19b]$$

Di norma gli analizzatori veloci di gas forniscono la concentrazione del gas ($\text{moli}\cdot\text{m}^{-3}$ o $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) piuttosto che in termini di *mixing ratio*. Come nel caso del vapor d'acqua, anche in questo caso il passaggio da un'unità all'altra non è solo algebrico, ma implica anche il tener conto dei differenti processi fisici considerati e richiede apposite correzioni (le correzioni *WPL* per i gas di cui tratteremo nel seguito).

Nel caso in cui sia presente un analizzatore veloce di particolato, la cui presenza in aria è quantificata dalla concentrazione c ($\text{g}\cdot\text{m}^{-3}$), allora il vettore delle covarianze:

$$\mathbf{V4} = \begin{bmatrix} \overline{u'c'} \\ \overline{v'c'} \\ \overline{w'c'} \end{bmatrix} \quad [13.20]$$

ne determina i flussi turbolenti ($\text{g}\cdot\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$) nelle tre direzioni cartesiane. Anche in questo caso il flusso turbolento di maggior interesse è quello verticale.

Spesso i flussi vengono stimati impiegando periodi di mediazione relativamente ridotti (es. di 5 ÷ 10 minuti) per diminuire l'errore derivante da trend o moti a mesoscala e solo successivamente i flussi contigui temporalmente vengono *composti* in flussi di *lungo* periodo. Per esempio le misure raccolte in 60 minuti spesso vengono suddivise in intervalli contigui e non sovrapposti di 5 minuti ciascuno per i quali vengono determinati i flussi di interesse depurandoli dall'influenza di elementi spuri alla turbolenza. Successivamente si è però interessati alla stima di questi flussi su base oraria e ciò, a rigore, non si può ottenere semplicemente mediando i flussi di breve periodo (quelli a 5 minuti). Foken (2008) suggerisce la procedura seguente:

- si consideri una variabile scalare generica x e la componente verticale del moto w e di queste due grandezze si considerino le relative serie storiche contemporanee aventi ciascuna M elementi (per esempio, se campioniamo con una frequenza di 10 Hz e consideriamo serie orarie, $M = 36.000$);
- suddividiamo queste serie storiche lunghe M in N sottorecord contigui temporalmente,

ciascuno di lunghezza K ($M = N \cdot K$) e per ogni generico sottoperiodo j si determinino in maniera campionaria i valori medi $\bar{w}_j$ e $\bar{x}_j$ ed il flusso turbolento $\overline{w'x'_j}$;

- la stima del flusso verticale della variabile x nel periodo lungo M può essere dedotta impiegando la relazione seguente:

$$\overline{w'x'} = \frac{1}{M-1} \left[(K-1) \sum_{j=1}^N \overline{w'x'_j} + K \sum_{j=1}^N \bar{w}_j \bar{x}_j - \frac{K^2}{M} \sum_{j=1}^N \bar{w}_j \sum_{j=1}^N \bar{x}_j \right] \quad [13.21]$$

Riassumendo, la sola presenza di un anemometro ultrasonico triassiale in una stazione *EC* (eventualmente affiancato da un normale barometro e termometro) consente la stima diretta delle principali forzanti del *SL* ed in particolare della forzante meccanica u_* e della forzante convettiva H_{0v} da cui risulta immediatamente possibile conoscere il parametro di stabilità z/L e la temperatura di scala T_* . Qualora siano presenti nella stazione *EC* altri sensori a risposta rapida, sono possibili altre stime. Infatti la presenza di un igrometro veloce consente di determinare in maniera campionaria il flusso turbolento di vapor d'acqua E (cioè l'evapotraspirazione) ed il flusso turbolento di calore latente H_E la cui conoscenza consente di ottenere il reale flusso turbolento di calore sensibile H_0 da H_{0v} direttamente ottenibile dalle misure soniche. Se poi nella stazione *EC* è presente anche un analizzatore veloce per una generica specie gassosa s allora è anche possibile ottenerne il relativo flusso turbolento verticale. Tutto ciò è vero se e solo se sono soddisfatte le ipotesi iniziali, cioè se:

- il tempo di mediazione adottato risulta ideale, cioè sostanzialmente tendente all'infinito; comunque se il tempo di mediazione scelto è tale da eliminare nei segnali acquisiti le fluttuazioni non turbolente;
- se le linee di flusso del campo di moto sono rettilinee e parallele alla superficie, cioè se si opera in una situazione fortemente paradigmatica,
- se l'anemometro triassiale ultrasonico risulta perfettamente verticale, cosa effettivamente impossibile nelle situazioni pratiche in cui alla fine il disallineamento verticale esiste sempre, anche se estremamente ridotto,
- se tutte le misure sono perfettamente sincrone e si riferiscono ad un punto dello spazio; ciò comporterebbe l'impiego di sensori di dimensioni puntiformi (ovviamente non esistenti) localizzati tutti nel punto di interesse;
- tutti i sensori dovrebbero essere caratterizzati da un tempo caratteristico di risposta nullo, quindi dovrebbero essere sensori ideali. In pratica solo l'anemometro ultrasonico triassiale presenta caratteristiche dinamiche abbastanza vicine a quelle ideali;
- tutti i segnali rilevati dovrebbero essere privi di disturbi derivanti dall'interazione tra il mondo esterno ed i vari sensori considerati.

In pratica non si è mai in grado di operare in queste situazioni ideali e quindi è necessario apportare opportune correzioni alle stime realizzate nella maniera delineata precedentemente ed in questo sta proprio la complicazione del metodo *EC*. Nei paragrafi che seguono si tratteranno in termini molto operativi proprio queste correzioni. La sequenza con cui tali argomenti verranno trattati di fatto è la sequenza con cui si dovrà operare nella pratica per ottenere le informazioni dei flussi turbolenti a partire dai segnali *grezzi* prodotti dai singoli sensori. Prima, però, di fare ciò, conviene riassumere brevemente quale dovrebbe essere la dotazione strumentale della tipica stazione *EC*.

13.3 SENSORI PER UN SISTEMA EDDY-COVARIANCE

Questo metodo si pone come obiettivo la stima diretta nel dominio del tempo delle varianze e delle covarianze che sono presenti nelle equazioni fluidodinamiche che descrivono matematicamente il *PBL* e che definiscono i parametri che ne quantificano il livello di turbolenza. Le basi concettuali del metodo non sono nuove e già Montgomery (1948), Swinbank (1951) e Obukhov (1951) avevano evidenziato come la conoscenza delle varianze e soprattutto delle covarianze consentiva di determinare quantitativamente lo scambio di calore, di quantità di moto e di massa tra un terreno piano ed orizzontalmente omogeneo e l'atmosfera sovrastante. Come abbiamo visto, in queste condizioni geometricamente e morfologicamente semplici, il trasporto netto tra superficie ed atmosfera è monodimensionale ed i flussi sono verticali e perciò proporzionali alla covarianza tra le fluttuazioni turbolente della componente verticale del moto e la quantità di interesse. I concetti erano chiari, ma ottenere misure adatte allo scopo non era facile a causa delle limitazioni strumentali dell'epoca legate alla impossibilità pratica di misurare con la desiderata accuratezza e velocità le fluttuazioni delle varie grandezze. In pratica la misura diretta di varianze e covarianze, e quindi il metodo *EC*, si è sviluppato di pari passo con lo sviluppo di anemometri a risposta rapida, come l'anemometro meccanico tri-propeller, e, soprattutto, con lo sviluppo dell'anemometro ultrasonico triassiale e dei sensori a risposta rapida per la misura della concentrazione di vapor d'acqua, di CO_2 e degli altri scalari di interesse agrometeorologico, sviluppo iniziato attorno agli anni '60 ed inizialmente limitato dagli alti costi e dalle difficoltà operative a prototipi impiegati in poche e costose campagne sperimentali dedicate all'esplorazione degli aspetti fondamentali della turbolenza del *PBL*. Il rapido sviluppo dell'elettronica e la miniaturizzazione degli strumenti di calcolo ha accelerato costantemente lo sviluppo di sensori con prestazioni sempre più elevate e con costi sempre inferiori facendo sì che oggi questa tecnica sia estremamente popolare, impiegata quasi universalmente per lo studio e l'osservazione della turbolenza del *PBL*, non solo durante campagne sperimentali di durata limitata ma anche in reti fisse di osservazione funzionanti in continuo.

L'importanza di questa tecnica di stima diretta della turbolenza atmosferica è sottolineata anche dal fatto che dopo oltre mezzo secolo di ricerca e di misure intensive ed estensive si sia sentito il bisogno di organizzare in maniera operativa tutto ciò che era emerso nella sua applicazione e a questo proposito vanno citati sia il lavoro organizzato da Lee, Massman e Law (2004) che quello organizzato da Aubinet, Vesala e Papale (2012) e di Burba (2021) cui ci riferiremo nella trattazione che faremo qui di seguito.

Il Metodo delle Correlazioni Turbolente (*Eddy-Covariance o Eddy-Correlation Method EC*) è l'unico metodo nel dominio del tempo che consenta la determinazione diretta dei principali parametri che descrivono la turbolenza del *PBL*. Una stazione meteorologica che consente l'impiego del metodo *EC* è costituita principalmente dai sensori seguenti:

- un sensore a risposta rapida che misura le tre componenti cartesiane del vento,
- un sensore a risposta rapida che misura la temperatura (potenziale) dell'aria θ o meglio la sua temperatura potenziale virtuale θ_v ,
- eventualmente sensori ulteriori, sempre a risposta rapida, che misurano il contenuto di vapor d'acqua e di altre sostanze passive (gas o particelle) di interesse. Come vedremo successivamente, le misure prodotte da questi sensori sono delle densità e non dei *mixing ratio* e ciò creerà qualche difficoltà operativa, comunque superabile.

Di norma, in una stazione *EC* il sensore principale è l'anemometro ultrasonico triassiale in grado, come si è visto, di misurare praticamente senza distorsione le tre componenti istantanee del vento ed il valore istantaneo di una temperatura dell'aria molto prossima alla temperatura virtuale. Di esso abbiamo trattato diffusamente al punto 11.1.4. Anche se questo sensore ha raggiunto ormai la sua maturità tecnologica, comunque non risolve tutti i problemi. In primo luogo *non è puntiforme* anche se le realizzazioni attualmente disponibili in commercio hanno

dimensioni decisamente contenute rispetto ai sensori della generazione precedente. In pratica le tre componenti del moto e la temperatura virtuale misurate da un anemometro sonico non sono rappresentative di un punto nello spazio, ma sono una sorta di valor medio caratteristico del *volume di misura* costituito dallo spazio delimitato dai tre percorsi acustici (*path*) la cui geometria varia da esemplare ad esemplare. A questa limitazione geometrica inevitabilmente è associata anche una limitazione in ciò che l'anemometro riesce a misurare. Infatti tutti i vortici turbolenti di dimensione inferiore alla lunghezza dei *path* non possono essere *visti* da questo sensore e perciò, almeno parzialmente, vengono persi. La sua misura non è, quindi, veramente puntuale ma è sostanzialmente volumetrica, anche se le realizzazioni tecnologiche attuali hanno consentito di ridurre drasticamente il volume di misura e quindi l'ammontare di turbolenza persa.



Fig.13.6: tipica stazione Eddy-Covariance costituita da un anemometro ultrasonico triassiale e da un misuratore all'infrarosso (IRGA) di H_2O e CO_2 (da www.awi.de)

Nella **Fig. 13.6** viene mostrata una tipica postazione di misura *EC* in cui è facile individuare l'anemometro ultrasonico triassiale ed il relativo volume di misura. Ma in questa figura si notano immediatamente altri problemi. Il primo è costituito dal fatto che l'anemometro, per quanto di dimensione fisica limitata, è comunque una struttura (in genere metallica) che in qualche modo interferisce e disturba il flusso dell'aria circostante. Quindi ciò che misura l'anemometro non è esattamente ciò che vorremmo misurare. A questo si può ovviare studiando come la presenza del solo anemometro perturbi fluidodinamicamente l'ambiente circostante ed individuando le opportune correzioni da apportare alle misure. Fortunatamente la quasi totalità degli anemometri in commercio è stata accuratamente studiata in galleria del vento, individuando con precisione le correzioni da apportare ed inserendo queste correzioni nell'elettronica che corredo ogni anemometro sollevando l'utilizzatore da questa incombenza. Possiamo dire quindi che le misure che otteniamo da un buon anemometro ultrasonico triassiale sono sempre già corrette all'origine da questo problema.

Ma come si vede, ci sono altri problemi visibili e sono dovuti al fatto che l'anemometro è inevitabilmente ancorato ad un palo (o a una torre di misura) e che spesso accanto a lui sono presenti altri sensori (in figura è presente un analizzatore *open-path* per CO_2/H_2O). Ciò inevitabilmente induce perturbazioni più o meno rilevanti al flusso originario delle masse d'aria. Molto si è studiato in proposito (Wyngaard, 1981b; Oost, 1991; Oost e al., 1994; Miller e al., 1999) ma a livello pratico non è stato possibile finora proporre semplici correzioni da apportare alle misure ottenute. Il modo migliore di operare è quello di prevenire nel limite del possibile l'insorgere di questo problema. Se si opera in una situazione in cui il moto medio delle masse d'aria varia in continuazione, una scelta conveniente è quella di impiegare un anemometro ultrasonico triassiale a configurazione omnidirezionale come quello rappresentato nella **Fig.11.30** posto alla sommità di un palo o di una torre meteorologica. In questo modo, il volume di misura delimitato dai *path* dell'anemometro risulta non ostruito dai sistemi di fissaggio al palo. Inoltre, se è prevista la presenza di altri sensori a risposta rapida per la misura dei flussi di gas o di particolato, in questo

caso si può operare nel modo seguente. Se i sensori veloci presenti richiedono un condotto di aspirazione per condurre l'aria alla cella di misura di cui sono dotati, allora tali condotti conviene che vengano affiancati alle strutture portanti dell'anemometro in modo da essere in qualche modo *nascoste* da queste ed effettuare il prelievo entro il volume di misura badando a non interrompere in alcun modo i *path* sonici. Nel caso, invece, in cui i sensori siano privi di condotti di aspirazione (come è il caso dell'analizzatore veloce di H_2O e CO_2 *open-path* mostrato in **Fig. 13.6**), essi devono essere posti lateralmente al volume di misura del sonico alla minor distanza possibile da esso e collocati in modo da perturbare il meno possibile il flusso dell'aria. A priori, sia il condotto d'aspirazione dei sensori per i gas ed il particolato che lo prevedono, sia i sensori stessi se privi di condotto d'aspirazione potrebbero essere collocati sopra o sotto il volume di controllo del sonico, tuttavia il ponderoso studio realizzato da Kristensen e al. (1997) dimostra che per minimizzare gli errori connessi con la non coincidenza tra il volume di misura del sonico e quello degli analizzatori di gas o di particolato è opportuno che tali analizzatori si collochino verticalmente sotto il volume di controllo del sonico. Ulteriori dettagli sull'argomento sono forniti nel libro di Aubinet e al. (2012) al Capitolo 2. Recentemente ci si è domandati se la geometria che caratterizza le varie realizzazioni commerciali di anemometri ultrasonici triassiali può influire sulle misure delle tre componenti del moto. Ricordando quanto abbiamo presentato al punto 11.1.4, i tre *path* possono essere organizzati in due modi diversi. Nel primo modo, non molto diffuso tra i sonici commerciali, i tre *path* di misura risultano ortogonali tra loro, mentre nel secondo modo i tre *path* di misura sono tra loro sghembi e ciò rappresenta la geometria propria alla maggioranza dei sonici commercialmente disponibili. Kochendorfer e al. (2012 e 2013) hanno realizzato osservazioni sperimentali da cui si dedurrebbe che una geometria con *path* sghembi comporta una sottostima della componente verticale w del moto, anche se Mauder e al. (2013) e Frank e al. (2013) consigliano una maggior cautela, vista l'estrema criticità delle osservazioni fatte.

Nel passato era consuetudine porre nel volume di controllo dell'anemometro ultrasonico un sensore veloce di temperatura (tipicamente una termocoppia o una termoresistenza) in modo da poter determinare il flusso turbolento di calore sensibile direttamente proporzionale alla covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura dell'aria. Ciò perché la temperatura sonica, praticamente coincidente con la temperatura virtuale, consentiva di determinare solo il flusso turbolento di calore sensibile virtuale. La fragilità intrinseca ad ogni tipo di termometro veloce di fatto rende difficile il suo utilizzo in campagne di lunga durata o in reti fisse. Attualmente è rara la presenza di un termometro veloce in una installazione *EC*, anche perché è sempre più frequente la presenza di idrometri veloci che consentono di determinare direttamente il flusso turbolento di calore latente, permettendo di eliminare dalla misura del flusso turbolento di calore sensibile virtuale, prodotta dall'anemometro sonico, la perturbazione indotta dall'umidità dell'aria e ottenendo comunque il desiderato flusso turbolento di calore sensibile.

Un sensore che molto frequentemente appare in un'installazione *EC* è l'igrometro veloce (Moncrieff e al. 1997). Tra gli igrometri veloci sviluppati va citato l'igrometro Lyman-Alpha, molto usato nel passato, anche se attualmente è più frequente l'impiego degli igrometri all'infrarosso (IRGA) anche perché normalmente essi consentono la misura simultanea sia del vapor d'acqua che della CO_2 , variabili di estremo interesse negli studi agrometeorologici. Questi sensori sono di due tipi differenti: *closed-path* ed *open-path*. Rimandando per i dettagli al libro di Aubinet e al. (2012), la prima categoria di sensori prevede l'esistenza di un condotto di piccolo diametro che preleva l'aria da analizzare entro il volume di misura del sonico e la convoglia, dopo averla purificata con filtri che eliminano particelle e condensa, ad una cella di misura che effettua la determinazione della concentrazione di questi due gas. La presenza del condotto di aspirazione, come vedremo, produce due effetti indesiderati, cui si rimedia con apposite correzioni. Il primo effetto è che manca la sincronia tra la misura della componente verticale del moto prodotta dal sonico e la concentrazione dei due gas rilevati dalla cella di misura, dato che l'aria prelevata al tempo t nel volume di misura del sonico, quando il sonico aveva misurato anche le componenti del moto, è analizzata dalla cella al tempo $t + \Delta t$ dove Δt è il tempo impiegato dall'aria prelevata a raggiungere la cella di misura. Il secondo problema sta nel fatto che la turbolenza che caratterizza l'aria nel punto di prelievo viene in qualche modo perturbata lungo il percorso fino alla cella

di misura. Entrambi questi problemi (ed altri non citati) sono stati dettagliatamente studiati e, come vedremo, sono disponibili ottime metodologie per la loro correzione. Non ci sono, invece, problemi di taratura del sensore visto che esso è sempre dotato di un proprio sistema di taratura interno. Al contrario, gli analizzatori *open-path* sono privi di un condotto di prelievo ed analizzano *in situ* l'aria lungo un *path*. In questo caso, le misure di concentrazione di H_2O e di CO_2 sono sostanzialmente sincrone con le misure della componente verticale del sonico e la turbolenza è praticamente proprio quella vista dal sonico, tuttavia, come vedremo, presentano altri problemi, tra cui la difficoltà nella loro taratura.

Per completare il quadro, va detto che sono ormai disponibili nuove generazioni di sensori veloci che consentono lo studio dei flussi di altri tipi di gas dal suolo all'aria e viceversa. Di essi non forniremo dettagli, rimandando per essi alla letteratura specializzata; basti ricordare i *Tunable Diode Laser* e gli *spettrometri Laser Quantum Cascade* per la misura di Metano (Kormann e al. 2001), di Ammoniaca (Ferrara e al. 2012) e di Ossido Nitroso, gli *spettrometri di massa Proton Transfer Reaction* per la misura dei composti organici volatili (VOC) (Spirig e al., 2005; Muller e al., 2010) e i *sensori a chemiluminescenza* per la misura di Ozono. Le realizzazioni finora disponibili per questi sensori sono tutte *closed-path*. I flussi turbolenti di alcuni dei gas sopra elencati (Ammoniaca e VOC soprattutto) non hanno un interesse esclusivamente agrometeorologico, ma sono importanti anche per le problematiche relative all'inquinamento atmosferico, soprattutto perché Ammoniaca e VOC sono i precursori del particolato secondario e perché i VOC rivestono un ruolo fondamentale nei fenomeni ossidanti che hanno luogo in atmosfera.

Fin qui si è ipotizzato di misurare i flussi turbolenti di scalari gassosi, ma recentemente è diventato d'interesse anche la misura del flusso verticale di particolato (solido o aerosol). Questo particolato, che presenta una gamma dimensionale molto vasta, può essere prodotto naturalmente dall'erosione della superficie terrestre (specialmente se desertica o marina) da parte del vento, può essere prodotto dai processi di combustione (le emissioni industriali, quelle domestiche, quelle auto veicolari dirette ecc.) e può derivare anche da reazioni chimiche in atmosfera. Da qui l'interesse alla misura di tali flussi. Senza approfondire l'argomento, val la pena ricordare che sono stati messi a punto sistemi *EC* (tutti *closed-path*) in cui si misura il flusso verticale di particolato sottile impiegando, accanto all'anemometro ultrasonico triassiale, altri sensori come l'*Optical Particle Counter*. Per alcuni dettagli sull'argomento si faccia riferimento a Martensson e al. (2006), Fratini e al. (2007), Ruuskanen e al. (2007) e Norris e al. (2008).

13.4 IL CALCOLO DEI FLUSSI DAI DATI GREZZI

Gli elementi conoscitivi che stanno alla base del metodo *EC* sono le serie storiche originali (*raw data*) raccolte dall'anemometro ultrasonico triassiale e dagli altri sensori a risposta rapida e a bassa inerzia, che compongono una stazione di misura micrometeorologica, collocati in prossimità del suolo e comunque entro il *SL*. I dettagli tecnici relativi:

- alle caratteristiche statiche e dinamiche dei vari sensori meteorologici
- alle caratteristiche del sistema di acquisizione, elaborazione e trasmissione dati

sono stati trattati estesamente ai Capitoli 10, 11, 12 cui si rimanda. Qui ipotizziamo di disporre di queste serie storiche ed ipotizziamo, inoltre, che esse siano prodotte da sensori di ordine zero, quindi praticamente ideali. Quando ciò non potrà più essere ritenuto una buona approssimazione della realtà, predisporremo opportune correzioni, ma di ciò tratteremo successivamente. L'obiettivo che qui ci poniamo è quello di descrivere nei dettagli le procedure di elaborazione di tipo campionario che devono essere messe in atto nell'ambito del metodo *EC* per poter ottenere dalle serie storiche disponibili da una stazione *EC* gli indicatori statistici che quantificano la turbolenza presente nel *SL*.

Il primo problema da affrontare è la presenza frequente nelle serie storiche di dati

anomali, cioè di dati isolati che si discostano in maniera significativa dal *normale* andamento della variabile considerata. In genere, tali dati rappresentano picchi isolati (*spikes*) normalmente prodotti da situazioni anomale strumentali (per esempio interferenze elettriche o meccaniche) o ambientali (per esempio l'azione delle gocce di pioggia sui trasmettitori acustici dell'anemometro ultrasonico). Questi dati anomali, anche se normalmente in numero esiguo, possono alterare sensibilmente il valore dei momenti della variabile la cui serie storica presenta una tale contaminazione. Perciò, la prima metodologia da sviluppare, prima di por mano all'elaborazione dei *raw data*, è quella di individuare gli *spikes* e di eliminarli o sostituirli con valori più realistici.

Il secondo problema è costituito dalla serie storica della temperatura *sonica* che, come abbiamo visto, di fatto coincide con la temperatura virtuale. A seconda della geometria dei vari anemometri ultrasonici impiegati, essa è più o meno *contaminata* dalla componente trasversale del vento ed è quindi necessaria una correzione per eliminare questa interferenza non desiderata.

Sono stati poi condotti studi su possibili errori nella determinazione delle componenti del moto misurate con un anemometro ultrasonico triassiale dovute all'*angolo di attacco*, cioè all'angolo tra il vettore vento e l'orizzontale. Non ci addentreremo in questa problematica ancora controversa per la quale sono state studiate correzioni solo per alcuni tipi di anemometri, rimandando gli interessati a Nakai e al. (2006) e Nakai e Shimoyama (2012).

Se nella stazione *EC* operano sensori a risposta rapida per la misura di vapor d'acqua, CO₂, CH₄, NH₃ ed altre sostanze gassose, bisogna stabilire quale definizione di concentrazione in aria adottare. Come vedremo, è necessario che la definizione sia tale da considerare la sostanza conservativa e quindi l'unica definizione corretta da impiegare per la concentrazione è quella del rapporto di mescolanza che, normalmente, non è l'unità di misura che caratterizza i *raw data* prodotti dai vari sensori. Quindi, sarà inevitabile mettere a punto un'opportuna metodologia che trasformi queste serie storiche ed i momenti ottenuti da esse nell'unità di misura opportuna.

A questo punto verrà affrontato il problema pratico di individuare un opportuno sistema di riferimento cartesiano in cui operare. Una volta individuato, i *raw data* delle tre componenti del vento prodotti dall'anemometro ultrasonico triassiale dovranno essere ruotati in questo nuovo sistema di riferimento che *forza* l'ottenimento di quelle situazioni ideali richieste dai ragionamenti sviluppati al Paragrafo 13.1.3. Per fare ciò, però, è necessario aver effettuato un'opportuna scelta dell'operatore media da adottare e del periodo di mediazione entro cui campionare i *raw data*.

Dai *raw data* a questo punto è possibile ottenere le stime preliminari della Matrice di Varianza-Covarianza delle componenti del moto, le varianze delle diverse grandezze scalari (temperatura, concentrazione di vapor d'acqua, ecc.) ed i relativi vettori dei flussi turbolenti. Noto ciò, l'ottenimento della stima preliminare della *friction velocity* u^* , di H_0 , di H_E , di L e degli altri flussi è immediata. Apparentemente, il metodo *EC* potrebbe terminare qui. In realtà si deve inevitabilmente procedere ulteriormente per raffinare e rendere più realistico il prodotto di questa prima parte del metodo.

13.4.1 QUALITY CONTROL DEI DATI GREZZI

Non è raro che la strumentazione *EC* (cioè l'anemometro ultrasonico triassiale ed eventualmente altra strumentazione ad esso collegata per la rilevazione veloce del contenuto di vapor d'acqua, di CO₂, di CH₄, di N₂O e di pressione) produca serie di misure consecutive in cui sono presenti dei dati anomali caratterizzati da un forte ed evidente scostamento dall'andamento medio della variabile. Essi potrebbero essere del tutto naturali, ma più spesso sono causati da picchi di potenza nell'alimentazione elettrica, da rumore elettronico, da problemi di trasmissione, da induzioni elettromagnetiche, dalla perturbazione indotta da animali (soprattutto insetti) e da disturbi meteorologici. Un esempio tipico di ciò è costituito dalle gocce di pioggia o di nebbia (El-Madany e al. 2013) che possono perturbare il funzionamento degli apparati di misura, in particolare il funzionamento dell'anemometro ultrasonico triassiale e degli igrometri veloci. Questi dati anomali (*spikes*), spesso occasionali e ridotti in numero, devono essere individuati e rimossi prima di effettuare i calcoli previsti dal metodo *EC*, cosa non semplice e priva di ambiguità. Se non venissero rimossi

(o sostituiti con valori realistici) potrebbero alterare sensibilmente i valori medi ed i momenti di ordine superiore anche se la loro presenza risultasse poco numerosa.

Al problema degli *spikes* si aggiungono altri problemi che possono occasionalmente complicare l'applicazione del metodo *EC*. Il primo di essi è costituito dal fatto che in certe situazioni o del tutto naturali o dovute a malfunzionamento della strumentazione (sensori e/o apparati di acquisizione dati) la risoluzione con cui viene realizzata la misura non è sufficiente a catturare le fluttuazioni turbolente; in questo caso se grafichiamo la serie storica notiamo in essa un tipico *andamento a scala* (*step ladder*). Se il problema individuato è un problema strumentale, inevitabilmente l'intero *record* di dati dovrà essere scartato perché privo di significato fisico. Un altro problema tipico è costituito dai *dropouts*, cioè da improvvisi *salti* nel segnale meteorologico di durate rimarchevoli. Questo problema è particolarmente subdolo perché a volte i *dropouts* sono del tutto naturali, come vedremo in seguito. Ma se il *dropout* non è naturale, evidenzierà un grave malfunzionamento nella strumentazione e costringerà ad eliminare l'intero record di misure perché prive di realistica.

13.3.1.1 Eliminazione degli spikes

Il problema della presenza di *spikes* in un segnale, come illustrato dalla **Fig. 13.7**, è stato affrontato sistematicamente in un lavoro di Højstrup (1993) ed i risultati ottenuti sono stati utilizzati da Vickers e Mahrt (1997) che hanno individuato una procedura operativa per individuare e sostituire gli *spikes* presenti nelle varie serie storiche. Questa procedura è stata applicata praticamente da tutti gli utilizzatori della *EC*, pur con alcune lievi differenze.

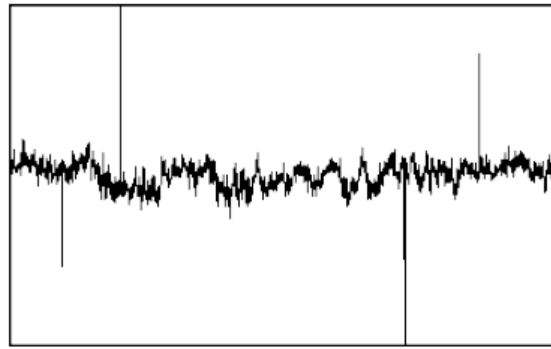


Fig. 13.7: spikes in una serie storica (LI-COR 2013)

Il primo passo della procedura è verificare che ogni singolo dato grezzo non si collochi fuori da un intervallo fisicamente plausibile. La scelta dei limiti di questo intervallo non è semplice visto che stiamo parlando di dati istantanei e non di valori medi che possono essere riferiti a dei valori climatologici abbastanza facilmente individuabili. Per quanto riguarda le componenti del moto orizzontali u e v e per la componente verticale w si possono individuare questi intervalli di accettabilità se le misure sono realizzate in prossimità del suolo (Rebmann e al., 2012):

$$|u| < 30 \text{ m s}^{-1} \quad |v| < 30 \text{ m s}^{-1} \quad |w| < 5 \text{ m s}^{-1}$$

Per la temperatura sonica θ_s , se θ_m è, per esempio, il valor medio mensile della temperatura nei pressi del suolo, si può considerare l'intervallo di accettabilità seguente:

$$|\theta_s - \theta_m| < 20 \text{ K}$$

oppure ipotizzare che un valore istantaneo di temperatura non possa stare all'infuori di un intervallo prefissato. Per esempio, se si misura alle medie latitudini, questo intervallo potrebbe essere pari a $-20^\circ\text{C} \div +50^\circ\text{C}$. Ovviamente se misuriamo in una stazione polare, questo intervallo di accettabilità fisica dovrà variare. Molto più complesso è l'individuazione di intervalli di accettabilità per le diverse grandezze scalari. Alcuni possibili intervalli potrebbero essere i seguenti:

$$\begin{aligned}
\text{CO}_2: & 200 \div 600 \quad \mu\text{mole/mole} \\
\text{H}_2\text{O}: & 0 \div 40 \quad \text{mmole/mole} \\
\text{CH}_4: & 0.170 \div 1000 \quad \mu\text{mole/mole}
\end{aligned}$$

Il secondo passo è dedicato alla ricerca degli *spikes* che non vengono individuati dagli intervalli di accettabilità fisica. In termini del tutto generali, la procedura consiste nell'ispezionare l'intera serie di misure consecutive e di individuare quei valori che si vanno a collocare all'esterno di un certo prefissato intervallo individuato dato da:

$$I = \mu_x \pm k \cdot \sigma_x \quad [13.22a]$$

dove μ_x è il valor medio delle misure della serie, σ_x è la relativa deviazione standard e k è un opportuno fattore moltiplicativo. Il valore attribuibile al parametro k è in qualche modo arbitrario, ma può essere individuato tenendo conto che la Teoria della Distribuzione Normale asserisce che (Goring e Nikora, 2002) N variabili indipendenti ξ_i , distribuite identicamente secondo una normale standardizzata (media nulla e varianza unitaria), sono caratterizzate da un valore atteso per il massimo del modulo di tali variabili pari a:

$$E[|\xi_i|_{\max}] = \sqrt{2 \cdot \ln N} = \lambda_U \quad [13.22b]$$

dove λ_U prende il nome di *Universal Threshold*. Per una variabile stocastica caratterizzata da una deviazione standard σ , il valore massimo atteso sarà naturalmente pari a:

$$E[|\xi_i|_{\max}] = \sqrt{2 \cdot \ln N} \cdot \sigma = \sigma \cdot \lambda_U \quad [13.22c]$$

In sostanza, un valore indicativo per il parametro k nella relazione (13.22a), visto che le variabili coinvolte nella *EC* non sono necessariamente distribuite in maniera normale e non sono necessariamente indipendenti, può essere proprio quello suggerito dalla relazione (13.22c) per λ_U che, come si vede, dipende esclusivamente dal numero di dati presenti nella serie di misure elementari considerate. Nella **Tab.13.1** sono indicati alcuni valori tipici per λ_U e quindi per k . Come si vede, per la tipica numerosità del campione di dati presa in considerazione dal metodo *EC*, λ_U (e quindi anche k) è dell'ordine di 4.

Numero di dati N	Valore di λ_U
9000	4.27
18000	4.43
36000	4.58
72000	4.73

Tab. 13.1: valori del parametro λ_U

Sulla base di tutto ciò, la procedura operativa proposta da Vickers e Mahrt (1997) si compone dei seguenti passi operativi:

Passo 0: si seleziona per la costante k il valore 3.5 (abbastanza inferiore ai valori riportati nella **Tab. 13.1**) per le variabili u , v , θ e per la concentrazione di CO_2 e H_2O , mentre si usa il valore 5.0 per la variabile w e 8.0 per la concentrazione di CH_4 e N_2O .

Passo 1: a partire dal primo dato della serie, si selezionano i primi M dati della serie da cui si ottiene il valor medio μ_x e la deviazione standard σ_x . Il valore di M dovrà essere individuato sulla base della frequenza di campionamento adottata e sulla base di un intervallo temporale compatibile con lo *spectral gap*. Gli Autori consigliano di selezionare M in modo tale che l'ampiezza della finestra temporale considerata sia pari a circa 1/6 del tempo di mediazione adottato (es. se il tempo di mediazione è di 60', l'ampiezza della finestra temporale considerata sarà di 10 minuti). Ora, se un punto entro la finestra

temporale considerata non rispetta la relazione (13.22a), viene provvisoriamente considerato uno *spike*. Fatto ciò, si sposta in avanti la serie di metà della finestra temporale, si ripete la procedura precedente e se nella finestra compare un dato classificato provvisoriamente come *spike*, lo si ignora. Si procede in questa maniera fino all'esaurimento del record di dati.

Passo 2: se nel passo precedente sono stati individuati degli *spikes*, allora si aumenta di 0.1 la costante k corrente e si ripete l'intero procedimento del passo precedente per un massimo di K volte (per esempio fino a 20 volte) o finché non si individuano ulteriori *spikes* nella serie storica.

Passo 3: non necessariamente un dato che eccede l'intervallo di verosimiglianza individuato può essere ritenuto anomalo, proprio perché le misure considerate dalla *EC* non sono necessariamente distribuite in maniera normale, non sono tra loro indipendenti ed il processo da cui provengono non è necessariamente un processo stocastico stazionario. In effetti potrebbero esserci delle valide ragioni fisiche per la presenza di queste forti variazioni rispetto alla media e per poter, almeno rozzamente, separare eventi di questo genere da dati veramente anomali, è possibile osservare che una situazione apparentemente anomala, ma plausibile fisicamente dovrebbe essere caratterizzata da una certa persistenza. Vickers e Mahrt (1997) ritengono che le anomalie indotte dall'elettronica, dai processi di induzione elettromagnetica e dall'azione delle gocce di pioggia dovrebbero caratterizzare eventi di durata molto limitata e, se nella serie si individuano 4 o più *spikes* consecutivi, allora queste misure possono essere ritenute attendibili dal punto di vista fisico. Tutti gli altri *spikes* diventano a questo punto definitivi e vengono attribuiti a situazione di anomalia strumentale.

Passo 4: il record viene scartato se il numero complessivo di *spikes* definitivi risulta superiore all'1% del numero teorico di misure del record.

Il risultato finale della procedura è quello illustrato nella **Fig.13.8**.

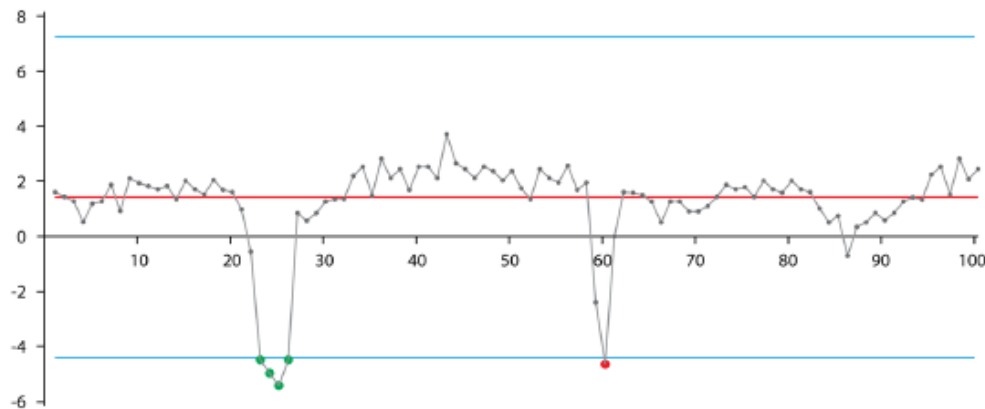


Fig.13.8: individuazione di uno *spike* (punto rosso) e di una serie di outliers (punti verdi) che, per la loro persistenza, il metodo ha ritenuto fisicamente accettabili (LI-COR 2013)

La procedura di Vickers e Marht (1997) è piuttosto pesante dal punto di vista computazionale visto che è iterativa e per questo è di notevole interesse la metodologia alternativa proposta da Mauder e al. (2013) che non prevede alcun tipo di iterazione. Questa procedura per prima cosa individua la *mediana* x_{median} dell'intero record di valori elementari x_i ed il parametro *MAD* definito come:

$$MAD = \text{Mediana di } \{|x_i - x_{\text{median}}|\} \quad [13.23a]$$

A questo punto, si suddivide l'intero record di misure elementari in M sottorecord di lunghezza

non superiore a 30 minuti. Un generico dato elementare del sottorecord x_i può essere considerato uno *spike* se si viene a collocare all'esterno dell'intervallo seguente:

$$x_{median} - \frac{q \cdot MAD}{0.6745} \leq x_i \leq x_{median} + \frac{q \cdot MAD}{0.6745} \quad [13.23b]$$

dove la costante q è una soglia che gli Autori pongono pari a 7. Il valore 0.6745 deriva da ulteriori considerazioni statistiche. Rispetto alla procedura precedente, questa procedura probabilmente è statisticamente più *robusta* e sicuramente più veloce.

Molto più complessa e difficile da applicare in un software dedicato al metodo *EC* è la metodologia proposta da Weekley e al. (2010) basata su algoritmi normalmente impiegati per l'analisi delle immagini. Pur essendo molto interessante e molto versatile, pare decisamente poco applicabile nell'ambito della *EC*.

Il risultato che si ottiene impiegando una di queste procedure automatiche è la possibile individuazione di *spikes* il cui numero non dovrà superare l'1% del numero teorico di misure presenti nel record. Se fossero in numero maggiore, il record dovrebbe essere scartato perché è molto probabile che la strumentazione presenti gravi anomalie di funzionamento.

L'applicazione di una procedura di *despiking* porta ad individuare *spikes* cui corrispondono presumibilmente anomalie strumentali. Con un numero così ridotto di misure non disponibili non si commettono errori rilevanti nella stima campionaria del valor medio, della varianza e della covarianza. Problemi si hanno invece nella stima campionaria della funzione di correlazione e degli spettri che richiedono serie storiche prive di dati mancanti. In questi casi è necessario sostituire agli *spikes* dei valori realistici per completare la serie storica (*gap-filling*). Sono stati proposti vari metodi per fare ciò, ma i due metodi più semplici e più usati sono:

- l'interpolazione lineare tra i dati disponibili precedenti e seguenti lo/gli *spikes*,
- l'inserimento di un valore estratto da una distribuzione Gaussiana con media e varianza pari a quella che si stima in maniera campionaria dall'insieme dei dati validi.

Un ulteriore modo per realizzare il *gap filling* si potrebbe basare sull'idea molto elegante riportata nell'*Appendice B* del lavoro di Rannik e Vesala (1999), in realtà originariamente dedicata alla costruzione di una serie storica di *misure artificiali* ma realistiche dal punto di vista della Teoria della Turbolenza. Prima di iniziare, va sottolineato che se uno dei segnali prodotti da un sensore presente in una stazione *EC* presenta degli *spike*, molto probabilmente nello stesso momento anche altri segnali prodotti dallo stesso sensore presenteranno *spike* analoghi. Infatti, se per esempio consideriamo un anemometro sonico triassiale ed ipotizziamo che una goccia di pioggia sia transitata attraverso uno dei *path*, inevitabilmente avremo che le componenti del moto (tutte se i *path* del sonico sono sghembi) e la temperatura sonica presenteranno tutti uno *spike* visto che tutte queste grandezze, direttamente o indirettamente, derivano dai tempi di percorrenza degli impulsi sonici che transitano lungo quel *path*. Sulla base del lavoro citato, è possibile ipotizzare un possibile metodo finalizzato alla ricostruzione di *spike* presenti contemporaneamente in due segnali che presumibilmente dovranno dar luogo a covarianza significative; in pratica a tutte quelle coppie in cui uno dei segnali è la componente w del moto. Consideriamo ora la componente w del moto e la temperatura sonica θ entrambe depurate del rispettivo valore medio. Dai dati sopravvissuti al processo di *despiking* stimiamo in maniera campionaria le deviazioni standard σ_w e σ_θ e la covarianza $\overline{w\theta}$. Da queste grandezze è immediato stimare il loro coefficiente di correlazione definito come:

$$\rho_{w\theta} = \frac{\overline{w\theta}}{\sigma_w \sigma_\theta} \quad [13.24a]$$

Il metodo richiede inevitabilmente la conoscenza del Tempo Caratteristico di Scala per w e per θ e, come abbiamo visto al punto 12.3.4, ciò non è banale. Un modo semplice e adeguato allo scopo è quello di applicare la (12.28b) per ottenere i due tempi caratteristici richiesti τ_w e τ_θ . Ipotizziamo

ora che tra l'istante t_K e l'istante t_{K+M} (l'indice K può essere evidentemente qualsiasi) siano stati individuati M *spike* consecutivi che intendiamo sostituire con valori fisicamente realistici. Essi deriveranno dall'applicazione delle due seguenti relazioni stocastiche che producono processi auto-regressivi aventi caratteristiche statistiche congruenti con quelle evidenziate dalla porzione sopravvissuta del record di misura. Tali relazioni risultano così espresse:

$$\begin{aligned} w(t) &= \alpha_w \cdot w(t - \Delta t) + \beta_w \cdot \sigma_w \cdot \varepsilon_w(t) \\ \theta(t) &= \alpha_\theta \cdot \theta(t - \Delta t) + \beta_\theta \cdot \sigma_\theta \cdot [\alpha_{w\theta} \cdot \varepsilon_w(t) + \beta_{w\theta} \cdot \varepsilon_\theta(t)] \end{aligned} \quad [13.24b]$$

La costruzione della sequenza auto regressiva inizierà all'istante t_K (i valori di w e θ all'istante precedente non sono *spike*) e terminerà all'istante t_{K+M} . Ottenuti così dei valori realistici per le *fluttuazioni* in corrispondenza degli *spike* basta sommare ad essi la rispettiva media per aver concluso il desiderato *gap-filling*. Per poter effettivamente utilizzare le due relazioni stocastiche precedenti e perché esse possano fornire valori statisticamente congruenti con le due serie storiche sopravvissute al processo di *despiking*, è necessario che i coefficienti presenti in esse siano calcolati nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \alpha_w &= \exp[-\Delta t / \tau_w] & \alpha_\theta &= \exp[-\Delta t / \tau_\theta] \\ \beta_w &= \sqrt{1 - \alpha_w^2} & \beta_\theta &= \sqrt{1 - \alpha_\theta^2} \\ \alpha_{w\theta} &= \frac{\rho_{w\theta}(1 - \alpha_w \alpha_\theta)}{\beta_w \beta_\theta} & \beta_{w\theta} &= \sqrt{1 - \alpha_{w\theta}^2} \end{aligned} \quad [13.24c]$$

In queste relazioni Δt è l'intervallo temporale tra una misura e l'altra, mentre con $\varepsilon_w(t)$ e $\varepsilon_\theta(t)$ sono stati indicate due distinte realizzazioni di un processo Gaussiano a media nulla e varianza unitaria. Questa procedura ovviamente dovrà essere ripetuta per le coppie di segnali (u, w) , (v, w) ed eventualmente per le coppie costituite dalla componente verticale del moto e dalla concentrazione di un passivo.

13.4.1.2 Problemi di risoluzione

Ci sono situazioni del tutto naturali (come alcune situazioni di vento debole ed elevatissima stabilità) in cui la risoluzione di un sensore può non essere sufficiente per catturare le fluttuazioni turbolente, portando ad andamenti nel tempo a forma di scala (*step-ladder*) come quello illustrato nella **Fig.13.9**. Situazioni analoghe si hanno anche quando il sistema di misura presenta malfunzionamenti difficili da rilevare. Utilizzare serie storiche di questo genere per il calcolo dei flussi turbolenti comporta spesso una sottostima sistematica e non accettabile del flusso.

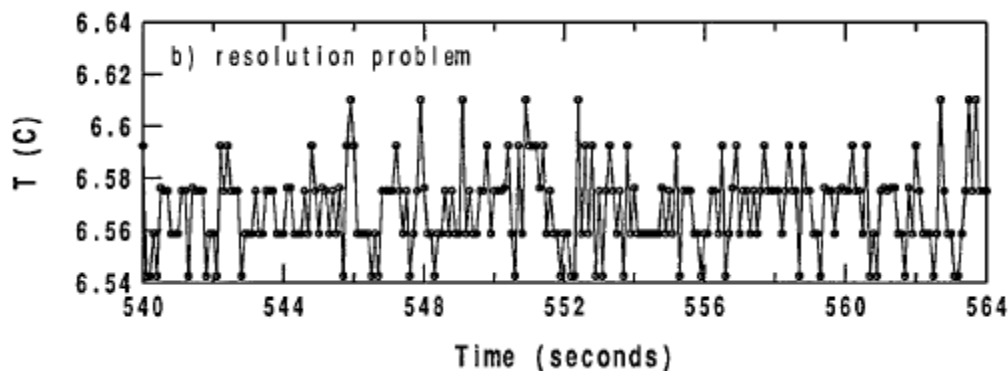


Fig. 13.9: esempio di una serie storica con problemi di risoluzione (Vickers e Mahrt 1997)

Vickers e Mahrt (1997) suggeriscono un semplice metodo automatico per rilevare una situazione di questo tipo e per decidere se eliminare o meno il *record* che presenta problemi di risoluzione. I passi che lo compongono sono sinteticamente i seguenti:

- Passo 1:** si considerino i primi M punti della serie storica (per esempio 1000) e da essi si individui il relativo *range* di variabilità. Utilizzando *bin* di ampiezza $1/100$ del *range*, si realizzi un istogramma delle misure elementari e si contino quanti *bin* dell'istogramma risultano vuoti. Se i *bin* vuoti sono superiori al 70%, il considerare questa porzione di *record* comporterà una sottostima del flusso.
- Passo 2:** si ripeta il *Passo 1* spostando la finestra di M dati di almeno $M/2$ punti in avanti e continuando finché si è raggiunto il termine del *record*. Così facendo si verifica se i vari sottorecord sono affetti o meno da carenza di risoluzione e se ciò comporterà una sottostima dei flussi.
- Passo 3:** se in almeno un sottorecord si è documentata una carenza di risoluzione, allora l'impiego di tutto il *record* per la stima di un flusso comporterà con ogni probabilità una sottostima dello stesso.

13.4.1.3 Dropouts

Se consideriamo la serie storica illustrata nella **Fig.13.10**, notiamo come il segnale venga improvvisamente *traslato* verso il basso, permanga in questa situazione per un certo tempo e successivamente ritorni ai livelli medi iniziali. Spesso si hanno anche situazioni opposte in cui la *traslazione* è verso l'alto o addirittura situazioni miste. Non c'è dubbio, in questo caso siamo in presenza di un *dropout* che è un chiaro sintomo di un problema o nel sensore o nel sistema di acquisizione.

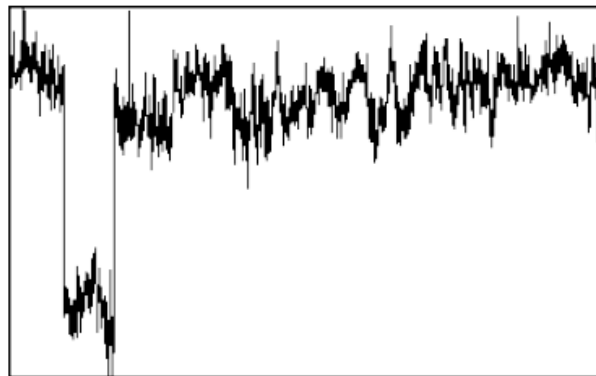


Fig. 13.10: esempio di una serie storica con problemi di dropout (LI-COR 2013)

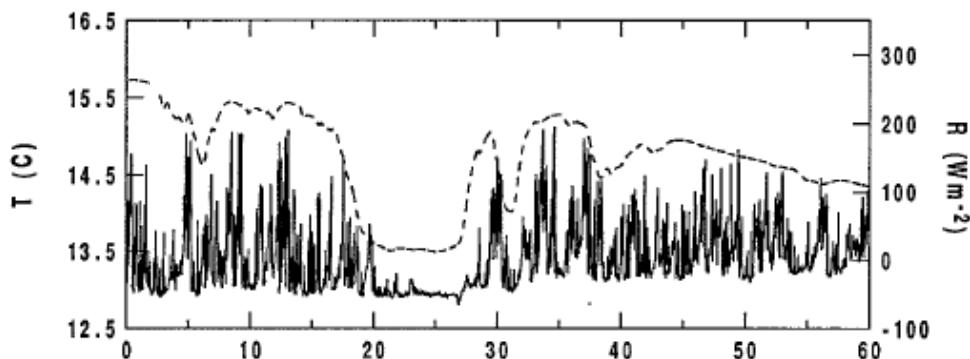


Fig. 13.11: esempio di un dropout naturale sulla serie storica della temperatura e della Radiazione Netta per il passaggio di una nuvola (Vickers e Mahrt 1997)

Esistono anche dei *dropout* del tutto naturali come quello mostrato nella **Fig.13.11** che rappresenta la registrazione ad alta frequenza del segnale di temperatura e la registrazione a bassa frequenza della Radiazione Netta durante il passaggio di una nuvola. In questo caso è perfettamente naturale che questo evento comporti un rapido abbassamento sia di temperatura che di Radiazione Netta. La procedura suggerita da Vickers e Mahrt (1997) per individuare automaticamente un *dropout* è estremamente semplice. Una volta individuato il *range* di variabilità dell'intero record di dati, lo si suddivide in intervalli (*bin*) di ampiezza $1/100$ del *range* e si attribuisce ad ogni misura elementare il proprio *bin*. Quando il numero di punti consecutivi caratterizzati dallo stesso *bin* eccede il 10% del numero totale di punti del record, la situazione individuata è una situazione di *dropout* e il record deve essere scartato perché, se venisse impiegato per il calcolo di un flusso turbolento, si otterrebbe una stima affetta da un errore sistematico.

13.4.1.4 Situazioni complesse

Ci sono poi situazioni che non rientrano completamente nelle categorie considerate in precedenza, ma che, ad un'ispezione visiva, appaiono *strane* come quella illustrata nella **Fig. 13.12** che mostra come nell'intervallo di tempo tra 44' e 45' ci sia qualcosa non va. Se però applicassimo i test precedenti non riusciamo ad avere un metro di valutazione oggettiva. Come fare in questi casi?

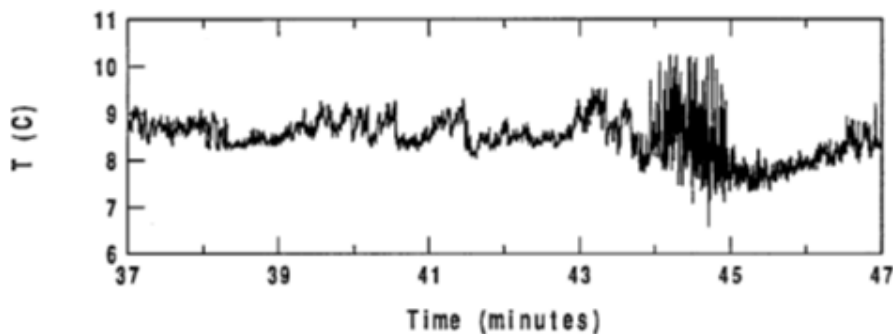


Fig. 13.12: esempio di una serie storica dubbia (Vickers e Mahrt 1997)

Per poter decidere automaticamente se una situazione è molto probabilmente dubbia e da non considerare, Vickers e Mahrt (1997) suggeriscono altre metodologie di indagine. Qui ricordiamo solo che un modo per individuare situazioni di questo tipo è quello di verificare se la *skewness* e la *kurtosis* dalla serie storica calcolate in modo campionario si collocano in un range fisicamente plausibile. Gli Autori affermano che se la *skewness* e la *kurtosis* della serie non si vanno a collocare rispettivamente nell'intervallo $(-2, 2)$ e $(1, 8)$ allora la probabilità che siano presenti anomalie nel sistema di misura sono elevate e quindi è consigliabile scartare il record relativo.

13.4.1.5 Prime conclusioni

I punti precedenti sono stati tutti dedicati alla messa a punti di metodiche per individuare comportamenti anomali (*spike*, *dropout*, mancanza di risoluzione strumentale) che si possono riscontrare nei segnali prodotti dai sensori presenti in una postazione *EC* e verificare se effettivamente tali comportamenti sono anomali o meno. Un'ispezione visiva dei segnali può evidenziare immediatamente tali situazioni, anche se è praticamente impossibile analizzare visivamente i segnali prodotti in continuazione da una stazione *EC* che funziona per lunghi periodi. Questa indagine è quindi una verifica *a priori* della possibilità di utilizzare questi segnali per la stima dei flussi con *EC*. Nel caso di presenza di un numero ragionevolmente ridotti di *spike* è però possibile sostituirli con valori realistici ristabilendo, quindi, la completezza del segnale, cosa che consente perciò di procedere nella metodologia di stima dei flussi.

13.4.2 SCELTA DELLA QUOTA DI MISURA

Il metodo *EC* è finalizzato alla determinazione dei parametri che definiscono la turbolenza del *SL* e quindi è chiaro che le misure dovranno aver luogo in questa parte del *PBL*. Dato che normalmente la sua estensione verticale tipica può essere stimata in circa il 10% dell'estensione verticale dell'intero *PBL*, è evidente che una quota di 2÷20 metri sarà in generale una quota di misura appropriata. Particolare attenzione va riservata alle misure in condizioni estremamente stabili (come quelle realizzate, per esempio nelle postazioni antartiche ed artiche) caratterizzate da un'estensione verticale del *SL* estremamente ridotta (dell'ordine della decina di metri e a volte anche molto meno) che consigliano quote di misura altrettanto ridotte. Inoltre, quando si misura sopra una superficie caratterizzata da elementi di rugosità di estensione verticale considerevole, è opportuno che alle quote indicate sia aggiunto il valore del relativo *displacement height* d . Una regola pratica (Foken, 2008) è quella di porre la quota di misura pari ad almeno 2 volte l'altezza fisica del *canopy* per escludere gli effetti derivanti dal *roughness sublayer*.

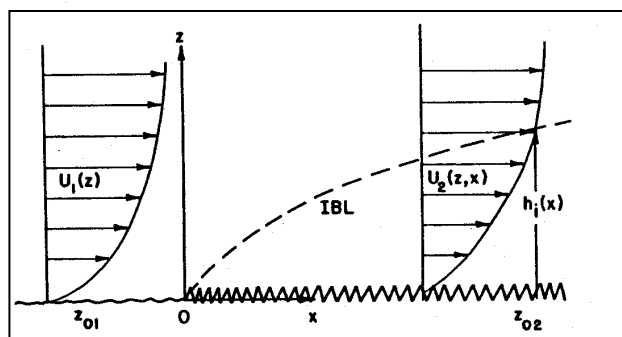


Fig. 13.13: Strato Limite Interno (IBL) dovuto al cambio di rugosità superficiale (Kaimal e Finnigan, 1994).

Tutto ciò, però, è valido solo quando il terreno è piano ed omogeneo dal punto di vista della rugosità superficiale. È normale, però, incontrare situazioni in cui si alternano porzioni di territorio con rugosità superficiali molto differenti. In questo caso si è visto sperimentalmente che sottovento alla linea di discontinuità che separa zone a rugosità differente si genera uno Strato Limite Interno (*Internal Boundary Layer IBL*) che separa la parte di aria sottostante, adattata più o meno alla nuova situazione territoriale, dalla parte di aria superiore che *ancora ricorda* le caratteristiche del territorio incontrato sopravvento. Di ciò già si è trattato al Capitolo 9 e ad esso si rimanda per i dettagli (**Fig.13.13**). Se si realizzano le misure nell'*IBL*, sicuramente la turbolenza misurata sarà congruente con la condizione del suolo in cui è posta la stazione di misura (ed in particolare con la rugosità superficiale z_{02}). Al contrario, se la quota di misura supera l'estensione verticale locale dell'*IBL*, la turbolenza misurata sarà congruente con la situazione incontrata dalle masse d'aria sopravvento la discontinuità (ed in particolare con la rugosità superficiale z_{01}). Se, però, si considera ancora più nel dettaglio l'*IBL*, si vede come tale strato non sia completamente omogeneo; infatti solo la parte di aria più vicina al suolo e di spessore δ si trova realmente in equilibrio con la nuova rugosità z_{02} , mentre l'aria che si trova sopra δ , ma ancora entro l'*IBL*, presenta caratteristiche tipiche di una *zona di transizione*. Se si desidera realizzare una misura di turbolenza che tenga conto *realmente* della nuova situazione di rugosità z_{02} , è importante collocare il punto di misura nella parte bassa dell'*IBL*. Per fare ciò, è necessario stimare, almeno in prima approssimazione, l'*evoluzione spaziale* dell'estensione verticale δ in funzione della distanza sottovento x_f misurata a partire dalla linea ideale di discontinuità, distanza indicata normalmente col termine *fetch*. La teoria è molto complessa, come già si è detto (Brutsaert, 1984), anche se, impiegata nella pratica corrente, si può ridurre alla relazione approssimata (Stull, 1988):

$$\frac{\delta(x_f)}{z_{02}} = a \left(\frac{x_f}{z_{02}} \right)^b \quad [13.25a]$$

dove:

$$a = 0.75 + 0.03 \ln(z_{02}/z_{01}) \quad [13.25b]$$

e b nelle situazioni adiabatiche è pari a 0.8. In termini pratici, il punto di misura dovrà stare ad una quota z tale che:

$$z \leq 0.1 \cdot \delta(x_f) \quad [13.25c]$$

Se non si conosce la rugosità superficiale, è possibile anche utilizzare il criterio seguente, molto più approssimato: **z non può essere maggiore di $x_f/100$.**

Fin qui si è considerato un *IBL* prodotto da un cambio di rugosità superficiale. Sfortunatamente si sviluppano *IBL* anche a causa di una differenza di temperatura e umidità superficiale: una situazione tipica è l'*IBL* che si sviluppa nelle zone costiere. In questo caso la situazione è ancora più complessa ed alcune informazioni su ciò possono essere trovate al Capitolo 9. La ricetta da impiegare in pratica potrebbe essere la seguente: se si hanno elementi per ritenere presenti *IBL* di vario genere, conviene usare una quota di misura estremamente ridotta (per esempio dell'ordine dei 2 m).

Il problema è notevolmente complesso e qui sono state fornite solo semplici ricette pratiche. Tuttavia lo stabilire a quale porzione di territorio si riferiscono le misure *EC* non è un problema semplice e ci ritorneremo in seguito sviluppando estesamente il concetto di *footprint*.

13.4.3 LA FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO ED IL VOLUME DI MEDIAZIONE

Il metodo *EC* si fonda sulla stima campionaria dei parametri che definiscono la statistica dei differenti segnali meteorologici (cioè il valor medio, la varianza e le differenti covarianze con altre variabili meteorologiche). L'ipotesi fatta normalmente è che una stazione *EC* sia capace di *catturare* tutte le fluttuazioni tipiche di questi segnali. Perché tale ipotesi sia corretta è necessario che la stazione sia in grado di misurare con una frequenza di campionamento f_c almeno uguale a due volte la massima frequenza che si vuole *catturare*, come richiede il *Teorema del Campionamento di Shannon* (Proakis e Manolakis, 1992). D'altro canto, dalla teoria spettrale del *PBL* (Kaimal e Finnigan, 1994; Trombetti e Tagliazucca, 1994) risulta che gli spettri ed i cospettri delle variabili turbolente presentano un intervallo di frequenze (*spectral window*) molto ampio nel quale risultano significativamente diversi da zero. Se f_c è la frequenza di campionamento, z la quota di misura e U la velocità media del vento, *questo intervallo spettrale tipico della turbolenza del PBL* risulta almeno pari a:

$$0.005 \leq f_c z / U \leq 10 \quad [13.26a]$$

quindi una relazione molto stretta tra quota di misura, frequenza di campionamento e velocità media del vento. Se si vuole rispettare il Teorema del Campionamento e se si vuole che il sistema *EC* possa *catturare* le frequenze della turbolenza fino al valore massimo dell'intervallo spettrale caratteristico, bisogna che $f_c z \cong 10 \cdot U$. Se, per esempio, si considerano due sistemi *EC*, uno con $f_c = 10\text{Hz}$ e un altro con $f_c = 20\text{Hz}$, dalla (13.26b) è semplice vedere che esiste una relazione ben precisa tra la quota di misura e la velocità media del vento. In particolare, è semplice verificare che se si sta operando in una regione in cui la velocità tipica del vento è di $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, l'altezza minima di misura dovrebbe essere 4 metri se $f_c = 10\text{Hz}$ e 2 metri se $f_c = 20\text{Hz}$.

Un'altra ipotesi utilizzata nel metodo *EC* è che la statistica individuata a partire dalle misure elementari ottenute dai singoli strumenti che la compongono siano rappresentative di un dato punto dello spazio. Ciò sicuramente non può essere vero, dato che:

- ogni sensore meteorologico ha una propria dimensione fisica ben precisa e non trascurabile. Se, per esempio, consideriamo il solo anemometro ultrasonico triassiale, il volume di misura è rappresentato dal minimo volume entro cui si propagano gli impulsi sonori e

tale volume può essere approssimato da una sfera con un diametro dell'ordine del *path* dell'anemometro;

- nella stazione *EC* possono coesistere sensori differenti (un esempio tipico è dato nella **Fig. 13.6**), posti il più possibile vicini gli uni agli altri. Nonostante ciò, il *volume di misura*, definito come *il volume in cui si trovano tutti i sensori*, presenta una dimensione fisica non nulla.

Se $f_{cz} \cong 10 \cdot U$ e deve valere il Teorema del Campionamento, allora è possibile individuare una *scala spaziale* $l = U/f_c \cong z/10$ che deve essere non inferiore al volume di misura. Se z è 2 metri, la dimensione caratteristica l del volume di misura è di circa 20 cm, dello stesso ordine di grandezza del volume di misura di un anemometro sonico. Se però il volume di misura aumenta per l'introduzione di sensori per la determinazione del flusso verticale di altre variabili (vapor d'acqua, ecc.), è necessario aumentare ulteriormente l'altezza di misura. Per esempio, se l è di 1 metro, la quota di misura dovrà aumentare a 10 metri.

13.4.4 IL SISTEMA DI RIFERIMENTO STRUMENTALE

Ogni modello di anemometro adotta una propria convenzione con cui produrre le componenti istantanee del moto e le informazioni necessarie per poter stabilire il *sistema di riferimento strumentale*, cioè il sistema di riferimento secondo cui *ragiona* l'anemometro ultrasonico triassiale utilizzato, normalmente possono essere reperite nel relativo manuale d'uso a corredo.

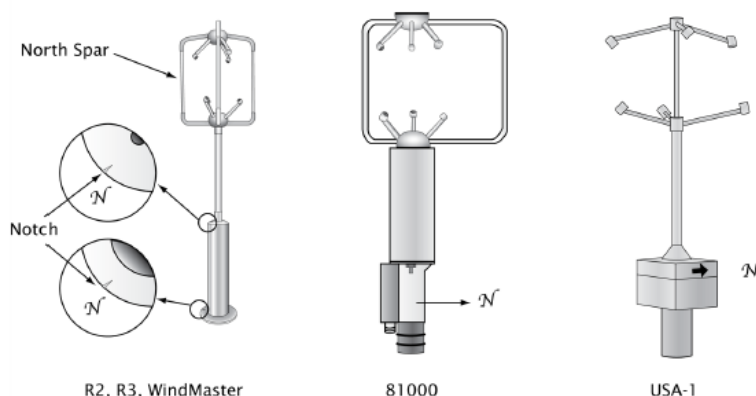


Fig. 12.14: sistema per l'allineamento al Nord geografico di alcuni anemometri a testa omnidirezionale (LI-COR 2013)

Per prima cosa va definita l'orientazione complessiva dell'anemometro e per questo vanno distinti i sonici a testa omnidirezionale da quelli a testa unidirezionale. I primi sono stati costruiti per essere collocati alla sommità di un palo e per essere in grado di operare senza apprezzabili distorsioni del flusso in ogni direzione. Essi quindi non hanno una direzione preferenziale in cui operare. Per essi, il costruttore ha evidenziato sul corpo esterno dello stesso un riferimento visibile che consente di orientare l'anemometro nella direzione del Nord geografico, come ben si vede nella **Fig. 13.14** in cui è presentata la situazione relativa a tre noti anemometri ultrasonici triassiali molto usati (gli anemometri Gill R2, R3, WindMaster, l'anemometro Young 81000, l'anemometro Metek USA-1). Come si vede, ognuno di essi presenta chiari riferimenti per il suo orientamento. Al punto 11.1.7 si è descritto il modo operativo con cui individuare il Nord geografico in qualsiasi sito di misura.

Concettualmente più complessa è la situazione relativa agli anemometri costruiti per operare secondo una direzione preferenziale, come l'anemometro CSAT3 della Campbell e gli anemometri Gill HS e R3A. Per essi il costruttore ha reso possibile individuare la direzione preferenziale di lavoro come mostrato in **Fig. 13.15** dove tale direzione viene genericamente indicata come

Nord. In realtà questa direzione preferenziale di lavoro dovrà essere allineata alla direzione che si ritiene più importante per il sito di misura e che potrà variare a seconda degli scopi della misura stessa. Per esempio, potrà essere la direzione dei venti prevalenti della zona, l'asse di una vallata, la linea del gradiente dell'orografia in cui si opera, ecc. Va ricordato che comunque la scelta dell'orientamento della direzione preferenziale di un anemometro non omnidirezionale rispetto al Nord geografico potrà essere sempre corretta tenendo conto a posteriori dell'angolo tra la direzione verso cui si è orientato l'anemometro e la direzione verso il Nord geografico.

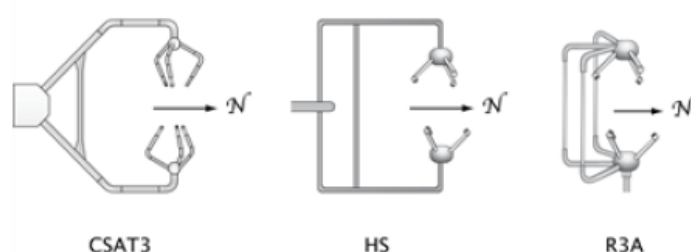


Fig. 12.15: sistema per l'allineamento al Nord geografico di alcuni anemometri a testa unidirezionale (LI-COR 2013)

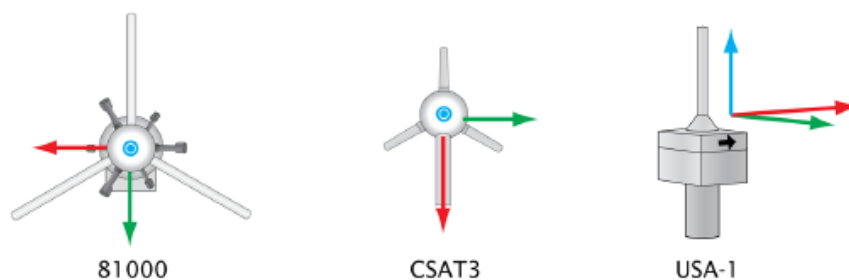


Fig. 13.16: vista dall'alto (Young 81000 e Campbell CSAT3) ed in prospettiva di tre tipici anemometri ultrasonici triassiali e del loro sistema di riferimento. La freccia rossa indica la componente del moto u , la freccia verde la componente v e la freccia azzurra la componente w (LI-COR 2013)

Oltre alla direzione Nord, per definire completamente il sistema di riferimento strumentale è necessario definire le convenzioni con cui opera lo specifico anemometro triassiale. A tal proposito è importante ricordare che la maggior parte degli anemometri disponibili ragiona secondo la *regola della mano destra* (Gill R3A e HS, Campbell CSAT3, Young 81000), mentre gli anemometri Gill R2 e gli anemometri Metek USA-1 della vecchia generazione ragionano secondo la *regola della mano sinistra*. Tutto ciò è illustrato nella **Fig. 13.16** in cui sono presentati due anemometri che usano la *regola della mano destra* (Young 81000 e Campbell CSA3) visti dall'alto ed uno che usa la *regola della mano sinistra* (Metek USA-1). Nella figura è indicata con una freccia rossa la direzione positiva della componente u del moto, con una freccia verde la direzione positiva della componente v e con una freccia azzurra (che nella vista in pianta si riduce ad un punto) la direzione positiva di w . Nel caso dell'anemometro Metek USA-1, per ritornare a lavorare secondo la regola della mano destra semplicemente basta scambiare la componente u con la componente v .

Quando in una stazione *EC* oltre all'anemometro ultrasonico triassiale sono presenti altri sensori, essi devono essere posti sottovento all'anemometro per non indurre in esso disturbi aerodinamici e leggermente sotto lo stesso per evitare perturbazioni spettrali (Kristensen e al., 1997). La separazione verticale tra il sonico ed un altro sensore per la misura della concentrazione di gas o particolato può essere facilmente determinata come:

- la distanza verticale tra il centro del volume di misura del sonico ed il centro del volume di misura di un sensore *open-path* (**Fig. 13.17**),
- la distanza verticale tra il centro del volume di misura del sonico e la sommità del condotto di aspirazione di un sensore *closed-path*,
- la distanza verticale tra il centro del volume di misura del sonico ed una termocoppia veloce.

Normalmente i sensori aggiuntivi vengono posti 5÷10 cm sotto il centro del volume di misura del sonico.

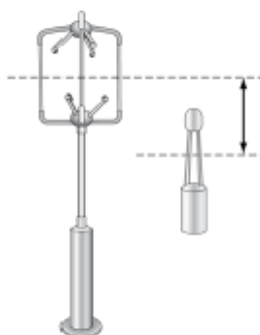


Fig. 13.17: distanza verticale di separazione tra un anemometro ultrasonico triassiale ed un analizzatore open-path (LI-COR 2013)

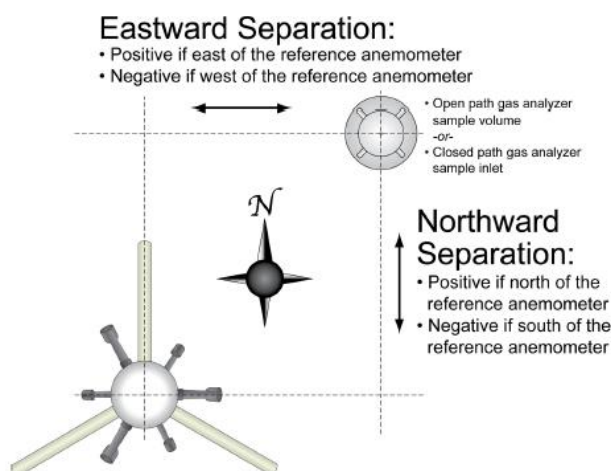


Fig. 13.18: separazione orizzontale degli analizzatori aggiuntivi rispetto ad un anemometro ultrasonico triassiale (LI-COR 2013)

Ovviamente la separazione orizzontale è direzionale come ben si vede nella **Fig. 13.18**. Infatti, una volta individuata la direzione Nord, è immediatamente definibile una distanza di separazione longitudinale e trasversale ed una distanza di separazione complessiva (la radice quadrata della somma del quadrato delle due). Come regole pratiche (Foken, 2008), una termocoppia fine (ormai rara in un sistema *EC*) dovrebbe avere una separazione orizzontale complessiva minima dell'ordine dei 5 cm, mentre i sensori *open-path* dovrebbero avere una distanza orizzontale complessiva minima di 20÷30 cm.

L'esistenza di una separazione orizzontale tra sensori comporta uno sfasamento tra il segnale delle tre componenti del moto misurate dall'anemometro ultrasonico ed il segnale misurato dal sensore aggiuntivo, con un conseguente errore nella stima dei flussi. Per ridurre o azzerare

questo errore, vengono impiegate opportune correzioni di cui tratteremo nel seguito.

13.3.5 LE CORREZIONI DELLA TEMPERATURA SONICA

In un anemometro ultrasonico triassiale la temperatura θ viene stimata in corrispondenza di ciascuno dei tre *path* di misura e queste tre stime distinte vengono mediate tra loro ottenendo un'unica stima θ_s . La temperatura sonica così ottenuta è affetta da due tipi di contaminazione:

- è contaminata dall'umidità dell'aria e ciò comporta che essa sia prossima alla temperatura virtuale,
- è contaminata dalle componenti del moto trasversale ad ogni singolo *path* che indichiamo genericamente con V_{n1} , V_{n2} , V_{n3} .

In pratica, (Liu e al. 2001) si ha che:

$$\theta_s = T \cdot (1 + 0.51 \cdot q) - \frac{1}{3} \left(\frac{V_{n1}^2}{403} + \frac{V_{n2}^2}{403} + \frac{V_{n3}^2}{403} \right) \quad [13.27a]$$

cioè θ_s coincide sostanzialmente con la temperatura virtuale (primo addendo a destra della relazione) a meno di una correzione dipendente dalla componente trasversale del moto ad ogni singolo *path*, che possiamo chiamare *contaminazione meccanica*. Se si conosce come le componenti V_{n1} , V_{n2} e V_{n3} dipendono dalle componenti cartesiane del moto u , v e w nel sistema strumentale definito precedentemente, la relazione precedente consente di ottenere la temperatura sonica depurata dalla contaminazione meccanica. È evidente che la relazione tra V_{n1} , V_{n2} e V_{n3} e u , v e w è di natura puramente geometrica e dipende dalla geometria della testa dell'anemometro, anche se in generale può essere espressa come:

$$\begin{aligned} V_{n1} &= A_1 u^2 + B_1 v^2 + C_1 uv \\ V_{n2} &= A_2 u^2 + B_2 v^2 + C_2 uv \\ V_{n3} &= A_3 u^2 + B_3 v^2 + C_3 uv \end{aligned} \quad [13.27b]$$

Ogni tipo di anemometro ultrasonico triassiale è caratterizzato da coefficienti dipendenti dalla propria geometria e nella **Tab. 13.2** sono riportati i coefficienti per gli anemometri ultrasonici utilizzati più frequentemente. Spesso la correzione *meccanica* viene effettuata direttamente dal *firmware* dell'anemometro e quindi non deve essere realizzata a posteriori, anche se per altri tipi di anemometri ciò non è vero. Per esempio il sonico Metek USA-1 in configurazione normale non realizza automaticamente questa correzione.

Fattore	CSAT3	USA-1	Gill R3, R3A, HS	Gill R2
A ₁	3/4	1	1 - cos ² φ	1/2
A ₂	15/16	5/8	1 - 1/4 cos ² φ	0
A ₃	15/16	5/8	1 - 1/4 cos ² φ	0
B ₁	1	1/2	1	1
B ₂	13/16	7/8	1 - 3/4 cos ² φ	0
B ₃	13/16	7/8	1 - 3/4 cos ² φ	0
C ₁	0	0	0	0
C ₂	(3) ^{1/2} /8	(3) ^{1/2} /4	(3) ^{1/2} cos ² φ	0
C ₃	-(3) ^{1/2} /8	-(3) ^{1/2} /4	-(3) ^{1/2} cos ² φ	0

Tab. 13.2: fattori di correzione per alcuni anemometri sonici. L'angolo ϕ che caratterizza alcuni dei sonici Gill vale 45° per R3 e R3A e 48.75° per HS.

13.4.6 IL PROBLEMA DELL'ALIASING

Se si considera un segnale digitale, cioè una sequenza di numeri associati ad istanti temporali successivi $t_i = t_0 + i\Delta t$, il *Teorema del Campionamento di Shannon* (Proakis e Manolakis, 1992) afferma che sono necessari almeno due dati per ciclo per definire un'armonica di un segnale. Se, per esempio, si realizza un'acquisizione con una frequenza di 10Hz, ogni 0.1 secondi si ha una misura (numero) e la frequenza più elevata che può essere rilevata è 5Hz. Quindi, se $f = 1/\Delta t$ è la frequenza di campionamento, la massima frequenza rilevabile sarà $f_N = f/2$, che prende il nome di frequenza di Nyquist. Tuttavia, il segnale originario inevitabilmente contiene anche le informazioni relative alle armoniche a frequenza superiore a f_N che non vanno perse. Infatti, l'energia di queste armoniche viene ripartita nelle armoniche a frequenza inferiore, contaminando profondamente lo spettro del segnale. Questo fenomeno è detto *aliasing*. Maggiori dettagli in proposito si possono trovare in Kaimal e Finnigan (1994) e Stull (1988).

Se l'uscita del sensore è solo digitale (come è il caso quando si impiega l'anemometro ultrasonico triassiale), l'unico rimedio possibile per minimizzare gli effetti dovuti all'*aliasing* è:

- acquisire con la massima frequenza possibile il segnale,
- sostituire alla sequenza originaria di misure (acquisite ad una frequenza elevatissima) una nuova sequenza di numeri costituiti dal valor medio di M campioni consecutivi. Questa nuova sequenza avrà una frequenza pari a f/M e in essa il fenomeno dell'*aliasing* sarà tanto minore quanto maggiore sarà M .

Se l'uscita del segnale è analogica (come per esempio capita con una termoresistenza o un sensore a risposta rapida per la misura dell'umidità), è possibile ridurre il fenomeno dell'*aliasing* impiegando un filtro analogico di tipo *passa-basso* (con una frequenza di taglio circa pari a f_N) tra l'uscita del sensore e l'ingresso del convertitore Analogico/Digitale.

13.3.7 ROTAZIONI DEL SISTEMA DI ASSI CARTESIANI

Come abbiamo sottolineato all'inizio del Capitolo, una delle decisioni più importanti da adottare nell'applicazione pratica del metodo *EC* è la scelta del sistema di riferimento a cui riferire le misure delle tre componenti del vento (u , v , w) misurate dall'anemometro ultrasonico triassiale. Da queste misure si ottiene sia il tensore degli Stress di Reynolds che il flusso turbolento di calore di ogni altro scalare considerato e sia il tensore degli stress che i flussi non sono invarianti rispetto ad una rotazione degli assi. Le possibili scelte sono a priori infinite ma qui vengono presentate le due soluzioni normalmente adottate, entrambe basate sul tentativo di ricondurre la situazione reale in cui si opera in una situazione paradigmatica caratterizzata dal fatto che le linee di flusso dell'aria siano regolari, rigorosamente parallele al terreno ipotizzato perfettamente piano ed omogeneo e che l'asse x rispetto a cui sono riferite le misure dell'anemometro sia diretto lungo la direzione media del flusso d'aria a sua volta parallela al Vettore del flusso verticale degli *stress* di Reynolds $\tau = (-\rho_a \overline{u'w'}, -\rho_a \overline{v'w'})$. Questo sistema di riferimento *paradigmatico* deve essere mantenuto quando si applica la *EC*.

È però evidente che l'anemometro non può continuamente muovere il proprio sistema di riferimento seguendo il costante variare della direzione media del vento e quindi è inevitabile che le sue misure vengano realizzate rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fisso nello spazio e nel tempo (il *sistema di riferimento strumentale*) definito in precedenza. Anche se tale sistema di riferimento potrebbe essere qualsiasi, normalmente si impiega il sistema di riferimento meteorologico in cui l'asse x è diretto nella direzione E-W (positivo verso E), l'asse y nella direzione S-N (positivo verso N) e l'asse z nella direzione Basso-Alto (positiva verso l'alto). Il problema principale è che frequentemente le linee di flusso non sono né semplici né regolari, soprattutto in presenza di orografia anche poco marcata. Quando capita ciò (e questa situazione è molto più

comune di quanto si possa pensare) è necessario cercare un sistema di riferimento più appropriato, anche se ciò è estremamente complesso. Comunque il non tener conto del problema comporta l'introduzione di un errore notevole nella stima dei flussi. Una presentazione dettagliata di questo tema la si può trovare in Finnigan (2004) e Bernardes e Dias (2010). Qui presenteremo i due metodi più frequentemente usati all'applicazione pratica del metodo *EC*.

13.4.7.1 Il metodo delle rotazioni in tempo reale

E' abbastanza intuitivo che un sistema di riferimento appropriato per analizzare le misure istantanee del vento prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale potrebbe essere *un sistema di riferimento cartesiano locale* (x, y, z), centrato sull'anemometro, con l'asse x parallelo alla linea di flusso che passa per il punto di misura (linea di flusso che però cambia col tempo). In questo caso, se u è la componente istantanea rispetto a x , v è la componente rispetto a y e w è la componente rispetto a z , il valore medio U di u sarà esattamente uguale alla velocità media del vento nel punto di misura e nel periodo di osservazione considerato (es. 30'), mentre V e W , che sono i valori medi rispettivamente di v e di w , saranno entrambi nulli. Quindi, in questo nuovo sistema le componenti cartesiane del vettore istantaneo vento nel punto di misura saranno $(U+u', v', w')$. Naturalmente, ad ogni periodo di mediazione T considerato la direzione e la velocità media del vento in generale muteranno, quindi il sistema di riferimento si riferirà solo all'orizzonte temporale considerato e quindi sarà *locale* anche in senso temporale.

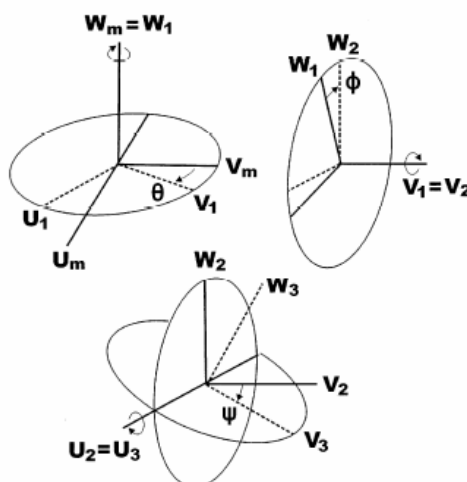


Fig. 13.19: rappresentazione grafica delle tre rotazioni degli assi (Foken, 2008)

Dal punto di vista pratico (McMillen, 1988; Sozzi e Favaron, 1996; Aubinet e al., 1998, 2012; Lee et al. 2004), tutto ciò si può realizzare nel modo seguente. Se l'anemometro sonico misura rispetto al *sistema di riferimento strumentale* (orientato, per esempio, congruentemente con le convenzioni meteorologiche) che non muta nel tempo, dalle tre componenti istantanee del moto (u_m, v_m, w_m) relative a questo sistema di riferimento è immediato stimare in modo campionario i valori medi U_m, V_m e W_m delle tre componenti cartesiane e gli elementi della Matrice di Varianza-Covarianza. Quindi, il problema è individuare una successione di tre rotazioni di assi tali da ricondurre il sistema di riferimento strumentale ad un altro sistema di riferimento cartesiano il cui asse x è parallelo al vento medio ed allo stress orizzontale di Reynolds ed il cui asse z è perfettamente allineato alla verticale locale. In questo nuovo sistema di riferimento la componente media del moto secondo x è esattamente pari al vettore vento medio in direzione ed intensità, mentre la componente media trasversale e verticale risultano entrambe nulle. Nella **Fig. 13.19** vengono illustrate chiaramente le tre rotazioni necessarie per ricondursi al sistema di riferimento desiderato.

In termini pratici, il processo di rotazione degli assi che inizia col sistema di riferimento strumentale può essere realizzato nel modo seguente:

- si realizza una prima rotazione degli assi x e y attorno all'asse z , producendo un nuovo sistema di riferimento, che indichiamo con x_1, y_1, z_1 . La matrice di rotazione R_{01} sarà espressa matematicamente come:

$$R_{01} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [13.28a]$$

dove l'angolo di rotazione α (detto *Yaw Angle* o *angolo d'imbardata*) dipende dal valor medio delle due componenti orizzontali del moto viste nel sistema di riferimento strumentale ed è dato dalla relazione:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{V_m}{U_m} \right) \quad [13.28b]$$

È facile mostrare come:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{V_m}{(U_m^2 + V_m^2)^{1/2}} \\ \cos \alpha &= \frac{U_m}{(U_m^2 + V_m^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad [13.28c]$$

L'asse x_1 a questo punto si troverà nel piano definito da U e z e questa rotazione fa sì che $V_1 = 0$.

- si effettua una seconda rotazione di x_1 e z_1 attorno a y_1 , producendo un nuovo sistema di riferimento x_2, y_2, z_2 . L'obiettivo è quello di rendere nulla la componente verticale media W e ciò si realizza con una matrice di rotazione R_{12} definita come:

$$R_{12} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \quad [13.28d]$$

il cui angolo di rotazione (detto *Pitch Angle* o *angolo di beccheggio*) è pari a:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{W_1}{U_1} \right) \quad [13.28e]$$

È facile mostrare come il seno ed il coseno dell'angolo β possano essere espressi direttamente dalle relazioni seguenti che dipendono dal valor medio delle tre componenti del moto nel sistema di riferimento strumentale:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{W_m}{(U_m^2 + V_m^2 + W_m^2)^{1/2}} \\ \cos \alpha &= \frac{(U_m^2 + V_m^2)^{1/2}}{(U_m^2 + V_m^2 + W_m^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad [13.28f]$$

A questo punto x_2 risulta parallelo alla direzione del vento medio con la componente verticale media nulla, però y_2 e z_2 presentano ancora una direzione che dipende dal sistema di riferimento strumentale. Comunque, al termine di queste due rotazioni si ha che:

$$U_2 = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}; \quad V_2 = W_2 = 0 \quad [13.29]$$

In pratica, una volta definiti i due angoli di rotazione α e β e le due matrici di rotazione R_{01} e R_{12} , ogni vettore istantaneo (u_0, v_0, w_0) misurato dall'anemometro ultrasonico triassiale durante un intervallo di mediazione T può essere ruotato nel nuovo sistema di riferimento cartesiano ottenendo un nuovo vettore istantaneo (u_2, v_2, w_2) applicando sequenzialmente le due rotazioni sopra definite:

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{pmatrix} = R_{12} \cdot R_{01} \cdot \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} \quad [13.30a]$$

Di fatto, le componenti del moto dopo le due rotazioni si ottengono esplicitamente dalle relazioni seguenti (Lee et al. 2005):

$$\begin{aligned} u_2 &= u_0 \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha + v_0 \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha + w_0 \cdot \sin \beta \\ v_2 &= -u_0 \cdot \sin \alpha + v_0 \cdot \cos \alpha \\ w_2 &= -u_0 \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha - v_0 \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + w_0 \cdot \cos \beta \end{aligned} \quad [13.30b]$$

Alternativamente, si può ottenere la matrice di varianza-covarianza definitiva $\mathbf{M}_2$ a partire dall'analogica matrice $\mathbf{M}$ ottenuta nel sistema di riferimento strumentale, aggregando le due rotazioni sopra definite:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{u2}^2 & \overline{u'v'_2} & \overline{u'w'_2} \\ \overline{u'v'_2} & \sigma_{v2}^2 & \overline{v'w'_2} \\ \overline{u'w'_2} & \overline{v'w'_2} & \sigma_{w2}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}^T \quad [13.31a]$$

dove le varianze e le covarianze presenti nella matrice $\mathbf{M}$ sono quelle che si ottengono direttamente dalle misure soniche non ruotate ed in cui la *matrice di rotazione totale* $\mathbf{R}$ è data da:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{U_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2}} & \frac{V_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2}} & \frac{W_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2}} \\ \frac{-V_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2}} & \frac{U_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2}} & 0 \\ \frac{-U_m \cdot W_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2} \sqrt{U_m^2 + V_m^2}} & \frac{-V_m \cdot W_m}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2} \sqrt{U_m^2 + V_m^2}} & \frac{\sqrt{U_m^2 + V_m^2}}{\sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2}} \end{bmatrix} \quad [13.31b]$$

Sviluppando i calcoli indicati nella relazione matriciale (13.31a) è possibile ottenere le relazioni esplicite che esprimono le varianze e le covarianze di interesse dopo le due rotazioni degli assi a partire dai loro valori stimati in modo campionario dalle misure rilevate dal sonico nel sistema di riferimento strumentale (Sozzi e Favaron, 1996). In particolare si ha che:

$$\sigma_{u2}^2 = (\sigma_u^2 \cos^2 \alpha + \sigma_v^2 \sin^2 \alpha + 2\overline{u'v'} \sin \alpha \cos \alpha) \cdot \cos^2 \beta + \sigma_w^2 \cdot \sin^2 \beta + 2(\overline{u'w'} \cos \alpha + \overline{v'w'} \sin \alpha) \cdot \sin \beta \cos \beta \quad [13.32a]$$

$$\sigma_{v2}^2 = \sigma_u^2 \sin^2 \alpha + \sigma_v^2 \cos^2 \alpha - 2\overline{u'v'} \sin \alpha \cos \alpha \quad [13.32b]$$

$$\sigma_{w2}^2 = (\sigma_u^2 \cos^2 \alpha + \sigma_v^2 \sin^2 \alpha + 2\overline{u'v'} \sin \alpha \cos \alpha) \cdot \sin^2 \beta + \sigma_w^2 \cdot \cos^2 \beta - 2(\overline{u'w'} \cos \alpha + \overline{v'w'} \sin \alpha) \cdot \sin \beta \cos \beta \quad [13.32c]$$

$$\overline{u'v'_2} = [\overline{u'v'} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha \cos \alpha (\sigma_v^2 - \sigma_u^2)] \cdot \cos \beta + (-\overline{u'w'} \sin \alpha + \overline{v'w'} \cos \alpha) \cdot \sin \beta \quad [13.32d]$$

$$\overline{u'w'_2} = (\overline{u'w'} \cos \alpha + \overline{v'w'} \sin \alpha) \cdot (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) + \sin \alpha \cos \alpha \cdot [\sigma_w^2 - (\sigma_u^2 \cos^2 \alpha + \sigma_v^2 \sin^2 \alpha + 2\overline{u'v'} \sin \alpha \cos \alpha)] \quad [13.32e]$$

$$\overline{v'w'_2} = -[\overline{u'v'} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha \cos \alpha (\sigma_v^2 - \sigma_u^2)] \cdot \sin \beta + (-\overline{u'w'} \sin \alpha + \overline{v'w'} \cos \alpha) \cdot \cos \beta \quad [13.32f]$$

Il vettore dei flussi turbolenti di calore virtuale e di scalare, cioè le covarianze tra θ e w e tra la concentrazione c e w saranno analogamente espressi dalle relazioni seguenti:

$$\overline{u'\theta'_2} = \overline{u'\theta'} \cos \alpha \cos \beta + \overline{v'\theta'} \sin \alpha \cdot \cos \beta + \overline{w'\theta'} \sin \beta \quad [13.33a]$$

$$\overline{v'\theta'_2} = \overline{v'\theta'} \cos \alpha - \overline{u'\theta'} \sin \alpha \quad [13.33b]$$

$$\overline{w'\theta'}_2 = \overline{w'\theta'} \cos \beta - \overline{u'\theta'} \cos \alpha \cdot \sin \beta - \overline{v'\theta'} \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad [13.33c]$$

$$\overline{u'c'}_2 = \overline{u'c'} \cos \alpha \cos \beta + \overline{v'c'} \sin \alpha \cos \beta + \overline{w'c'} \sin \beta \quad [13.33d]$$

$$\overline{v'c'}_2 = \overline{v'c'} \cos \alpha - \overline{u'c'} \sin \alpha \quad [13.33e]$$

$$\overline{w'c'}_2 = \overline{w'c'} \cos \beta - \overline{u'c'} \cos \alpha \cdot \sin \beta - \overline{v'c'} \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad [13.33e]$$

L'indeterminazione nell'orientamento degli assi x_2 e z_2 non è facile da risolvere, soprattutto disponendo solamente di una postazione di misura del vento: sarebbe necessario, infatti, conoscere dettagliatamente la geometria delle linee di flusso. Una discussione abbastanza chiara di ciò si può trovare in Kaimal e Finnigan (1994) e soprattutto in Finnigan (2004). Una possibilità, come si spiega nei riferimenti citati, è cercare una rotazione attorno a x_2 che permetta di definire un nuovo sistema di assi x_3, y_3, z_3 in cui si annulla la covarianza $\overline{v'w'}_3$. Quando l'orografia è poco accentuata e le linee di flusso non troppo irregolari, questa rotazione consente di individuare un sistema di riferimento molto vicino al vero sistema di riferimento streamline. L'angolo di rotazione che realizza questa condizione (noto come *Roll Angle* o *angolo di rollio*) dipende dalle varianze σ_{v2}^2 e σ_{w2}^2 e dalla covarianza tra v_2 e w_2 ed è dato dalla relazione:

$$\gamma = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2 \cdot \overline{v'w'}_2}{\sigma_{v2}^2 - \sigma_{w2}^2} \right) \quad [13.34a]$$

Questo angolo deve essere abbastanza piccolo perché questa rotazione risulti corretta e quindi la si può effettuare solo con orografia molto lieve (con una pendenza inferiore a 15°). In McMillen (1988) si discute di questo problema e si suggerisce che questo angolo non dovrebbe superare in nessun caso 10°. L'applicazione di questa terza rotazione trasforma le componenti del moto u_2, v_2, w_2 , ottenute dalle due rotazioni di assi precedenti, nelle componenti u_3, v_3, w_3 :

$$\begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \\ w_3 \end{pmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{pmatrix} \quad [13.34b]$$

In pratica, dopo quest'ultima rotazione, si ha che:

$$U_3 = \sqrt{U_m^2 + V_m^2 + W_m^2} \quad [13.35a]$$

$$V_3 = W_3 = 0 \quad [13.35b]$$

$$\sigma_{u3}^2 = \sigma_{u2}^2 \quad [13.35c]$$

$$\sigma_{v3}^2 = \sigma_{v2}^2 \cos^2 \gamma + \sigma_{w2}^2 \sin^2 \gamma + 2\overline{v'w'}_2 \sin \gamma \cos \gamma \quad [13.35d]$$

$$\sigma_{w3}^2 = \sigma_{v2}^2 \sin^2 \gamma + \sigma_{w2}^2 \cos^2 \gamma - 2\overline{v'w'}_2 \sin \gamma \cos \gamma \quad [13.35e]$$

$$\overline{u'v'}_3 = \overline{u'v'}_2 \cos \gamma + \overline{u'w'}_2 \sin \gamma \quad [13.35f]$$

$$\overline{u'w'}_3 = -\overline{u'v'}_2 \sin \gamma + \overline{u'w'}_2 \cos \gamma \quad [13.35g]$$

$$\overline{v'w'}_3 = 0 \quad [13.35h]$$

e, le covarianze tra la componente w e le variabili θ e c sono date da:

$$\overline{w'\theta'}_3 = \overline{w'\theta'}_2 \cos \gamma - \overline{v'\theta'}_2 \sin \gamma \quad [13.35i]$$

$$\overline{w'c'}_3 = \overline{w'c'}_2 \cos \gamma - \overline{v'c'}_2 \sin \gamma \quad [13.35j]$$

Il metodo di rotazione degli assi qui presentato è stato storicamente il primo metodo impiegato operativamente nei sistemi *EC*, nelle due varianti: quella che prevede solo le prime due rotazioni e quella che prevede tutte e tre le rotazioni d'asse. È sicuramente il metodo più impiegato, anche attualmente, e, nonostante alcune limitazioni che verranno illustrate nel paragrafo

successivo, probabilmente è il migliore che si possa utilizzare. Alla luce delle molte applicazioni del metodo si è visto come il limitarsi ad effettuare le sole prime due rotazioni degli assi sia probabilmente la strategia più saggia da seguire.

Operativamente, una volta acquisiti i *raw data* relativi ad un periodo di mediazione di interesse (es. 30'), si trasformano le componenti elementari del vettore vento effettuando le due o tre rotazioni degli assi descritte sopra ottenendo ora le misure istantanee longitudinali, trasversali e verticali delle componenti del moto e da esse si ottiene la Matrice di Varianza-Covarianza e i vari flussi turbolenti possibili con la strumentazione presente nella stazione EC.

Esercizio 13.1

Vista l'importanza di questo metodo di rotazione degli assi in un sistema EC, qui viene presentata una *routine* scritta in Fortran 90 che la realizza a partire dai dati elementari prodotti da un anemometro ultrasonico triassiale, cioè dalle N misure elementari V_x , V_y e V_z delle componenti del moto riferite al sistema di riferimento strumentale.

La *routine* restituisce i *record* delle tre componenti dopo aver applicato ad esse il numero richiesto *iro*t di rotazioni d'assi, cioè restituisce i valori u , v e w che potranno essere utilizzati per produrre gli stress di Reynolds (e quindi u^*) e la covarianza tra la temperatura potenziale virtuale e le varie componenti del moto (e quindi per ottenere il Flusso Turbolento di Calore Sensibile virtuale) Questa *routine* impiega le *function* Fortran di base MEDIA, VARIANZA e COVARIANZA già introdotte all'Esercizio 12.1 e considera dato mancante ogni valore istantaneo di una delle componenti del moto che sia uguale a NoVal (che generalmente è posto pari a -9999.)

```
! =====
! Subroutine ROTAZIONI (N, u, v, w, NoVal, irot, ier)
! =====
! I raw-data prodotti dall'anemometro sonico triassiale contenute nei tre
! vettori u, v, w lunghi N ed espressi nel sistema di riferimento strumen-
! tale vengono ruotate usando la metodologia di rotazione in tempo reale.
! Il numero di rotazioni effettuate è pari a irot.
!
! INPUT:
! N      = numero di misure delle componenti cartesiane del vento
! u      = array di dimensione N componente E-W del vento
! v      = array di dimensione N componente S-N del vento
! w      = array di dimensione N componente verticale del vento
! irot   = numero di rotazioni richieste (0-3)
! NoVal  = valore non disponibile
! ier    = codice di errore (0 = ok, -1 = no ok)
!
! OUTPUT:
! u,v,w ruotate.
! ier = codice di errore (0 = OK, -1 = errore)
!
! -----
! IMPLICIT NONE
! INTEGER                ::      N, i, irot, ier
! REAL                   ::      um, vm, wm, vel, velz
! REAL                   ::      uu, vv, ww, vw, sv2, sw2
! REAL                   ::      sin_theta, cos_theta
! REAL                   ::      sin_phi,   cos_phi
! REAL                   ::      sin_psi,   cos_psi, angle
! REAL                   ::      NoVal
! REAL, DIMENSION(N)    ::      u, v, w
! REAL                   ::      MEDIA, VARIANZA, COVARIANZA
! -----
! A) Verifica di correttezza del numero di rotazioni richieste
! IF (irot .LT. 0 .OR. irot .GT. 3) irot = 1
! IF (irot .EQ. 0) Then
!     ier = 0
!     RETURN
! End IF
! -----
```

```

!      B) Preparazione alle rotazioni
um = MEDIA(N, u, NoVal)
vm = MEDIA(N, v, NoVal)
wm = MEDIA(N, w, NoVal)
IF(ABS(um).LE.1.E-04 .AND. ABS(vm).LE.1.E-04) Then
    ier = -1
    RETURN
Endif
ier = 0
!
!-----
!      C) Prima rotazione.
!      Si ruotano le componenti orizzontali del vento in modo da annullare la
!      componente media trasversale. L'angolo di rotazione e' theta (Yaw angle)
!

vel      = SQRT(um**2 + vm**2)
cos_theta = um/vel
sin_theta = vm/vel
DO i=1,N
    IF(u(i) .GT. NoVal .AND. v(i) .GT. NoVal) Then
        uu = u(i)
        vv = v(i)
        u(i) = uu*cos_theta + vv*sin_theta
        v(i) = -uu*sin_theta + vv*cos_theta
    End IF
End DO
IF(irot .EQ. 1) RETURN
!
!-----
!      D) Seconda rotazione.
!      Si ruota attorno al nuovo asse y in modo da annullare la componente
!      media verticale. L'angolo di rotazione e' Phi (pitch angle)
!

velz     = SQRT(um**2 + vm**2 + wm**2)
sin_phi  = wm / velz
cos_phi  = vel / velz
DO i=1,N
    IF(u(i) .GT. NoVal .AND. w(i) .GT. NoVal) Then
        uu = u(i)
        ww = w(i)
        u(i) = uu*cos_phi + ww*sin_phi
        w(i) = -uu*sin_phi + ww*cos_phi
    End IF
End DO
IF(irot .EQ. 2) RETURN
!
!-----
!      E) Terza rotazione.
!      Si ruota attorno al nuovo asse x annullando la covarianza tra v e w.
!      L'angolo di rotazione e' psi (roll angle).
!

vm = MEDIA(N, v, NoVal)
wm = MEDIA(N, w, NoVal)
!
vw = COVARIANZA (N, v, w, vm, wm, NoVal)
IF(ABS(vw) .LE. 1.E-06) RETURN
!
sv2 = VARIANZA (N,v,vm, NoVal)
sw2 = VARIANZA (N,w,wm, NoVal)
IF( (sv2 - sw2) .LE. 1.E-06) RETURN
!
Angolo della terza rotazione ...
angle = 0.5 * ATAN2(2.*vw,sv2-sw2)
!      ... non deve superare i 10° (0.1745 rad) secondo McMillen
IF(angle .GT. 0.1745) RETURN
!
sin_psi = SIN(angle)
cos_psi = COS(angle)
DO i = 1,N
    IF(v(i) .GT. NoVal .AND. w(i) .GT. NoVal) Then
        vv = v(i)
        ww = w(i)
        v(i) = vv*cos_psi + ww*sin_psi
        w(i) = -vv*sin_psi + ww*cos_psi
    End IF

```

```

End DO
!
END

```

13.4.7.2 Il metodo Planar-Fit

Una procedura alternativa di rotazione degli assi, nota come *Planar-Fit*, proposta da Paw U e al. (2000) e da Wilczak e al. (2001), si basa sulla valutazione di *lungo periodo* della non verticalità dell'anemometro ultrasonico triassiale rispetto alle *streamline* locali e perciò questo metodo sembrerebbe più adeguato quando il sito di misura è complesso orograficamente. L'obiettivo del *Planar Fit* è individuare un insieme di rotazioni tali che, nel lungo periodo (dell'ordine di qualche settimana), il vettore del moto $\mathbf{U}_m$ nel sistema di riferimento strumentale si riduca al vettore $\mathbf{U}_p$ nel nuovo sistema di riferimento dotato di opportune proprietà. In pratica si ipotizza che l'anemometro triassiale non sia perpendicolare alle linee di flusso medie locali che si hanno in un periodo sufficientemente lungo (per esempio in un periodo di alcune settimane) e si cerca di individuare un piano su cui esse giacciono. Una volta individuato tale piano, basta allora ruotare il sistema di riferimento strumentale in modo che il nuovo asse z sia perpendicolare a questo piano. Immaginiamo, per esempio, di realizzare una dopo l'altra delle misure con un anemometro ultrasonico triassiale della durata di 30 minuti da ognuna delle quali otteniamo il vettore medio del moto $\mathbf{U}_{mk}$. Siano K le semi-ore considerate che coprono complessivamente un periodo piuttosto lungo, tale da rappresentare in maniera abbastanza accurata la rosa dei venti locale. Se ipotizziamo di poter individuare un'opportuna rotazione di assi avente specificate proprietà, allora ogni vettore medio $\mathbf{U}_{mk}$ si trasformerà nel corrispondente vettore $\mathbf{U}_{pk}$ e le relazioni che intercorrono tra le componenti di questi due vettori saranno date in generale da:

$$\begin{aligned} U_{pk} &= p_{11}(U_{mk} - c_1) + p_{12}(V_{mk} - c_2) + p_{13}(W_{mk} - c_3) \\ V_{pk} &= p_{12}(U_{mk} - c_1) + p_{22}(V_{mk} - c_2) + p_{23}(W_{mk} - c_3) \\ W_{pk} &= p_{13}(U_{mk} - c_1) + p_{23}(V_{mk} - c_2) + p_{33}(W_{mk} - c_3) \end{aligned} \quad [13.36a]$$

Come si vede, la matrice di trasformazione è simmetrica come sempre capita per una rotazione. Inoltre da questa relazione si ipotizza che le misure realizzate dall'anemometro ultrasonico triassiale siano affette da un *offset* le cui componenti sono indicate come c_1 , c_2 e c_3 . Wilczak e al. (2001) evidenziano come gli *offset* siano il risultato della distorsione aerodinamica indotta dalla struttura fisica del sonico sul flusso d'aria che lo lambisce. Gli *offset* orizzontali c_1 e c_2 sono normalmente trascurabili, mentre l'*offset* verticale c_3 , generalmente positivo, può essere determinato sperimentalmente per ogni anemometro sonico utilizzato.

Abbiamo ipotizzato di effettuare questa generica rotazione ma non abbiamo specificato quali debbano essere le proprietà che la contraddistinguono. Se ipotizziamo che la componente verticale del moto secondo il sistema di riferimento cartesiano ruotato sia in media nulla, allora otteniamo dall'ultima delle (12.36a) la relazione:

$$W_m = c_3 - \frac{p_{13}}{p_{33}} U_m - \frac{p_{23}}{p_{33}} V_m = b_0 + b_1 U_m + b_2 V_m \quad [13.36b]$$

Questa relazione asserisce che stiamo cercando una trasformazione d'assi che evidenzia la relazione lineare esistente tra le componenti orizzontali del moto misurate nel sistema di riferimento strumentale e la relativa componente verticale e che tale relazione evidenzia un piano (il *Planar Fit*, appunto) sostanzialmente parallelo alle linee di flusso di lungo periodo. Avendo a disposizione K misure delle componenti medie del moto (U_{mk} , V_{mk} , W_{mk}) realizzate in K semi-ore da un anemometro ultrasonico che nel periodo non muta la propria posizione, i coefficienti b_0 , b_1 e b_2 del *Planar Fit* vengono stimati impiegando la relazione (13.36b) come modello ed utilizzando il metodo dei Minimi Quadrati per i cui dettagli si rimanda all'**Appendice 6**. Così facendo, sulla base delle misure realizzate nelle K semi-ore, si ottengono i tre coefficienti che caratterizzano l'equazione del piano. A questo punto sono disponibili tutte le informazioni necessarie a definire

le due rotazioni che trasformano le componenti del moto di ogni semi-ora dal sistema strumentale ad un sistema di riferimento in cui il nuovo asse verticale è perpendicolare al *Planar Fit* ed in cui il piano che contiene i nuovi assi orizzontali risulta parallelo al *Planar Fit* stesso. Rimandando a Wilczak e al. (2001) per i dettagli, le rotazioni che devono essere realizzate sono quelle evidenziate nella Fig. 13.20.

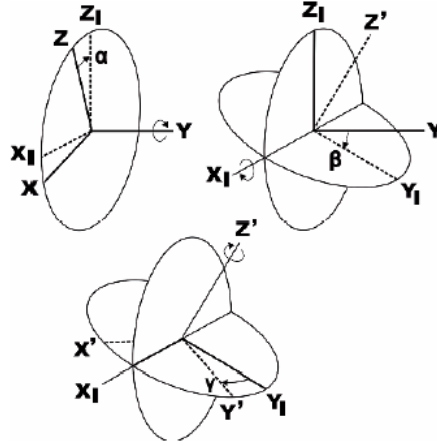


Fig.13.20: rotazioni usate dal metodo Planar Fit (Foken, 2008)

Operativamente, ogni misura elementare (u_m, v_m, w_m) realizzata dall'anemometro ultrasonico triassiale nel proprio sistema strumentale verrà trasformata nella nuova terna (u_{PF}, v_{PF}, w_{PF}) secondo un sistema di riferimento con asse verticale perpendicolare al *Planar Fit* e con assi orizzontali paralleli allo stesso impiegando la trasformazione seguente:

$$\begin{pmatrix} u_{PF} \\ v_{PF} \\ w_{PF} \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{PF} \cdot \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{pmatrix} \quad [13.37a]$$

dove:

$$\sin \alpha = \frac{-b_1}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + 1}} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{b_2^2 + 1}}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + 1}} \quad [13.37b]$$

$$\sin \beta = \frac{b_2}{\sqrt{b_2^2 + 1}} \quad \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{b_2^2 + 1}} \quad [13.37c]$$

Se si vuole che l'asse x del nuovo sistema di riferimento sia diretto lungo la direzione del vento medio, è necessario effettuare l'ultima rotazione prevista nella Fig. 13.20 attorno al nuovo asse z impiegando la relazione seguente ed ottenendo le componenti del moto istantanee definitive:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{PF} \\ v_{PF} \\ w_{PF} \end{pmatrix} \quad [13.38a]$$

dove:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_{PF}}{u_{PF}} \right) \quad [13.38b]$$

Nelle applicazioni pratiche, il metodo *Planar Fit* originario ha dato luogo ad almeno due distinte varianti:

- in primo luogo (van Dijk e al. 2005) si è evitato di introdurre esplicitamente l'*offset* verticale indotto dall'anemometro ultrasonico. Si è preferito, invece, sottrarre ad ogni componente misurata dal sonico il valore c_3 ottenuto sperimentalmente calibrando il sonico in uso ed adottare un *Planar Fit* passante forzatamente per l'origine. In questo modo al

posto della relazione (13.36b) si è considerato il modello lineare:

$$W_m = b_1 U_m + b_2 V_m \quad [13.39]$$

Nell'**Appendice 6** sono descritti i dettagli relativi alla stima ai Minimi Quadrati dei due coefficienti b_1 e b_2 . Una volta ottenuti, si procede nell'individuazione dei tre angoli di rotazione impiegando le medesime relazioni presentate in precedenza.

- quando si misura in un sito ad orografia complessa, sembrerebbe ragionevole suddividere l'orizzonte visto dall'anemometro ultrasonico triassiale in settori angolari, ciascuno caratterizzato da ben precise peculiarità orografiche. A questo punto, se i settori angolari considerati (di uguale ampiezza o meno) sono M , durante il periodo di osservazione di alcune settimane o di alcuni mesi (in cui il sonico resta fisso nella sua posizione originaria) tutte le osservazioni semi-orarie vengono raggruppate per ogni settore angolare a seconda della direzione media del vento. A questo punto si individuano con le stesse metodologie presentate M *Planar Fit* differenti, uno per ciascun settore angolare.

Va evidenziato come, una volta conclusa la rotazione degli assi relativa ad una generica semi-ora il valor medio della componente verticale del moto non è necessariamente nullo, come lo era invece impiegando il metodo delle rotazioni in tempo reale.

13.4.7.3 Osservazioni conclusive

In sostanza, nei due paragrafi precedenti abbiamo presentato in maniera dettagliata tre distinte metodologie di rotazione degli assi necessarie per realizzare la stima dei parametri che quantificano la turbolenza del *SL* impiegando il metodo *EC*:

- il metodo delle due rotazioni (**DR**) in tempo reale,
- il metodo delle tre rotazioni (**TR**) in tempo reale,
- il metodo Planar Fit (**PF**) nelle due diverse varianti.

È naturale che molto sia stato scritto sull'argomento e soprattutto su vantaggi e svantaggi dei tre diversi metodi, senza giungere però a conclusioni definitive. In termini indicativi e riferendoci a Oh e al. (2011) e a Shimizu (2015) possiamo asserire che:

- il metodo che ha presentato la maggiore debolezza in assoluto è il metodo **TR** che, quasi all'unanimità, viene sconsigliato nelle applicazioni pratiche, soprattutto quando il sito di misura ha caratteristiche piuttosto lontane da quelle del sito ideale;
- anche il metodo **PF** nella variante a settori angolari, nonostante sembrerebbe adatto proprio a situazioni caratterizzate da orografia complessa, viene caldamente sconsigliato avendo presentato *performances* abbastanza negative proprio in queste situazioni orografiche;
- il confronto tra il metodo **DR** ed il metodo **PF** tradizionale evidenzia come i due metodi di fatto si equivalgano in termini pratici, anche se l'impiego in sistemi in tempo reale predilige inevitabilmente il metodo **DR**.

I metodi presentati per individuare un sistema di riferimento a cui riferire, con opportune rotazioni, le misure istantanee prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale secondo il sistema di riferimento strumentale ed usate poi per la stima della Matrice di Varianza-Covarianza ed i flussi turbolenti, pur non costituendo la soluzione definitiva, sembrano essere un buon compromesso tra le richieste teorico-fluidodinamiche e le esigenze pratiche. Sottolineiamo ancora una volta che la Matrice di Varianza-Covarianza non è invariante alla rotazione degli assi e quindi, dato un insieme di misure soniche istantanee, essa assume valori diversi a seconda del metodo di rotazione degli assi adottato e con essa assumono valori diversi anche i flussi turbolenti. Il fatto constatato

sperimentalmente che le *performances* del metodo delle due rotazioni (*DR*) e del metodo Planar Fit (*PF*) siano simili comporta, nei fatti, che la loro applicazione alle stesse misure soniche produca stime simili per i flussi turbolenti. Quindi l'ipotesi di lavoro che è indispensabile adottare nell'applicazione pratica dell'*EC* è che l'adozione di uno di questi due metodi di rotazione degli assi per trasformare le misure istantanee soniche prodotte riferendosi al sistema strumentale sia sostanzialmente equivalente all'individuazione di un sistema di riferimento prossimo a quello fluidodinamicamente ideale. Comunque il problema in una certa misura resta ancora aperto.

13.4.8 DEFINIZIONE DEL TEMPO DI MEDIAZIONE

Il metodo *EC* si fonda completamente sulla possibilità di determinare il valor medio di una variabile meteorologica e la relazione (13.10a) evidenzia la possibilità di stimarlo a partire dall'insieme degli N valori istantanei raccolti durante il periodo di mediazione. Tuttavia è importante fare alcune considerazioni aggiuntive sul concetto di media in Micrometeorologia. In primo luogo è importante ricordare che l'ipotesi di base su cui si fonda il metodo *EC* è che una generica variabile ϕ possa essere considerata come la sovrapposizione di:

- un valor medio $\bar{\phi}$ che, almeno in teoria, non dovrebbe variare nel tempo,
- una fluttuazione turbolenta ϕ' che cambia ad ogni istante. L'ipotesi principale che si fa è che le fluttuazioni ϕ' siano delle *realizzazioni* di un *processo stocastico stazionario a media nulla*. Ciò implica che ad ogni istante t queste fluttuazioni siano differenti tra loro, anche se i parametri principali che ne descrivono la statistica (per esempio i momenti di vario ordine) dovranno mantenersi costanti nel tempo.

Nella realtà ciò non avviene e quello che si può vedere è che col tempo il valor medio delle variabili meteorologiche può variare, anche se lentamente. Un esempio tipico è costituito dalla temperatura dell'aria che varia durante il giorno a seconda della disponibilità di radiazione solare. Oltre a ciò, un'altra evidenza è che la statistica del processo stocastico varia lentamente nel tempo: durante le 24 ore del giorno normalmente si passa da situazioni convettive, caratterizzate da varianze molto elevate, a situazioni stabili notturne in cui le varianze assumono valori molto inferiori. Ciò che si nota è una evoluzione temporale normalmente molto lenta, che però può diventare molto più rapida in particolari situazioni meteorologiche (passaggi di fronti, instabilità a mesoscala, ecc.). In pratica, l'applicazione del metodo *EC* si fonda *sull'ipotesi che l'evoluzione temporale media di una variabile meteorologica sia sempre molto lenta e che sia sempre possibile definire un tempo T in cui il fenomeno si possa definire praticamente stazionario*.

Apparentemente, in un periodo di tempo T piccolo, il fenomeno considerato dovrebbe essere decisamente meno irregolare e quindi più stazionario, tuttavia se T è esageratamente piccolo la stima della varianza di una generica grandezza meteorologica realizzata in questo periodo di tempo con la (13.11a) potrebbe essere molto differente da quella vera. Per spiegare ciò, è necessario passare da una visione temporale ad una visione spettrale, in cui la parte turbolenta di un segnale meteorologico può essere considerata la sovrapposizione di molti segnali di tipo armonico: il peso di ciascuna armonica lo si può valutare costruendo lo spettro della variabile, come si farà nel successivo Capitolo 14. Se si considera una porzione del segnale di durata T , lo spettro che si può costruire avrà come *frequenza minima* il valore $1/T$ ed una *frequenza massima* che dipende dall'intervallo di tempo Δt tra due misure successive. Ciò sta a significare che questa porzione di segnale non avrà memoria delle armoniche di frequenza inferiore a $1/T$ e (apparentemente) delle armoniche di frequenza superiore a $1/(2\Delta t)$ (in realtà c'è una memoria parziale delle frequenze superiori a questo valore massimo della finestra spettrale, solo che questa memoria non aiuta e determina il fenomeno chiamato *aliasing* di cui si è trattato in precedenza). Dato che ogni armonica rappresenta in qualche modo un vortice e dato che la dimensione del vortice è inversamente proporzionale alla frequenza tipica dell'armonica, l'analisi di una porzione di segnale di

ampiezza T non permette di tener conto degli effetti dovuti ai vortici corrispondenti alle armoniche di frequenza inferiore a $1/T$. Di conseguenza nella varianza non ci saranno i contributi *energetici* di questi vortici e una parte dell'informazione sulla turbolenza (la parte relativa ai vortici di grande dimensione) si perderà definitivamente. Analogamente, trascurando l'*aliasing*, si perde anche l'informazione relativa ai vortici di dimensione molto piccola, dato che non si può tener conto del contributo delle armoniche di frequenza superiore a $1/(2\Delta T)$. Da tutto ciò risulta chiaro che sarebbe necessario impiegare un periodo T abbastanza lungo per poter mantenere nella varianza e nelle covarianze delle variabili meteorologiche tutta l'informazione relativa alla turbolenza atmosferica, ma T dovrebbe essere anche abbastanza corto da consentire che il fenomeno meteorologico possa essere il più stazionario possibile. Un aiuto a questa discussione viene dall'analisi dello spettro della velocità del vento, già presentato al Capitolo 1 e riproposto nella **Fig.13.21**. In essa l'ordinata rappresenta la parte di energia associata a una determinata dimensione del vortice, mentre l'asse delle ascisse rappresenta la dimensione dei vortici in termini di periodo e di frequenza delle variazioni della velocità del vento. I vortici di piccole dimensioni hanno periodi più corti. I picchi presenti nello spettro mostrano quali siano le dimensioni dei vortici che più contribuiscono all'energia cinetica dell'aria. Il picco localizzato più a sinistra, con periodo vicino alle 100 ore, si riferisce a variazioni della velocità del vento associate al passaggio di fronti. L'altro picco, attorno alle 24 ore, mostra l'aumento diurno della velocità del vento e la sua diminuzione notturna. Il picco ubicato più a destra è il più interessante perché è dovuto ai vortici a microscala con durate variabili tra 10 secondi e 10 minuti. Analizzando questi picchi, si nota una circostanza curiosa: sono visibili variazioni nella velocità del vento con periodo o dell'ordine di alcune ore o dell'ordine dei minuti e dei secondi, però non esistono variazioni con periodi intermedi. Questo fenomeno è noto come *spectral gap*. Nella **Fig. 13.21** lo *spectral gap* si può individuare chiaramente nella valle tra i due picchi principali. Il picco di sinistra descrive i moti sinottici, cioè i flussi medi, mentre quello di destra descrive i moti turbolenti che hanno luogo a livello di microscala. In questo senso, non è arbitrario definire il *PBL* come quella parte della troposfera che risponde a forzanti di scala temporale prossima all'ora. Lo *spectral gap*, quindi, costituisce un mezzo che permette di distinguere l'influenza della turbolenza sul *PBL* dalle altre influenze che non sono di origine turbolenta. Da questa discussione è evidente che l'ordine di grandezza di T dovrebbe essere l'ora.

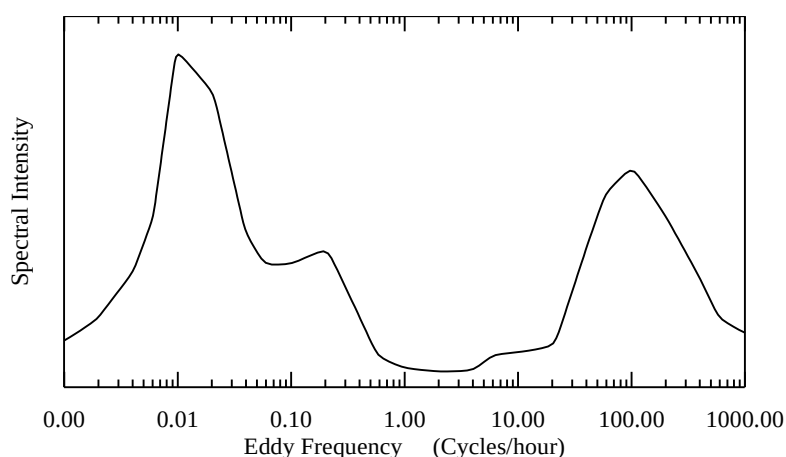


Fig.13.21: spettro della velocità del vento al suolo (Stull, 1988).

Su questo tema si trovano in Letteratura molti lavori in cui si sviluppa una teoria che dovrebbe determinare T . I lavori principali sono quelli di Lumley e Panofsky (1964), di Lenschow e al. (1994) e di Gluhovsky e Agee (1994) ed i risultati che i vari Autori hanno ottenuto non sono applicabili tanto facilmente nella pratica. In ogni modo, quello che risulta da questi vari lavori è che *se si chiede una precisione del $5\div15\%$ nella stima delle medie, varianze e covarianze, il periodo di mediazione T non può essere inferiore a $30\div60$ minuti*. Questa è la regola pratica che

normalmente viene utilizzato nell'applicazione del metodo *EC*.

Il tempo di mediazione di 30÷60 minuti è tipico nella maggior parte delle misure *EC* e normalmente è in grado di *catturare* la maggior parte della turbolenza presente nella *SL* senza contaminazioni da parte dei moti a mesoscala e submeso. Tuttavia nelle situazioni di elevata stabilità, come quelle che si incontrano nell'inverno artico ed antartico (ma non solo), impiegando un tempo di mediazione di 30÷60 minuti per la stima dei flussi di calore e di quantità di moto si *catturano* assieme ai moti turbolenti (se esistono) anche una serie di fluttuazioni a mesoscala e submeso oltre che fenomeni ondosi, contaminando inevitabilmente la stima dei flussi e rendendo problematica la loro interpretazione. In questi casi non è raro che vengano adottati tempi di mediazione inferiori, dell'ordine di 1÷10 minuti (Rodrigo e Anderson, 2013).

Una riflessione particolare va fatta in relazione al lavoro realizzato da Treviño e Andreas (2000). In tale lavoro si è affrontato dal punto di vista sia pratico che teorico questo problema ed è stato individuato un primo metodo *adattivo* che dovrebbe consentire di definire, man mano vengono acquisiti i dati elementari, il tempo di mediazione più appropriato al livello di turbolenza presente nel momento e nel punto di misura. Sfortunatamente, il lavoro è presentato in maniera piuttosto complessa e da quanto si può vedere non è facilmente applicabile in pratica.

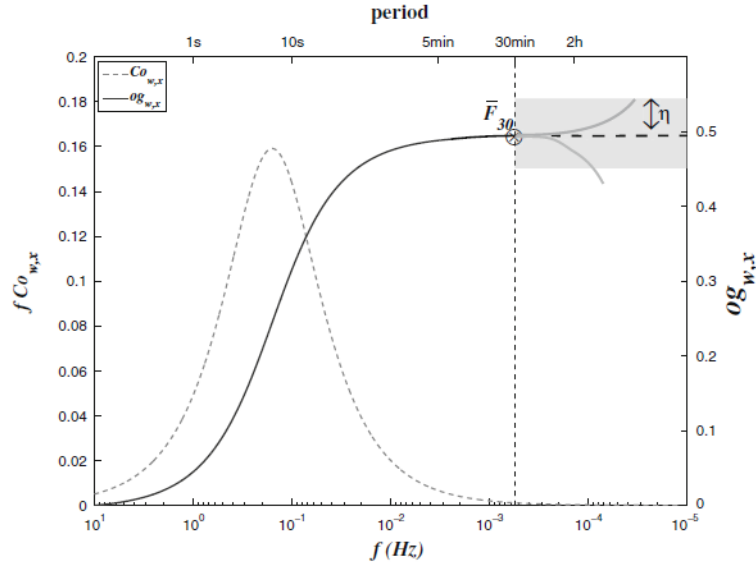


Fig. 13.22: esempio di cospettro tra w ed un generico scalare x (curva tratteggiata) ed Ogiva relativa (Curva continua) (Charuchittipan e al. 2014)

Per verificare se il tempo di mediazione T adottato è corretto o meno, cioè se si è tenuto conto dell'intero spettro dei moti turbolenti e se si è evitato di considerare i moti a mesoscala e submeso, si può impiegare il *metodo dell'Ogiva* introdotto da Oncley e al. (1996) e ben descritto da Charuchittipan e al. (2014). Ricordando quanto descritto in precedenza, in termini puramente teorici, detto $Co_{wc}(f)$ il cospettro tra la componente verticale del moto w ed un generico scalare c (per esempio θ), per definizione il flusso turbolento verticale di c è pari a:

$$\overline{w'c'} = \int_0^{\infty} Co_{wc}(f) \cdot df \quad [13.40a]$$

dove f è la frequenza naturale (Hz). Quando, però, realizziamo una stima col metodo *EC* adottando un tempo di mediazione T ed una frequenza di campionamento f_c , anche se gli strumenti impiegati fossero ritenuti ideali, comunque in realtà ciò che si otterrebbe è il flusso:

$$\overline{w'c'}_m = \int_{f_1}^{f_2} Co_{wc}(f) \cdot df \quad [13.40b]$$

dove il limite inferiore della banda spettrale dipende dal tempo di mediazione adottato ed è pari a $f_1 = 1/T$ mentre il limite superiore di banda dipende dalla frequenza di campionamento ed è pari a $f_2 = f_c/2$. Inevitabilmente la stima dei flussi realizzata col metodo *EC* è una sottostima dei flussi reali. Per valutare se questa sottostima è trascurabile o meno, impieghiamo una grandezza spettrale chiamata *Ogiva* e definita come:

$$Og_{wc}(f) = \left| \int_{\infty}^f Co_{wc}(f) \cdot df \right| \quad [13.40c]$$

che altro non è che il modulo dello spettro cumulato a partire dalle alte frequenze. Quando $f = \infty$ $Og_{wc} = 0$, ma col decrescere di f essa presenterà un andamento regolare crescente che potrà stabilizzarsi ad un ben preciso valore o raggiungere un valore massimo (**Fig. 13.22**). Sia f_0 la frequenza a cui l'Ogiva si stabilizza (o presenta un valore massimo). Allora possiamo asserire che tempi di mediazione non superiori a $1/f_0$ sono periodi di mediazione corretti. Se si adottasse un tempo di mediazione superiore si correrebbe il rischio di introdurre nei flussi turbolenti delle contaminazioni a mesoscala e submeso, mentre se si adottasse un tempo di mediazione molto inferiore si rischierebbe di non tener conto di tutte le fluttuazioni turbolente. Il metodo dell'Ogiva è stato utilizzato soprattutto come test per verificare se il tempo di mediazione adottato è corretto o meno, tuttavia è pensabile un impiego del concetto di ogiva come strumento per una determinazione *adattiva* del tempo di mediazione (Sievers et al. 2015).

Molto interessante, anche ai fini applicativi, è il lavoro di Vickers e Mahrt (2003) in cui sono state analizzate le numerosissime misure raccolte durante la campagna sperimentale CASES99 (Poulos et al. 2002) da numerosi anemometri ultrasonici triassiali posti a quote variabili da 0.5 a 55 metri rispetto al suolo. Per ogni blocco orario di dati sonici gli Autori hanno ricostruito il relativo spettro impiegando la tecnica della Multiresolution (di cui si tratterà al Capitolo 14) e da ogni spettro è stato individuato, più o meno agevolmente, il periodo τ cui corrisponde lo *spectral-gap* di ogni particolare blocco orario di dati corrispondenti sia a situazioni convettive che a situazioni stabili. Per quantificare il livello di stabilità, gli Autori hanno impiegato prevalentemente il *Bulk Richardson Number* R_b definito come:

$$R_b = \frac{(\Theta_z - \Theta_0)gz}{\Theta_z U_z^2} \quad [13.41a]$$

dove z è la quota di misura a cui era posto uno degli anemometri sonici triassiali dai cui dati elementari si stimava agevolmente sia la temperatura potenziale virtuale media Θ_z che la velocità media del vento U_z . In questa relazione con Θ_0 si è indicata la temperatura radiativa del suolo ottenuta dalla misura dell'infrarosso terrestre. Va detto che per una parte di dati analizzati dagli Autori R_b è stato ottenuto impiegando anche la differenza di temperatura potenziale virtuale tra due quote del palo di misura. Nonostante la difficoltà nell'individuare il periodo τ ed i diversi modi di stimare R_b , il risultato ottenuto è un'evidente dipendenza di τ da R_b . Ciò ha consentito di individuare la relazione semi-empirica seguente:

$$\tau = \alpha_r \left(\frac{z}{z_r} \right)^p f(R_b) \quad [13.41b]$$

in cui $z_r = 10$ m è la quota di riferimento, z è una quota di misura (tra 0.5 e 55 m), α_r è il valore di τ in condizioni adiabatiche (pari a 540 s) ed il valore attribuito all'esponente p è $1/3$. La funzione $f(R_b)$ modula il valore di τ a seconda del livello di stabilità e, dalle evidenze sperimentali, gli Autori hanno ottenuto la relazione:

$$f(R_b) = \begin{cases} (1 - 50R_b)^{1/4} & \text{se } R_b < 0 \\ (1 + 100R_b)^{-1/2} & \text{se } R_b \geq 0 \end{cases} \quad [13.41c]$$

Come risulta evidente nella **Fig. 13.23**, questa relazione semi-empirica ben rappresenta la realtà ottenuta sperimentalmente e mostra valori superiori all'unità nelle situazioni convettive, mentre nelle situazioni stabili essa assume valori positivi inferiori a 1. Se si ipotizza che il tempo di

mediazione T sia dell'ordine di grandezza del periodo τ , il risultato molto importante ottenuto è una relazione che definisce T in maniera adattiva sulla base del livello di stabilità presente alla quota z di misura.

La quantificazione della stabilità per mezzo di R_b è piuttosto scomoda operativamente: sarebbe desiderabile poter adottare $\zeta = z/L$ come parametro di stabilità. Se si adotta l'ipotesi che $R_b \cong Ri$ e si adottano le forme proposte da Dyer (1974) per le Funzioni Universali di Similarità del gradiente verticale della temperatura potenziale media e della velocità media del vento, allora si avrebbe che:

$$R_b \cong Ri = \begin{cases} \zeta = z/L & \text{se } \zeta < 0 \\ \zeta(1 + 5\zeta)^{-1} & \text{se } \zeta \geq 0 \end{cases} \quad [13.41d]$$

e perciò la (13.41c) potrebbe essere approssimata come:

$$f(R_b) \cong f(\zeta) = \begin{cases} (1 - 50\zeta)^{1/4} & \text{se } \zeta < 0 \\ \left(1 + \frac{100\zeta}{1 + 5\zeta}\right)^{-1/2} & \text{se } \zeta \geq 0 \end{cases} \quad [13.41e]$$

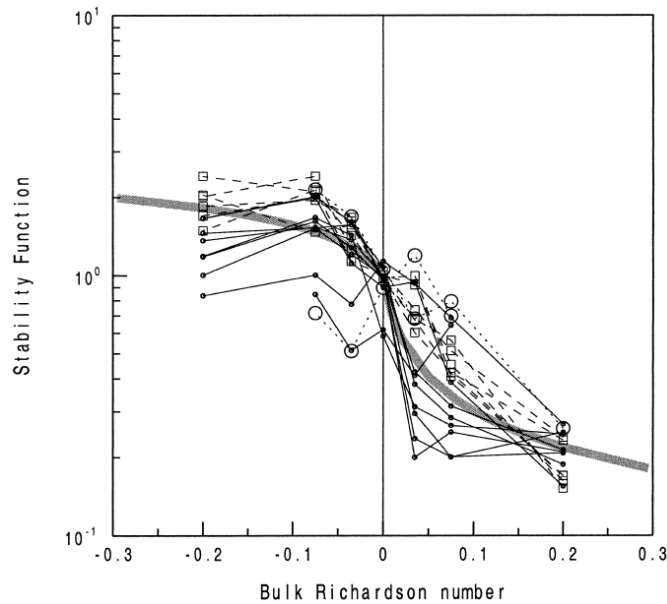


Fig. 13.23: funzione di modulazione $f(R_b)$ del periodo τ con R_b (Vickers e Mahrt, 2003)

Quindi il periodo τ ed il periodo di mediazione T supposti coincidenti sarebbero dati da:

$$T \cong \tau \cong \alpha_r \left(\frac{z}{z_r}\right)^p f(\zeta) \quad [13.39]$$

Con questa relazione adattiva si individua il tempo di mediazione corretto T in ogni situazione di stabilità. Se, come esempio concreto, ipotizziamo di misurare alla quota di 10 m in una situazione convettiva caratterizzata elevata convettività ($\zeta = -1$), il periodo τ (e quindi il tempo di mediazione T) sarebbe dell'ordine di 24 minuti, mentre se ci si trovasse in una situazione di elevata stabilità con $\zeta = 1$ il periodo τ (e quindi il tempo di mediazione T) si ridurrebbe a circa 2 minuti.

La ricerca di metodi adattivi per l'individuazione del periodo di mediazione T è un'attività di ricerca sempre più attiva e ciò deriva dalla sempre maggior evidenza della presenza dei moti submeso nelle fluttuazioni delle componenti orizzontali vento nelle situazioni stabili e comunque nelle situazioni caratterizzate da bassa velocità del vento. Questa presenza, se non individuata, contamina irrimediabilmente la stima dei flussi turbolenti. Se ci si sofferma a riflettere sul problema, ci si accorge che in realtà la definizione di moti a mesoscala, moti submeso e moti

turbolenti è ben lungi dall'essere chiara ed univoca e per questo l'individuazione del periodo di mediazione T con cui separare le fluttuazioni turbolente da ciò che turbolenza non è, inevitabilmente passa attraverso una definizione, anche se pragmatica, delle caratteristiche che dovrebbero possedere la turbolenza.

13.4.9 ELIMINAZIONE DELL'EVOLUZIONE TEMPORALE DELLA MEDIA

Le fluttuazioni delle variabili meteorologiche istantanee attorno alla media sono l'ingrediente essenziale del metodo *EC*, media che, secondo l'ipotesi di Reynolds, dovrebbe essere la media d'insieme (cioè il valore atteso). In generale, il valore atteso di una variabile stocastica (cui è assimilata una qualunque variabile meteorologica) è anch'essa variabile nel tempo e solo quando essa è stazionaria, risulta una costante. Se poi la variabile stocastica, oltre che essere stazionaria, è anche ergodica, allora la media d'insieme coincide esattamente con la media temporale, una volta però adottato un periodo di mediazione T infinito. Se, invece, adottassimo un periodo di mediazione T finito, la media temporale così ottenuta sarebbe una stima del valore atteso affetta da errori. Il meglio che, in pratica, possiamo fare è considerare un *record* di misure di lunghezza finita T e considerare tale *record* come una delle possibili realizzazioni discrete della variabile meteorologica e da esso dedurre in maniera campionaria la stima del valore medio e dei momenti di ordine superiore. Ai punti 12.3.1 e 12.3.2 abbiamo trattato estesamente tutto ciò dal punto di vista teorico ed abbiamo individuato anche relazioni che ci consentirebbero di stimare gli errori associati alla scelta del periodo di mediazione T . Tuttavia, anche in quella sede, di fatto si è sempre ipotizzato che la variabile considerata avesse le caratteristiche di una variabile stocastica ergodica e stazionaria.

Tuttavia, come abbiamo visto al Capitolo 1, la disponibilità o meno della radiazione solare e la sua variabilità giornaliera induce praticamente in tutte le variabili meteorologiche un tipico ciclo diurno che determina *oscillazioni a bassa frequenza* sovrapposte alle fluttuazioni ad alta frequenza tipiche della turbolenza del *PBL*. Questo è evidentemente un *fenomeno a mesoscala*. Oltre a ciò, sull'andamento temporale di molte variabili meteorologiche, soprattutto delle componenti cartesiane del moto ed in situazioni di stabilità, si vengono a sovrapporre anche variazioni a media-bassa frequenza derivanti dalla presenza di fenomeni ondosi e da moti submeso che sembrano essere una proprietà intrinseca alle equazioni di Navier-Stokes. Il risultato complessivo di tutto ciò è che le ipotesi di stazionarietà e di ergodicità sono ben lungi dall'essere verificate.

In termini pratici, il metodo *EC* opera su *record* di dati di durata dell'ordine dell'ora sfruttando lo *spectral gap* presentato dalle variabili meteorologiche misurate nel *PBL*, ma nonostante ciò inevitabilmente questi *record* evidenziano le tipiche fluttuazioni turbolente ad alta frequenza tipiche della turbolenza, ma anche le oscillazioni dovute ai moti ondosi e submeso. In particolare, le fluttuazioni a bassa frequenza, per la limitatezza del periodo di osservazione cui si riferisce il generico *record*, spesso si presentano visivamente come un *trend* più o meno lineare. Il *trend* è quindi una perturbazione nel segnale caratterizzata da un periodo superiore al periodo di osservazione T . Il considerare il periodo di osservazione come tempo di mediazione, ignorare la presenza delle oscillazioni di natura non turbolenta e lo stimare in maniera campionaria medie, varianze e covarianze inevitabilmente conduce a stime che spesso sono abbastanza distanti dalla realtà (Panofsky e Dutton, 1983). Per questo ci dedichiamo ora a studiare i diversi metodi impiegati per separare il valor medio (costante o meno durante il periodo di osservazione T) dalle fluttuazioni turbolente e quindi per stimare i flussi turbolenti che caratterizzano il *PBL* dalla covarianza di questi ultimi. Di fatto, tutti questi metodi (la media aritmetica delle misure del *record* originario, il *detrending lineare* e l'applicazione di un *filtro numerico*) possono essere considerati altrettanti *filtri passa-basso* con caratteristiche spettrali differenti che separano la componente fluttuante a bassa frequenza del segnale meteorologico considerato. Nell'esposizione che faremo, tutta dedicata ai principali metodi in uso per l'eliminazione della media da un segnale (o meglio per eliminarne la componente a bassa frequenza), ci riferiremo prevalentemente al celebre lavoro di Rannik e Vesala (1999).

13.4.9.1 Mean Removal (MR)

Si consideri una generica variabile (per esempio la componente verticale del moto) campionata ad N istanti discreti t_i ($i = 1, \dots, N$) separati dall'intervallo temporale Δt . Sia w_i il suo valore all'istante t_i . Il metodo *Mean Removal MR* (noto anche come *block averaging*) semplicemente ignora la presenza di *trend* e di ogni oscillazione ondosa o submeso e definisce come valore medio, costante nel periodo di osservazione, la media aritmetica dei valori discreti w_i , cioè:

$$\bar{w} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i \quad [13.42a]$$

e quindi le fluttuazioni della variabile ai vari istanti t_i sono date da:

$$w'_i = w_i - \bar{w} \quad [13.42b]$$

Come abbiamo visto ai punti precedenti, se ai *raw data* prodotti dall'anemometro ultrasonico triassiale è stato applicato il metodo delle due (*DR*) o delle tre (*TR*) rotazioni, la componente verticale del moto nel sistema ruotato è, per costruzione, a media nulla, mentre così non è se come metodi di rotazione degli assi si è adottato il Planar Fit (PF).

Il metodo *MR* (uno dei più usati in pratica) quindi ipotizza che, nel periodo cui si riferisce il *record* $w[i]$, la variabile considerata presenti le caratteristiche di stazionarietà e di ergodicità presupposte dalla teoria. Inoltre, se consideriamo i *record* $w[i]$ e $\theta[i]$ di due variabili, (sempre di cardinalità N), la loro covarianza (cui è associato il flusso di θ nella direzione verticale se w è la componente verticale del moto) può essere stimata in modo campionario come:

$$\overline{w\theta}_T = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w}) \cdot (\theta_i - \bar{\theta}) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \overline{w'_i \theta'_i} - \bar{w} \cdot \bar{\theta} \quad [13.42c]$$

È evidente che se il valor medio della componente verticale del moto è nulla, allora anche il secondo termine del membro di destra della relazione precedente è nullo e la covarianza è la media aritmetica, moltiplicata per il fattore $N/(N-1)$, del prodotto delle variabili istantanee.

Con l'applicazione di questa metodologia di fatto si opera un filtraggio del segnale originario volto ad eliminare le basse frequenze e ciò lo si ottiene sovrapponendo al segnale originario una finestra di ampiezza temporale T (che è l'ampiezza temporale del *record*). Più precisamente, se per esempio $w(t)$ e $\theta(t)$ sono dei *veri* segnali meteorologici continui (per esempio, i segnali istantanei della componente verticale del moto e della temperatura dell'aria), allora l'azione del metodo *MR* è del tutto equivalente, nel dominio del tempo, a moltiplicare il segnale per la funzione finestra $H(t)$ che può essere rappresentata dalla semplice relazione seguente:

$$H(t) = \begin{cases} 1 & \text{per: } t - T/2 \leq t \leq t + T/2 \\ 0 & \text{per: } t < T/2 \text{ e } t > t + T/2 \end{cases} \quad [13.42d]$$

Analizzando però questa situazione nel dominio delle frequenze (Rannik e Vesala, 1999) notiamo come il metodo *MR*, come c'era da aspettarsi, non sia in grado di *risolvere* adeguatamente le basse frequenze. Il risultato finale è che le fluttuazioni attorno alla media (che in questo caso non può essere che costante in tutto l'intervallo T) derivano non solo dalla turbolenza del *PBL*, ma anche dai fenomeni a mesoscala e submeso e ciò induce inevitabili errori sistematici e *random* di cui tratteremo successivamente. Rimandando al riferimento citato per i dettagli, considerando come esempio la covarianza tra la componente verticale del moto w e la temperatura potenziale θ ottenuta col metodo *MR* impiegando la relazione (13.42c) ed il suo valore atteso $\overline{w\theta}$, l'errore sistematico che si ha adottando il metodo *MR* risulta pari a:

$$\overline{w\theta} - \overline{w\theta}_T = \int_0^\infty C_{w\theta}(f) \cdot \frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2} \cdot df \quad [13.43a]$$

dove f è la frequenza e $Co_{w\theta}$ è il co-spettro *one-sided* tale che:

$$\int_0^{\infty} C_{w\theta}(f) \cdot df = \overline{w\theta} \quad [13.43b]$$

Tutto ciò è vero anche se consideriamo un diverso momento (per esempio una varianza). Come vedremo, essendo un errore sistematico, saremo in grado di correggerlo proprio impiegando queste relazioni.

Nonostante queste limitazioni, non immediatamente visibili, il metodo *Mean Removal* è stato e continua ad essere uno dei metodi più impiegati nelle applicazioni pratiche, soprattutto di routine, dell'*EC* e ciò deriva dalla sua estrema semplicità applicativa.

13.4.9.2 Linear Detrending (LDT)

Alla base di questo metodo c'è l'ipotesi che *qualunque tipo di evoluzione lenta di un segnale meteorologico nel periodo di osservazione T può essere ben approssimata da un andamento lineare*. Questo è un'accettabile approssimazione della realtà per i *trend* legati al ciclo giornaliero ed ai disturbi a mesoscala. In pratica, disponendo di un *record* relativo al tempo di osservazione T in cui sono raccolti i valori istantanei $[x_i]$ di una generica variabile meteorologica, il *trend lineare* sarà una funzione del tipo:

$$\bar{x}(t) = a + b \cdot t \quad [13.44a]$$

quindi, a differenza del metodo *MR*, adottando il *LDT* ammettiamo che durante il periodo di osservazione T il valore atteso della variabile x vari nel tempo t ed in particolare vari in maniera lineare. Dato che ogni valore x_i corrisponde ad un istante $t_i = i \cdot \Delta t$ ($1/\Delta t$ è la frequenza di campionamento adottata), la determinazione del valore dei due coefficienti a e b della regressione lineare la si ottiene applicando il Metodo di Regressione Lineare ai Minimi Quadrati (**Appendice 6**) alle N coppie $[t_i, x_i]$ ed il risultato che si ottiene è:

$$b = \frac{N \sum_{i=1}^N t_i x_i - \sum_{i=1}^N t_i \sum_{i=1}^N x_i}{N \sum_{i=1}^N t_i^2 - (\sum_{i=1}^N t_i)^2} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^N x_i - b \cdot \sum_{i=1}^N t_i}{N} \quad [13.44b]$$

Queste relazioni sono valide in generale, ma (Bendat e Piersol, 1986), possono essere decisamente semplificate ricordando che gli istanti temporali t_i sono dati dalla relazione $t_i = i \cdot \Delta t$. In questo caso, ricordando le identità:

$$\sum_{n=1}^N n = \frac{N(N+1)}{2} \quad \sum_{n=1}^N n^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6} \quad [13.44c]$$

si ha che:

$$a = \frac{2(2N+1) \sum_{i=1}^N x_i - 6 \sum_{i=1}^N i \cdot x_i}{N(N-1)} \quad b = \frac{12 \sum_{i=1}^N i \cdot x_i - 6(N+1) \sum_{i=1}^N x_i}{\Delta t \cdot N(N-1)(N+1)} \quad [13.44d]$$

Una volta individuato il *trend lineare*, cui si suppone siano sovrapposte le fluttuazioni turbolente, queste ultime ovviamente risultano pari a:

$$x'_i = x_i - (a + b \cdot t_i) \quad [13.44e]$$

Rannik e Vesala (1999) hanno studiato le implicazioni legate all'utilizzo del metodo *LDT* ed hanno evidenziato come l'applicazione di questo metodo di *detrending* comporti una sistematica sottostima dei momenti di ordine superiore e la presenza di errori *random*. In particolare, prendendo come esempio concreto la covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura potenziale dell'aria, si che la sistematica sottostima della covarianza $\overline{w\theta}_{LDT}$ ottenuta col metodo *LDT* la si ha da considerazioni spettrali per i cui dettagli si rimanda a Rannik e Vesala (1999). Il risultato finale è che:

$$\overline{w\theta} - \overline{w\theta}_{LDT} = \int_0^\infty C_{w\theta}(f) \cdot \left[\frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2} + 3 \frac{(\sin(\pi f T) - \pi f T \cos(\pi f T))^2}{(\pi f T)^4} \right] \cdot df \quad [13.45]$$

dove $\overline{w\theta}$ è il valore atteso della covarianza. Come si nota, questa relazione è molto simile a quella relativa alla sottostima sistematica intrinseca al metodo *MR* ed è pari a circa due volte quest'ultima.

Le capacità di calcolo dei sistemi di acquisizione ed elaborazione dati di cui è dotata una moderna stazione *EC* sono di una potenza tale da consentire agevolmente di acquisire le serie storiche $[x_i]$ generate dai vari sensori presenti e successivamente effettuare un *detrending* lineare e le stime campionarie dei vari momenti di interesse, senza con ciò alterare la frequenza di campionamento. Così non era nelle prime applicazioni della tecnica *EC*. Allora i Data Logger erano lenti e di potenza di calcolo limitata e conveniva, se possibile, utilizzare tecniche *real-time* per il *detrending*. Alcune di queste tecniche erano *hardware*, ma altre erano *software* ed un esempio interessante di ciò è rappresentato dal lavoro di Gash e Culf (1996) in cui è descritta nei dettagli una tecnica analitica che consente il *detrending lineare on-line*. Visto che oggi non sussistono più problemi di potenza di calcolo per i sistemi di acquisizione, questa tecnica può essere considerata una curiosità interessante per i cui dettagli (piuttosto intricati) si rimanda al riferimento originale.

Per concludere è interessante accennare al lavoro di Andreas e Treviño (1997) in cui viene descritta una tecnica originale di applicazione di due particolari tipi di *Wavelets* che consente un *detrending* approssimativamente lineare caratterizzato da un'elevata efficienza numerica, anche se questo guadagno in rapidità di esecuzione dell'algoritmo non ci sembra compensare la sua complessità analitica.

13.4.9.3 RC Filtering (RCF)

Agli inizi dell'applicazione della tecnica *EC* le modeste capacità di calcolo dei Data Logger e le ridotte disponibilità di memoria per la memorizzazione delle misure raccolte imponeva tecniche di elaborazione e soprattutto di *detrending* di tipo *on-line*. Da qui ha avuto origine il metodo del *Filtraggio RC* descritta da McMillen (1988) e denominata impropriamente dall'Autore come *Running Mean Filtering*.

In questo caso non preoccupiamoci di organizzare in *record* le misure raccolte, ma consideriamo direttamente la sequenza discreta $[x_i]$ di una generica variabile di interesse ed applichiamo ad esso un *filtro numerico RC* di tipo *passa-basso*. Supponiamo di considerare un segnale x (una componente del vento, la temperatura potenziale virtuale, ecc.) misurato con un tempo di acquisizione Δt (per esempio ogni 0.1 secondi) nell'intervallo temporale T . Ciò sta a significare che disponiamo nel periodo di mediazione di un insieme ordinato di N numeri $x_1, x_2, \dots, x_N$ presi agli istanti $t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t, \dots, t_0 + N\Delta t = t_0 + T$. Un filtro numerico *RC passa-basso* (chiamato impropriamente anche *media mobile*) è un operatore matematico che assume in ingresso la serie temporale $[x_i]$ e produce una nuova serie temporale $[y_i]$ che presenta una evoluzione temporale molto più regolare di quella originaria avendo eliminato le oscillazioni ad alta frequenza. In pratica la serie $[y_i]$ si ottiene come:

$$y_i = a \cdot y_{i-1} + (1 - a) \cdot x_i \quad [13.46a]$$

dove, secondo McMillen(1988), il coefficiente a risulta legato al *tempo caratteristico* del filtro τ_c dalla relazione:

$$a = \exp(-\Delta t / \tau_c) \quad [13.46b]$$

Nella (13.46b) τ_c è il *tempo caratteristico del filtro* che determina quanto la serie in *output* al filtro sarà *smooth*. Più elevato è τ_c più regolare è la serie $[y_i]$. Se Δt è molto minore di τ_c :

$$a \cong 1 - \frac{\Delta t}{\tau_c} \quad [13.46c]$$

Recentemente De Franceschi e Zardi (2003), dopo rigorosi ragionamenti basati sulla Trasformata

z , hanno mostrato come la relazione formalmente più corretta per esprimere il coefficiente a in termini di tempo caratteristico τ_c sia:

$$a = 2 - \cos(\omega_c) - \sqrt{\cos^2(\omega_c) - 4 \cos(\omega_c) + 3} \quad [13.46d]$$

dove $\omega_c = 2\pi \Delta t / \tau_c$. Quando Δt è molto minore di τ_c la (13.46d) può essere approssimata come:

$$a \cong 1 - 2\pi \frac{\Delta t}{\tau_c} \quad [13.46e]$$

In pratica, se si considera un sistema che realizza l'acquisizione della componente verticale del vento w e della temperatura potenziale θ , l'applicazione del filtro alle due serie di dati porta ad ottenere per ciascuna un'analogia serie filtrata $[W_i]$ e $[\Theta_i]$ data da:

$$\theta_i = a \cdot \theta_{i-1} + (1 - a)\theta_i \quad W_i = a \cdot W_{i-1} + (1 - a)w_i \quad [13.46f]$$

mentre le varianze e la covarianza di queste variabili (w e θ) si otterranno nel modo seguente:

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(\theta_k - \bar{\theta})^2]} \quad \sigma_w = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(w_k - \bar{w})^2]} \quad [13.46g]$$

$$\overline{w'\theta'} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(w_k - \bar{w})(\theta_k - \bar{\theta})]} \quad [13.46h]$$

Per chiarire meglio il comportamento del filtro, data la serie discreta $[x_i]$ l'applicazione del filtro comporta la creazione della corrispondente serie filtrata $[y_i]$ che rappresenta l'andamento della variabile x depurata delle alte frequenze. La serie $[x_i] - [y_i]$ rappresenta quindi la serie delle *fluttuazioni ad alta frequenza* del segnale originario.

Ovviamente la costante a che caratterizza completamente il filtro determina anche come esso ripartisce tra segnale filtrato e fluttuazioni le oscillazioni di x alle varie frequenze. Per quantificare ciò è necessario studiare le caratteristiche spettrali del filtro. Rimandando a Bendat e Piersol (1986, pag. 367) per i dettagli, un filtro passa basso come quello sopra descritto è caratterizzato da un Guadagno definito come:

$$|H(f)|^2 = \frac{(a - 1)^2}{(1 + a^2) - 2a \cos(2\pi f \Delta t)} \quad [13.47a]$$

Quando $\tau_c \gg \Delta t$, questa relazione si trasforma nella forma seguente:

$$|H(f)|^2 \approx \frac{1}{1 + (2\pi f \tau_c)^2} \quad [13.47b]$$

Ciò sta a significare che il filtro *attenua* l'armonica di frequenza f presente nel segnale originario riducendone l'ampiezza A al valore $A \cdot |H(f)|^2$. Come si può facilmente vedere dalla **Fig.13.24** in cui il filtro ha tempo caratteristico pari a 300 s, il guadagno è una funzione decrescente della frequenza f in modo molto particolare: alle basse frequenze l'attenuazione è minima, mentre cresce rapidamente quando la frequenza f supera un certo valore. Per convenzione si definisce *frequenza di cut-off* f_c quella frequenza per cui il guadagno raggiunge il valore 0.5 e, come si vede dalla figura, questa frequenza si colloca sostanzialmente al centro della zona di forte diminuzione del guadagno. Quindi grossolanamente si può asserire che la serie filtrata contiene armoniche con frequenza $f < f_c$, mentre le armoniche con $f > f_c$ vengono attenuate o perse. Ovviamente il taglio in frequenza del filtro non è così netto, come del resto si vede molto bene dalla figura. Dalla (13.47b) si può vedere che la *frequenza di cut-off* è legata al tempo caratteristico del filtro τ_c dalla relazione:

$$f_c \cong \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad [13.47c]$$

da cui è facile individuare quale dovrebbe essere il tempo caratteristico del filtro (e quindi il parametro a) perché vengano lasciate praticamente inalterate nel segnale filtrato le armoniche a frequenza inferiore a f_c .

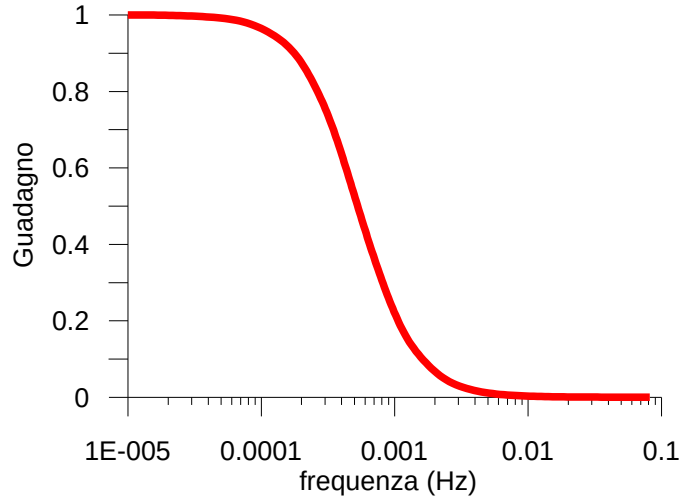


Fig. 12.24: Guadagno di un filtro a media mobile passa-basso con tempo caratteristico 300 s

Il primo problema connesso con questo metodo di *detrending* sta nel fatto che le fluttuazioni di x , cioè la serie $[x_i - y_i]$, non hanno in generale valor medio nullo in un predefinito intervallo di osservazione T e quindi questo tipo di *detrending* non rispetta le condizioni richieste per la decomposizione di Reynolds (Kaimal e Finnigan, 1994) nella forma normalmente utilizzata nella *EC*. Infatti, se si prende come esempio la covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura potenziale, vediamo che:

$$\overline{w'\theta'} = \overline{(w - \bar{w}) \cdot (\theta - \bar{\theta})} = \overline{w\theta} - \overline{\bar{w}\theta} - \overline{w\bar{\theta}} + \overline{\bar{w}\bar{\theta}} \quad [13.48a]$$

Quando la separazione del valor medio dal segnale ha luogo impiegando il metodo *MR*, i termini $\overline{w\bar{\theta}}$ e $\overline{\bar{w}\theta}$ sono entrambi uguali a pari a $\bar{w} \cdot \bar{\theta}$ e quindi:

$$\overline{w'\theta'} = \overline{(w - \bar{w}) \cdot (\theta - \bar{\theta})} = \overline{w\theta} - \bar{w} \cdot \bar{\theta} \quad [13.48b]$$

rispettando le condizioni imposte dall'ipotesi di Reynolds. Quando, invece, impieghiamo il metodo *RCF*, la covarianza deve essere valutata calcolando tutti i termini della relazione (13.48a) e ciò evidenzia il non rispetto dell'ipotesi di Reynolds (nella forma usata dalla *EC*). Il secondo problema, sempre di tipo teorico, è che quando si impiega questa definizione di media, le caratteristiche spettrali delle fluttuazioni cambiano, producendo problemi quando è necessario calcolare il *Tempo Euleriano caratteristico di scala*, cioè il tempo per cui il segnale è autocorrelato (Kaimal e Finnigan, 1994). Di fatto, il calcolo diretto del *tempo integrale di scala* porta inevitabilmente ed incredibilmente ad un valore nullo (Treviño e Andreas, 2000; Eckman 2008). Un ulteriore problema che si presenta nell'applicazione pratica di questo metodo sta nella determinazione del tempo caratteristico τ_c del filtro. Normalmente si utilizzano valori entro l'intervallo 150÷300 secondi, anche se non esiste una maniera semplice per decidere quale valore attribuire a questo parametro.

Rannik e Vesala (1999) hanno studiato gli errori sistematici di sottostima introdotti da questo metodo di *detrending*. Prendendo sempre a riferimento la stima della covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura potenziale e rimandando al loro lavoro per i dettagli, si ha che l'errore sistematico connesso alla sua stima risulta pari a:

$$\overline{w\theta} - \overline{w\theta}_{RCF} = \int_0^\infty C_{w\theta}(f) \cdot [1 - H(f)] \cdot df \quad [13.49a]$$

dove $H(f)$ è la *funzione di trasferimento* (il cui quadrato è il guadagno del filtro) data da:

$$H(f) = \frac{(2\pi f \tau_d)^2}{1 + (2\pi f \tau_d)^2/a} \quad [13.49b]$$

La costante di tempo efficace del filtro τ_d è pari a:

$$\tau_d = \frac{a\Delta t}{1 - a} \quad [13.49c]$$

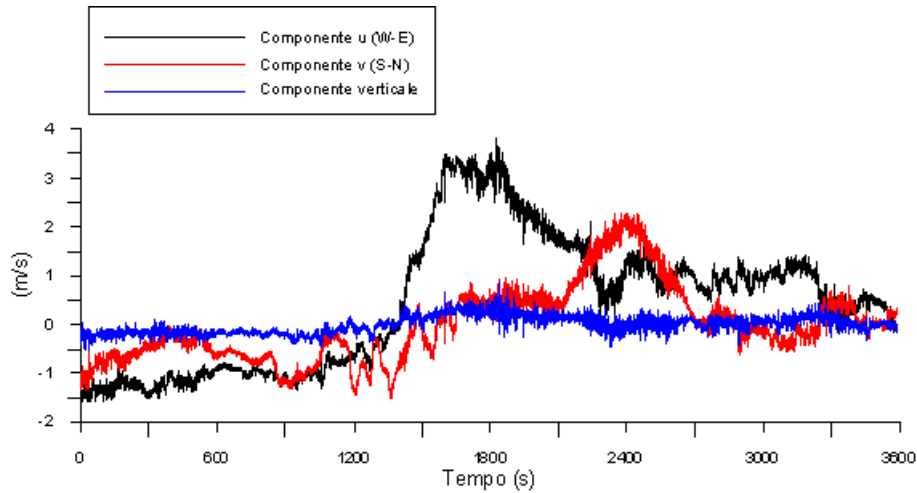


Fig. 13.25: andamento delle tre componenti del moto così come misurate in un'ora e a 10 Hz da un anemometro ultrasonico triassiale.

Le ultime considerazioni, tutte sostanzialmente negative, farebbero supporre che il metodo *RCF* debba avere inevitabilmente un'utilità pratica molto limitata, ma così non è. Consideriamo, infatti, la strana situazione stabile presentata nella **Fig. 13.25** dove è mostrato l'andamento di un'ora delle tre componenti del vento così come misurate da un anemometro ultrasonico triassiale alla frequenza di 10 Hz. Come si vede, nelle due componenti orizzontali, ancora riferite al sistema di riferimento meteorologico, sono presenti evidenti moti di *meandering* a bassa frequenza, mentre la componente verticale risulta relativamente non contaminata da queste oscillazioni. È chiaro senza ombra di dubbio che se si utilizzasse il metodo *MR* per ottenere le fluttuazioni turbolente, esse risulterebbero irrimediabilmente contaminate dal *meandering*, producendo varianze e covarianze molto elevate, cosa decisamente improbabile. Anche l'applicazione del metodo *LD* porterebbe a risultati simili. Solo l'applicazione del *RC Filtering* può consentire di affrontare realisticamente il problema.

Per semplicità, consideriamo solo la componente *W-E* del moto (V_x) che presenta l'andamento più estremo. Da un'analisi grossolana del suo andamento nel tempo possiamo ipotizzare, almeno in prima approssimazione, che applicando un filtro digitale *RCF* con una costante di tempo τ_c dell'ordine dei 30 secondi si potrebbe realizzare la separazione del moto di *meandering* dai moti turbolenti. In effetti, dalla **Fig. 13.26** in cui viene mostrato l'andamento di V_x con sovrapposto l'andamento del segnale ottenuto dal filtro, si vede chiaramente come sia stato possibile separare il *meandering* dalla turbolenza. La **Fig. 13.27** evidenzia ancora meglio tutto ciò. In essa viene mostrato in colore rosso le fluttuazioni che deriverebbero dall'applicazione della *Mean Removal* ed è evidente la loro irrimediabile contaminazione da parte del *meandering*. La curva nera, invece, rappresenta le fluttuazioni ottenute col filtro digitale e, senza alcun dubbio, essa evidenzia fluttuazioni turbolente compatibili con la situazione stabile che caratterizzava l'evento

considerato.

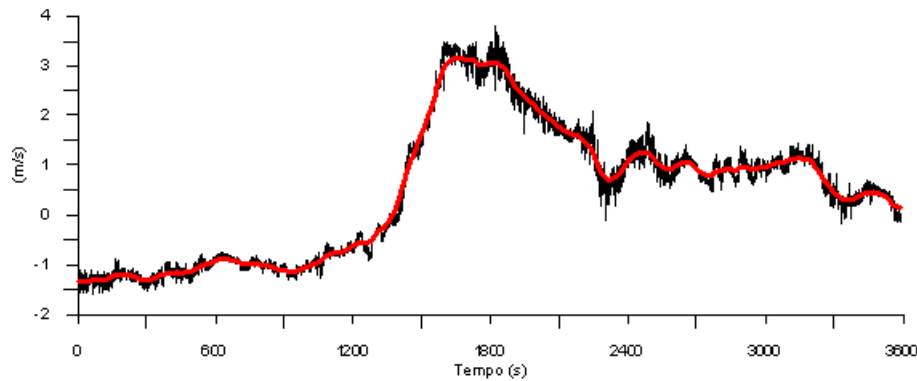


Fig. 13.26: confronto tra l'andamento originale di V_x (curva nera) e l'andamento del segnale prodotto dal filtro con tempo caratteristico $\tau_c = 30$ secondi (curva rossa)

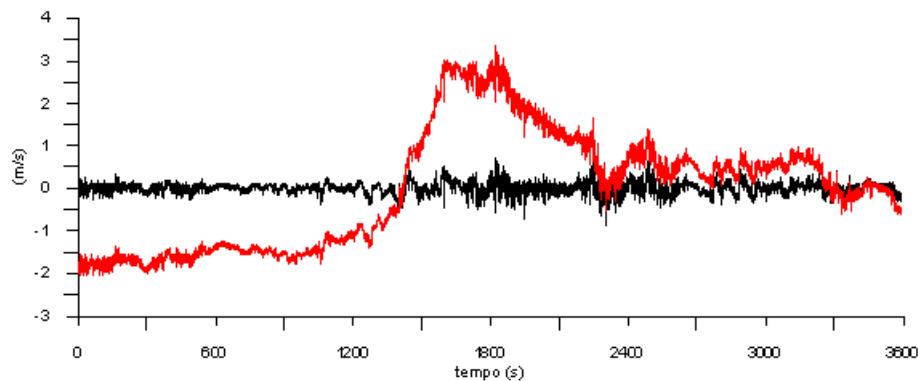


Fig. 13.27: le fluttuazioni ottenute col metodo MR (curva rossa) e le fluttuazioni ottenute con il metodo RCF (curva nera)

Va detto che per realizzare questo esercizio non si è utilizzata la formulazione originale del filtro digitale sopra riportata, ma si è fatto riferimento alle osservazioni di De Franceschi e Zaldi (2003) e di Falocchi e al. (2018). In questi lavori si evidenziano due problemi pratici insiti nell'applicazione di un filtro numerico *passa-basso* come quello qui considerato ad un record x_i , $i = 1, N$ di lunghezza finita (e non infinita, come implicitamente si è fatto finora). Il primo problema è costituito dal fatto che quando il filtro considera x_1 , cioè il primo valore del record, non ha ovviamente a disposizione il valore filtrato y_0 . Il porre $y_1 = x_1$ per esigenze pratiche comporta inevitabilmente un *effetto di bordo* che si può propagare negli istanti successivi *corrompendo* il filtraggio. Inoltre l'evidente asimmetria del filtro inevitabilmente comporta uno *sfasamento* tra il segnale originario x_i ed il segnale filtrato y_i . Un modo pratico per risolvere i problemi suggeriti dai lavori citati consiste nell'applicare i passi operativi seguenti:

1. al segnale discreto originario $[x_i]$ si sostituisca un segnale $[z_i]$ costituito dal segnale x_i cui è stato aggiunto un *buffer a sinistra* ed un *buffer a destra*. L'ampiezza M , identica per i due buffer potrebbe essere valutata analiticamente, ma in termini pratici la si può ritenere una frazione significativa della lunghezza complessiva del record. Per esempio, se il record x_i consta di 36000 dati, ognuno dei due buffer potrebbe essere di lunghezza $M=1000$. I dati contenuti nel buffer di sinistra sono i primi M dati della serie *riflessi*, però, rispetto all'origine del record originario e similmente il buffer di destra sarà costituito dagli ultimi M dati della serie *riflessi* rispetto alla fine della serie x_i ;

2. al segnale z_i (di dimensione $N + 2M$) si applica il filtro digitale consueto, cioè la (5.46a) ottenendo un segnale filtrato ξ_i che è il risultato del *filtraggio Forward* del segnale z_i ;
3. sul segnale filtrato *in avanti* ξ_i viene ora effettuato un identico filtraggio, ma da destra verso sinistra (*filtraggio backward*) ottenendo un nuovo segnale discreto w_i di pari lunghezza. Per realizzare ciò, si parte dal punto $N + 2M$ di ξ_i e si applica la relazione seguente:

$$w_i = a \cdot w_{i+1} + (1 - a) \cdot w \cdot \xi_i$$

In questo modo si elimina lo sfasamento del segnale filtrato dovuto alla asimmetria del filtro digitale;

4. infine si eliminano i due buffer dal segnale discreto w_i e ciò che resta è l'effettivo e desiderato segnale filtrato y_i dal segnale originario x_i .

Falocchi e al. (2018) sottolineano anche come ci sia un ulteriore problema non risolto da questa procedura operativa. Nell'eseguire questo doppio filtraggio si è inevitabilmente ottenuta anche un'indesiderata riduzione di ampiezza del segnale ottenuto dal filtraggio e gli Autori propongono anche un metodo, piuttosto complesso, per ridurre gli effetti che, peraltro, non sembrano eccessivamente preoccupanti.

13.4.9.4 Considerazioni ulteriori

I metodi di estrazione della componente a bassa frequenza di un segnale e della individuazione delle fluttuazioni turbolente non si esauriscono con i tre metodi considerati. Altri esempi si possono trovare in Finnigan e al. (2003), ma rappresentano più modelli utili a scopo teorico che metodi di utilizzo pratico nella stima dei flussi turbolenti.

Come abbiamo detto, tutti i tre metodi considerati, *MR*, *LDT* e *RCF*, sono di fatto dei filtri passa-basso, ognuno con caratteristiche spettrali differenti. Per confrontarne le caratteristiche e la capacità di filtraggio delle alte frequenze, conviene considerare la Funzione di Trasferimento $H(f)$ che caratterizza ognuno di essi. Ricordiamo che il quadrato della Funzione di Trasferimento ad una frequenza f rappresenta l'attenuazione che il filtro opera sull'armonica di pari frequenza. Seguendo Rannik e Vesala (1999), possiamo definire la grandezza $1 - H(f)$ (sfortunatamente definita dagli Autori ancora Funzione di Trasferimento) che rappresenta la porzione di segnale ad alta frequenza che il filtro consente di ottenere una volta sottratto il segnale filtrato dal filtro passa-basso dal segnale originario, e consideriamo per i metodi *MR* e *LDT* un tempo di mediazione pari a T e per il metodo *RCF* una costante di tempo del filtro τ_c pari a $T/4$.

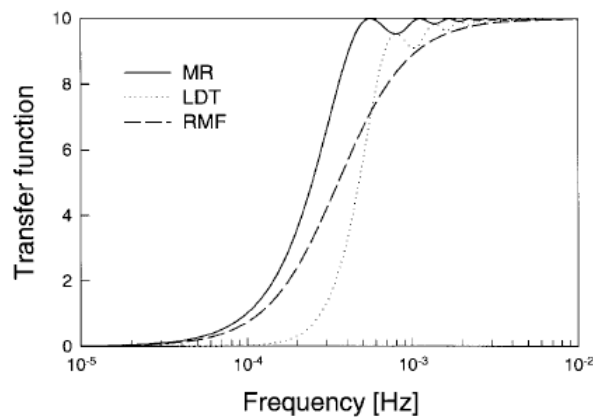


Fig. 13.28: la funzione $1 - H(f)$, denominata *Transfer Function*, in funzione della frequenza (Rannik e Vesala, 1999)

Nella **Fig. 13.28** viene riportata la grandezza $1 - H(f)$. Come si nota, il metodo che separa più nettamente le alte dalle basse frequenze è il metodo *LDT*, mentre il metodo *RCF* è quello che lo fa nel modo peggiore. Queste considerazioni non sono conclusive, ma giustificano la preferenza che nelle applicazioni pratiche della *EC* viene data ai metodi *MR* e *LDT*.

Infine va sottolineato che i tre metodi di *detrending* sono trasformazioni lineari e come tali sono intercambiabili con altre trasformazioni lineari sui dati elementari come per esempio la rotazione del sistema di coordinate. Pertanto nelle elaborazioni *EC* è corretto sia realizzare prima il *detrending* delle misure elementari e poi la rotazione degli assi, ma anche il viceversa.

13.4.10 STIMA DEL TIME-LAG TRA SEGNALI

L'applicazione delle relazioni che stimano in maniera campionaria le varianze e le covarianze tra due segnali, base del metodo *EC*, presuppone che i due segnali siano contemporanei e ciò è sostanzialmente vero per le tre componenti del moto e la temperatura misurate dall'anemometro ultrasonico triassiale. Quando, però, accanto all'anemometro viene collocato un altro analizzatore veloce per la misura della concentrazione di gas o aerosol, inevitabilmente i segnali generati dall'anemometro e quelli generati dagli analizzatori aggiuntivi risultano più o meno sfasati.

Se consideriamo un generico analizzatore *open-path*, l'origine dello sfasamento tra i due segnali (uno ottenuto dall'anemometro sonico e l'altro dall'analizzatore aggiuntivo) può essere dovuto al modo diverso con cui l'elettronica di acquisizione dei due sensori tratta i segnali, ma soprattutto è dovuto alla distanza sottovento d_x che separa i due strumenti. Quindi l'aria, di cui l'anemometro sonico misura le tre componenti del moto e la temperatura sonica al tempo t , raggiungerà l'analizzatore posto ad una distanza sottovento d_x all'istante $t^* = d_x/U$, dove U è la velocità media del vento. Se d è la distanza fisica che separa in orizzontale il volume di misura del sonico dal volume di misura dell'analizzatore e α è l'angolo tra la direzione verso cui spira il vento e la congiungente i due strumenti, allora una stima di prima approssimazione del *time-lag* tra i segnali prodotti dal sonico e quelli prodotti dall'analizzatore è pari a:

$$\Delta t = \frac{d \cdot \cos \alpha}{U} \quad [13.50a]$$

Se, per esempio, $U = 2 \text{ ms}^{-1}$, $d = 0.2 \text{ m}$ e $\alpha = 45^\circ$, $\Delta t = 0.07 \text{ s}$, che è molto piccolo. Si osservi che se il sensore *open-path* resta sottovento all'anemometro sonico, il *time-lag* è positivo, altrimenti è negativo.

Se, invece, consideriamo un analizzatore *closed-path*, il *time-lag* è di maggiore entità e di più difficile determinazione. Infatti, oltre al diverso trattamento elettronico dei segnali, la causa principale del *time-lag* deriva dalla presenza del condotto di campionamento di cui è dotato l'analizzatore. In generale, un'estremità del condotto è posta nelle immediate vicinanze del volume di misura del sonico e ciò minimizza la separazione laterale tra sonico ed analizzatore, ma, viste le caratteristiche geometriche dell'analizzatore *closed-path*, l'analizzatore vero e proprio è generalmente collocato alla base del palo di misura. Il condotto di campionamento che unisce il punto di prelievo alla cella di analisi può essere lungo parecchi metri e può essere dotato a ciascuna delle due estremità da appositi filtri. Se non si campiona l'aerosol, una delle funzioni dei filtri è quella di intercettare il particolato atmosferico presente in aria e, se non si campiona il vapor d'acqua, un'altra funzione dei filtri è proprio quella di eliminare il vapore d'acqua dall'aria campionata. Ci sono poi, lungo il condotto di campionamento, altri apparati necessari al regolare flusso d'aria dal punto di campionamento alla cella di analisi e, se il gas cui siamo interessati è il vapor d'acqua, lungo il condotto possono aver luogo fenomeni di adsorbimento (ritenzione del vapor d'acqua sulle pareti del condotto) e tutto ciò evidentemente contribuisce ad un ritardo tra i segnali prodotti dall'anemometro ultrasonico ed i segnali prodotti dall'analizzatore *closed-path*. In linea del tutto teorica, conoscendo il flusso d'aria Q (m^3s^{-1}) aspirata al punto di campionamento, il diametro interno D (m) del condotto e la sua lunghezza L (m), l'ordine di grandezza del *time-lag*, che in questo caso sarà sempre positivo, può essere stimato con la relazione seguente che tiene conto

solo delle ragioni geometriche del ritardo tra i due segnali:

$$\Delta t = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{L}{Q} \quad [13.50b]$$

Il valore tipico del diametro D del condotto di aspirazione è di $0.4 \div 0.8$ cm, mentre la portata Q tipicamente si colloca nell'intervallo $9 \div 18$ lpm. Quindi il *time lag* puramente geometrico dato dalla (13.50b) si colloca nell'intervallo $0.5 \div 5$ secondi, che è tutt'altro che trascurabile. Ovviamente, se la portata Q varia, anche di poco, il *time-lag* varia di conseguenza.

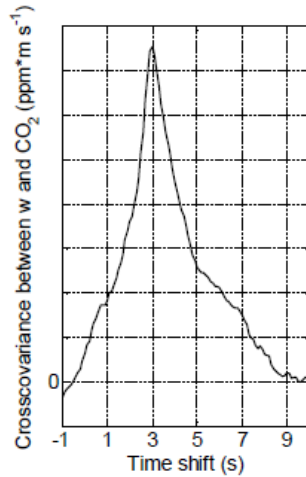


Fig. 13.29: esempio di cross-covarianza tra la componente verticale del moto w e la concentrazione di CO_2 ed indicazione del *time-lag* tra i due segnali

Queste considerazioni, puramente geometriche, possono fornire solo un ordine di grandezza del *time-lag* reale esistente tra i segnali prodotti da un anemometro ultrasonico triassiale ed i segnali prodotti da un analizzatore *open* o *closed path*. Il metodo pratico normalmente adottato per la stima del *time-lag* è il seguente. Ipotizziamo, per esempio, di voler stimare il *time-lag* che esiste tra la componente verticale del moto w prodotta dall'anemometro sonico e la concentrazione c di un gas prodotta da un analizzatore aggiuntivo (*open* o *closed path*) posto nelle immediate vicinanze del sonico. Per prima cosa stimiamo in maniera campionaria la funzione di *cross-covarianza* tra i due segnali originari (un esempio significativo è riportato in **Fig.13.29**). Se consideriamo le fluttuazioni della componente w del moto e le fluttuazioni di una generica variabile x , entrambe campionate agli istanti N discreti $t_i = i \cdot \Delta t$, come noto la *cross-covarianza* tra essi a *time-lag* $j \cdot \Delta t$ è data, in termini campionari, dalla relazione:

$$C_{wx}(j\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-j} w_k x_{k+j} \quad [13.50c]$$

e la corrispondente *cross-correlazione* dalla relazione:

$$\rho_{wx}(j\Delta t) = \frac{C_{wx}(j\Delta t)}{\sigma_w \sigma_x} \quad [13.50d]$$

Si noti che nel caso si stia considerando un analizzatore *open-path* il numero intero j potrà assumere valori (piccoli) sia positivi che negativi a seconda della direzione di provenienza del vento, mentre nel caso in cui l'analizzatore sia *closed-path*, j dovrà sempre essere un intero (piccolo) positivo. Normalmente, come nel caso riportato nella **Fig. 13.30**, la *cross-covarianza* (ed anche la *cross-correlazione*) presenta un valore massimo evidente ed univoco in corrispondenza di un ben preciso *time-lag* diverso da zero che possiamo identificare come il reale ritardo esistente tra il segnale proveniente dall'anemometro ultrasonico triassiale e quello dell'analizzatore, ritardo indotto dalla geometria del sistema di misura, dalle caratteristiche del sistema di campionamento

e della sostanza campionata se l'analizzatore è del tipo *closed-path*. Per eliminare questo ritardo ed ottenere covarianze realistiche, in pratica si opererà come illustrato nella **Fig. 13.30**. Una volta individuato il *time-lag* per cui è massima la *cross-covarianza* (o la *cross-correlazione*) tra il segnale del sonico (in genere la componente verticale w) ed il segnale dell'analizzatore aggiuntivo, i due segnali verranno traslati tra loro di questo *time lag* rendendoli a questo punto fisicamente contemporanei.

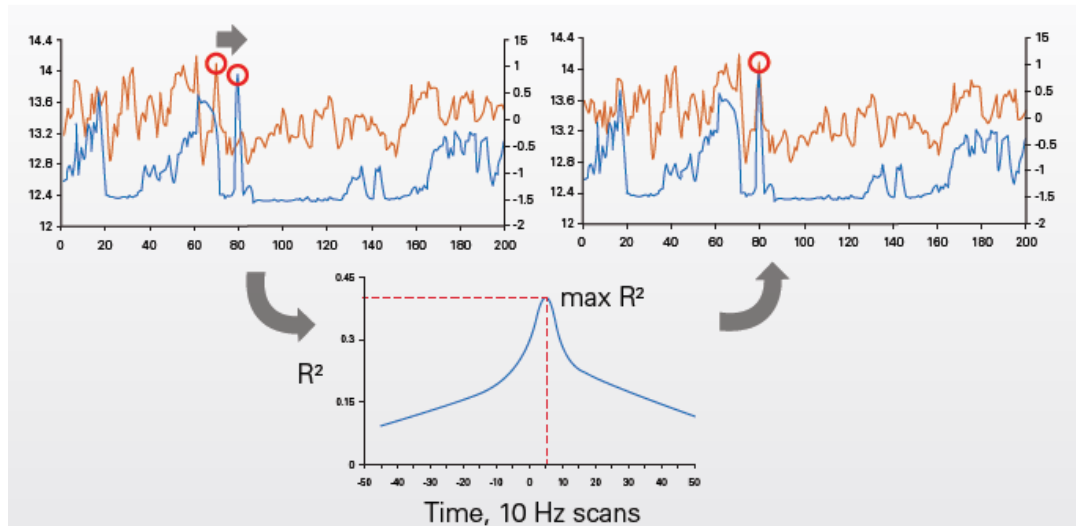


Fig. 13.30: procedura di sincronizzazione tra il segnale della componente w del sonico ed il segnale di un analizzatore esterno (Burba, 2021)

Non sempre risulta possibile individuare chiaramente e senza ambiguità il *time-lag* tra i segnali dalla loro auto-correlazione. In questi casi, l'unico modo di operare è quello di adottare come *time-lag* il valore teorico ottenuto con le relazioni (13.50a o b).

13.5 LE CORREZIONI SPETTRALI

Dopo aver mostrato come scegliere in maniera corretta la quota di misura, la frequenza di campionamento ed il tempo di mediazione, nei punti precedenti ci si è focalizzati sulle metodiche da applicare per depurare i *raw data* prodotti dalla strumentazione operante in una stazione *EC*, in particolare dall'anemometro ultrasonico triassiale, da artefatti strumentali o comunque esterni. In particolare, si è mostrato come individuare gli eventuali *spike* presenti nei *raw data* prodotti dall'anemometro sonico e come eliminarli ed eventualmente sostituirli con valori realistici. Inoltre, si è mostrato come trasformare le misure strumentali delle tre componenti del moto rilevate secondo un sistema di riferimento strumentale, ruotandole in modo da riferirsi ad un sistema di riferimento fluidodinamicamente più corretto. Ci si è poi dedicati ad eliminare dalle misure di temperatura sonica le contaminazioni indotte dal vento trasversale ai *path* di misura. Inoltre, si è mostrato come eliminare gli inevitabili *trend* presenti in tutte le misure prodotte dalla strumentazione operante nella stazione *EC*. Infine, ci si è dedicati ad individuare una metodologia per sincronizzare i segnali prodotti da sensori localizzati in punti vicini ma non coincidenti. A questo punto delle tre componenti del moto, della temperatura sonica ed eventualmente della concentrazione di sostanze passive misurate nella stazione sono disponibili per ogni periodo di mediazione record di dati che rappresentano le fluttuazioni turbolente delle diverse variabili di interesse (le tre componenti del moto, la temperatura sonica, la concentrazione di vapor d'acqua, ecc.). Con tali informazioni parrebbe possibile costruire la Matrice di Varianza-Covarianza delle componenti del moto, il vettore dei flussi turbolenti di calore e di concentrazione di scalare e quindi ottenere

la *friction velocity*, il flusso turbolento di calore sensibile, il flusso turbolento di calore latente e il flusso turbolento di ogni scalare misurato. Tuttavia, finora non si è mai tenuto conto del fatto che tutti i sensori di una stazione *EC* possiedono proprie caratteristiche dinamiche che fanno sì che il loro comportamento sia ben lontano da quello di un sensore ideale.

Di fatto, la metodologia presentata finora ipotizza implicitamente che i *segnali* meteorologici elementari, impiegati nella stima campionaria delle varianze e delle covarianze, provengano da sensori ideali e vengano acquisiti da un sistema di acquisizione ideale e ciò non è mai vero. Nella realtà i segnali meteorologici *veri*, acquisiti da un sensore e da un sistema di acquisizione reale, sono in qualche maniera distorti e sfasati a causa delle caratteristiche dinamiche del sensore e del sistema di acquisizione e ciò comporta un errore inevitabile nella stima delle varianze e delle covarianze. Infatti, i sensori possono essere assimilati con buona approssimazione a sistemi lineari del primo ordine (un sensore praticamente di ordine zero come l'anemometro sonico può essere visto come un sensore del primo ordine con tempo caratteristico tendente a zero) e la loro caratteristica essenziale è quella di avere un comportamento dinamico simile ad un *filtro passa-basso* che, in qualche modo, rimuove le alte frequenze e da qui deriva l'errore nelle varianze e covarianze. Inoltre, la stima campionaria di varianze e covarianze vede la media temporale su un periodo di mediazione T come elemento essenziale. Ma l'operatore di mediazione temporale però può essere assimilato ad un *filtro passa-alto* che in pratica taglia le frequenze inferiori a $1/T$. Anche questa interferenza, dovuta all'elaborazione delle misure più che alla presenza di un sensore, determina un corrispondente errore. Questi errori non sempre possono essere ritenuti trascurabili e quindi è necessario individuare delle metodologie che riescano a correggere la stima campionaria di varianze e covarianze eliminando o riducendo questi due tipi di errori e questo è l'argomento che qui viene trattato. La Bibliografia sull'argomento è vasta e spesso controversa, comunque i primi lavori sistematici sull'argomento sono stati quelli di Moore (1986) e di Rißmann e Tetzlaff (1994), cui fanno seguito i lavori critici di Horst (1997, 2000).

13.5.1 CONSIDERAZIONI TEORICHE

Le considerazioni teoriche che conducono all'individuazione delle correzioni da apportare per minimizzare sia l'azione perturbativa generata dal filtraggio delle alte frequenze, operato dal sistema di misura, che dal filtraggio delle basse frequenze, dovuto alla scelta del tipo di mediazione e di *detrending*, vengono ora sviluppate nel dettaglio.

13.5.1.1 Errori dovuti all'azione di filtraggio passa-basso

Prima di entrare nel vivo della discussione è necessario ricordare alcune considerazioni valide nel dominio della Trasformata di Fourier. Immaginiamo di avere due tipici segnali micrometeorologici distinti, per esempio la fluttuazione della componente verticale del vento $w(t)$ e la fluttuazione della temperatura potenziale virtuale $\theta(t)$. Una volta stabilito un opportuno periodo di mediazione T , mantenendoci nel dominio del tempo, la loro covarianza risulta data dalla relazione generale:

$$\overline{w\theta}(t_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} w(t) \cdot \theta(t) \cdot dt \quad [13.51]$$

dove t_0 è l'istante centrale al periodo di osservazione T . Si può però arrivare a dare una definizione della covarianza tra $w(t)$ e $\theta(t)$ anche ragionando nel dominio delle frequenze, cioè nel dominio delle Trasformate di Fourier. Anche se in maniera non completamente rigorosa, è possibile definire (e calcolare, come vedremo al Capitolo 14) la *Trasformata di Fourier* dei due segnali. Tenendo conto che entrambi i segnali considerati hanno un'estensione temporale finita pari alla finestra temporale di mediazione di ampiezza T , essa può essere definita come:

$$W(f) = \mathfrak{F}[w(t)] = \int_0^T w(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad [13.52a]$$

$$\Theta(f) = \Im[\theta(t)] = \int_0^T \theta(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \quad [13.52b]$$

quando utilizziamo la frequenza naturale f (Hz), mentre se si usa, come spesso viene fatto in Letteratura, la frequenza angolare $\omega = 2\pi f$, esse diventano:

$$W(\omega) = \Im[w(t)] = \int_0^T w(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad [13.53a]$$

$$\Theta(\omega) = \Im[\theta(t)] = \int_0^T \theta(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad [13.53b]$$

Le due trasformate di Fourier $\Theta(f)$ che $W(f)$ sono numeri complessi, come risulta immediato verificare.

A questo punto vanno ricordati alcuni risultati rilevanti della teoria spettrale. In primo luogo, indicando con $W^*(f)$ il complesso coniugato di $W(f)$, la quantità:

$$G(f) = W^*(f) \cdot \Theta(f) \quad [13.54]$$

è detta cross-spettro delle due variabili, anch'essa una variabile complessa come si nota dall'esempio seguente.

Esercizio 13.2

La Trasformata di Fourier $W(f)$ e $\Theta(f)$ delle due variabili $w(t)$ e $\theta(t)$ a media nulla può essere riscritta nel modo seguente per evidenziarne la parte reale e complessa:

$$\theta(f) = a_\theta + jb_\theta \quad W(f) = a_w + jb_w$$

Sulla base della definizione data, il cross-spettro risulta pertanto dato da:

$$G = W^*\theta = (a_w - jb_w) \cdot (a_\theta + jb_\theta) = (a_w a_\theta + b_w b_\theta) - j(b_w a_\theta - a_w b_\theta) = Co(f) - jQ(f)$$

che, come si vede, è un numero complesso.

Il cross-spettro è quindi una funzione complessa della frequenza e presenta una parte reale, indicata come $Co(f)$ e detta co-spettro, ed una parte immaginaria $Q(f)$ detta spettro di quadratura. Un importantissimo risultato della teoria spettrale è che l'integrale su tutte le frequenze del co-spettro è pari alla covarianza tra i due segnali, cioè:

$$\overline{w\theta} = \int_0^\infty Co_{w\theta}(f) \cdot df \quad [13.55]$$

dove con $Co_{w\theta}$ si è indicato il co-spettro dei due segnali. Questa relazione, su cui si fonderanno tutte le considerazioni che seguono, asserisce che per arrivare alla covarianza tra due segnali a media nulla si può operare direttamente nel dominio del tempo oppure operare nel dominio delle Trasformate di Fourier integrando il co-spettro sull'intera banda spettrale. Se il periodo di osservazione T è grande, possiamo ritenere coincidenti $\overline{w\theta}(t_0)$ e $\overline{w\theta}$.

Per concludere, consideriamo ora un solo segnale (a media nulla), per esempio il segnale $w(t)$. Il calcolo della sua varianza nel dominio del tempo è immediato e dato da:

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} w^2(t) \cdot dt \quad [13.56a]$$

dove anche in questo caso si è ipotizzato che il periodo di osservazione T sia grande. Tuttavia, nel dominio delle Trasformate di Fourier si può operare nella maniera appena vista usando la (13.55) e ponendo $\theta(t) = w(t)$. In questo caso non si parlerà di più di co-spettro, ma di **densità spettrale** (o **spettro**) della variabile a media nulla $w(t)$ definita come:

$$S_{ww}(f) = W^*(f) \cdot W(f) \quad [13.56b]$$

L'esercizio seguente mostra come la densità spettrale sia una funzione reale della frequenza.

Esercizio 13.3

La Trasformata di Fourier di $w(t)$ può essere riscritta nel modo seguente per evidenziare la parte reale e quella complessa:

$$W(f) = a_w + jb_w$$

La densità spettrale di $w(t)$ può essere ancora ottenuta impiegando la (13.54) nel modo seguente:

$$S = W^*W = (a_w - jb_w) \cdot (a_w + jb_w) = a_w^2 + b_w^2$$

Quindi la densità spettrale è una funzione reale della frequenza.

Da tutto ciò segue che la varianza di $w(t)$ nel dominio delle Trasformate di Fourier è l'integrale nell'intera banda spettrale della **densità spettrale** $S_{ww}(f)$ che è una funzione reale:

$$\sigma_w^2 = \int_0^\infty S_{ww}(f) \cdot df \quad [13.57]$$

Queste considerazioni valgono quando consideriamo segnali meteorologici acquisiti da sensori ideali, sensori la cui dinamica non interferisce col segnale stesso.

Consideriamo ora l'acquisizione reale dei segnali $w(t)$ e $\theta(t)$. In questo caso, ciò che risulterà disponibile per la stima delle varianze e delle covarianze sono due segnali $x(t)$ e $z(t)$ che sono rispettivamente i segnali $w(t)$ e $\theta(t)$ perturbati dalle caratteristiche dinamiche del sensore e dall'apparato di acquisizione. Immaginiamo per semplicità che l'unica perturbazione indotta in entrambi i segnali sia quella dovuta al comportamento dinamico del sensore che li acquisisce ed ipotizziamo che tale sensore sia del primo ordine. Se $w(t)$ è la componente verticale del vento e $\theta(t)$ è la temperatura potenziale, una possibilità reale (anche se non molto moderna) è che tali segnali provengano rispettivamente da un anemometro *tri-propeller* e da una termocoppia veloce, entrambi sostanzialmente sensori del primo ordine. Ricordiamo (Capitolo 10) che, nel dominio del tempo, la relazione differenziale che lega un generico $x(t)$ in ingresso al sensore al suo output $y(t)$ nel caso di un sensore del primo ordine è:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = x(t) \quad [13.58a]$$

in cui è presente il tempo caratteristico τ che descrive completamente le caratteristiche dinamiche del sensore. Per questo stesso sensore, nel dominio delle frequenze la relazione tra la Trasformata di Fourier $X(\omega)$ del segnale di *input* e la Trasformata di Fourier $Y(\omega)$ del relativo *output* è pari a:

$$Y(\omega) = h(\omega) \cdot X(\omega) \quad [13.58b]$$

dove la funzione (in genere complessa) $h(\omega)$ è la Funzione di Trasferimento del sensore. Nel caso poi di un sensore del primo ordine, la risposta in frequenza è così espressa (Capitolo 10):

$$h(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad [13.58c]$$

dove τ è il tempo caratteristico di ciascun sensore (τ_w per l'anemometro e τ_T per la termocoppia). In pratica, la situazione sperimentale è quella sinteticamente illustrata nella **Fig.13.31**. Come si nota, il segnale $w(t)$ ed il segnale $\theta(t)$ singolarmente vengono perturbati dalle caratteristiche dinamiche dei rispettivi sensori ed i segnali perturbati (attenuati) vengono alla fine convogliati nel calcolo della covarianza campionaria.

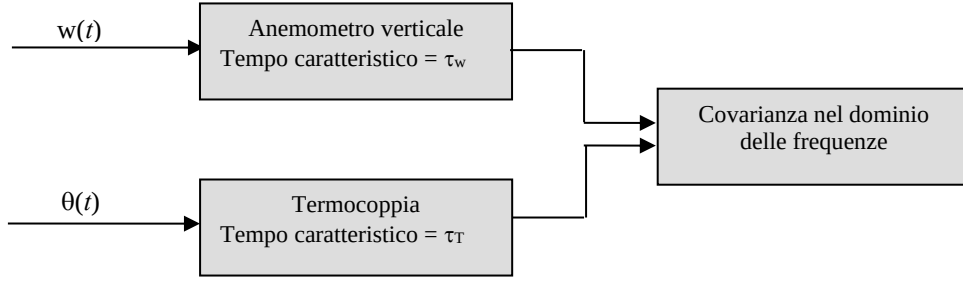


Fig.13.31: stima della covarianza di due segnali in presenza di sensori del primo ordine

Secondo la teoria dei sistemi lineari, il *cross-spettro* $G_m(\omega)$ dei due segnali perturbati dalla presenza di sensori del primo ordine (cioè quello ottenuto dai segnali prodotti dai sensori reali del primo ordine) risulta dato da (Horst 1997):

$$\begin{aligned} G_m(\omega) &= \left[W(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_w} \right]^* \cdot \left[\Theta(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_\theta} \right] \\ &= W^*(\omega) \cdot \Theta(\omega) \cdot \frac{1 + j\omega\tau_w}{1 + \omega^2\tau_w^2} \cdot \frac{1 - j\omega\tau_T}{1 + \omega^2\tau_T^2} \\ &= (Co_{w\theta} - jQ_{w\theta}) \cdot \frac{1 + \omega^2\tau_w\tau_T + j\omega(\tau_w - \tau_T)}{(1 + \omega^2\tau_w^2) \cdot (1 + \omega^2\tau_T^2)} \end{aligned} \quad [13.59]$$

e quindi il *co-spettro* misurabile, che è la parte reale del *cross-spettro*, sarà dato da:

$$Co_{w\theta}^m(\omega) = (Co_{w\theta} - jQ_{w\theta}) \cdot \frac{(1 + \omega^2\tau_w\tau_T) \cdot Co_{w\theta}(\omega) + \omega(\tau_w - \tau_T) \cdot Q_{w\theta}(\omega)}{(1 + \omega^2\tau_w^2) \cdot (1 + \omega^2\tau_T^2)} \quad [13.60]$$

Quindi il *co-spettro misurabile* dipende sia dal *co-spettro* $Co_{w\theta}$ che dallo spettro di quadratura $Q_{w\theta}$ e ciò sta a significare che i sensori del primo ordine non solo attenuano il segnale che acquisiscono, ma anche che lo sfasano. Il risultato finale, comunque, è che la presenza dei sensori induce un insieme di errori che rendono la forma del *co-spettro* misurabile piuttosto complicata e dipendente dalle caratteristiche dinamiche dei sensori stessi.

Un modo per semplificare tutto ciò lo si ha ricordando che ogni generico numero complesso $z = a + jb$ può essere anche espresso nella *forma polare*:

$$z = a + jb = |z| \cdot e^{j\Phi} \quad [13.61a]$$

dove il guadagno e lo sfasamento sono dati rispettivamente da:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \Phi = \tan^{-1}(b/a) \quad [13.61b]$$

Tenendo presente ciò, la relazione (13.59) può essere riscritta nel modo seguente:

$$\begin{aligned} G_m(\omega) &= \left[W(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_w} \right]^* \cdot \left[\Theta(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_\theta} \right] \\ &= (Co_{w\theta} - jQ_{w\theta}) \cdot \frac{e^{j\Phi_w}}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_w^2}} \cdot \frac{e^{j\Phi_T}}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_T^2}} \end{aligned} \quad [13.62a]$$

dove:

$$\Phi_w(\omega) = \omega\tau_w \quad \Phi_T(\omega) = -\omega\tau_T$$

È abbastanza facile verificare che quando il tempo caratteristico del sensore del primo ordine è piccolo, lo sfasamento del segnale perturbato dal filtro è piccolo ed i due termini esponenziali tendono all'unità. In questo caso la relazione (13.62a) si può semplificare come:

$$G_m(\omega) = (Co_{w\theta} - jQ_{w\theta}) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_w^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_T^2}} = \quad [13.62b]$$

$$(Co_{w\theta} - jQ_{w\theta}) \cdot T_w(\omega) \cdot T_\theta(\omega)$$

dove $T_w(\omega)$ e $T_\theta(\omega)$ sono le due funzioni di trasferimento approssimate dovute alla presenza dei due sensori del primo ordine.

È importante sottolineare che queste funzioni di trasferimento sono entrambe funzioni reali della frequenza. Questo fatto è di estrema importanza perché a questo punto il *co-spettro* misurabile risulta pari a:

$$Co_{w\theta}^m = T_w(\omega) \cdot T_\theta(\omega) \cdot Co_{w\theta}(\omega) \quad [13.63a]$$

dove le due funzioni di trasferimento, entrambe riferite ad un sensore del primo ordine (quindi ad un filtro *passa-basso*), sono:

$$T_w(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_w^2}} \quad T_\theta(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_\theta^2}} \quad [13.63b]$$

Il prodotto di queste funzioni di trasferimento (la prima relativa al sensore della componente verticale del vento e la seconda relativa al sensore di temperatura) trasforma il *co-spettro* vero in quello misurato. Va sempre ricordato, però, che la relazione (13.63a) è una relazione approssimata ed è una buona approssimazione se i tempi caratteristici dei due sensori del primo ordine sono piccoli. Sulla base di tutto ciò si può infine mettere in relazione la *covarianza misurata* con la *covarianza vera*. Infatti, la *covarianza misurata* sarà espressa dalla relazione seguente:

$$\overline{w\theta}_m = \int_0^\infty T_w(\omega) \cdot T_\theta(\omega) \cdot Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega \quad [13.64a]$$

mentre la *covarianza vera* sarà pari a:

$$\overline{w\theta} = \int_0^\infty Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega \quad [13.64b]$$

Quindi la correzione ΔF da apportare alla *covarianza misurata* è, in termini frazionari, pari a:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\overline{w\theta} - \overline{w\theta}_m}{\overline{w\theta}} = 1 - \frac{\int_0^\infty T_w(\omega) \cdot T_\theta(\omega) \cdot Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega}{\int_0^\infty Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega} \quad [13.64c]$$

cioè:

$$\overline{w\theta} = \frac{\overline{w\theta}_m}{(1 - \Delta F/F)} = \overline{w\theta}_m \cdot \frac{\int_0^\infty Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega}{\int_0^\infty T_w(\omega) \cdot T_\theta(\omega) \cdot Co_{w\theta}(\omega) \cdot d\omega} \quad [13.64d]$$

Quindi si afferma che, nota la stima della covarianza tra due variabili ottenuta dai valori misurati, note le funzioni di trasferimento che perturbano i segnali e noto il *co-spettro* vero tra di essi, è possibile correggere la covarianza misurata giungendo ad una stima vicina al reale. Ovviamente tutto ciò vale quando i due segnali sono perturbati da sistemi lineari aventi caratteristiche spettrali simili a filtri *passa-basso*. Il problema operativo vero è che la covarianza misurata può essere corretta solo se si conosce il *co-spettro* vero e quindi tutti questi ragionamenti sembrerebbero di fatto poco produttivi. Nel seguito vedremo come risolvere questo importante *problema filosofico*.

Il ragionamento fatto per le covarianze può essere riproposto anche per le varianze, ma in questo caso non c'è alcun bisogno di eseguire semplificazioni. Infatti, se si considera per esempio il segnale $w(t)$, è immediato ottenere la densità spettrale misurata $S_{ww}^m(\omega)$ che dipenderà dalle caratteristiche dinamiche del sensore utilizzato. La relazione tra $S_{ww}^m(\omega)$ e la densità spettrale vera $S_{ww}(\omega)$ può essere ottenuta ancora dalla (13.62b):

$$\begin{aligned} G_{ww}^m(\omega) = S_{ww}^m &= \left[W(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_w} \right]^* \cdot \left[W(\omega) \frac{1}{1 + j\omega\tau_w} \right] \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2\tau_w^2} \cdot W^*(\omega) \cdot W(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2\tau_w^2} \cdot S_{ww}(\omega) \end{aligned} \quad [13.65a]$$

Quindi la *densità spettrale* misurabile è semplicemente ed esattamente:

$$S_{ww}^m = \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_w^2} \cdot S_{ww}(\omega) = T_w^2(\omega) \cdot S_{ww}(\omega) \quad [13.65b]$$

Questi ragionamenti possono essere facilmente generalizzati anche quando la situazione sperimentale è più complessa. Infatti immaginiamo di considerare la covarianza tra due segnali generici $x(t)$ e $y(t)$ ed ipotizziamo che il segnale $x(t)$ sia perturbato da una serie di N_x sistemi lineari in serie (sensore, sistema di acquisizione, sistema di elaborazione, ecc.) ognuno dei quali sia caratterizzato da una propria funzione di trasferimento T_i^x e che il segnale $y(t)$ sia anch'esso perturbato da una serie di N_y sistemi lineari caratterizzati da funzioni di trasferimento T_k^y . In questo caso del tutto generale, la covarianza tra i due segnali sarà data dalla relazione seguente:

$$\overline{xy} = \int_0^\infty T_{xy}(\omega) \cdot Co_{xy}(\omega) \cdot d\omega = \int_0^\infty T_{xy}(f) \cdot Co_{xy}(f) \cdot df \quad [13.66a]$$

dove:

$$T_{xy}(\omega) = \prod_{i=1}^{N_x} T_i^x \cdot \prod_{k=1}^{N_y} T_k^y \quad [13.66b]$$

cioè la funzione di trasferimento complessiva che coinvolge i due segnali risulta essere il prodotto delle singole funzioni di trasferimento che li perturbano. Questi ragionamenti possono facilmente essere estesi in modo naturale alla varianza di una variabile x perturbata da una serie di N_x sistemi lineari in serie ognuno dei quali caratterizzato da una funzione di trasferimento T_i^x . In questo caso la varianza è data da:

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty T_{xx}(\omega) \cdot S_{xx}(\omega) \cdot d\omega = \int_0^\infty T_{xx}(f) \cdot S_{xx}(f) \cdot df \quad [13.66c]$$

dove:

$$T_{xx}(\omega) = \prod_{i=1}^{N_x} T_i^x \cdot \prod_{k=1}^{N_x} T_k^x = \left(\prod_{k=1}^{N_x} T_k^x \right)^2 \quad [13.66d]$$

Tutto ciò è corretto ovviamente se è lecito ignorare lo sfasamento del segnale indotto dai sistemi lineari che lo perturbano e ciò lo si può fare se i tempi caratteristici dei vari sensori del primo ordine coinvolti nella misura sono piccoli. Il risultato finale è che la correzione della covarianza tra due segnali dovuta a filtraggi delle alte frequenze causati dalla dinamica dei sensori, dal sistema di acquisizione e di elaborazione, tutti considerati sistemi lineari e messi in serie tra loro, può essere descritta in generale dalla relazione seguente:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\overline{xy} - \overline{xy}_m}{\overline{xy}} = 1 - \frac{\int_0^\infty T_{xy}(\omega) \cdot Co_{xy}(\omega) \cdot d\omega}{\int_0^\infty Co_{xy}(\omega) \cdot d\omega} \quad [13.67a]$$

In pratica, nota la covarianza $\overline{xy}_m$ ottenuta in maniera campionaria dei segnali in *output* ai vari sensori, la covarianza vera $\overline{xy}$ potrà essere stimata con la relazione seguente:

$$\overline{xy} = \overline{xy}_m \cdot Cor_{xy} \quad [13.67b]$$

dove il fattore correttivo è pari a:

$$Cor_{xy} = \frac{\int_0^\infty Co_{xy}(\omega) \cdot d\omega}{\int_0^\infty T_{xy}(\omega) \cdot Co_{xy}(\omega) \cdot d\omega} \quad [13.67c]$$

È semplice esprimere tutte queste relazioni in termini di frequenza f invece che in termini di frequenza angolare ω ed è ancora semplice ottenere relazioni analoghe per la varianza del segnale.

Come è immediatamente evidente, è possibile correggere le covarianze e le varianze campionarie prodotte dai sensori di una stazione *EC* per tener conto delle distorsioni spettrali prodotte

dalle caratteristiche dinamiche dei sensori se sono noti i co-spettri veri (e le densità spettrali vere) e le funzioni di trasferimento e questo è il tema che tratteremo operativamente nei prossimi punti.

13.5.1.2 Errori dovuti alla definizione di media e al detrending

Quando si applica il metodo *EC* si è inevitabilmente costretti a considerare un tempo di mediazione T finito (in generale dell'ordine dell'ora) e ciò comporta che la separazione delle fluttuazioni dal segnale originario venga realizzata impiegando o il metodo *Mean Removal (RM)* o il metodo di *Linear Detrending (LDT)*. In alternativa, anche se meno consigliabile se non nelle situazioni in cui siano presenti moti orizzontali di *meandering*, si può adottare il metodo *RC Filtering (RCF)* come si è visto al punto 13.4.9. In ogni caso, l'uso di uno di questi metodi (o di altri proposti), ancorché inevitabile, comporta la perdita delle fluttuazioni a bassa frequenza che in origine possedeva il segnale. Come si è visto, Rannik e Vesala (1999), oltre a Kaimal e al. (1989), Moore (1986), Kristensen e Kirkegaard (1989) e Kristensen (1998b), hanno studiato il problema ed individuato gli errori connessi.

Ignorando per il momento le perdite di covarianza (e di varianza) causate dalla dinamica dei sensori e considerando solo la perturbazione in esse indotta dalla sola procedura di mediazione (qualunque essa sia), in termini puramente spettrali la covarianza *vera* tra due segnali generici x e y è correlata alla covarianza misurata (indicata col pedice m) da una relazione del tutto simile alla (13.67b):

$$\overline{xy} = \overline{xy}_m \cdot \frac{\int_0^\infty Co_{xy}(f) \cdot df}{\int_0^\infty \mathfrak{F}_{xy}(f) \cdot Co_{xy}(f) \cdot df} \quad [13.68a]$$

solo che questa volta nel coefficiente correttivo compare una diversa funzione di trasferimento $\mathfrak{F}_{xy}(f)$ che tiene conto delle perdite alle armoniche a bassa frequenza. Essa ha la forma generale:

$$\mathfrak{F}_{xy}(f) = 1 - G(f) \quad [13.68b]$$

ed in essa compare la funzione $G(f)$ che dipende dal metodo utilizzato per mediare ed effettuare il *detrending* del segnale. Facendo riferimento a quanto presentato al punto 13.4.9 ed adottando un tempo di mediazione T , questa funzione cambia a seconda del metodo di mediazione e di *detrending* utilizzato. In particolare, per il metodo *RM* si ha che:

$$G(f) = \frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2} \cdot df \quad [13.68c]$$

mentre se si adotta il metodo *LDT*, allora:

$$G(f) = \left[\frac{\sin^2(\pi f T)}{(\pi f T)^2} + 3 \frac{(\sin(\pi f T) - \pi f T \cos(\pi f T))^2}{(\pi f T)^4} \right] \quad [13.68d]$$

Per quanto riguarda, invece, l'impiego del filtro numerico autoregressivo (RCF) per il *detrending*, seguendo Moore (1986) e Moncrieff et al. (1997) si ha che:

$$\mathfrak{F}(f) = \frac{(2\pi f \tau_d)^2}{1 + (2\pi f \tau_d)^2 / \alpha} \quad [13.68e]$$

In questa relazione f_s è la frequenza di campionamento, τ è la costante del filtro autoregressivo, $\alpha = \exp(-\Delta t / \tau)$ e $\tau_d = \alpha \cdot [f_s(1 - \alpha)]$.

Le correzioni dovute al processo di mediazione e di *detrending* in teoria potrebbero essere ottenute in maniera relativamente semplice visto che l'espressione delle funzioni di trasferimento coinvolte sono note, tuttavia dal punto di vista pratico la difficoltà sta nel conoscere con un elevato grado di confidenza i co-spettri alle basse frequenze non contaminati dai moti submeso, cosa non semplice. Pragmaticamente, quando si utilizza la relazione (13.68a) per correggere le stime dei flussi tenendo conto delle perdite alle basse frequenze, si usano le stesse forme spettrali teoriche

che verranno usate per la stima delle correzioni dovute all'azione passa-basso del sistema di misura e di cui si parlerà successivamente.

13.5.1.3 Errori complessivi

Le perdite di flusso (o di varianza) dovute alle perdite di armoniche a bassa e ad alta frequenza sono del tutto indipendenti e quindi complessivamente, tenendo conto di entrambe, si ha che tra le covarianze (varianze) vere e le covarianze (varianze) misurate vale, almeno in prima approssimazione, la relazione generale seguente:

$$\overline{xy} = \overline{xy}_m \cdot \frac{\int_0^\infty Co_{xy}(f) \cdot df}{\int_0^\infty (1 - G(f)) \cdot T_{xy}(f) \cdot Co_{xy}(f) \cdot df} \quad [13.69]$$

Delle funzioni $G(f)$, dipendenti dal tipo di media adottata, già si è detto. Nei punti seguenti si esplicheranno le correzioni derivanti dalla perdita delle armoniche ad alta frequenza seguendo due metodologie differenti:

- l'approccio teorico in cui il fattore correttivo ai flussi ed alle varianze viene dedotto a partire dalla conoscenza del sistema di misura EC e delle varie funzioni spettrali coinvolte nella (13.69);
- l'approccio sperimentale in cui il fattore correttivo viene calcolato usando il rapporto normalizzato di due densità spettrali misurate simultaneamente nello stesso sito: uno è costituito da uno spettro di riferimento (normalmente quello del calore dedotto dalle misure dell'anemometro sonico) e l'altro è lo spettro filtrato della variabile scalare di interesse.

Il risultato finale è una famiglia di procedure che consentono di correggere le varianze e le covarianze campionarie per tener conto delle perdite ad alta e bassa frequenza. Ciò, però, non esaurisce le necessità di correzione delle varianze e covarianze campionarie quando tra le variabili considerate c'è la concentrazione di vapor d'acqua e di gas. Come vedremo, a seconda del tipo di sensore utilizzato per rilevare queste concentrazioni, sarà necessario tener conto di altri fattori di tipo termodinamico che spesso si rivelano determinanti. Di essi tratteremo successivamente.

13.5.2 L'APPROCCIO TEORICO

La funzione di trasferimento totale T_{ws} che, per un sistema di misura EC , consente di quantificare le correzioni da apportare al flusso turbolento verticale misurato di uno generico scalare s per compensare le perdite di *energia* alle alte frequenze è una funzione reale della frequenza f in generale così composta (Van Dijk e al. 2005; Foken e al. 2012):

$$T_{ws}(f) = G_w(f) \cdot G_s(f) \cdot T_{ss}(f) \cdot \sqrt{T_{pw}(f)} \cdot \sqrt{T_{ps}(f)} \cdot \sqrt{T_{ta}(f)} \quad [13.70]$$

dove:

- $G_w(f)$ e $G_s(f)$ sono le funzioni di trasferimento che descrivono le perdite ad alta frequenza dovute alla dinamica dei sensori per la misura di w e di s ;
- $T_{ss}(f)$ è la funzione di trasferimento che descrive le perdite ad alta frequenza dovuta alla separazione fisica tra il sensore che misura w ed il sensore che misura s ;
- $T_{pw}(f)$ rappresenta la funzione di trasferimento dovuta alla mediazione del vettore vento lungo *path* dell'anemometro ultrasonico triassiale;

- $T_{ps}(f)$ rappresenta la funzione di trasferimento dovuta alla mediazione della concentrazione di scalare dovuta o al *path* dell'analizzatore IRGA *open-path* o della temperatura rilevata dall'anemometro sonico;
- $T_{ta}(f)$ rappresenta la funzione di trasferimento dovuta all'attenuazione delle fluttuazioni di concentrazione di uno scalare nel condotto di aspirazione che collega il punto di misura con la cella di analisi di un IRGA *closed-path*.

Questa funzione di trasferimento complessiva, necessaria per poter correggere le covarianze e le varianze misurate, è l'insieme di una serie di funzioni di trasferimento, ciascuna rappresentante una specifica causa di attenuazione delle alte frequenze e che dipendono dall'architettura dello specifico sistema *EC* e dalla variabile s cui si è interessati. È immediato ridurre la (13.70) al caso delle varianze.

Questa metodologia, proposta originariamente da Moore (1986) per sistemi *EC* in cui si determinava il flusso turbolento di calore sensibile e latente, successivamente (Moncrieff e al., 1997) è stata estesa anche a sistemi *EC* per la misura dei flussi di specie gassose e di aerosol.

13.5.2.1 Funzione di trasferimento relativa alla dinamica del sensore

Quando un segnale proviene da un sensore del primo ordine caratterizzato da una costante di tempo τ_c , come si è visto la sua funzione di trasferimento risulta data dalla relazione seguente:

$$G_{w(s)}(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau_c)^2}} \quad [13.71a]$$

Questa relazione, cui eravamo già arrivati in precedenza, rappresenta la perturbazione indotta dalla dinamica di uno specifico sensore dedicato alla misura o della componente verticale del vento w o dello scalare s .

Se la componente w e la temperatura virtuale θ derivano entrambe da un anemometro ultrasonico triassiale, la funzione di trasferimento per queste due variabili risulta praticamente pari all'unità per ogni frequenza. In effetti (Spank e Bernhofer, 2008), l'anemometro ultrasonico non è esattamente un sensore di ordine zero, ma la sua costante di tempo effettiva può essere stimata in 0.05 s, quindi di fatto nulla. Nel passato per la misura della componente verticale del moto sono stati usati propeller caratterizzati (in galleria del vento) da una specifica *distance constant* L_u . In questo caso, la costante di tempo del filtro risulta data da $\tau_w = L_u/U$ che non è una costante ma dipende dalla velocità media del vento U . Sempre nel passato, la misura delle fluttuazioni di temperatura veniva realizzata impiegando termocoppie o termoresistenze sottili, sensori sostanzialmente del primo ordine la cui dinamica era interamente descritta dalla costante di tempo τ_T . Se si ipotizza che il sensore veloce di temperatura può essere rappresentato geometricamente da un cilindro di diametro d e se il materiale di cui è fatto ha densità ρ_m e conducibilità k_m e capacità termica c_m allora:

$$\tau_T = \gamma d^2 \frac{\rho_m \cdot c_m}{k_m \cdot Nu} \quad [13.71b]$$

dove $\gamma = 0.25$ e Nu è il Numero di Nusselt la cui dipendenza dal numero di Reynolds è data da: $Nu = 0.24 + 0.56Re^{0.45}$. Quando la geometria del sensore è sferica con diametro d , vale ancora la relazione precedente con però $\gamma = 0.167$ e $Nu = 2.00 + 0.18Re^{0.67}$.

Come esempio, nella **Fig. 13.32** viene mostrato l'andamento in frequenza della funzione di trasferimento rispettivamente per una termoresistenza caratterizzata da $\tau = 1.0$ s e per una termoresistenza più sottile caratterizzata da $\tau = 0.1$ s. Come si nota immediatamente, la *frequenza di cut-off* (definita come quella frequenza in corrispondenza della quale la funzione di trasferimento assume il valore 0.5) per la prima termoresistenza risulta pari a 0.28 Hz, mentre per la seconda 2.8 Hz.

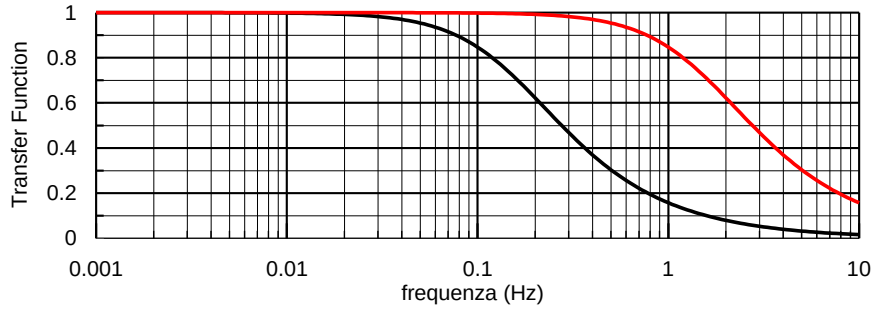


Fig. 13.32: funzione di trasferimento relativa alla dinamica di una termoresistenza con $\tau = 1.0s$ (curva nera) e di una termoresistenza con $\tau = 0.1s$ (curva rossa)

13.5.2.2 Funzioni di trasferimento per la mediazione su un path

Come si è visto, la misura delle tre componenti del vento prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale di fatto rappresenta il valore medio relativo ad ogni percorso acustico e per questa ragione è intuitivo che le fluttuazioni con lunghezza d'onda inferiore al percorso acustico vengano parzialmente o totalmente perse. Anche gli analizzatori a risposta rapida di gas *open-path* e *closed-path* come gli IRGA producono misure di vapor d'acqua, di CO_2 e di altri gas mediando sul percorso ottico. Anche in questo caso si perdono parzialmente o totalmente i contributi a frequenza elevata. Per correggere queste perdite di energia ad alta frequenza sono state studiate opportune funzioni di trasferimento.

Si consideri la perdita ad alta frequenza dovuta alla mediazione della componente verticale della velocità del vento misurata da un anemometro sonico avente un *path* pari a d_w . Se U è la velocità media del vento entro il *path* e la *frequenza normalizzata* n è definita come:

$$n_w = \frac{f d_w}{U} \quad [13.72a]$$

la funzione di trasferimento relativa risulta data approssimativamente dalla relazione seguente (Kaimal, 1968; Horst, 1973; Kristensen e Fitzjarrald, 1984; Moore, 1986,):

$$T_{pw}(n_w, d_w) = \frac{2}{\pi n_w} \left(1 + \frac{\exp(-2\pi n_w)}{2} - 3 \frac{1 - \exp(-2\pi n_w)}{4\pi n_w} \right) \quad [13.72b]$$

In **Fig. 13.33** viene mostrato l'andamento della funzione di trasferimento con la frequenza per due ipotetici anemometri ultrasonici, il primo caratterizzato da un *path* di 0.15 m ed il secondo da un *path* di 0.25 m, quando la velocità del vento risulta pari a 2.0 ms^{-1} . È interessante notare l'andamento oscillatorio alle bassissime frequenze dovuto esclusivamente alla forma funzionale adottata che, per piccoli argomenti dell'esponenziale, si trasforma presentando oscillazioni che si smorzano molto rapidamente.

Se si considera la perdita ad alta frequenza dovuta alla mediazione della concentrazione di uno scalare (la temperatura per un anemometro sonico e la concentrazione di un gas in un sensore *open-path* o *closed-path*), Moore (1986) ha proposto la seguente funzione di trasferimento:

$$T_{ps}(n_s, d_s) = \frac{1}{2\pi n_s} \left(3 + \exp(-2\pi n_s) - 4 \frac{1 - \exp(-2\pi n_s)}{2\pi n_s} \right) \quad [13.72c]$$

dove d è il *path* su cui avviene la mediazione e, detto U_p la velocità media del vento nel *path*, $n_s = f d / U_p$.

L'elemento centrale nel calcolo della funzione di trasferimento è la conoscenza del *path* proprio dello strumento. Per quanto riguarda gli anemometri ultrasonici triassiali non ci sono particolari dubbi in proposito. Per quanto riguarda, invece, gli analizzatori veloci dei gas, la cosa non è così immediata. Se per gli analizzatori *open path* come il Li-Cor 7500 per la misura di H_2O e CO_2 il *path* è ben definito e vale 12.5 cm, così non è per tutti quegli analizzatori *open path* e

closed path basati sulla spettrometria laser. In essi c'è sempre una differenza notevole tra il *path fisico* ed il *path ottico*, cioè il percorso totale del raggio luminoso nella cella di misura. Per esempio l'analizzatore Li-Cor 7700 per la misura della concentrazione di metano presenta un *path fisico* pari a 0.5 m ed un *path ottico* di 30 m. In generale, nelle relazioni precedenti il *path* da utilizzare è quello fisico.

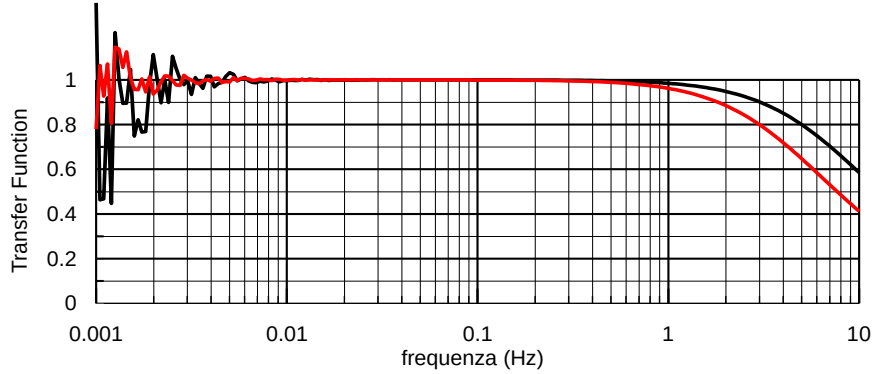


Fig. 13.33: funzione di trasferimento causata dalla mediazione su un *path* per un anemometro sonico con $d = 15$ cm (curva nera) e per un anemometro sonico con $d = 25$ cm (curva rossa). La velocità media del vento è 2.0 ms^{-1}

13.5.2.3 Funzioni di trasferimento per la separazione laterale tra sensori

Idealmente le covarianze nel metodo *EC* dovrebbero essere ottenute da misure realizzate esattamente nel medesimo punto. In pratica, però, è inevitabile che ci sia una separazione tra sensori come nel caso di un anemometro sonico accoppiato ad un IRGA *open path* e quindi la perdita di covarianza che ne risulta è funzione della distanza laterale tra i sensori e dell'angolo tra la direzione del vento ed il segmento che unisce idealmente i due sensori. La perdita di covarianza dovuta alla separazione longitudinale dei sensori può, invece, essere resa trascurabile dalla sincronizzazione dei segnali realizzata individuando il *time-lag* che massimizza il valore assoluto della cross-covarianza. Proprio per questo, nella pratica è decisamente opportuno togliere preliminarmente il *time-lag* fra i due segnali da cui si deve ottenere la covarianza. Per questo, nella pratica corrente l'unica perdita di covarianza esistente è determinata dalla separazione laterale tra i sensori che dipende non solo dalla distanza geometrica che li separa, ma anche dalla direzione di provenienza del vento medio.

Sulla base di un modello di turbolenza isotropa, per scopi pratici, Moore (1986) ha sviluppato uno schema semplificato per stimare la funzione di trasferimento dovuta alla separazione laterale tra i sensori (che, volendo, può essere applicata anche alla separazione longitudinale tra essi, quando non si sincronizzano i segnali). In pratica, se d è la distanza geometrica tra il volume di misura dell'anemometro ultrasonico triassiale e un sensore IRGA (o un altro qualsiasi sensore di cui è dotata la stazione) e β è l'angolo tra la direzione del vento e la retta congiungente sonico e sensore, la distanza laterale che separa i due sensori è pari a $d_s = d \cdot |\sin \beta|$. Una volta definita la frequenza normalizzata:

$$n_s = \frac{f d_s}{U} \quad [13.73a]$$

la funzione di trasferimento che corregge gli effetti derivanti dalla separazione laterale dei sensori risulta espressa come:

$$T_{ss}(n) = \exp(-9.9 n_s^{1.5}) \quad [13.73b]$$

Se, come esempio concreto, consideriamo una situazione in cui la velocità media del vento è di 2.0 ms^{-1} e due casi tipici: il primo in cui tra l'anemometro sonico e l'IRGA c'è una separazione trasversale di 20 cm ed il secondo in cui la separazione è di 50 cm, ciò che otteniamo

è quello riportato nella **Fig. 13.34**. In questo caso, la frequenza di *cut-off* risulta rispettivamente pari a 1.7 Hz e 0.7 Hz.

Va inoltre sottolineato che questa funzione di trasferimento può essere impiegata solo in condizioni convettive e se la separazione s risulta minore del 10% dell'altezza aerodinamica di misura ($z-d$).

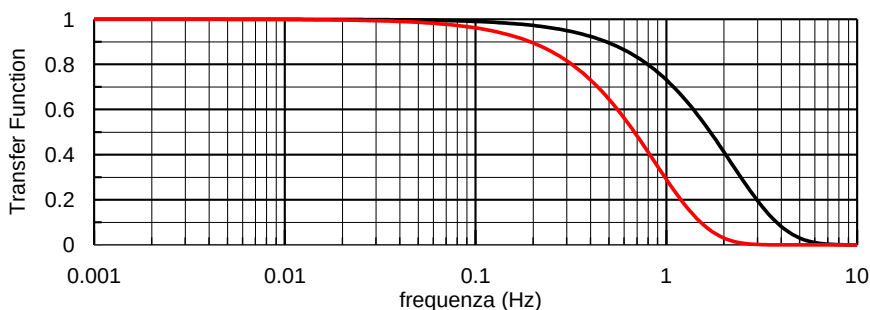


Fig. 13.34: *funzione di trasferimento dovuta alla distanza trasversale dei sensori. La curva nera si riferisce ad una distanza di 20 cm, mentre la curva rossa ad una distanza di 50 cm. La velocità media del vento considerata è di 2.0 ms^{-1}*

Questa relazione è una semplificazione estrema della realtà, ma ha come vantaggio una notevole semplicità analitica. Horst e Lenschow (2009) hanno sviluppato una più rigorosa trattazione del problema che però conduce a relazioni di difficile applicazione pratica.

13.5.2.4 Attenuazione nel condotto di un sensore *closed-path*

In un sensore *closed-path* dell'aria viene catturata da un condotto di piccolo diametro posto nel volume di misura del sonico (quindi il problema della separazione laterale e longitudinale dei sensori è praticamente inesistente) e trasferita all'analizzatore vero e proprio. Il problema non si pone, ovviamente, quando si misura la concentrazione di H_2O , di CO_2 e di metano con sistemi *open-path*, ma diventa estremamente importante quando si misura la concentrazione di altri gas come N_2O , ammoniaca, ozono, H_2S e VOC biogenici per cui gli unici sensori a risposta rapida sono inevitabilmente *closed-path*. La presenza del condotto di aspirazione che trasferisce l'aria da analizzare dal volume di misura del sonico alla cella di misura dello strumento produce due distinte attenuazioni.

La prima attenuazione è la diretta conseguenza del fatto che il transito dell'aria prelevata nel condotto determina un non trascurabile ritardo tra il segnale dell'anemometro sonico (la componente verticale) ed il segnale di concentrazione. Per eliminare questa attenuazione è sufficiente individuare il ritardo che massimizza la covarianza tra la componente verticale del vento e la concentrazione.

La seconda attenuazione deriva dal fatto che l'aria campionata presso il sonico e convogliata nella tubazione che la fa pervenire alla cella di misura, in qualche modo elimina una parte delle fluttuazioni ad alta frequenza di concentrazione di scalare, di vapor d'acqua, di temperatura e di pressione. La ricerca della funzione di trasferimento adatta a compensare questa perdita di varianza e covarianza alle alte frequenze dura ormai da decenni senza, con ciò, aver raggiunto risultati completamente convincenti ed applicabili in generale. In questa sede ci si limita a considerare i classici lavori di Leuning e Moncrieff (1990), Lenschow e Raupach (1991), Leuning e King (1992) e Massman e Ibrom (2008).

Si prenda come riferimento un condotto di lunghezza complessiva L (tipicamente dell'ordine di 10 m) e di raggio r_t (valori tipici $0.2 \div 0.4 \text{ cm}$) che aspira l'aria esterna con una portata Q (tipicamente dell'ordine di $9 \div 18 \text{ lpm}$) e la trasferisce alla cella di misura del sensore per la misura della concentrazione di uno specifico gas. L'aria nel condotto sia caratterizzata da un numero di Reynolds $Re = 2Q/(\pi r_t \nu)$, dove ν è la viscosità cinematica dell'aria. Sia poi D_s la diffusività

molecolare in aria del gas di cui si intende misurare la concentrazione; valori appropriati per la diffusività in aria di molti gas di interesse possono essere trovati in Elliott e Watts (1972), Massman (1998), e in Tang et al. (2014).

Se l'aria nel condotto si muove con $Re < 2300$ e vale la relazione:

$$\frac{2\pi f r_t^2}{D_s} < 10 \quad [13.74a]$$

si è in situazioni sostanzialmente laminari e la funzione di trasferimento che tiene conto della perdita di varianza e covarianza nella tubazione risulta espressa come:

$$T_{ta}(f) = \exp \left[-\frac{\pi^3 r_t^4 f^2 L}{6 D_s Q} \right] \quad [13.74b]$$

Se, invece, si è in regime turbolento, cioè se $Re > 2300$, allora per gli scalari passivi si ha che:

$$T_{ta}(f) = \exp \left[-160 Re^{-1/8} \cdot \frac{\pi^2 r_t^5 f^2 L}{Q^2} \right] \quad [13.74c]$$

Massman e Ibrom (2008) hanno riesaminato questa formulazione alla luce di nuovi dati sperimentali disponibili e per gli inquinanti passivi che non presentano fenomeni di interazione (adsorbimento) con le pareti del condotto di aspirazione hanno proposto la relazione alternativa:

$$T_{ta}(f) = \exp \left[-\left(160 Re^{-1/8} + 2666 \cdot Re^{-29/40}\right) \cdot \frac{\pi^2 r_t^5 f^2 L}{Q^2} \right] \quad [13.74d]$$

mentre per gli scalari per cui si ha adsorbimento/desorbimento sulle pareti, la funzione di trasferimento diventa:

$$T_{ta}(f) = \exp \left[-\left(160 Re^{-1/8} + 2666 Re^{-29/40} + 8000 \cdot Sc^{-1/2} (10^9 Re^{-2} Rh \cdot e^{l^* Rh})\right) \cdot \frac{\pi^2 r_t^5 f^2 L}{Q^2} \right] \quad [13.74e]$$

dove Rh è l'umidità relativa, $Sc = \nu/D_s$ è il numero di Schmidt e l^* è un coefficiente empirico pari a 8.26.

13.5.2.5 Osservazioni sulle funzioni di trasferimento

Le Funzioni di Trasferimento presentate ai punti precedenti sono solo alcune di quelle effettivamente proposte in Letteratura e nella Tab. 5 di Spank e Bernhofer (2008) ne viene mostrata una sintesi pressoché completa corredata della relativa bibliografia. Quelle sopra discusse sembrano essere le più accettate e rilevanti e ad esse ci limitiamo. Sulla base di tutto ciò, è ora possibile determinare la Funzione di Trasferimento complessiva T_{ws} della (13.70) nel caso di due situazioni particolari:

- una postazione *EC* dotata di anemometro ultrasonico triassiale e IRGA *open-path*
- una postazione *EC* dotata di anemometro ultrasonico triassiale e IRGA *closed-path*

Nel primo caso, le Funzioni di Trasferimento per le varianze delle tre componenti del moto (u, v, w), della temperatura sonica T , della concentrazione di vapor d'acqua h e della concentrazione di scalare (CO_2 , CH_4) s sono date dalle relazioni seguenti se d è il *path* del sonico e d_{IRGA} è il *path* del sistema IRGA:

$$\begin{aligned} T_{uu}(f) &= T_{vv}(f) = T_{ww}(f) = G_u^2(f) \cdot T_{pu}(d, f) \\ T_{TT}(f) &= G_u^2(f) \cdot T_{pT}(d, f) \\ T_{hh}(f) &= T_{ss}(f) = G_h^2(f) \cdot T_{ps}(d_{IRGA}, f) \end{aligned} \quad [13.75a]$$

Invece, le relazioni che determinano le funzioni di trasferimento per le covarianze tra le componenti del moto (u, w), tra le componenti del moto (v, w), tra la componente w e la temperatura sonica (wT), tra la componente w e la concentrazione di vapor d'acqua (w, h) e tra la componente w e la concentrazione del gas (w, s) sono:

$$\begin{aligned} T_{uw}(f) &= T_{vw}(f) = G_u^2(f) \cdot T_{pu}(d, f) \\ T_{wT}(f) &= G_u^2(f) \cdot T_{pT}(d, f) \\ T_{wh}(f) &= T_{ws}(f) = G_w(f) \cdot G_h(f) \cdot T_{ss}(f) \sqrt{T_{pu}(d, f) \cdot T_{ph}(d_{IRGA}, f)} \end{aligned} \quad [13.75b]$$

Il secondo caso, di fatto, differisce dal primo per il fatto che alla presenza di un sistema IRGA *open-path* laterale all'anemometro sonico si sostituisce un condotto che preleva aria dal medesimo volume di misura del sonico e la trasporta alla cella di misura del sistema IRGA *closed-path*. Le Funzioni di trasferimento per le varianze restano immutate, mentre quelle per le covarianze si modificano nel modo seguente:

$$\begin{aligned} T_{uw}(f) &= T_{vw}(f) = G_u^2(f) \cdot T_{pu}(d, f) \\ T_{wT}(f) &= G_u^2(f) \cdot T_{pT}(d, f) \\ T_{wh}(f) &= T_{ws}(f) = G_w(f) \cdot G_h(f) \sqrt{T_{pu}(d, f) \cdot T_{ph}(d_{IRGA}, f) \cdot T_{ta}(f)} \end{aligned} \quad [13.75c]$$

A questo punto della metodologia, solamente sulla base delle caratteristiche geometriche e dinamiche dei sensori presenti nella postazione *EC* e della loro dislocazione nello spazio si è in grado di determinare le Funzioni di Trasferimento complessive per le perdite ad alta e bassa frequenza. Tuttavia, per poter effettivamente stimare la correzione da apportare alle varianze e covarianze campionarie come richiesto dalla relazione (13.69) è indispensabile conoscere nel dettaglio la forma analitica degli spettri e dei co-spettri delle diverse variabili, cosa che è l'obiettivo del prossimo paragrafo.

La definizione delle funzioni di trasferimento per le correzioni spettrali qui descritte si riferisce ad un sistema *EC* costituito da un anemometro ultrasonico triassiale e da un sensore IRGA (*open-path* o *closed-path*). Tuttavia sono state realizzate anche postazioni di misura *EC* anche per la stima dei flussi di particolato (Buzorius et al. 2001; Martensson et al. 2006; Fratini et al. 2007; Norris et al. 2008; Jarvi et al. 2009) e di altri gas come per esempio l'ammoniaca (Li et al. 2006; Ellis et al. 2010; Ferrara et al. 2012; Moravek et al. 2019) e il metano (Kormann et al. 2001; Detto et al. 2011; Peltola et al. 2013; Laubach et al. 2016; Bai et al. 2022) la cui concentrazione viene misurata da sensori (normalmente *closed-path*) di tipo laser. Delle funzioni di trasferimento che tengono conto delle peculiarità fisiche degli analizzatori laser e dei contatori veloci di particolato per i gas e per il particolato si discute nei riferimenti citati e in Burba (2021).

13.5.2.6 Le forme spettrali e le correzioni di varianze e covarianze

La relazione (13.69) descrive analiticamente la correzione da apportare alle covarianze stimate col metodo *EC* e per poter ottenere effettivamente questa correzione, oltre alla conoscenza delle funzioni di trasferimento appropriate, è necessario conoscere anche la forma analitica del co-spettro tra la componente w del moto ed il generico scalare s oltre che le forme analitiche delle densità spettrali delle diverse grandezze di interesse per poter tener conto anche nelle varianze delle attenuazioni ad alta e bassa frequenza. Le forme spettrali e co-spettrali normalmente impiegate nelle applicazioni pratiche vengono derivate dalle misure ottenute nelle campagne sperimentali del Kansas e del Minnesota (Moore 1986; Moncrieff et al. 1997; van Dijk et al. 2004) e, per comodità, vengono opportunamente normalizzate in modo da rendere unitario il loro integrale sull'intero spettro delle frequenze. Per congruenza con la maggior parte dei riferimenti bibliografici citati e a differenza di quanto fatto finora, si è indicato con n la frequenza naturale (Hz) e con f la frequenza normalizzata definita come $f = nz/U$, dove U è la velocità media del vento e z è

la quota di misura. In pratica, se si considera una variabile α caratterizzata da una densità spettrale *one-sided* $G_{\alpha\alpha}(n)$, allora la sua varianza è pari a:

$$\sigma_\alpha^2 = \int_0^\infty G(n) \cdot dn = \int_0^\infty n \cdot G_{\alpha\alpha}(n) \cdot d(\ln n) \quad [13.76a]$$

e la densità spettrale normalizzata è definita come:

$$S_{\alpha\alpha}(n) = \frac{G(n)}{\sigma_\alpha^2} \quad [13.76b]$$

Analoghe considerazioni possono essere fatte per i co-spettri normalizzati il cui integrale sull'intera banda spettrale è sempre unitario.

Nelle applicazioni in cui si ritiene necessario applicare le correzioni spettrali alla stima delle varianze e delle covarianze normalmente si usano le forme analitiche seguenti che, quasi sempre, risultano dipendenti dal parametro di stabilità $\zeta = z/L$ (dove L è la Lunghezza di Monin-Obukhov):

- la densità spettrale normalizzata per una generica variabile α (componenti cartesiane del moto, temperatura e concentrazione di uno scalare passivo) nelle situazioni stabili è data dall'unica relazione funzionale seguente:

$$nS_{\alpha\alpha}(n) = \frac{f}{A_\alpha + B_\alpha f^{5/3}} \quad [13.77a]$$

dove i coefficienti A_α e B_α differiscono a seconda della variabile considerata. In particolare si ha che:

$$\begin{aligned} A_T &= 0.0961 + 0.644(z/L)^{0.6} \\ A_w &= 0.838 + 1.172(z/L) \\ A_u &= 0.2A_w \\ B_\alpha &= 3.124A_\alpha^{-2/3} \end{aligned} \quad [13.77b]$$

- le densità spettrali normalizzate nelle situazioni convettive sono differenti per le varie componenti cartesiane del moto, per la temperatura e per gli scalari passivi. In particolare, per la componente verticale e longitudinale del moto, indicando con z_i l'estensione verticale del *PBL*, si hanno le relazioni seguenti derivate da Hojstrup (1981):

$$nS_{ww}(n) = \left[\frac{f}{1 + 5.3f^{5/3}} + \frac{16f\xi}{(1 + 17f)^{5/3}} \right] \cdot C_w^{-1} \quad [13.77c]$$

$$nS_{uu}(n) = \left[\frac{210f}{(1 + 33f)^{5/3}} + \frac{f\xi}{\zeta + 2.2f^{5/3}} \right] \cdot C_u^{-1} \quad [13.77d]$$

$$\zeta = \left(\frac{z}{z_i} \right)^{5/3} \quad \xi = \left(\frac{z}{-L} \right)^{2/3} \quad [13.77e]$$

$$C_w = 0.7285 + 1.4115\xi \quad C_u = 9.546 + 1.235 \cdot \xi \cdot \zeta^{-2/5} \quad [13.77f]$$

Lo spettro valido per la componente longitudinale del vento può essere impiegato anche per la componente trasversale. Per la temperatura, invece, vale la forma spettrale seguente che può essere utilizzata anche per ogni grandezza scalare passiva:

$$nS_{TT}(n) = \begin{cases} \frac{14.94f}{(1 + 24f)^{5/3}} & f < 0.15 \\ \frac{6.827f}{(1 + 12.5f)^{5/3}} & f \geq 0.15 \end{cases} \quad [13.77g]$$

- i co-spettri normalizzati nelle situazioni stabili risultano espressi, invece, dall'unica relazione:

$$nS_{w\alpha}(n) = \frac{f}{A_{w\alpha} + B_{w\alpha}f^{2.1}} \quad [13.78a]$$

dove:

$$\begin{aligned} A_{wT} &= 0.284 \cdot \left(1 + 6.4 \frac{Z}{L}\right)^{0.75} \\ A_{wu} &= 0.124 \cdot \left(1 + 7.9 \frac{Z}{L}\right)^{0.75} \\ B_{w\alpha} &= 2.34A_{w\alpha}^{-1.1} \end{aligned} \quad [13.78b]$$

- i co-spettri nelle situazioni convettive sono dati da:

$$nS_{wT}(n) = \begin{cases} \frac{12.92f}{(1 + 26.7f)^{1.375}} & f < 0.54 \\ \frac{4.378f}{(1 + 3.8f)^{2.4}} & f \geq 0.54 \end{cases} \quad [13.79a]$$

$$nS_{wu}(n) = \begin{cases} \frac{20.78f}{(1 + 31f)^{1.575}} & f < 0.24 \\ \frac{12.66f}{(1 + 9.6f)^{2.4}} & f \geq 0.24 \end{cases} \quad [13.79b]$$

Oltre a questi modelli spettrali ne sono stati proposti altri in Letteratura che però non si discostano in modo sostanziale da quelli qui riportati. Per essi si rimanda a Su e al. (2004), Shimizu (2007) e Iwata e al. (2014).

Conviene, a questo punto, ricapitolare quanto fin qui è stato presentato. Le misure *raw* prodotte dall'anemometro sonico triassiale della postazione *EC*, una volta depurate di eventuali spike presenti, vengono ruotate rispetto ad un sistema di assi cartesiani *stream-line* e la misura *raw* di temperatura sonica viene depurata delle perturbazioni indotte dal vento perpendicolare ai differenti *path* sonici. A questo punto è possibile ottenere in termini campionari le varianze e le covarianze di interesse, sia delle componenti del moto e della temperatura sonica, sia della concentrazione di vapor d'acque e di sostanze scalari se nella stazione *EC* sono presenti i sensori a risposta veloce corrispondenti. Queste sono solo le stime preliminari dei diversi momenti del secondo ordine di interesse. La dinamica dei diversi sensori della stazione *EC*, la loro struttura fisica e la loro dislocazione spaziale determinano inevitabili attenuazioni dei contributi alle alte frequenze, mentre il processo di mediazione necessario per separare le fluttuazioni turbolente dai valori medi inevitabilmente attenua e perturba i contributi alle basse frequenze. Tutte queste attenuazioni possono essere quantificate in modo ragionevolmente accurato, determinando una Funzione di Trasferimento complessiva che consente di individuare, nel dominio delle frequenze, un fattore correttivo con cui correggere le stime preliminari dei momenti del secondo ordine per giungere finalmente a valori realistici. Ciò è descritto dalla relazione fondamentale (13.69).

Come si nota immediatamente, nonostante siano note in termini analitici sia le forme spettrali e co-spettrali necessarie che la Funzione di Trasferimento complessiva (la cui forma dipende dalla struttura fisica della stazione *EC*), per ottenere il coefficiente di correzione è necessario calcolare i due integrali presenti nella (13.69). Inevitabilmente questa operazione di integrazione può essere effettuata solo numericamente, impiegando tecniche che tengano conto delle criticità analitiche proprie delle forme spettrali e co-spettrali.

13.5.2.7 Il Metodo di Massman (2000/2001)

Una difficoltà pratica nell'utilizzo della relazione (13.69) sta proprio nel dover calcolare (naturalmente in maniera numerica) l'integrale rispetto alla frequenza del prodotto tra le funzioni di trasferimento per le perdite ad alta e bassa frequenza ed i co-spettri, questi ultimi piuttosto intricati

analiticamente. Prendendo a riferimento un modello spettrale molto semplificato ma realistico proposto da Horst (1997), Massmann (2000) ha sviluppato un metodo di correzione spettrale estremamente semplice, rivisto da Rannik (2001) ed ulteriormente completato (Massman 2001). In sintesi il metodo consente di calcolare il coefficiente di correzione per le diverse covarianze di interesse senza effettuare esplicite integrazioni. Rimandando ai riferimenti citati per i dettagli, gli elementi caratteristici del metodo sono sostanzialmente tre:

- per prima cosa il metodo ipotizza che le varie densità spettrali ed i co-spettri siano descritti da una forma analitica proposta da Horst (1997) che ha come caratteristica essenziale quella di essere facilmente integrabile. Essa risulta espressa come:

$$\frac{fCo_{w\alpha}(f)}{\overline{w'\alpha'}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{f/f_x}{1 + (f/f_x)^2} \quad [13.80a]$$

dove la frequenza a cui si ha il picco dello spettro logaritmico è data dalla relazione:

$$\frac{zf_x}{U} = \begin{cases} 0.079 & z/L \leq 0 \\ 0.079(1 + 7.9L)^{3/4} & z/L > 0 \end{cases} \quad [13.80b]$$

Questa forma spettrale del tutto generale presenta un andamento asintotico nell'*Inertial Subrange* proporzionale alla potenza -2 che è solo approssimativamente uguale a quello previsto dalla Teoria di Kolmogorov;

- ogni causa strumentale (tempo caratteristico del sensore, integrazione su un *path* di misura) o logistica (separazione laterale tra sensori, presenza di un condotto di prelievo dell'aria e conseguente sua adduzione al sensore) che determina l'attenuazione delle alte frequenze è rappresentata da un filtro passa-basso avente un proprio tempo caratteristico equivalente τ_i e ogni causa che determina l'attenuazione delle basse frequenze (il processo di mediazione realizzato col metodo *RM*, *LDT* o *RCF*) è rappresentato da un filtro passa-alto equivalente, caratterizzato da un opportuno tempo caratteristico τ ;
- l'azione complessiva di tutte le N cause che determinano l'attenuazione delle alte frequenze può essere rappresentata da un unico filtro passa-basso il cui tempo caratteristico τ_e è dato da:

$$\tau_e = \sqrt{\sum_{i=1}^N \tau_i^2} \quad [13.80c]$$

Semplificato in questo modo il problema, il fattore correttivo della (13.69), cioè il rapporto tra i due integrali in essa presenti può essere calcolato analiticamente come mostrato in Massman (2000, *Appendice B*). Rimandando per i dettagli ai riferimenti citati, se si considera la covarianza tra la componente verticale del moto w e una generica variabile scalare x (un'altra componente del moto, la temperatura potenziale, la concentrazione di uno salare) il risultato finale può essere così riassunto operativamente:

- nelle condizioni stabili ($0 < z/L \leq 2$) si ha che il rapporto tra il flusso verticale effettivamente misurato (pedice m) e quello *vero* risulta dato dalla relazione seguente quando in un sistema *EC* è presente oltre all'anemometro ultrasonico triassiale anche un analizzatore di gas *open-path*:

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{ab}{(a+1) \cdot (b+1)} \right] \cdot \left[\frac{ab}{(a+p) \cdot (b+p)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p+1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p+1}{a+b} \right] \quad [13.81a]$$

mentre se è presente un analizzatore di gas del tipo *closed-path* caratterizzato da un tempo di risposta compreso tra 0.1 e 0.3 s, la relazione si trasforma nella maniera seguente:

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{ab}{(a+1) \cdot (b+1)} \right] \cdot \left[\frac{ab}{(a+p) \cdot (b+p)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p+1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p+1}{a+b} \right] \cdot \left[\frac{1+0.9p}{1+p} \right] \quad [13.81b]$$

- nelle condizioni convettive ($z/L < 0$) si ha che il rapporto tra il flusso verticale effettivamente misurato (pedice m) e quello *vero* risulta dato dalla relazione seguente:

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{a^\alpha b^\alpha}{(a^\alpha+1) \cdot (b^\alpha+1)} \right] \cdot \left[\frac{a^\alpha b^\alpha}{(a^\alpha+p^\alpha) \cdot (b^\alpha+p^\alpha)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p^\alpha+1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p^\alpha+1}{a^\alpha+b^\alpha} \right] \quad [13.81c]$$

Come si nota, la determinazione del fattore correttivo della (13.69) è totalmente algebrica. Per rendere operative queste relazioni è necessario esplicitare tutte le costanti presenti in esse. Innanzitutto è necessario determinare le costanti di tempo τ_i dei filtri passa basso che consentono di determinare τ_e secondo la (13.80c). Seguendo Massman (2000), detta U la velocità media del vento, si ha che:

1. Mediazione sul *path* dell'anemometro sonico. Se l_u è il *path* orizzontale e l_w è quello verticale, il tempo caratteristico:

$$\tau_1 = l_u/2.8U \quad \text{per componente orizzontale del moto (Kaimal e al., 1968)}$$

$$\tau_2 = l_w/5.7U \quad \text{per componente verticale del moto (Kaimal e al., 1968)}$$

$$\tau_3 = l_w/8.4U \quad \text{per la temperatura sonica (Kristensen L., D.R. Fitzjarrald 1984)}$$

Nei moderni anemometri ultrasonici triassiali i tre *path* sono sghembi ed uguali tra loro, quindi si avrà che $l_u = l_w = l$.

2. Separazione laterale tra sensori. Se l_{lat} è la separazione laterale tra sensori allora si ha che (Kristensen e Jensen, 1979):

$$\tau_4 = l_{lat}/1.1U$$

Si ricordi che se d è la distanza geometrica tra i due sensori e β è l'angolo che si forma tra la direzione verso cui spirava il vento e la retta congiungente i due sensori, allora $d_{lat} = d|\sin \beta|$.

3. Mediazione sul *path* di un analizzatore per un gas. Se l_{scal} è la lunghezza del *path* dell'analizzatore (Gurvic, 1962; Silverman 1968):

$$\tau_5 = l_{scal}/4.0U$$

4. Attenuazione nel condotto di campionamento. Nel caso in cui il flusso d'aria nel condotto sia in regime turbolento, si ha che:

$$\tau_6 = \sqrt{\Lambda L_t R}/0.83U_t$$

dove L_t è la lunghezza del condotto, R è il suo raggio, U_t è la velocità dell'aria nel condotto e Λ è un parametro funzione del Numero di Reynolds che si deduce dalla Tabella 1 di Massman (1991).

Con questi tempi caratteristici è possibile individuare la costante di tempo equivalente τ_e

dell'intero sistema *EC* impiegando la (13.80c).

Per quanto riguarda le attenuazioni delle basse frequenze, il filtro passa-alto equivalente che rappresenta questa attenuazione ha un tempo caratteristico che, se T è il tempo di mediazione, è pari a (Kaimal e al. 1989):

$$\tau_b = T/2.8$$

se si utilizza il metodo *Mean Removal* e:

$$\tau_h = T/5.3$$

se si utilizza il metodo *Linear Detrending* (Kristensen 1998b; Rannik e Vesala 1999). Se, invece, si utilizza il metodo *RCF* τ_h è l'effettivo tempo caratteristico del filtro autoregressivo (Moore, 1986; McMillen 1988; Goulden e al. 1997)

Noto tutto ciò, si è ora in grado di esplicitare tutte le costanti presenti nelle relazioni proposte da Massman (2001), ed in particolare:

$$\begin{aligned} a &= 2\pi f_x \tau_h & b &= 2\pi f_x \tau_b \\ p &= 2\pi f_x \tau_e & \alpha &= 0.925 \end{aligned}$$

Se si considerano le relazioni (13.81) si nota come sia previsto sempre e contemporaneamente un *Mean Removal* e un *Linear Detrending*. Se così non è, come normalmente capita ed è assente il Linear Detrending, Massman (2001) suggerisce che la situazione è equivalente ad ammettere che il parametro a tenda a infinito. In questo caso le relazioni (13.81a,b,c) si dovrebbero ridurre rispettivamente alle forme seguenti:

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{b}{(b+p)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p+1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p+1}{a+b} \right] \quad [13.81d]$$

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{b}{(b+p)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p+1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p+1}{a+b} \right] \cdot \left[\frac{1+0.9p}{1+p} \right] \quad [13.81e]$$

$$\frac{\overline{w'x'_m}}{\overline{w'x'}} = \left[\frac{b^\alpha}{(b^\alpha + p^\alpha)} \right] \cdot \left[\frac{1}{p^\alpha + 1} \right] \cdot \left[1 + \frac{p^\alpha + 1}{a^\alpha + b^\alpha} \right] \quad [13.81f]$$

13.5.3 L'APPROCCIO SPERIMENTALE

L'approccio sperimentale è, di fatto, una famiglia piuttosto eterogenea di metodi che partono tutti dal presupposto che le misure prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale siano sostanzialmente affette in maniera marginale dalle attenuazioni ad alta e bassa frequenza e che, al di là delle limitazioni strumentali, ogni scalare si comporti spettralmente come la temperatura sonica (Eugster e Senn, 1995; Horst, 1997; Aubinet et al. 2000; Sun e al. 2004; Ibrom e al. 2007; Hill et al. 2008; Mammarella et al., 2009; de Ligne et al. 2010). Si parte, dunque, dall'ipotesi che si possa misurare senza un errore significativo il *cospettro* di due date quantità (per esempio il cospettro tra le fluttuazioni verticali del moto w' e le fluttuazioni di temperatura potenziale θ') e che questo cospettro possa essere utilizzato per *riscaldare* il *cospettro* di altre due quantità (per esempio le fluttuazioni di velocità verticale w' e di concentrazione di scalare χ'_s) una o entrambe soggette ad evidenti errori spettrali. In termini generali, il procedimento consiste nei passi seguenti:

- per prima cosa si selezionano lunghi periodi di dati (per esempio periodi che coprono almeno 3 ore in modo da ridurre le incertezze nella parte a bassa frequenza dello spettro) che corrispondono a periodi soleggiati, stazionari e caratterizzati da differenti velocità del vento e da differente umidità dell'aria;
- per ciascun periodo, si calcola in maniera campionaria (come si vedrà nel successivo Capitolo 14) il cospettro $w'\theta'$, che si ritiene non essere perturbato alle alte e basse frequenze,

ed il cospettro (perturbato alle alte frequenze) dello scalare di interesse (per esempio il cospettro $w'\chi'_s$);

- a questo punto si calcola, frequenza per frequenza, la funzione di trasferimento utilizzata per correggere il flusso di $w'\chi'_s$ come il rapporto normalizzato delle densità spettrali, cioè come:

$$T_{ws}^{exp}(f) = \frac{N_\theta C_{ws}(f)}{N_s C_{w\theta}(f)} \quad [13.82a]$$

dove N_s e N_θ sono i fattori di normalizzazione. L'ipotesi di similarità adottata richiederebbe che:

$$\frac{N_\theta}{N_s} = \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w's'}} \quad [13.82b]$$

ma, dato che le covarianze che si riesce effettivamente a stimare in maniera campionaria sono affette da un'attenuazione significativa alle alte frequenze, questo rapporto non può essere calcolato esattamente. Perciò, conviene calcolarlo in una maniera alternativa in modo tale che sia una costante per ogni frequenza e non vari con essa. In particolare conviene che:

$$\frac{N_\theta}{N_s} = \frac{\int_0^{f'} C_{w\theta}^{exp}(f)}{\int_0^{f'} C_{ws}^{exp}(f)} \quad [13.82c]$$

In questa relazione i *cospettri* utilizzati sono quelli ottenuti in maniera campionaria e f' è una frequenza sufficientemente elevata da consentire una stima abbastanza realistica del fattore di normalizzazione, ma sufficientemente bassa da non essere già interessata dall'attenuazione delle armoniche ad alta frequenza. Così la funzione di trasferimento necessaria alla ricostruzione del flusso turbolento verticale della generica variabile s viene determinata senza considerare uno per uno le cause che determinano la sua attenuazione causata dalla distorsione spettrale alle alte frequenze di cui è affetto il sensore che la misura.

A questo punto, per poter applicare la relazione (13.69) è necessario adottare delle forme analitiche per gli spettri ed i co-spettri e per questo basta applicare ciò che è stato esposto a proposito del metodo teorico.

L'approccio sperimentale si basa su diverse ipotesi di lavoro. La prima assume che il processo di trasporto turbolento del calore sensibile sia simile al processo che determina il trasporto turbolento dello scalare s e per questo le due densità spettrali dovrebbero essere proporzionali l'una all'altra. Questa ipotesi, pur con alcuni *distinguo*, è risultata sufficientemente realistica. La seconda ipotesi fatta dall'approccio sperimentale assume che le attenuazioni ad alta frequenza della densità spettrale del flusso di calore sensibile siano trascurabili rispetto a quelle subite dalla densità spettrale dello scalare s . Se questa ipotesi ha chiaramente senso in un sistema *EC* in cui è presente un sensore *closed-path* dove le alte frequenze vengono perse a causa del condotto di campionamento e dalla separazione dei sensori, è decisamente più dubbia nel caso in cui sia presente un sensore *open-path*.

13.6 LE CORREZIONI WPL

Come detto, l'obiettivo del metodo *EC* è quello di determinare il flusso di quantità di moto, di calore ed eventualmente il flusso di una grandezza scalare di interesse che ha luogo all'interfaccia aria-suolo e, come noto, il flusso verticale di uno scalare è proporzionale alla covarianza tra la *concentrazione* di scalare in aria e la componente verticale del moto. Qui abbiamo utilizzato il

termine concentrazione in maniera molto generica anche se sappiamo che la presenza in aria di uno scalare qualsiasi c (vapor d'acqua, CO_2 , metano, ozono, ecc.) può essere quantificata in vari modi. Il modo più semplice ed intuitivo è dato dalla sua densità ρ_c definita come la quantità di massa per unità di volume di aria ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) e dalla concentrazione molare c_c che è la quantità di moli per unità di volume ($\text{moli}\cdot\text{m}^{-3}$). Tuttavia la presenza dello scalare in aria può essere quantificato anche in altre due maniere differenti: attraverso il rapporto di mescolanza molare (*molar mixing ratio*) dato dal numero di moli della sostanza per moli di aria secca ed il rapporto di mescolanza di massa (*mass mixing ratio*) dato dalla massa della sostanza per unità di massa di aria secca.

Quale di queste *concentrazioni* dobbiamo utilizzare quando cerchiamo di determinare col metodo *EC* il flusso verticale di una sostanza passiva al suolo? Il quesito non è irrilevante come vedremo e conviene studiarlo con una certa attenzione facendo riferimento prevalentemente ai lavori di Kowalski e Serrano-Ortiz (2007) e a Lee e Massman (2011).

13.6.1 CONSIDERAZIONI SULLA CONSERVAZIONE DI UNO SCALARE

Il modo più semplice per avere immediatamente una risposta al quesito posto è quella di analizzare l'equazione che esprime il bilancio istantaneo dell'aria secca e l'equazione che esprime l'analogo bilancio istantaneo per la presenza di una sostanza passiva che, per fissare le idee e senza perdita di generalità, possiamo ipotizzare sia la CO_2 . Queste equazioni esprimono la variazione istantanea nello spazio e nel tempo della densità dell'aria secca ρ_d e della densità della CO_2 ρ_c e, trascurando la diffusione molecolare, sono espresse dalle due relazioni seguenti:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \rho_d) = S_d \quad [13.83a]$$

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \rho_c) = S_c \quad [13.83b]$$

dove S_d e S_c sono i rispettivi termini di sorgente. Ovviamente S_d non potrà che essere nullo non essendoci al suolo una sorgente di aria secca. Sviluppando le due equazioni, otteniamo:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho_d}{\partial x_i} + \rho_d \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = S_d \quad [13.83c]$$

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho_c}{\partial x_i} + \rho_c \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = S_c \quad [13.83d]$$

che, tenuto conto della definizione di derivata sostanziale, si riducono alla forma:

$$\frac{D \rho_d}{Dt} + \rho_d \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = S_d \quad [13.83e]$$

$$\frac{D \rho_c}{Dt} + \rho_c \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = S_c \quad [13.83f]$$

In assenza di sorgenti (sia positive che negative) ρ_d e ρ_c dovrebbero conservarsi, cioè la loro derivata sostanziale dovrebbe essere nulla, ma dalle equazioni precedenti si vede che ciò non è vero in generale. Le densità si conservano solo se il moto del fluido è incomprimibile, cosa non vera in generale.

Consideriamo ora il rapporto di mescolanza di massa ω_c che è pari a $\omega_c = \rho_c / \rho_d$. È facile verificare che la relativa legge di conservazione istantanea può essere espressa come:

$$\frac{D \omega_c}{Dt} = \frac{1}{\rho_d} \left(\frac{D \rho_c}{Dt} - \frac{\rho_c}{\rho_d} \cdot \frac{D \rho_d}{Dt} \right) \quad [13.84a]$$

Facendo uso delle relazioni (13.83e-f) e ricordando che il termine di sorgente per l'aria secca è

nullo, questa relazione diventa:

$$\frac{D\omega_c}{Dt} = \frac{S_c}{\rho_d} \quad [13.84b]$$

e da essa si vede come, a differenza della densità ρ_c , ω_c si conserva, cioè permane nulla in assenza di un termine di sorgente anche se il moto non è incomprimibile. Questa è una motivazione valida per ritenere che il rapporto di mescolanza di massa e quello molare siano gli unici modi con cui quantificare la presenza di uno scalare in aria se si intende stimarne il flusso verticale al suolo col metodo *EC*.

Ci sono, però, altre ragioni per abbandonare l'uso delle densità come hanno evidenziato Leuning e Legg (1982) e Kowalski e Serrano-Ortiz (2007).

La prima ragione è evidente se ipotizziamo di condurre l'esperimento ideale seguente. Immaginiamo di considerare due camere, separate da una barriera. In entrambe è presente dell'aria secca alla stessa pressione contenente della CO_2 la cui frazione molare è uguale in entrambe le camere. Immaginiamo però che la temperatura delle due camere sia diversa. Quando eliminiamo la barriera che le separa, assistiamo ad un trasferimento di calore dalla camera a maggior temperatura a quella a temperatura minore cui è associato un trasferimento netto di massa dalla camera più fredda (più densa) a quella meno fredda (meno densa) fino a giungere all'equilibrio. Se consideriamo la presenza di CO_2 in termini di densità, è inevitabile registrare un flusso di CO_2 senza che tale flusso sia associato ad un gradiente di frazione molare, quindi ad una reale sorgente. Si può quindi concludere che la densità di CO_2 non si è conservata, mentre la frazione molare resta la stessa e quindi si conserva rispetto alla conduzione di calore.

La seconda ragione deriva dalle considerazioni che conseguono dal seguente esperimento ideale. Si immagini, come prima, di avere due camere separate da una barriera, questa volta entrambe alla stessa temperatura e pressione, tuttavia in una delle camere sia presente anche una sorgente di vapor d'acqua. Nelle due camere la pressione parziale di CO_2 sarà differente perché una delle due camere contiene anche vapor d'acqua. Una volta rimossa la membrana, il vapor d'acqua presente nella "camera umida" si diffonderà nella "camera secca" in accordo col gradiente della sua frazione molare, ma in corrispondenza di ciò anche dell'aria secca contenente CO_2 migrerà verso la "camera umida". In questo caso abbiamo una vera e propria diffusione di materia (aria secca e CO_2) a causa solo dei gradienti determinati dalla sorgente di vapor d'acqua presente in una delle due camere. In pratica le molecole di vapor d'acqua spiazzano le molecole di CO_2 e le altre molecole di aria secca dal volume disponibile e ciò comporta che la densità e la frazione molare di CO_2 non si conservi, mentre si conserva il rapporto di mescolanza (molare e di massa).

A conclusione di questa breve discussione (maggiori dettagli sono riportati da Kowalski e Serrano-Ortiz, 2007 e da Leuning e Legg, 1998) si può dire che l'unico modo per poter determinare col metodo *EC* il flusso turbolento F_c di uno scalare (vapor d'acqua, CO_2 , metano, ozono, ecc.) è utilizzare il rapporto di mescolanza (molare o di massa) di questo scalare per quantificarne la presenza in aria. In particolare, se ω_c è il rapporto di mescolanza in massa, il Flusso turbolento verticale di scalare risulta pari a:

$$F_c = \rho_d \overline{w'\omega'_c} \quad [13.85]$$

dove ρ_d è la densità dell'aria secca. Non sussisterebbe alcun problema se i sensori a risposta rapida dedicati alla misura dello scalare producessero come *output* il rapporto di mescolanza dello scalare, cioè la massa di scalare per unità di massa di aria secca, ma purtroppo così non è in generale e perciò è necessario individuare dei metodi che consentano di trasformare la covarianza tra la componente verticale del moto e la densità dello scalare (che è quanto normalmente misura un sensore a risposta veloce) nella covarianza tra la componente verticale del moto ed il rapporto di mescolanza dello scalare, necessario per applicare la (13.85) ed ottenere quindi F_c .

13.6.2 LE CORREZIONI DI DENSITÀ

Il problema di individuare il metodo per trasformare la covarianza tra la componente w del moto e la densità nella covarianza tra w ed il relativo rapporto di mescolanza è stato molto studiato negli ultimi trent'anni e Fuehrer e Friehe (2002) hanno fatto una sintesi di molti lavori dedicati a questo argomento. Come si può vedere, l'argomento è piuttosto controverso ed intricato e non c'è unanimità di vedute, anche se sostanzialmente l'opinione più diffusa è che le correzioni proposte da Webb e al. (1980) siano quelle da utilizzarsi, per lo meno quando si considera un sensore *open-path* all'infrarosso. Queste correzioni vengono ormai unanimemente denominate *Correzioni WPL* dall'iniziale del cognome dei tre Autori dell'articolo del 1980 che sono Webb, Pearman e Leuning. Qui di seguito presentiamo queste correzioni specializzandole per le diverse tipologie di sensori.

13.6.2.1 Le correzioni per i sensori *open-path* all'infrarosso

Questi sensori, detti normalmente IRGA (InFRared Gas Analyser) *open-path*, sono stati presentati sinteticamente al punto 13.3 e, in sintesi, sono costituiti da un emettitore di un fascio di radiazione infrarossa inviato in aria ad un ricevitore ad esso affacciato e distante pochi decimetri. Dall'analisi dell'assorbimento di radiazione infrarossa che ha luogo nel volume di aria posto tra l'emettitore ed il rilevatore è possibile determinare la densità di vapor d'acqua, di CO_2 e/o di metano. L'*output* di questo sensore è perciò la densità ρ_c di uno scalare e quindi il *record* di misure di $\rho_c(t_i)$ ($i = 1, \dots, N$). Questi sensori, che sono stati presentati e discussi sinteticamente ai paragrafi 11.4.2.2, 11.4.2.3 e 13.3, vengono collocati nelle immediate vicinanze del volume di misura di un anemometro ultrasonico triassiale come è stato mostrato nella **Fig. 13.6** in modo da minimizzare il *time-lag* tra i segnali delle tre componenti del moto e della temperatura virtuale prodotti dal sonico e quelli prodotti dall'IRGA *open-path* (che nel caso mostrato in figura sono le concentrazioni di vapor d'acqua e di CO_2).



Fig. 13.35: il sensore IRGASON costituito da un IRGA *open-path* integrato in un anemometro ultrasonico triassiale CSAT-3 (Campbell Scientific)

Una soluzione molto interessante, anche se ancora poco diffusa, è quella presentata nella **Fig. 13.35** che mostra il sensore IRGASON prodotto dalla Campbell Scientific. Come si vede chiaramente, tale sensore è costituito da un IRGA *open-path*, che misura la concentrazione in aria di vapor d'acqua e di CO_2 , completamente integrato nell'anemometro ultrasonico triassiale CSAT-3 (Campbell Scientific). In questo caso il volume di misura dell'anemometro sonico e quello dell'IRGA coincidono perfettamente e quindi non esiste virtualmente un *time-lag* tra la serie discreta di valori delle componenti istantanee del moto e quelle della concentrazione di vapor d'acqua e di CO_2 . Una volta a disposizione la serie discreta della componente verticale del moto $w_i(t_i)$ e quella della concentrazione $\rho_c(t_i)$, è possibile ottenere nell'intervallo di mediazione la covarianza $\overline{w\rho'_c}$. Si tenga presente che l'IRGA *open-path* inevitabilmente produce come *output* la densità del gas ρ_c (kg/m^3) o la frazione molare χ_c ($\text{moli}_c/\text{moli}_{\text{aria umida}}$) e non il rapporto di mescolanza ω_c ($\text{moli}_c/\text{moli}_{\text{aria secca}}$) come sarebbe desiderabile per ottenere il flusso turbolento

verticale del gas secondo la (13.85). Web e al. (1980) hanno studiato il problema impiegando la legge dei gas perfetti e la legge di Dalton oltre ad altre ipotesi di lavoro che sono apparse ad altri ricercatori piuttosto controverse. Tuttavia Massman e Tuovinen (2006) hanno riottenuto sostanzialmente le stesse relazioni senza introdurre ipotesi *bizzarre*. Per questa ragione qui di seguito seguiremo la loro idea.

Consideriamo dell'aria non necessariamente secca. Tra la temperatura T (K), la pressione p (hPa) e la densità molare n (moli·m⁻³) ad ogni istante deve valere la legge di stato:

$$p = nRT \quad [13.85a]$$

dove R è la costante dei gas pari a $8.31451 \cdot 10^{-2}$ (m³·hPa·moli⁻¹·K⁻¹). Questa relazione si applica ai valori istantanei di densità molare, temperatura e pressione che possono essere visti, secondo l'ipotesi di Reynolds, come la somma di un valor medio e di una fluttuazione turbolenta, perciò:

$$\bar{p} + p' = [\bar{n} + n'] \cdot R \cdot [\bar{T} + T'] \quad [13.85b]$$

Quindi la fluttuazione di densità molare sarà pari a:

$$n' = -\bar{n} + \frac{\bar{p} + p'}{R \cdot (\bar{T} + T')} \quad [13.85c]$$

Utilizziamo, ora, l'approssimazione (Fuehrer e Friche 2002) seguente:

$$\frac{1}{\bar{T} + T'} = \frac{1}{\bar{T}} \cdot \left[1 - \frac{T'}{\bar{T}} \right] \quad [13.85d]$$

che si ottiene ricordando che per una grandezza x in modulo non superiore ad 1 vale lo sviluppo in serie:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 \dots \quad [13.85e]$$

Se trascuriamo il termine contenente il prodotto delle fluttuazioni di temperatura e pressione, si ottiene la relazione:

$$n' = -\bar{n} \left[\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right] \quad [13.85f]$$

Quindi le fluttuazioni della densità molare dipendono dalle fluttuazioni di temperatura e di pressione, queste ultime trascurate nel lavoro originale di Webb e al. (1980).

Fin qui non abbiamo fatto ipotesi particolari sul tipo di aria considerata. Ora invece ipotizziamo di considerare dell'aria umida. In questo caso la densità molare dell'aria potrà essere vista come la somma delle "moli" di aria secca n_d e delle moli di vapor d'acqua n_v , cioè il numero di moli totali sarà $n = n_d + n_v$. Naturalmente, sia per n_d che per n_v applichiamo la decomposizione di Reynolds in una parte media e in una fluttuazione a media nulla. Queste due componenti le possiamo vedere in competizione tra loro per l'occupazione di un dato volume. Quindi la (13.85f) diventa in questo caso:

$$n'_d + n'_v = -\frac{\bar{p}}{R\bar{T}} \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) \quad [13.86a]$$

cioè:

$$n'_d = -\frac{\bar{p}}{R\bar{T}} \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) - n'_v \quad [13.86b]$$

Quindi le fluttuazioni di densità molare dell'aria secca derivano da due cause distinte: dai processi di compressione/espansione rappresentati dal primo termine a destra dell'equazione e dall'effetto indipendente dalla massa molecolare associato alla competizione per lo spazio disponibile operata da molecole diverse, in questo caso dal vapor d'acqua. La massa molecolare diventa importante quando riscriviamo la relazione precedente in termini di densità. Infatti se m_d è il peso molecolare dell'aria secca (28.966) e m_v è il peso molecolare del vapor d'acqua (18.016), abbiamo che:

$$\rho'_d = -\frac{m_d \bar{p}}{R \bar{T}} \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) - \left(\frac{m_d}{m_v} \right) \cdot \rho'_v \quad [13.86c]$$

Questa relazione mostra la natura non conservativa della densità dell'aria secca ed identifica due effetti che possono produrne le fluttuazioni. Il primo effetto è associato alle variazioni di volume delle particelle d'aria a causa dei processi di compressione/espansione, mentre il secondo effetto è associato alla competizione tra *molecole* di aria secca e di vapor d'acqua per lo spazio disponibile. Le implicazioni di ciò diventano evidenti dai ragionamenti che seguono.

Dividendo entrambi i membri della (13.86b) per $\bar{n}_d$ che è la densità molare media dell'aria secca, dopo alcuni semplici passaggi si giunge alla relazione:

$$\frac{n'_d}{\bar{n}} = -(1 + \omega_v) \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) - \frac{n'_v}{\bar{n}_d} \quad [13.86d]$$

in cui ω_v è il rapporto di mescolanza del vapor d'acqua ($\text{mol}_{\text{H}_2\text{O}} / \text{mol}_{\text{aria secca}}$).

Ora immaginiamo che nell'aria, oltre al vapor d'acqua, sia presente in traccia anche una specie chimica passiva come per esempio la CO_2 . In questo caso:

$$n = n_d + n_v + n_c \cong n_d + n_v \quad [13.87a]$$

cioè:

$$\rho = \rho_d + \rho_v + \rho_c \cong \rho_d + \rho_v \quad [13.87b]$$

dove n_c e ρ_c sono rispettivamente la densità molare e la densità in massa della sostanza passiva (nel nostro caso la CO_2). Le fluttuazioni di queste due grandezze sono necessariamente dovute a due cause:

- i processi di compressione/espansione dovuti alle fluttuazioni di temperatura e pressione che danno luogo alle fluttuazioni $n'_{c/D}$
- il termine di sorgente al suolo che dà luogo alle fluttuazioni $n'_{c/S}$

Quindi si ha in generale che:

$$n'_c = n'_{c/D} + n'_{c/S} \quad [13.88a]$$

ed una relazione analoga vale per le fluttuazioni di densità in massa. Ovviamente queste considerazioni devono valere anche se l'aria è completamente secca, ma in questo caso sappiamo che non c'è una sorgente di aria secca al suolo e le fluttuazioni derivano solo dai processi di compressione/espansione e perciò:

$$n'_{d/S} = 0 \quad [13.88b]$$

e quindi:

$$n' = n'_{d/D} \quad [13.88c]$$

Ritorniamo ora a considerare l'aria che contiene sia il vapor d'acqua che la sostanza c in traccia. È naturale ipotizzare (e questa è la vera ipotesi su cui si fonda tutta la trattazione) che gli effetti subiti dall'aria secca per i processi di espansione/compressione siano gli stessi subiti da ogni altra sostanza (vapor d'acqua e scalare c). Quindi:

$$\frac{n'_{c/D}}{\bar{n}_c} = \frac{n'_d}{\bar{n}_d} \quad [13.88d]$$

In termini di densità di massa si avrà allora che:

$$\rho'_{c/D} = -\bar{\rho}_c (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) - \bar{\omega}_c \mu_v \rho'_v \quad [13.88e]$$

dove:

$$\bar{\omega}_c = \bar{\rho}_c / \bar{\rho}_d = \text{rapporto di mescolanza in massa (kg}_c / \text{kg}_{\text{aria secca}})$$

$$\bar{\chi}_v = \bar{\rho}_v / \bar{\rho}_d = \text{rapporto di mescolanza in moli (moli}_v/\text{moli}_{\text{aria secca}})$$

e μ_v è il rapporto tra il peso molecolare dell'aria secca (28.966 g/mole) ed il peso molecolare del vapor d'acqua (18.016 g/mole), pari quindi a 1.6022.

Ora siamo nelle condizioni di individuare una relazione per le fluttuazioni di densità dello scalare c dovute esclusivamente al termine di sorgente al suolo che è poi il flusso cui siamo interessati nell'ambito della EC. Infatti:

$$\rho'_{c/s} = \rho'_c - \rho'_{c/D} \quad [13.89a]$$

cioè:

$$\rho'_{c/s} = \rho'_c + \bar{\rho}_c (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \left(\frac{T'}{\bar{T}} - \frac{p'}{\bar{p}} \right) + \bar{\omega}_c \mu_v \rho'_v \quad [13.89b]$$

A questo punto, il flusso dello scalare c sarà pari alla covarianza tra le fluttuazioni della componente verticale del moto w' e le fluttuazioni di densità derivanti dal solo termine di sorgente date dalla relazione precedente, quindi:

$$F_c = \overline{w' \rho'_c} + \bar{\omega}_c \mu_v \cdot \overline{w' \rho'_v} + \bar{\rho}_c (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \left[\frac{\overline{w' T'}}{\bar{T}} - \frac{\overline{w' p'}}{\bar{p}} \right] \quad [13.90a]$$

Normalmente si trascurano le fluttuazioni di pressione (su ciò ritorneremo nel seguito) e perciò si ha che:

$$F_c = \overline{w' \rho'_c} + \bar{\omega}_c \mu_v \cdot \overline{w' \rho'_v} + \bar{\rho}_c \frac{(1 + \bar{\chi}_v)}{\bar{T}} \cdot \overline{w' T'} \quad [13.90b]$$

che è la relazione originale di Webb e al. (1980), anche se dedotta in maniera profondamente diversa. Quindi il flusso turbolento dello scalare c dovuto al termine di sorgente al suolo risulta pari alla somma algebrica del flusso ottenuto impiegando le fluttuazioni di densità di c ottenute dalle misure *open-path*, di un termine proporzionale al flusso verticale di vapor d'acqua e di un termine proporzionale al flusso turbolento di calore sensibile.

Queste considerazioni possono essere applicate anche al vapor d'acqua. Infatti la relazione (13.89b) deve rappresentare anche le fluttuazioni del vapor d'acqua dovute al termine di sorgente. Quindi, il flusso turbolento di vapor d'acqua derivante esclusivamente dal termine di sorgente (l'evapotraspirazione quindi) è pari a:

$$F_v = \overline{w' \rho'_v} = (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \overline{w' \rho'_v} + \bar{\rho}_v (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \left(\frac{\overline{w' T'}}{\bar{T}} - \frac{\overline{w' p'}}{\bar{p}} \right) \quad [13.91a]$$

che, trascurando le fluttuazioni di pressione, si riduce a:

$$F_v = \overline{w' \rho'_{v/s}} = (1 + \bar{\chi}_v) \cdot \left(\overline{w' \rho'_v} + \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{T}} \overline{w' T'} \right) \quad [13.91b]$$

La forma con cui sono state scritte le relazioni che esprimono il flusso turbolento di scalare passivo (13.90a) ed il flusso di vapor d'acqua (13.91a) sono un po' scomode e conviene manipolarle in modo da essere più facilmente applicabili nella pratica. È facile dimostrare come la relazione seguente sia del tutto equivalente alla (13.90a):

$$F_c = \overline{w' \rho'_c} + \mu_v \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_d} \cdot \overline{w' \rho'_v} + \bar{\rho}_c \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d} \right) \cdot \left[\frac{\overline{w' T'}}{\bar{T}} - \frac{\overline{w' p'}}{\bar{p}} \right] \quad [13.92a]$$

dove μ_v è il rapporto tra il peso molecolare dell'aria secca e quello del vapor d'acqua, pari a 1.6077. In questa relazione sono presenti solo densità. Le relazioni riportate al Capitolo 1 consentono di ottenere facilmente la densità media dell'aria secca a partire dalla temperatura e pressione media dell'atmosfera e tenendo conto dell'umidità media della stessa. Normalmente non si tiene conto del contributo derivante dalle fluttuazioni di pressione e quindi la precedente relazione si riduce alla forma seguente:

$$F_c = \overline{w'\rho'_c} + \mu_v \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_d} \cdot \overline{w'\rho'_v} + \bar{\rho}_c \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d} \right) \cdot \frac{\overline{w'T'}}{\bar{T}} \quad [13.92b]$$

Zhang e al. (2011) hanno però evidenziato come il trascurare il termine legato alle fluttuazioni di pressione possa comportare errori non trascurabili. Dato che normalmente in una postazione *EC* non è disponibile un sensore in grado di misurare le fluttuazioni di pressione (un microbarometro), nel lavoro citato è stata ottenuta una relazione di Similarità, valida nel *SL*, per la covarianza tra la componente verticale del moto e la pressione che risulta così espressa:

$$\frac{\overline{w'p'}}{\bar{\rho}_d u_*^3} = \begin{cases} a_1 \zeta + b_1 & -1.0 \leq \zeta \leq 0.0 \\ b_1 & 0.0 \leq \zeta \leq d \\ a_2 \zeta + b_2 & d \leq \zeta \leq 1.0 \end{cases} \quad [13.92c]$$

dove $\zeta = z/L$ ed il valore dei coefficienti numerici a_1 , b_1 , a_2 , b_2 e d sono risultati rispettivamente pari a 2.64, -2.01, -1.81, -1.56, 0.213.

Nella stessa maniera può essere resa più operativa la relazione (13.91a) che esprime l'evapotraspirazione, cioè il flusso turbolento verticale di vapor d'acqua. Il risultato che si ottiene è il seguente:

$$F_v = \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d} \right) \cdot \overline{w'\rho'_v} + \bar{\rho}_v \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d} \right) \cdot \left(\frac{\overline{w'T'}}{\bar{T}} - \frac{\overline{w'p'}}{\bar{p}} \right) \quad [13.93a]$$

che, trascurando il termine relativo alle fluttuazioni di pressione, si riduce a:

$$F_v = \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d} \right) \cdot \left(\overline{w'\rho'_v} + \bar{\rho}_v \frac{\overline{w'T'}}{\bar{T}} \right) \quad [13.93b]$$

Tutti i lavori dedicati alle correzioni WPL considerano esclusivamente il flusso turbolento verticale di vapor d'acqua e di scalare e non fanno cenno alcuno degli altri momenti che possono essere di interesse pratico, in particolare della varianza della concentrazione di scalare. Il lavoro di Detto e Katul (2007) tratta questo tema più in generale ripercorrendo esattamente la medesima strada percorsa per la correzione dei flussi. L'unica vera differenza sta nel fatto che le relazioni che vengono ottenute sono espresse in termini di densità corretta invece che in *mixing ratio*, il tutto per rendere più semplice l'applicazione pratica. Inoltre, non si tiene conto delle fluttuazioni di pressione. Se si considerano le covarianze tra lo scalare c (per esempio la CO_2) e le generiche componenti del moto u_i , l'espressione generale delle covarianze (espresse in termini di densità dello scalare corretta per le fluttuazioni di temperatura e di concentrazione di vapor d'acqua), posto $\sigma = \bar{\rho}_v/\bar{\rho}_d$, sono esprimibili come:

$$\overline{u_i \rho'_{c_{corr}}} = \overline{u_i \rho'_c} + \mu_v \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_d} \cdot \overline{u_i \rho'_v} + \bar{\rho}_c (1 + \mu_v \sigma) \cdot \frac{\overline{u_i T'}}{\bar{T}} \quad [13.93c]$$

mentre la covarianza tra lo scalare e la temperatura risulta pari a:

$$\overline{T' \rho'_{c_{corr}}} = \overline{T' \rho'_c} + \mu_v \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_d} \cdot \overline{T' \rho'_v} + \bar{\rho}_c (1 + \mu_v \sigma) \cdot \frac{\overline{T'^2}}{\bar{T}} \quad [13.93d]$$

Nel lavoro citato si è ottenuta anche un'espressione per la varianza dello scalare corretta per le fluttuazioni di temperatura e di concentrazione di vapor d'acqua che risulta data da:

$$\begin{aligned} \overline{\rho_{c_{corr}}^2} &= \overline{\rho_c^2} + 2\mu_v \frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_d} \cdot \overline{\rho_c \rho'_v} + \\ &+ 2\bar{\rho}_c (1 + \mu_v \sigma) \cdot \frac{\overline{T' \rho'_c}}{\bar{T}} + \mu_v^2 \frac{\bar{\rho}_c^2}{\bar{\rho}_d^2} \cdot \overline{\rho_v'^2} + \\ &+ \bar{\rho}_c^2 (1 + \mu_v \sigma)^2 \cdot \frac{\overline{T'^2}}{\bar{T}^2} + 2 \frac{\bar{\rho}_c^2}{\bar{\rho}_d} \mu_v (1 + \mu_v \sigma) \frac{\overline{T' \rho'_v}}{\bar{T}} \end{aligned} \quad [13.93e]$$

Infine, se si considerano due distinti scalari c_1 e c_2 , la loro covarianza corretta per le fluttuazioni di temperatura e vapor d'acqua risulta espressa dalla complessa relazione seguente:

$$\begin{aligned} \overline{\rho'_{c1}\rho'_{c2}}_{corr} = & \overline{\rho'_{c1}\rho'_{c2}} + \frac{\mu_v}{\bar{\rho}_d} \cdot (\bar{\rho}_{c2} \cdot \overline{\rho'_v\rho'_{c1}} + \bar{\rho}_{c1} \cdot \overline{\rho'_v\rho'_{c2}}) \\ & + (1 + \mu_v\sigma) \left(\bar{\rho}_{c1} \frac{\overline{T'\rho'_{c2}}}{\bar{T}} + \bar{\rho}_{c2} \frac{\overline{T'\rho'_{c1}}}{\bar{T}} \right) + \mu_v^2 \frac{\bar{\rho}_{c1}\bar{\rho}_{c2}}{\bar{\rho}_d^2} \overline{\rho_v'^2} \\ & + 2\mu_v \frac{\bar{\rho}_{c1}\bar{\rho}_{c2}}{\bar{\rho}_d} (1 + \mu_v\sigma) \frac{\overline{T'\rho'_v}}{\bar{T}} + \bar{\rho}_{c1}\bar{\rho}_{c2} (1 + \mu_v\sigma)^2 \frac{\overline{T'^2}}{\bar{T}^2} \end{aligned} \quad [13.93f]$$

Fin qui abbiamo considerato come scalari misurati con un sistema IRGA *open-path* solo il vapor d'acqua e la CO_2 , ma ad oggi sono stati sviluppati anche altri sensori *open-path* dedicati ad altri gas come il Metano (CH_4), l'Ammoniaca (NH_3) ed altri ancora. Tutti questi nuovi sensori veloci, per ragioni tecniche, utilizzano come sorgente di radiazione elettromagnetica dei laser e soluzioni tecniche molto raffinate per ottenere la concentrazione in aria dei gas per cui sono stati costruiti. Come esempio significativo di questa famiglia di sensori conviene citare l'analizzatore veloce *open-path* LI-7700 (LiCor Biosciences) dedicato alla misura del Metano (**Fig. 13.36**). Questo sensore (come gli altri sensori *open-path*) produce misure di concentrazione che devono essere trattate esattamente come sono state trattate le misure veloci *open-path* di vapor d'acqua e di CO_2 e quindi si applicano le considerazioni fatte sopra, in particolare le correzioni WPL. Va però tenuto presente che le relazioni riportate vanno in parte modificate per tener conto delle correzioni spettroscopiche caratteristiche dei vari sensori.



Fig. 13.36: misuratore veloce *open-path* LI-7700 (LiCor-Biosciences)

Non ci si addentrerà nell'argomento che è molto complesso e che richiede una conoscenza dettagliata dello strumento specifico che si intende trattare.

Un esempio di come comportarsi specificatamente per la misura di concentrazione realizzata col sensore LI-7700 è riportato nel fondamentale lavoro di McDermitt e al. (2011) cui si rimanda per i dettagli, mentre una complessa trattazione generale del tema la si trova in Burba (2021, Appendice II). In sintesi, per questo sensore in particolare, il flusso turbolento verticale corretto di metano F_c si ottiene, una volta nota la covarianza $\overline{w'\rho'_{cm}}$ tra la fluttuazione verticale del vento e densità misurata del metano ρ_{cm} , dalla relazione seguente che tiene conto sia delle correzioni WPL che delle correzioni spettroscopiche:

$$F_c = \bar{k} \cdot \left(\overline{w' \rho'_{cm}} + \mu_v \frac{\overline{\rho_{mc}}}{\overline{\rho_d}} \cdot \overline{w' \rho'_v} + \overline{\rho_{cm}} \left(1 + \mu_v \frac{\overline{\rho_v}}{\overline{\rho_d}} \right) \cdot \frac{\overline{w' T'}}{\overline{T}} - \overline{\rho_{cm}} \cdot \left(1 + \mu_v \frac{\overline{\rho_v}}{\overline{\rho_d}} \right) \frac{\overline{w' p'}}{\overline{p}} \right) + \overline{\rho_{cm}} \cdot \overline{w' k'} + \overline{w' k'} \overline{\rho'_{cm}} \quad [13.93g]$$

dove con k si è indicata una funzione della temperatura dell'aria T e di una *pressione equivalente* p_e legata alla pressione atmosferica p ed alla frazione molare di vapor d'acqua χ_v dalla relazione:

$$p_e = p \cdot (1 + \alpha_p \chi_v) \quad [13.93h]$$

In questa relazione e per il sensore LI-7700 $\alpha_p = 0.46$. La funzione $k(T, p_e)$ non è esprimibile analiticamente e nella **Fig. 13.37** viene mostrata una sua rappresentazione 3-D.

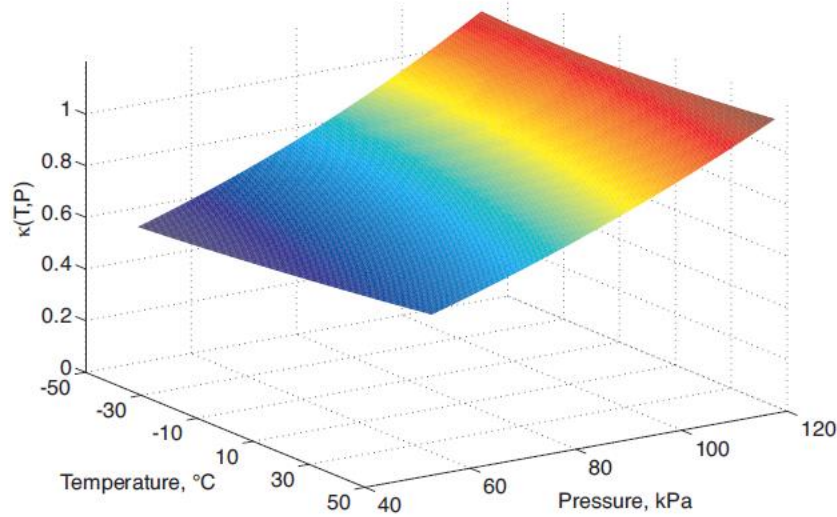


Fig. 13. 37: grafico 3-D della funzione k della temperatura dell'aria T e della pressione equivalente P (relazione 13.93h)

Analoghe correzioni spettroscopiche alle correzioni WPL originarie possono essere individuate anche per altri tipi di sensori *open-path* laser, ma per esse ci si deve rifare alla documentazione tecnica relativa.

13.6.2.2 Correzioni per gli igrometri al Krypton

Gli igrometri al Krypton, spesso utilizzati nel passato per la misura del contenuto di vapor d'acqua, si basano sull'assorbimento da parte delle molecole di H_2O di radiazione ultravioletta emessa da una sorgente e raccolta da un rilevatore posto in prossimità dello stesso. Per ulteriori e maggiori dettagli sulla struttura di tali sensori e sulla problematica della loro calibrazione si rimanda al lavoro di Foken e Falke (2012).

Essendo sensori *open-path* esattamente come i sensori all'infrarosso, alle misure di contenuto di vapor d'acqua vanno applicate le stesse correzioni WPL descritte al punto precedente, tuttavia prima della loro applicazione è necessario tener conto dell'interferenza dovuta all'assorbimento di radiazione UV da parte delle molecole di O_2 . Facendo riferimento ai lavori di Tanner e al. (1993) e van Dijk e al. (2003) il valore corretto della covarianza tra la componente verticale del moto e la concentrazione di vapor d'acqua che tiene conto di questa interferenza è dato dalla relazione:

$$\overline{w' H_2 O'} = \overline{w' H_2 O'}_m + C_{ko} \left(\frac{\rho_d}{T} \right) \cdot \overline{w' T'} \quad [13.94a]$$

dove con l'indice m si è indicata la covarianza ottenuta dalle misure di vapor d'acqua prodotte direttamente dall'igrometro. Si ha poi che:

$$C_{ko} = \frac{ko}{kw} \cdot \frac{Co \cdot Mo}{Ma} = 0.23 \cdot \frac{ko}{kw} \quad [13.94b]$$

dove ko e kw sono i coefficienti di estinzione per l'ossigeno e per il vapor d'acqua, $Co = 0.21$ è il contenuto percentuale di ossigeno in atmosfera, $Mo = 32$ è il peso molecolare dell'ossigeno ed infine $Ma = 28.97$ è il peso molecolare dell'aria secca. Il coefficiente di estinzione kw viene ottenuto in genere al momento della calibrazione del sensore (un valore tipico è - 0.150) e sempre in sede di calibrazione si ottiene il coefficiente di estinzione ko che tipicamente vale - 0.00413.

13.13.2.3 Correzioni per un sistema IRGA closed-path

Come abbiamo visto, oltre agli igrometri all'infrarosso (IRGA) e laser *open-path*, spesso vengono usati dei sensori IRGA *closed-path* che sono sostanzialmente insensibili agli agenti atmosferici esterni che pongono problemi agli IRGA *open-path* (condense sulle ottiche, pioggia, ecc.). Il problema, però, che condiziona l'uso dei *closed-path* è la presenza del condotto di campionamento (che può essere lungo parecchi metri) ed il fatto che l'assorbimento di radiazione infrarossa da parte delle molecole di H_2O e CO_2 avviene in una cella di campionamento che ha caratteristiche di temperatura e pressione differenti da quelle dell'atmosfera esterna. Come abbiamo visto, proprio la presenza del lungo condotto di campionamento impone l'impiego di opportune correzioni spettrali alle misure ottenute.



Fig. 13.38: il sensore LI-7200 Enclosed della LI-COR (con una freccia rossa è stata indicata la cella di misura mentre con una freccia blu il punto di prelievo dell'aria)

A rigore, dopo aver tenuto conto delle opportune correzioni spettrali, alle misure di vapor d'acqua e di CO_2 ottenute nella cella di campionamento dovrebbero essere applicate le correzioni WPL sopra riportate, tuttavia le caratteristiche tipiche di questi analizzatori richiede alcune precisazioni dettagliatamente descritte in Leuning e Moncrieff (1990), Leuning e King (1992), Suyker e Verma (1993) e Yasuda e Watanabe (2001). In sintesi, se il condotto di adduzione dell'aria presenta una lunghezza di alcuni metri, tutte le fluttuazioni di temperatura vengono di fatto eliminate. In particolare, se T e P sono la temperatura e la pressione media del punto di atmosfera in cui è avvenuto il campionamento e T_1 e P_1 sono rispettivamente la temperatura e la

pressione media nella cella di misura, allora il flusso turbolento di scalare (CO_2) è dato dalla relazione:

$$F_c = \frac{P \cdot T_i}{P_i T} \left[\overline{w' \rho_{c,i}} + \mu_v \frac{\bar{\rho}_{c,i}}{\bar{\rho}_{d,i}} \overline{w' \rho_{v,i}} \right] \quad [13.95a]$$

dove $\rho_{c,i}$ e $\rho_{v,i}$ sono rispettivamente le densità di CO_2 e di vapor d'acqua misurate nella cella di campionamento. Per il flusso turbolento di vapor d'acqua vale poi la relazione seguente:

$$F_c = \frac{P \cdot T_i}{P_i T} \left[\left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_{v,i}}{\bar{\rho}_{d,i}} \right) \cdot \overline{w' \rho_{v,i}} \right] \quad [13.95b]$$

Tutto ciò si applica ai sensori IRGA *closed-path*, ma per quei sensori *open-path* laser ciò non è sufficiente ed è necessario applicare delle correzioni spettroscopiche specifiche di ogni singolo sensore. Dettagli in proposito possono essere trovati in Ferrara e al. (2016).

Recentemente LI-COR Biosciences ha messo a punto il sensore *closed-path* LI-7200 *Enclosed* dotato di un condotto di aspirazione dell'aria estremamente corto (che di fatto non elimina le fluttuazioni di temperatura, umidità e pressione) e di una cella di misura di dimensioni molto limitate e protetta dagli agenti esterni dotata anche di sensori veloci di temperatura e di pressione (**Fig. 13.38**). Il risultato ottenuto è che l'*output* del sensore è direttamente la *mixing ratio* del vapor d'acqua e della CO_2 e perciò risulta del tutto superflua l'applicazione delle correzioni WPL.

13.7 STIMA DEFINITIVA DEI PARAMETRI DI TURBOLLENZA

A questo punto della metodologia siamo in grado di stimare in maniera definitiva quanto avevamo stimato in maniera *ideale* al punto 13.4, avendo:

- ripulito i segnali *raw* dai *spike* e da altri artefatti strumentali,
- individuato il sistema di riferimento cartesiano di riferimento, il tempo di mediazione e la frequenza di campionamento adatte,
- sincronizzato tra loro i segnali prodotti dall'anemometro sonico triassiale con eventuali sensori diversi (*open* o *closed path*),
- apportato le varie correzioni spettrali per varianze e covarianze da adottare per tener conto delle caratteristiche dinamiche del sistema di misura, del metodo di mediazione e di de-trending adottato e della disposizione geometrica tra sensori diversi,
- corretto i momenti del secondo ordine (varianze e covarianze) in cui sono coinvolte sostanze scalari dall'influenza delle fluttuazioni di temperatura, concentrazione di vapor d'acqua e pressione.

In questo paragrafo, per semplicità, consideriamo un sistema *EC* costituito da un anemometro ultrasonico triassiale, da un igrometro veloce (all'infrarosso o al Krypton) e da un sensore per la rilevazione della concentrazione di uno scalare (per es. CO_2) oltre che da normali sensori meteorologici da cui ottenere la temperatura media dell'aria T , l'umidità specifica media Q e la pressione barometrica media. Ipotizziamo, poi, che la frequenza di campionamento f adottata per la strumentazione *EC* a risposta rapida sia pari a 20 Hz e che la localizzazione della stazione e la quota di misura adottata sia stata scelta sulla base delle considerazioni presentate al punto 13.4.2. La stazione *EC* sarà naturalmente dotata di un opportuno sistema di acquisizione dei *raw data* e, per semplicità, ipotizziamo che essi siano memorizzati in *files* orari. In ciascun archivio orario si troveranno $N = 3600f$ dati, ciascuno costituito dall'insieme $(u, v, w, \theta, \rho_v, \rho_c)$ che si riferisce al

tempo $t_k = k/f$ con $k = 1, 2, \dots, N$ entro l'ora corrente. Se, per esempio, $f = 20\text{Hz}$, $N = 72000$. Anche se è possibile sviluppare un Software che elabora in tempo reale le misure raccolte dalla stazione EC, per semplicità ipotizziamo qui di seguito che l'elaborazione sia realizzata *off-line*. Per realizzarla è indispensabile costruire un programma che legga ciascuno degli archivi orari ottenuti ed applichi a ognuno di essi una procedura standard di elaborazione, che si comporrà dei passi seguenti:

Passo 1: La prima operazione è decidere se sia necessario o meno eliminare l'*aliasing*. Questa operazione è opzionale e può essere realizzata in maniera semplice, anche se con un elevato grado di approssimazione, mediando tra loro *raw data* successivi, riducendo così l'effettiva frequenza di campionamento. Per esempio, se $f = 20\text{Hz}$, si potrebbe sostituire alle serie storiche originali nuove serie storiche a 10Hz , ottenute mediando a due a due i dati originali. L'eliminazione dell'*aliasing* in questo caso non sarebbe troppo efficiente, tuttavia abbassare la frequenza di campionamento della serie storica sotto i 10Hz potrebbe introdurre errori eccessivi nella stima dei differenti parametri.

Passo 2: La seconda decisione da prendere è il periodo di mediazione che si vuole impiegare. Al punto 13.4.8 sono state date indicazioni sufficienti per determinare il periodo di mediazione che potremo indicare con P (per esempio $P = 30$ minuti). A questo punto, la serie storica originale verrà divisa in $M = T/P$ porzioni e ciascuna porzione produrrà proprie stime dei parametri di interesse.

Passo 3: Si consideri ora una di queste M porzioni di serie storica. È necessario localizzare, eliminare e sostituire gli *spike*, i *dropout* ed i *problemi di risoluzione*. Questa operazione è opzionale, anche se è utile farla. La metodologia presentata al punto 13.4.1 può essere facilmente tradotta in un procedimento di calcolo automatico. A questo punto la porzione di serie storica dovrebbe essere priva di *spikes*. Inoltre, la presenza di un sensore veloce accanto all'anemometro ultrasonico triassiale comporta che le serie storiche prodotte dal sonico e quelle prodotte dall'altro sensore veloce (per esempio un IRGA *open-path* che misura contemporaneamente la concentrazione di vapor d'acqua e CO_2) non siano sincrone tra loro. In questo caso è necessario individuare il *time-lag* che esiste tra le misure e traslare temporalmente le serie storiche dell'IRGA impiegando la metodologia proposta al punto 13.4.10. Come abbiamo visto al punto 13.4.5, la temperatura sonica θ è perturbata dalla componente trasversale del vento rispetto al *path* di misura e per questo ogni singolo valore grezzo di θ dovrà essere corretto di conseguenza.

Passo 4: Sicuramente nelle differenti variabili sarà presente un *trend*. Per eliminare i *trend* presenti nelle varie serie storiche si può impiegare una delle tecniche di *detrending* presentate al punto 13.4.9, per esempio il *detrending* lineare.

Passo 5: A questo punto è necessario passare dal sistema di riferimento strumentale ad un sistema il più possibile *stream-line*. Come abbiamo visto al punto 13.4.7 è possibile impiegare sia il metodo delle *Due Rotazioni* (come abbiamo visto, c'è un vasto accordo sul fatto di non apportare la terza rotazione, anche se apparentemente logica) che il metodo *Planar Fit*. Nel punto citato sono state riportate tutte le relazioni matematiche necessarie a trasformare le singole componenti del moto nel nuovo sistema di coordinate di lavoro scelto. Ovviamente, se si adotta il metodo *Planar-Fit*, è necessario avere stimato preventivamente i parametri che definiscono detto piano. Sulla base delle misure istantanee delle tre componenti del moto è immediato ottenere la stima della relativa matrice di Varianza-Covarianza e dei vettori di covarianza tra vento, temperatura ed umidità (ed eventualmente CO_2). Sulla base di tutto ciò, siamo ora in grado di ottenere la stima definitiva delle variabili seguenti:

Velocità e direzione media del vento, in base alle relazioni riportate nel Capitolo 11;

Temperatura sonica media. Essa sarà praticamente coincidente con la temperatura potenziale virtuale.

Umidità media. Sulla base di quanto detto al Capitolo 1 e sulla base delle misure meteorologiche convenzionali raccolte dagli altri sensori presenti nella stazione *EC*, è possibile ottenere il valor medio dell'umidità assoluta, relativa specifica e del rapporto di mescolanza.

Temperatura media. Sempre da quanto detto al Capitolo 1, è immediato ottenere il valore corretto per la temperatura media.

Passo 6: Non è ancora possibile, però, ottenere la stima definitiva per i parametri che quantificano la turbolenza nel *SL* dato che, come abbiamo visto, il metodo *EC* che impiega l'anemometro ultrasonico triassiale e il misuratore veloce IRGA *open-path* introduce inevitabilmente attenuazioni delle armoniche ad alta frequenza, mentre il processo di mediazione introduce attenuazioni delle armoniche a bassa frequenza. Per correggere al meglio tutto ciò, si dovranno impiegare i metodi descritti al punto 13.5 che produrranno una stima corretta e definitiva per la matrice di Varianza e Covarianza e per il vettore delle covarianze tra le componenti del moto e la temperatura sonica. Perciò sarà a questo punto possibile determinare con la (13.14d) la *friction velocity* u^* , l'angolo di *disallineamento* α tra il vento medio ed il vettore dello *stress* orizzontale di Reynolds con la relazione (13.14g), l'*energia cinetica turbolenta* *TKE* con la relazione (13.15), oltre naturalmente al valore corretto per la *varianza* delle tre componenti del moto. Dalla covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura sonica si otterrà il *Flusso Turbolento di Calore Sensibile Virtuale* H_{0v} mediante la relazione (13.16b), la *temperatura di scala* T^* (13.17b) e la *Lunghezza di Monin-Obukhov* L o meglio il rapporto z/L dato dalla (13.17a). Dato che l'analizzatore veloce IRGA non è in grado di produrre i valori istantanei del *mixing ratio* per il vapor d'acqua e la CO_2 , i relativi flussi turbolenti verticali ottenuti saranno solo delle stime preliminari.

Passo 7: Quest'ultima osservazione induce ad applicare le correzioni di densità *WPL* descritte al punto 13.6. Se si indica con ρ la densità dell'aria umida, con ρ_v la densità istantanea del vapor d'acqua e con Q il valor medio dell'umidità specifica, allora si ha che la covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura T è data da:

$$\overline{w'T'} = \overline{w'\theta'} - 0.51 \cdot Q \cdot \overline{w'\theta'} - 0.51 \cdot \bar{\theta} \cdot \overline{w'q'} \quad [13.96a]$$

mentre la covarianza tra la componente verticale del moto e la densità del vapor d'acqua corretta per le variazioni di densità dell'aria è data dalla relazione:

$$\overline{w'\rho'_v} = \left(1 + \mu_v \frac{\bar{\rho}_v}{\bar{\rho}_d}\right) \cdot \left(\overline{w'\rho'_{v_m}} + \bar{\rho}_v \frac{\overline{w'T'}}{\bar{T}}\right) \quad [13.96b]$$

dove $\overline{w'\rho'_{v_m}}$ è la covarianza ottenuta dai *raw data* senza le correzioni *WPL* ma dopo aver apportato le necessarie correzioni spettrali. Queste due relazioni (assieme alle relazioni riportate al Capitolo 1 che correlano tra loro le diverse definizioni di umidità dell'aria) costituiscono un sistema lineare di equazioni da cui si ottiene finalmente la stima sia per la covarianza corretta tra la w e T che per la varianza tra la componente verticale del moto e l'umidità. Da esse, mediante le relazioni (13.16c) e (13.18c) si ottiene sia il Flusso Turbolento di Calore Sensibile H_0 che il Flusso Turbolento di Calore Latente H_E , nonché l'evapotraspirazione E con la relazione (13.18b). Si rimanda al punto 13.6 per le relazioni che permettono la stima del flusso verticale di CO_2 . Va poi ricordato che se nel sistema *EC* fosse presente anche un sensore veloce per la misura del particolato sottile, sarebbe necessario apportare alle misure prodotte da questo sensore le opportune correzioni spettrali, dopo di che, senza ulteriori correzioni, si perverrà

al relativo flusso turbolento verticale.

Quello presentato è il tipico scheletro di un sistema *off-line* di elaborazione dei dati acquisiti da una stazione meteorologica *EC* come quella qui considerata. Questa metodologia di elaborazione non è l'unica possibile e permette sicuramente numerose varianti. Essa, qui presentata in una forma *off-line*, può anche essere utilizzata per realizzare un programma *on-line* direttamente presente sul computer della stazione che, dopo aver acquisito e memorizzato i dati elementari, li elabora direttamente e presenta i risultati ottenuti agli operatori, praticamente in tempo reale.

13.8 VERIFICA DELLA STAZIONARIETÀ DELLE STIME

Le ipotesi di base su cui si fonda il metodo *EC* sono principalmente l'omogeneità orizzontale del moto dell'aria del *SL* e la sua stazionarietà e, come abbiamo visto, entrambe le ipotesi sono ben raramente soddisfatte nella realtà. Infatti, anche se con opportune rotazioni del sistema di assi cartesiani di riferimento si riesce a ridurre gli effetti negativi sulla stima dei flussi derivanti da un moto non orizzontalmente omogeneo delle masse d'aria nei pressi del suolo, queste correzioni non eliminano completamente il problema della non omogeneità. Tuttavia, in pratica non si può fare molto di più in proposito. Per eliminare la non stazionarietà della serie di misure, come visto, si possono applicare delle tecniche di *detrending* che consentono di ridurre gli effetti, anche se essi non possono essere completamente eliminati, specialmente in situazioni molto critiche come quelle rappresentate da situazioni di elevata convettività e di elevata stabilità con la presenza di fenomeni ondosi e turbolenza intermittente.

Quindi, ogni stima di medie, varianze e covarianze ottenute col metodo *EC* è intrinsecamente ambigua, non solo perché non si è mai in grado di *catturare* completamente i vortici turbolenti di piccole dimensioni con sensori di dimensione finita, ma soprattutto perché i vortici a grande scala vengono *risolti* dal metodo in maniera parziale, conducendo a *trend* nelle serie storiche. Il *detrending* elimina parzialmente il problema ed il metodo dell'Ogiva consente di verificare l'adeguatezza del tempo di mediazione adottato che permette di separare ciò che si ritiene turbolenza da ciò che non si ritiene tale. Tuttavia è sempre opportuno effettuare dei test per verificare il grado di stazionarietà delle serie storiche considerate nei calcoli. Qui presentiamo due possibili test di stazionarietà molto usati nella pratica.

13.8.1 IL TEST DI REVERSE ARRANGEMENT

Bendat e Piersol (1986) hanno presentato questo test per verificare l'ipotesi di assenza di *trend* in una serie storica. Rimandando per i dettagli al riferimento citato, il test si applica ad una serie storica x_i ($i = 1, 2, \dots, M$) e si organizza nei passi seguenti:

1. si divida l'intero record di dati in N sotto-record di uguale cardinalità che possiamo considerare tra loro statisticamente indipendenti;
2. si calcoli per ciascuno di questi sotto-record la varianza campionaria. In particolare, per il generico sotto-record j -esimo si calcoli $\sigma_x^2(j)$. Se indichiamo con y_j tale varianza, al termine di questo passo si disporrà di una sequenza ordinata di valori y_j ($j = 1, 2, \dots, N$).
3. verifichiamo, ora che la sequenza y_j non possieda *trend* adottando un metodo non parametrico. In particolare si introduca la grandezza h_{ij} definita come:

$$h_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } y_i > y_j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [13.97a]$$

e si calcoli la grandezza A definita come:

$$A = \sum_{i=1}^{N-1} A_i \quad [13.97b]$$

dove:

$$A_i = \sum_{j=i+1}^N h_{ij} \quad [13.97c]$$

che prende normalmente il nome di *number of reverse arrangements*. Se la sequenza y_j contiene osservazioni indipendenti della stessa variabile stocastica, allora la variabile A sarà approssimativamente distribuita secondo una distribuzione Gaussiana avente media e varianza pari a:

$$\mu_A = \frac{N(N-1)}{4} \quad [13.97d]$$

$$\sigma_A^2 = \frac{2N^3 + 3N^2 - 5N}{72} = \frac{N(2N+5) \cdot (N-1)}{72} \quad [13.97e]$$

Bendat e Piersol (1986) mostrano con un esempio concreto come operare per verificare l'ipotesi di assenza di *trend*. Comunque, l'intervallo di confidenza al 5% di significatività può essere posto pari a $\mu_A \pm 1.96\sigma_A$. Se il valore stimato di A si colloca all'esterno di questo intervallo, si può ritenere, al 5% di significatività, che l'ipotesi di assenza di *trend* sia falsa.

13.8.2 IL TEST DI MAHRT E DI FOKEN E WICHURA

Mahrt (1998) ha sviluppato un test statistico per individuare il grado di stazionarietà delle serie storiche che concorrono alla determinazione dei flussi. Ipotizziamo, per chiarire le idee, che si stia studiando il flusso turbolento di calore sensibile. Con le serie storiche della componente verticale del moto w_i ($i = 1, \dots, N$) e della temperatura T_i si ottiene la serie storica dei flussi istantanei $x_i = w_i T_i$. In pratica nel test si procede seguendo i passi operativi seguenti:

- si divida l'intera serie storica dei flussi x_i di cardinalità N in I record di identica cardinalità e ognuno di questi record lo si divida ulteriormente in J sotto-record (sempre di identica cardinalità). In questo contesto il flusso è o un generico flusso ottenuto dal metodo *EC* o una varianza. Per esempio, si consideri una serie storica di 60 minuti. Essa può essere suddivisa in $I = 6$ record di 10 minuti ciascuno e ciascun record può essere ulteriormente suddiviso in $J = 6$ sotto-record di durata 100 secondi.
- per ogni record i -esimo è possibile stimare in maniera campionaria il flusso medio $\bar{F}(i)$, quindi complessivamente disponiamo di I valori di flusso medio, uno per ogni *record*. Inoltre, per ciascun sotto-record j di ogni record i si può stimare, sempre in maniera campionaria, il flusso $F(i, j)$.
- per ogni record i -esimo si può definire la *standard deviation entro il record* come:

$$\sigma_w(i) = \sqrt{\frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J [F(i, j) - \bar{F}(i)]^2} \quad [13.98a]$$

Questo valore caratteristico di ciascun record viene poi mediato per tutti gli I record producendo il valore medio σ_{wi} che consente di definire il *random error*:

$$RE = \frac{\sigma_{wi}}{\sqrt{I}} \quad [13.98b]$$

- è possibile anche definire la deviazione standard del flusso tra i record come:

$$\sigma_{btw} = \sqrt{\frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I [\bar{F}(i) - \bar{F}]^2} \quad [13.98c]$$

dove $\bar{F}$ è la stima campionaria del flusso ottenuto considerando l'intera serie storica.

- se la serie storica è stazionaria, l'errore standard basato sulla variabilità stocastica del flusso entro i *record* (13.98a) è una stima della deviazione standard del flusso tra i *record* (13.98c). Se invece la serie non è stazionaria, allora la variazione del flusso tra i *record* sarà maggiore dell'errore standard dato che la variazione tra i *record* deriva sia dalla non stazionarietà della serie che dalle variazioni random. Queste considerazioni fanno sì che il rapporto:

$$NR = \frac{\sigma_{btw}}{RE} \quad [13.98d]$$

debba essere circa 1 se la serie storica è stazionaria, mentre se non lo è, tale rapporto devia significativamente dall'unità. In pratica, se $NR > 2$, si può ritenere la serie storica che ha prodotto il flusso in esame non sia stazionaria.

Un test molto simile (e un po' meno laborioso) è stato proposto da Foken e Wichura (1996). Consideriamo la serie storica di una generica variabile x (per esempio una grandezza scalare) e la corrispondente serie storica della componente verticale del moto w . Le due serie storiche siano, per esempio, l'insieme di misure raccolte alla frequenza di 10 Hz in un tempo pari a 30 minuti. Si divida ognuna delle serie storiche in M intervalli di identica durata (per esempio in 6 intervalli di 5 minuti ciascuno). Sia N il numero di punti di misura per ciascun intervallo (nel nostro caso $N = 3000$). Per ciascun intervallo j ($j = 1, \dots, M$) si stimi in maniera campionaria il flusso relativo ad ogni intervallo:

$$(\overline{x'w'})_i = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N \left[\sum_{i=1}^N x_{ij} w_{ij} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij} \sum_{i=1}^N w_{ij} \right] \quad [13.99a]$$

ed il flusso medio tra i vari intervalli:

$$\overline{x'w'} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\overline{x'w'})_i \quad [13.99b]$$

Inoltre, è immediato stimare in maniera campionaria il flusso considerando le intere serie storiche e tale flusso sia indicato come $(\overline{x'w'})_0$. Il criterio adottato dagli Autori è che le serie storiche considerate sono stazionarie se il parametro:

$$RN = \left| \frac{(\overline{x'w'}) - (\overline{x'w'})_0}{(\overline{x'w'})_0} \right| \quad [13.99c]$$

è inferiore al 30%.

13.9 INCERTEZZA INTRINSECA ALLA STIMA DEI FLUSSI

I vari flussi turbolenti sono sempre affetti da errori di campionamento per la cui stima sono stati proposti vari metodi. Prima di entrare nel merito della stima di tali errori, è necessario riprendere

operativamente il concetto di *Tempo Euleriano Integrale di Scala* che spesso compare nella loro stima. Consideriamo la componente verticale del moto $w(t)$ ed uno scalare generico $c(t)$ (per esempio la temperatura, la concentrazione di un gas, ecc.) per cui vogliamo determinare il flusso turbolento verticale. Ipotizziamo, inoltre, che $w(t)$ e $c(t)$ abbiano entrambe media nulla. Per queste due variabili, come noto la *Funzione di Cross-Correlazione* è definita come:

$$R_{wc}(\tau) = \overline{w(t) \cdot c(t + \tau)} \quad [13.100a]$$

dove t è il tempo corrente e τ è il *time-lag*. Se $\tau = 0$, allora la Funzione di Cross-Correlazione coincide con la covarianza tra le due variabili, cioè:

$$R_{wc}(0) = \overline{wc} \quad [13.100b]$$

Se la covarianza non è nulla, è possibile definire la *Funzione di Cross-Correlazione Normalizzata* come:

$$\rho_{wc}(\tau) = \frac{\overline{w(t) \cdot c(t + \tau)}}{\overline{wc}} \quad [13.100c]$$

che è pari a 1 quando $\tau = 0$ e che decresce rapidamente a zero con l'aumentare di τ , evidenziando una rapida decorrelazione tra i due segnali con l'aumentare del *time lag* (**Fig.13.39**).

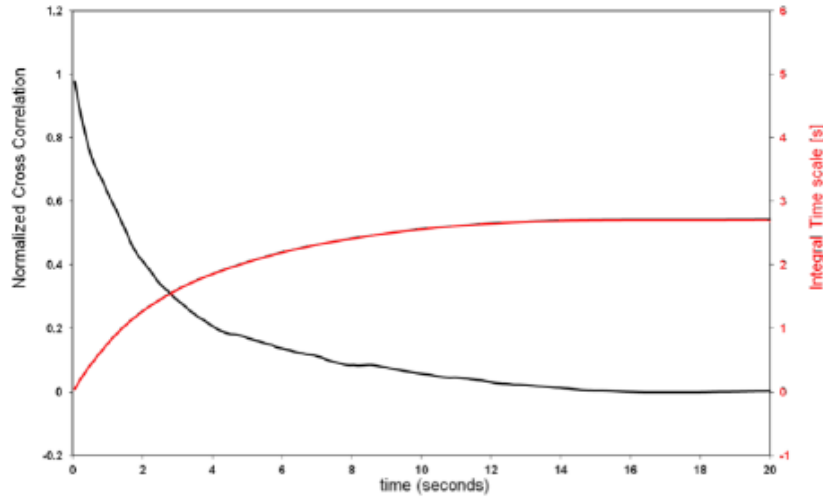


Fig. 13.39: Andamento con il *time-lag* della Funzione di Cross-Correlazione Normalizzata (curva nera) e del tempo integrale di scala (curva rossa) (LI-COR 2004)

Integrando $\rho_{wc}(\tau)$ rispetto a τ si ottiene la funzione:

$$T_{wc}^{\tau}(\tau) = \int_0^{\tau} \rho_{wc}(t) \cdot dt \quad [13.101a]$$

che ha le dimensioni di un tempo e che tende ad un valore costante col crescere del *time-lag* τ come si vede nella **Fig.13.39**. Teoricamente si definisce *Tempo Euleriano Integrale di Scala* T_{wc} per il flusso wc tale valore asintotico, cioè:

$$T_{wc} = \int_0^{\infty} \rho_{wc}(\tau) \cdot d\tau \quad [13.101b]$$

Come abbiamo visto, la stima pratica di T_{wc} non è semplice come sembrerebbe perché i moti a grande scala e i *trend* possono far sì che di fatto questo integrale non converga.

Un modo pratico e sicuro per stimare T_{wc} è quello di limitare l'estremo superiore di integrazione della relazione (13.101b) ad un valore τ_* tale che $\rho_{wc}(\tau_*) = 1/e \approx 0.369$. In questo modo è sempre possibile determinare una stima per il *Tempo Euleriano Integrale di Scala*. Un secondo

modo è quello di individuare il valore τ^* per il limite superiore di integrazione in corrispondenza del quale la Funzione di Cross-Correlazione normalizzata raggiunge per la prima volta il valore 0. Questa definizione, che è più vicina alla definizione teorica, può però non consentire la determinazione di T_{wc} soprattutto quando nei segnali $w(t)$ e $c(t)$ sono presenti *trend* o contaminazioni a mesoscala.

Una volta noto il tempo Euleriano di Scala T_{wc} per la variabile istantanea prodotto delle fluttuazioni w' e c' e detto F il relativo flusso turbolento verticale di c , Mann e Lenschow (1994) hanno stimato l'incertezza intrinseca alla sua stima σ_F ottenuta considerando un tempo di mediazione T e sono pervenuti alla semplice relazione seguente:

$$\frac{\sigma_F}{F} = \left(\frac{2T_{wc}}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{1 + r_{wc}^2}{r_{wc}^2} \right)^{1/2} \quad [13.102a]$$

dove r_{wc} è il *coefficiente di correlazione* tra le variabili w e c definito come:

$$r_{wc} = \frac{\overline{wc}}{\sigma_w \sigma_c} \quad [13.102b]$$

Nei lavori di Finkelstein e Sims (2001) e di Billesbach (2011) sono presentate altre metodologie applicabili per la stima dell'incertezza intrinseca alla stima dei flussi.

Una metodologia completamente differente per la stima dell'incertezza connessa con la stima dei flussi è quella del *Bootstrap*, che abbiamo già illustrato al punto 12.3.5 basandosi sul lavoro di Garcia e al. (2005). Questa metodologia, che potremmo definire non parametrica, è in grado di stimare con notevole precisione l'intervallo di confidenza (ad un prestabilito livello) di ogni singolo flusso stimato. L'unico inconveniente presentato dalla sua applicazione sta nel richiedere notevoli tempi di calcolo.

13.10 FORME PARTICOLARI DEL METODO EDDY-COVARIANCE

Quello presentato è il metodo *EC* standard che, però, può risultare non applicabile in molte situazioni operative. Per questo negli ultimi decenni sono state messe a punto alcune varianti del metodo *EC* di notevole interesse, che sono state applicate con successo soprattutto nel caso della misura di flussi turbolenti di sostanze per cui non sono attualmente disponibili analizzatori a risposta rapida con *output* continuo.

13.10.1 IL METODO DISJUNCT EDDY-COVARIANCE (DEC)

Il metodo *EC* richiede che il sistema di misura risolva i moti turbolenti e le variazioni di concentrazione delle altre sostanze passive a tutte le frequenze per poter stimare in modo corretto i flussi turbolenti e ciò, nei sistemi *EC* tradizionali, è garantito dalla presenza dell'anemometro ultrasonico triassiale e da analizzatori a risposta rapida, oltre che dall'insieme di correzioni di cui si è trattato in precedenza. Tutti questi sensori e apparati garantiscono poi la possibilità di operare ad elevate frequenze di campionamento.

Come abbiamo visto, però, sensori a risposta veloce in grado di misurare le fluttuazioni di concentrazione di sostanze passive sono veramente pochi, molti meno di quanto sarebbe desiderabile. Tuttavia per molte sostanze di interesse soprattutto agrometeorologico, come per esempio i VOC biogenici, non esistono ad oggi analizzatori a risposta rapida oppure, se esistono, non sono in grado di fornire serie storiche continue. Il *Metodo Disjunct Eddy Covariance (DEC)* è una variante del metodo *EC* che è in grado di produrre una stima corretta dei flussi turbolenti anche quando sono presenti questi problemi.

13.10.1.1 Teoria

Un sistema *EC* convenzionale opera con una tipica frequenza di campionamento di 10Hz e, per un tempo di mediazione di 30 minuti, ciò implica che il sistema renda disponibili *record* di dati costituiti da $N = 18000$ dati. Dal *record* delle misure relative alla componente verticale del moto w e della concentrazione di scalare c , dopo aver applicato le regole descritte in precedenza, si ha la stima del flusso verticale dello scalare calcolata come:

$$\overline{w'c'} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(w_i - \bar{w}) \cdot (c_i - \bar{c})] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w'_i c'_i \quad [13.103]$$

Il metodo *DEC*, invece, ha come idea di base il fatto che il flusso turbolento (13.103) possa essere calcolato da un *campione ridotto* quasi casuale delle serie storiche w_i e c_i . Dato che la turbolenza sviluppata non è periodica, un sotto-campionamento effettuato ad intervalli regolari, per esempio ogni 1÷30 secondi, produce di fatto serie storiche che possono essere considerate sotto-campioni casuali delle serie storiche originali, ma di numerosità decisamente inferiore. Per esempio, i campioni considerati dal *DEC* in un periodo di mediazione di 30 minuti possono essere tra 70 e 1800. La **Fig. 13.40** dovrebbe chiarire tutto ciò.

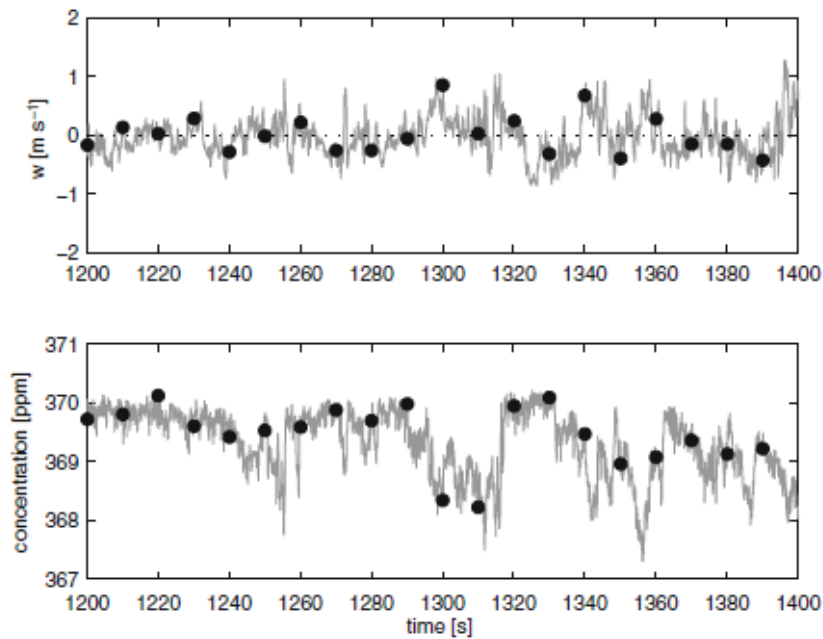


Fig. 13.40: illustrazione del sotto-campionamento operato dal metodo *DEC*. La linea grigia rappresenta le serie storiche originarie a 10 Hz, mentre i punti neri rappresentano i sotto-campioni considerati dal *DEC* ogni Δ secondi (Aubinet e al., 2012)

Questa idea è stata validata mediante sistematici confronti con il convenzionale metodo *EC* (Lenschow e al. 1994, Rinne e al. 2008, Turnipseed e al. 2009, Hortnagl e al. 2010) mostrando ottime *performances* anche se la bassa frequenza di campionamento tipica del *DEC* comporta una crescente incertezza intrinseca alla stima dei flussi turbolenti.

13.10.1.2 Alcune considerazioni pratiche

Si indichi con Δ l'intervallo che intercorre tra due misure consecutive di w e di c considerate dal *DEC* e con τ_R il tempo caratteristico di risposta dell'analizzatore della sostanza scalare considerata. Un sistema *DEC* può essere definito come un sistema *EC* con un intervallo di

campionamento Δ considerevolmente maggiore di τ_R . Questa condizione garantisce che la misura realizzata dall'analizzatore a risposta lenta sia di fatto immune dal ritardo tipico di un sensore del primo ordine. Ci sono due tipi principali di applicazione del *DEC*:

- il *DEC by grab sampling (DEC-GS)*. I sistemi di questo tipo operano tipicamente campionando l'aria esterna in maniera quasi istantanea (di norma in un intervallo di 0.1 s) ogni $\Delta = 1\div 30$ s ed inviandola in un opportuno serbatoio da cui successivamente viene introdotta in un analizzatore a risposta lenta. Il campionamento d'aria quasi istantaneo garantisce che nel serbatoio la concentrazione dello scalare sia proprio quella dell'istante del campionamento, ma la presenza del serbatoio che comunica con l'analizzatore a risposta lenta consente a quest'ultimo di determinare la concentrazione della sostanza di interesse nel periodo Δ , superiore per costruzione, al tempo caratteristico dell'analizzatore. Ovviamente, la concentrazione di scalare così determinata dovrà essere opportunamente sincronizzata col segnale della componente verticale del moto per determinarne il relativo flusso verticale. Dal punto di vista costruttivo, un sistema *DEC* di questo tipo presenta alcune criticità (per esempio la valvola che realizza il campionamento intermittente dell'aria, il circuito di adduzione dell'aria all'analizzatore, il sistema di pulizia continua della cella di analisi, ecc.) che sono ben descritte in Aubinet e al. (2012), in Rinne e al. (2008) e in Turnipseed e al. (2009). Va notato che questa tecnica è stata applicata non solo per la stima dei flussi turbolenti di sostanze gassose, ma anche per la determinazione del flusso verticale di particolato. Un esempio di ciò è riportato nel lavoro di Schmidt e Klemm (2008).
- il *DEC by mass scanning (DEC-MS)*. I sistemi di questo tipo vedono la presenza di spettrometri come analizzatori delle sostanze passive. In sostanza, gli spettrometri sono in grado di determinare la concentrazione di diverse sostanze presenti in aria ma una in sequenza ad un'altra. In questo caso, l'adduzione dell'aria da analizzare è continua, ma le caratteristiche dello spettrometro sono tali per cui dall'analizzatore viene prodotta una sequenza $c_1, c_2, \dots, c_M$ costituita dalla concentrazione di M sostanze diverse. Se tra le diverse c_i c'è un intervallo di δt secondi, la sequenza delle concentrazioni di ciascuna delle M sostanze è costituita da misure intervallate da $M \cdot \delta t$ secondi. E', inoltre, evidente come sia necessario sincronizzare in maniera appropriata ciascuna serie di concentrazioni c_i con la componente verticale del moto. Spesso questa metodologia operativa viene anche indicata come *Virtual Disjunct Eddy Covariance (vDEC)* ed è diventata standard per la determinazione dei flussi verticali di composti organici (VOC) soprattutto di origine vegetale (Karl e al. 2002).

13.10.1.3 Incertezza delle stime DEC

Rimandando a Aubinet e al. (2012) per un approfondimento in merito, sulla base di quanto discusso nel lavoro di Lenschow e al (1994) l'incertezza intrinseca σ_F associata ad un generico flusso F prodotto dall'applicazione del metodo *DEC* può essere stimata con la relazione:

$$\frac{\sigma_F^2}{\sigma_{w'c'}} \cdot \frac{T}{\tau_f} = \frac{\Delta}{\tau_f} \coth\left(\frac{\Delta}{2\tau_f}\right) \quad [13.104a]$$

dove T è il tempo di mediazione e $\sigma_{w'c'}$ e τ_f sono rispettivamente la deviazione standard ed il tempo integrale di scala del prodotto $w'c'$. Nel caso in cui l'intervallo di campionamento Δ sia molto minore di τ_f , questa relazione si semplifica nella forma:

$$\frac{\sigma_F^2}{\sigma_{w'c'}} = \frac{2\tau_f}{T} \quad [13.104b]$$

che è la stessa associata ad un flusso turbolento ottenuto dal normale metodo EC e dipende dal

rapporto tra il Tempo Integrale di Scala τ_f e il periodo di mediazione. Quando, invece, Δ è molto maggiore di τ_f , la (13.104a) si riduce a:

$$\frac{\sigma_F^2}{\sigma_{w'c'}} = \frac{\Delta}{T} \quad [13.104c]$$

Ma $\Delta/T = 1/N$, quindi:

$$\sigma_F = \frac{\sigma_{w'c'}}{\sqrt{N}} \quad [13.104d]$$

cioè l'incertezza intrinseca legata ad una stima *DEC* è inversamente proporzionale alla radice quadrata del numero di campioni considerati nel periodo di mediazione T . Quindi più piccolo è Δ più numerosi sono i campioni considerati e quindi minore è l'incertezza.

Per concludere va fatta un'osservazione importante. Nelle situazioni di elevata stabilità e con venti deboli, quando i moti submeso sono una realtà non trascurabile, il campionamento regolare a Δ fisso non assicura che i campioni considerati siano statisticamente casuali per la periodicità intrinseca ai moti submeso.

13.10.2 I METODI EDDY-ACCUMULATION: TRUE E RELAXED

Nell'applicazione pratica della tecnica *EC*, oltre alla disponibilità di un sistema a risposta rapida per la misura ad alta frequenza di (u, v, w) e della temperatura potenziale virtuale θ_v (garantita da un anemometro/termometro ultrasonico triassiale), una delle maggiori difficoltà nella determinazione del flusso verticale F_c è la possibilità di disporre di un adeguato apparato per la misura della sua concentrazione istantanea (idealmente nel medesimo punto di misura del vettore vento) dotato di elevata accuratezza e sensibilità e soprattutto di risposta rapida. Ad oggi, come si è visto, sono poche le sostanze per cui esistono sensori aventi queste caratteristiche. Proprio da queste difficoltà hanno avuto origine le tecniche di *Eddy Accumulation (EA)* proposte originariamente da Desjardins (1977) e da Hicks e McMillen (1984) e ben descritte in Businger e Oncley (1990), Turnipseed et al. (2009) e Siebicke e Emad (2019).

13.10.2.1 True Eddy-Accumulation TEA

Nel periodo di mediazione T si considerino N istanti t_i ($i = 1, 2, \dots, N$; $\Delta t = t_i - t_{i-1}$; $T = N \cdot \Delta t$) in corrispondenza dei quali siano disponibili le misure istantanee di (u, v, w) (in particolare della componente verticale w) e della concentrazione c ($\text{kg} \cdot \text{kg}_{\text{air}}^{-1}$ dry air) di un generico scalare di cui si richiede il flusso turbolento verticale. Si ipotizzi, inoltre, di operare in situazioni paradigmatiche ($\overline{w} = 0$) e di prelevare piccoli campioni di aria in maniera pressoché istantanea (in un periodo di $0.1 \div 0.2$ s) e ad alta frequenza dal volume di misura del sonico (o dalle sue immediate vicinanze), inviando l'aria campionata in due distinti serbatoi a seconda che nell'istante del campionamento w (coincidente nelle situazioni paradigmatiche con la rispettiva fluttuazione) sia positiva (*updraft*) o negativa (*downdraft*).

Si dimostra, come vedremo subito, che, se il volume d'aria campionato è linearmente proporzionale a $|w|$, allora un flusso F_c ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) identico a quello ottenuto dalla *EC*, è dato da:

$$F_c = \rho \cdot \frac{W}{2} \cdot (\overline{c^+} - \overline{c^-}) \quad [13.105]$$

dove ρ è la densità media dell'aria secca, W è il valore medio dei moduli degli N valori w_i rilevati nel periodo di mediazione T e $\overline{c^+}$ e $\overline{c^-}$ sono le concentrazioni medie dell'aria campionata nei due serbatoi (quello degli *updraft* e quello dei *downdraft*) alla fine del periodo T . Va notato che la concentrazione media nei due serbatoi deve essere espressa in *dry mass fraction* e ciò richiede la disponibilità della misura di vapor d'acqua nei due serbatoi (Siebicke e Emad, 2019).

Dimostrazione dell'equivalenza tra EC e relazione (13.105)

In una situazione paradigmatica siano w'_i e c'_i le fluttuazioni rispettivamente della velocità verticale del moto ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) e della *dry mass fraction* ($\text{kg}_c\cdot\text{kg}_{\text{dry air}}^{-1}$) relativa agli N istanti t_i ($i = 1, 2, \dots, N$) equidistribuiti nel periodo di mediazione T . Secondo la EC, il flusso verticale F_c della sostanza passiva ($\text{kg}_c\cdot\text{kg}_{\text{air}}^{-1}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) risulta dato da:

$$F_c = \overline{w'c'} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w'_i c'_i \quad [13.106a]$$

Le fluttuazioni w'_i in alcuni istanti saranno positive mentre in altri saranno negative. Se si introduce la funzione δ_i^+ (pari a 1 se $w'_i > 0$ e 0 altrimenti) e δ_i^- (pari a 1 se $w'_i < 0$ e 0 altrimenti), la (13.106a) può essere riscritta come:

$$F_c = \overline{w'c'} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |w'_i| c'_i \cdot \delta_i^+ - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |w'_i| c'_i \cdot \delta_i^- \quad [13.106b]$$

Quindi in entrambe le sommatorie saranno presenti valori nulli. Immaginiamo ora che ad ogni istante t_i venga prelevato un volumetto δV di aria a concentrazione c_i linearmente proporzionale a $|w'_i|$, cioè:

$$\delta V = k \cdot |w'_i| \quad [13.106c]$$

ed immaginiamo che ogni porzione di aria prelevata δV venga accumulata in un Serbatoio 1 se $w'_i > 0$ o in un Serbatoio 2 se $w'_i < 0$. Al termine del tempo di mediazione T il volume d'aria accumulato nel Serbatoio 1 V^+ (relativo agli *updraft*) e quello accumulato nel Serbatoio 2 V^- (relativo ai *downdraft*) saranno rispettivamente:

$$V^+ = k \cdot \sum_{i=1}^N |w'_i| \cdot \delta_i^+ \quad V^- = k \cdot \sum_{i=1}^N |w'_i| \cdot \delta_i^- \quad [13.106d]$$

e quindi la massa m^+ e m^- accumulata nei due serbatoi risulterà pari a:

$$m^+ = k \cdot \sum_{i=1}^N c'_i |w'_i| \cdot \delta_i^+ \quad m^- = k \cdot \sum_{i=1}^N c'_i |w'_i| \cdot \delta_i^- \quad [13.106e]$$

Dalla (13.106b) si vede quindi che F_c risulta dato da:

$$F_c = \overline{w'c'} = \frac{1}{k \cdot N} (m^+ - m^-) \quad [13.107]$$

Dato che il valor medio della componente verticale del moto $\overline{w}$ è nulla nella situazione paradigmatica, il volume d'aria accumulato nei due serbatoi dovrà essere lo stesso ($V^+ = V^-$). Perciò il volume complessivamente campionato V_{tot} sarà:

$$V_{\text{tot}} = k \cdot \sum_{i=1}^N |w'_i| = k \cdot N \cdot W \quad [13.108a]$$

dove con W si è indicate la media aritmetica del modulo delle fluttuazioni w'_i . In questo modo è possibile esprimere V^+ e V^- come:

$$V^+ = V^- = \frac{V_{\text{tot}}}{2} = \frac{k \cdot N}{2} \cdot W \quad [13.108b]$$

Noto il volume d'aria accumulato nei due serbatoi, la concentrazione media dello scalare in essi accumulato risulta pari a:

$$\overline{c^+} = \frac{m^+}{V^+} \quad \overline{c^-} = \frac{m^-}{V^-} \quad [13.108c]$$

Da tutto ciò risulta che il flusso verticale F_c , espresso in unità cinematiche, risulta dato da:

$$F_c = \frac{W}{2} \cdot (\overline{c^+} - \overline{c^-}) \quad [13.109a]$$

mentre in unità di ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), indicando con ρ la densità media dell'aria, è pari a:

$$F_c = \rho \cdot \frac{W}{2} \cdot (\overline{c^+} - \overline{c^-}) \quad [13.109b]$$

Se si opera in situazioni non paradigmatiche, $\overline{w} \neq 0$ e quindi $V^+ \neq V^-$. È facile mostrare (Turnipseed et al., 2009; Siebicke e Emad, 2019) che se N^+ è il numero di eventi in T in cui $w_i' > 0$ e N^- è il numero di eventi in cui $w_i' < 0$ e se W^+ e W^- sono rispettivamente il valor medio del modulo delle fluttuazioni $w_i' > 0$ ed il modulo delle fluttuazioni $w_i' < 0$, allora:

$$V^+ = k \cdot N^+ W^+ \quad V^- = k \cdot N^- W^- \quad [13.110a]$$

e quindi il flusso verticale F_c ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) è dato da:

$$F_c = \rho \cdot \left[\frac{W}{2} \cdot (\overline{c^+} - \overline{c^-}) + \overline{w} \cdot \left(\frac{\overline{c^+} + \overline{c^-}}{2} - \overline{v_c} \right) \right] \quad [13.110b]$$

dove:

$$\overline{v_c} = \frac{(\overline{c^+} V^+ + \overline{c^-} V^-) / 2}{(V^+ + V^-) / 2} \quad [13.110c]$$

Osservazioni

In un sistema *TEA* non è difficile realizzare il campionamento dell'aria in un punto molto vicino al volume di misura dell'anemometro sonico, tuttavia il campione acquisito dovrà in genere percorrere un condotto più o meno lungo fino ai due serbatoi. A seconda della posizione del *mass flow controller* e delle valvole che determinano l'acquisizione del campione d'aria ci potrà essere o meno una coincidenza tra l'*eddy* di cui il sonico acquisisce w e il vortice da cui è prelevato il campione d'aria. Nel caso in cui questo sfasamento esista, è necessario tenerne conto in *real-time*, anche se è ragionevole supporre che l'errore introdotto dal *time-lag* nella stima del flusso nel *TEA* sia inferiore rispetto all'analogo errore che si avrebbe impiegando *EC* nelle medesime condizioni di campionamento.

Essendo in pratica impossibile un perfetto allineamento verticale del sonico ed essendo improbabile operare in situazioni paradigmatiche, per poter garantire una valutazione *real-time* della fluttuazione della componente verticale del moto è necessario operare *real-time* una rotazione degli assi cui sono riferite le componenti del moto che non potrà essere realizzata e comodamente *off-line* come in *EC*. A tal proposito sono state messe a punto tecniche appropriate (Turnipseed et al., 2009; Hicks e McMiller 1984) che prevedono l'uso di un sottoinsieme di campioni di w relativi ad un periodo temporale relativamente limitato immediatamente anteriore all'istante di campionamento.

Quella qui sinteticamente delineata è detta *True Eddy Accumulation (TEA)* e la sua applicazione pratica richiede la disponibilità di un anemometro sonico triassiale (facilmente disponibile), di un analizzatore ad elevata accuratezza e sensibilità per la grandezza scalare (non necessariamente a risposta rapida), di un sistema di campionamento che non interferisca chimicamente con la sostanza di interesse e, soprattutto, di un sistema capace di catturare pressoché istantaneamente un volume di aria linearmente proporzionale al modulo di w ad ogni istante t considerato e questa è ad oggi la difficoltà maggiore che si incontra nella realizzazione di un apparato *TEA*. Di questa tecnica sono state realizzate simulazioni numeriche (Hicks e McMiller 1984; Businger e Oncley, 1990) e pochissime realizzazioni pratiche (Siebicke e Emad, 2019; Desjardins 1977; Speer et al. 1985; Neumann et al., 1989; Bier, 1991; Komori et al., 2004) tutte di tipo prototipale, non esistendo ad oggi un apparato *TEA* commercialmente disponibile.

Questo metodo, che presenta il pregio di essere teoricamente del tutto equivalente con il

metodo *EC*, ha la grossa limitazione tecnica di richiedere un sistema di controllo della portata con caratteristiche estreme e proprio il fatto di aver impiegato un *mass flow controller* non ideale è probabilmente la ragione per cui il confronto fra l'applicazione pratica del *TEA* e la contemporanea applicazione di *EC* (Siebicke e Emad, 2019; Desjardins 1977; Speer e al. 1985; Neumann e al., 1989; Bier, 1991; Komori e al., 2004) è stata piuttosto deludente (coefficienti di determinazione R^2 compresi tra 0.07 e 0.64). Solo la realizzazione di Siebicke e Emad (2019) ha ottenuto valori di R^2 elevati (superiori a 0.85) grazie ad un *mass flow controller* innovativo che non ci risulta essere comunque commercialmente disponibile.

Se si accetta un contenuto aumento dell'incertezza intrinseca alla stima del flusso è possibile anche in questo caso adottare un *disjunct sampling*. In pratica, anche se la frequenza di campionamento del sonico resta elevata (diciamo 10 Hz), si può adottare per il campionamento dell'aria una frequenza decisamente inferiore (per esempio un campionamento ogni 5 s). Ciò da un lato consente di impiegare *mass-flow controller* e valvole tecnicamente meno esasperate (e quindi reperibili in commercio), dall'altro produce inevitabilmente un aumento dell'incertezza intrinseca alla stima del flusso come si è visto per la *Disjunct EC*. Esempi significativi di applicazione di questa versione del *TEA* sono stati utilizzati con successo (Rinne e al., 2000; Hortnagl e al. 2010).

Sicuramente questa tecnica, pur con le difficoltà che la caratterizzano, è estremamente promettente ai fini pratici visto che evita la necessità di dover disporre di analizzatori a risposta veloce per la determinazione della concentrazione delle specie di interesse e ciò è vero soprattutto per la versione *Disjunct TEA*.

13.10.2.2 Relaxed Eddy-Accumulation (REA)

Un'alternativa al metodo *EC* nel caso in cui non siano disponibili analizzatori di gas a risposta rapida e un *mass controller* adeguato è costituita anche dal metodo *Relaxed Eddy Accumulation (REA)* ben descritto da Foken (2008) e basato sui lavori di Desjardins (1977) e di Businger e Oncley (1990). Altri riferimenti utili alla comprensione della tecnica sono i lavori di Hicks e NcMillen (1984), Oncley e al. (1993), Rinne e al. (2000), Ruppert e al. (2006), Turnipseed e al. (2009), Siebicke e Emad (2019) e Riederer e al. (2014). Come si nota dalle date della maggior parte dei riferimenti citati, la tecnica è relativamente giovane e probabilmente questa è la causa per cui non esiste ad oggi sul mercato un apparato REA disponibile e gli apparati REA utilizzati nelle varie ricerche sono tutti dei prototipi.

Sulla base di considerazioni di Similarità e senza entrare nei dettagli, si ha che il flusso turbolento verticale di un dato scalare c può essere espresso anche come:

$$\overline{w'c'} = b \cdot \sigma_w \cdot (\bar{c}_+ - \bar{c}_-) \quad [13.111a]$$

dove b è un opportuno coefficiente. Prima di descrivere il significato degli altri termini presenti nella relazione, è necessario ipotizzare una particolare sistema di misura *REA* costituito da:

- *un normale anemometro ultrasonico triassiale* (in realtà, nella determinazione del flusso verticale di c sarebbe sufficiente un anemometro sonico mono-assiale capace di determinare la sola componente verticale del moto, ma come abbiamo visto al Capitolo 11, oggi sono rari i sonici mono-assiali disponibili in commercio). La misura di w effettuata dall'anemometro viene impiegata in due modi diversi. In primo luogo, una volta definito un tempo di mediazione T , è immediato determinare in maniera campionaria la deviazione standard σ_w dell'intera serie discreta $[w_i]$ ottenuta nel periodo di mediazione ed osservazione T . Inoltre il segnale $[w_i]$ viene inviato ad un'opportuna valvola posta a valle del condotto di campionamento dell'aria che indirizza in due condotti distinti l'aria campionata a seconda del segno dello specifico w_i caratteristico dell'istante di campionamento t_i .
- *due contenitori collegati ai due condotti* che si dipartono a valle della valvola. Durante il

periodo di mediazione T , quando w è positiva, l'aria viene accumulata in un contenitore mentre quando w è negativa l'aria viene accumulata nel secondo contenitore. Al termine del periodo di campionamento, viene realizzata l'analisi dell'aria nei due contenitori ottenendo il valore medio del *mixing ratio* della sostanza gassosa nel contenitore in cui si è accumulata aria corrispondente ad eventi con $w > 0$ ($\bar{c}_+$) e l'analogo valore nell'aria accumulata nel contenitore quando $w < 0$.

Perché si realizzi esattamente tutto ciò, sarebbe necessario disporre di una valvola ideale che di fatto non esiste. Quindi, in pratica l'aria viene inviata ed accumulata nel primo contenitore quando $w > w_0$ (dove w_0 è un opportuno valore di soglia) e nel secondo quando $w < -w_0$. Ciò complica un po' le cose e per i dettagli si rimanda a Brunt e al. (2014) e Bowling e al. (1999). In pratica, il campionamento sarà attivo solo se $|w|$ è maggiore $w_0 = \beta\sigma_w$ (*dead band*) e al parametro β viene spesso attribuito un valore di 0.6

Come è immediato verificare, il parametro b , che è l'elemento essenziale nella relazione (13.111a), è una grandezza adimensionale legata al coefficiente di correlazione normalizzata r_{wc} tra la componente verticale del moto w e lo scalare c dalla relazione:

$$b = r_{wc} \cdot \frac{\sigma_c}{(\bar{c}_+ - \bar{c}_-)} \quad [13.111b]$$

relazione ben poco utile, in pratica, per determinarne il valore. Tuttavia, se si ipotizza che tra la variabile w e la variabile c la funzione di densità di probabilità congiunta sia Gaussiana e che tra le fluttuazioni delle due variabili ci sia una relazione lineare, allora si può mostrare (Katul e al. 1996; Ammann e Meixner., 2002; Baker e al. 1992) che a b può essere attribuito il valore teorico di 0.627, che però risulta sempre superiore al valore che si ottiene dalle misure.

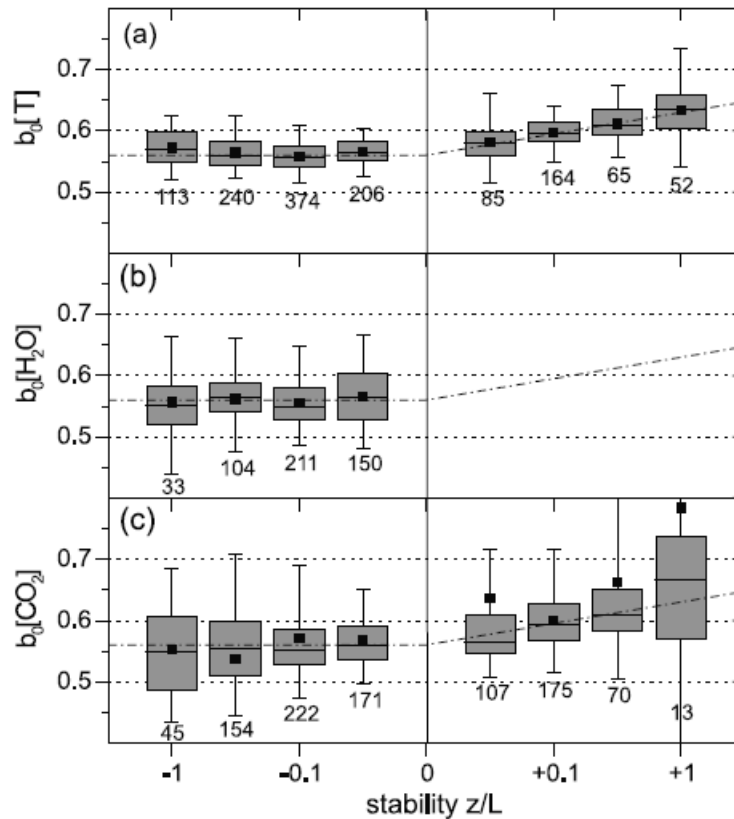


Fig. 13.41: variazione del parametro b con l'indice di stabilità $\zeta = z/L$ per la temperatura, il vapor d'acqua e la CO_2 . Nelle figure è mostrato l'intervallo interquartile dei valori misurati per le diverse sostanze passive (Ammann e Meixner 2002)

La questione che ci si è posti è se b fosse uguale per ogni sostanza passiva e se dipendesse dal livello di turbolenza nel *PBL* e dalla quota di misura. I recenti lavori di Dias e al. (2023) e di Zahn e al. (2023) forniscono una parziale risposta al quesito cercando (e trovando) una connessione teorica tra le relazioni di Similarità di Monin-Obukhov ed il parametro b e ciò comporterebbe una dipendenza di b dal parametro di stabilità $\zeta = z/L$. In effetti Ammann e Meixner (2002) e Sakabe e al. (2014) avevano verificata l'esistenza di una variazione di b con ζ che è sostanzialmente insignificante nelle situazioni convettive ed è più visibile nelle situazioni stabili, come si vede in **Fig. 13.41**. Tutto ciò, quando w_0 è nullo, può essere riassunto nella relazione:

$$b = b_0 = \begin{cases} 0.56 & -2 \leq \zeta \leq 0.01 \\ 0.63 + 0.035 \log_{10} \zeta & 0.01 \leq \zeta \leq 2 \end{cases} \quad [13.112a]$$

mentre, se $w_0 \neq 0$, il parametro b può stimato come:

$$b = b_0 + (b_0 - b_\infty) \cdot \exp \left[-a \frac{w_0}{\sigma_w} \right] \quad [13.112b]$$

dove i coefficienti numerici a e b_∞ valgono rispettivamente 1.71 e 0.28. Relazioni alternative sono state proposte da Andreas e al. (1998). Inoltre, alcune profonde considerazioni teoriche sul coefficiente b e sulle sue implicazioni fluidodinamiche sono discusse da (Katul e al. 2018). Comunque, è stata provata da vari Autori la similarità tra i differenti scalari (i vari Autori hanno verificato ciò per la temperatura sonica, il vapor d'acqua, la CO_2 e l'Ozono) e quindi non ci si aspetta una significativa variazione col tipo di scalare.

Un modo pratico per ottenere il parametro b normalmente utilizzato (Bowling e al. 1999) è quello di assumere che esista una completa similarità tra la temperatura sonica ed il gas che si vuole considerare. In questo caso dalle misure dell'anemometro ultrasonico possiamo ottenere b come:

$$b = \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_w(\overline{\theta_+} - \overline{\theta_-})} \quad [13.112c]$$

dove $\overline{\theta_+}$ è il valor medio della temperatura sonica relativa ai soli eventi con w positiva e $\overline{\theta_-}$ l'analogo valor medio quando w è negativa.

Come si è visto, nella REA la misura della concentrazione media della sostanza considerata (gassosa o aerosol) può essere realizzata anche utilizzando analizzatori a risposta lenta e ciò ha ampliato a dismisura le possibilità applicative della tecnica. Oltre alle consuete e storiche applicazioni agrometeorologiche di misura sistematica del flusso di vapor d'acqua e di CO_2 , la tecnica REA è stata impiegata in molti altri ambiti. Senza pretesa di completezza, essa è stata utilizzata per la misura dei flussi verticali degli isotopi stabili della CO_2 (Pattey e al. 1993; Ruppert e al. 2012; Bowling e al. 2003a, 2003b), del metano (Beverland e al. 1996), dell'acido nitroso (Ren e al. 2011), del mercurio (Sommar e al. 2013; Bash e al. 2008; Cobos e al. 2002; Skov e al. 2006), dei VOC di origine antropica e biogenica (Mokhizuki e al. 2014; Park e al., 2010; Christensen e al. 2000; Guenther e al. 1996; Olofson e al. 2003; Schade e al. 2001; Valentini e al. 1997; Galangher e al. 2000; Mochizuki e al. 2014; Graus e al. 2006; Bowling e al. 1998; Ciccioli e al. 2003; Olofson e al. 2003; Haapanala e al. 2006), del particolato atmosferico di varia granulometria (Gronholm e al. 2007; Gaman e al. 2004; Held e al. 2008), dell'ammoniaca e dei solfati (Myles e al. 2007; Nemitz e al. 2001; Meyer e al. 2006; Baum e al. 2009; Hensen e al. 2009; Zhu e al. 2000), di H_2O_2 e dei perossidi organici (Valverde-Canossa e al. 2006) e di dimetilsolfuro (Zemmelink e al. 2002). Viste le caratteristiche della tecnica, la gamma di sostanze di cui si può determinare il flusso può essere ampliata in funzione degli analizzatori di gas e particolato che risultano disponibili.

In tutte le applicazioni considerate, l'apparato REA utilizzato dai diversi ricercatori non è standard, ma è realizzato *ad hoc* dai singoli gruppi di ricerca sfruttando però componentistica (tubazioni, giunti, filtri, valvole, analizzatori, ecc.) disponibili in commercio. Quindi il *lay-out*

dell'apparato non è univoco e dipende dai criteri e dalle conoscenze dei vari ricercatori, oltre che dalle caratteristiche fisico-chimiche delle sostanze considerate.

13.11 IL FLUX-FOOTPRINT DI UNA POSTAZIONE

13.11.1 LA FENOMENOLOGIA

Per introdurre questo problema, di cui si è accennato in precedenza, conviene considerare una sostanza scalare qualsiasi, per esempio la CO_2 . Ipotizziamo che tale scalare venga emesso solo al suolo e che il relativo tasso di emissione (cioè il termine di sorgente) sia genericamente variabile nello spazio e nel tempo e pari a $Q(x,y;t)$. Una volta emesso, tale scalare viene trasportato dal vento medio e disperso dalla turbolenza atmosferica e, per semplicità, ipotizziamo inoltre che siano assenti fenomeni di impoverimento dovuti alla chimica dell'atmosfera ed ai processi di deposizione secca ed umida. Tutto ciò verrà trattato estesamente nei Capitoli 17 e 18. In questo modo, la legge che governa la variazione della concentrazione media C di CO_2 nello spazio e nel tempo non è altro che la legge di conservazione di un generico scalare passivo, cioè:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = Q(x,y;t) - \frac{\partial \overline{u_j c_j}}{\partial x_j} \quad [13.113a]$$

dove con U_j ($j = 1,2,3$) sono state indicate le tre componenti medie del moto, con u_j le relative fluttuazioni turbolente e con c le analoghe fluttuazioni relative alla concentrazione di scalare. Quindi la variazione nel tempo della concentrazione media C di *scalare* in un punto $P(x,y,z)$ al tempo t dipende dal trasporto dello scalare stesso, dalla sua diffusione turbolenta e dal relativo tasso di emissione. Se poi consideriamo una situazione stazionaria, una completa omogeneità orizzontale ed una chiusura di tipo K (che può essere ragionevole nel caso in cui il punto di *osservazione* si trovi entro SL , cosa normale per un punto di misura), allora la precedente relazione si riduce alla forma seguente.

$$U \frac{\partial C}{\partial x} + K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = Q(x,y) \quad [13.113b]$$

in cui, come consueto, l'asse x è orientato secondo la direzione del vento medio U . Questa relazione evidenzia come una misura di concentrazione media di CO_2 realizzata al punto $P(x,y,z)$ non è rappresentativa dal termine di sorgente (cioè del flusso di CO_2) sulla verticale del punto di misura, ma è determinata dal trasporto e dalla diffusione turbolenta che si è instaurata nel SL . In pratica la concentrazione C , grazie al termine di trasporto, dipende dalla distribuzione spaziale (ed anche temporale) del termine di sorgente sopravvento al punto di misura. Tra l'altro, variando la quota z del punto di misura P , a rigore varierà anche la dipendenza tra la distribuzione delle sorgenti di scalare sopravvento a P e la concentrazione media ivi misurata. È anche intuitivo che il flusso superficiale di CO_2 relativo a distanze sopravvento molto elevate influiranno poco sulla concentrazione media misurata, così come poco influenzerà il flusso relativo al suolo prossimo al punto di misura ed anche che l'influenza massima sulla misura l'avrà un'area sopravvento di estensione abbastanza limitata sia nella direzione x che nella direzione y .

Se invece di misurare la concentrazione media C dello scalare, misurassimo, per esempio col metodo EC , il suo flusso turbolento verticale F_C , i ragionamenti sarebbero sostanzialmente analoghi. Ciò risulta evidente soprattutto se adottiamo una chiusura di tipo K che vede F_C direttamente proporzionale alla derivata di C rispetto a z . In pratica, il flusso turbolento F_C misurato da un sistema EC in un punto di misura P alla quota z non rappresenta (salvo nelle condizioni di vento medio nullo) il flusso dello scalare al suolo in corrispondenza di P ma è determinato dalla distribuzione sopravvento del flusso al suolo dello stesso.

Queste osservazioni qualitative possono essere formalizzate matematicamente. Infatti, tra il flusso F_C misurato nel punto $P(x_m, y_m)$ alla quota z_m ed i flussi turbolenti superficiali F_0 (cioè il termine di sorgente) presenti al suolo nei generici punti (x,y) vale la relazione integrale:

$$F_C(x_m, y_m, z_m) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F_0(x, y, 0) \cdot f(x_m - x, y_m - y, z_m) \cdot dx \cdot dy \quad [13.114a]$$

da cui si nota come, a rigore, il flusso al suolo F_0 proprio di ogni punto (x, y) contribuisca al flusso turbolento rilevato in corrispondenza del punto di misura.

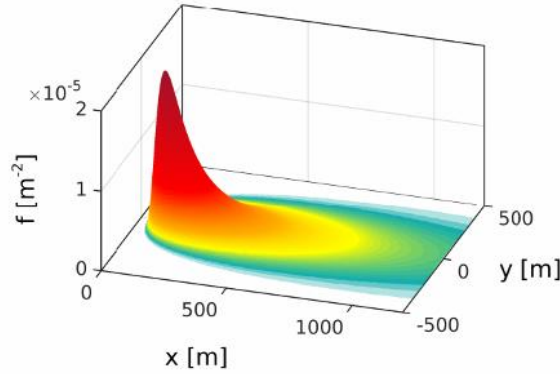


Fig. 13.42: rappresentazione tridimensionale di una tipica funzione di flux-footprint per un punto di misura localizzato in $(0,0)$. La direzione di provenienza del vento è da destra verso sinistra (Kljun e al., 2015)

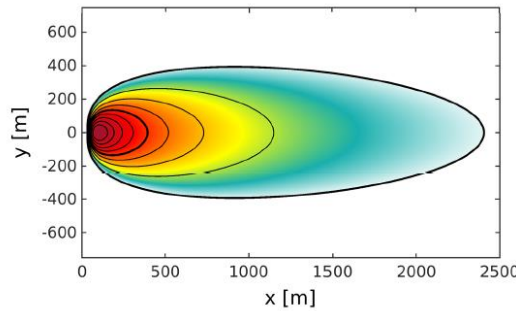


Fig. 13.43: rappresentazione bidimensionale di una tipica funzione di flux-footprint. Il punto di misura è localizzato nella posizione $(0,0)$ e la direzione di provenienza del vento è da destra verso sinistra (Kljun e al., 2015)

Il peso di questo contributo è dato dalla funzione $f(x_m - x, y_m - y, z_m)$ detta *funzione di flux-footprint* che rappresenta, in pratica, il contributo per unità di superficie di ogni emissione unitaria dell'area sopravvento al flusso verticale misurato e anche la probabilità che un flusso rilasciato in (x, y) venga misurato dal punto di misura. Quindi, l'unità di misura tipica della funzione di *footprint* è m^{-2} . Un esempio di funzione di *flux-footprint* è rappresentato nella **Fig. 13.42**. In essa, la superficie colorata f rappresenta il *livello di influenza* posseduto dal termine di sorgente relativo al punto (x, y) sul flusso misurato nel punto (x_m, y_m) ad una certa quota z_m . La scala cromatica adottata nella figura aiuta a comprendere ciò ed un modo differente, ma altrettanto espressivo, per evidenziare lo stesso concetto è quello utilizzato nella **Fig. 13.43** in cui sono state utilizzate le curve di livello per evidenziare le aree a diversi livelli di influenza.

In pratica, più che la conoscenza dettagliata della *funzione di flux-footprint* f (normalmente molto complessa se espressa analiticamente) è interessante conoscere alcuni elementi che da essa derivano. In primo luogo, è interessante conoscere la localizzazione sopravvento $x_{\max}$ del picco della funzione f che è poi la posizione il cui flusso turbolento al suolo più influenza il flusso rilevato al punto di misura. Inoltre è interessante delimitare ed individuare le aree che contengono i punti in corrispondenza dei quali sono attive sorgenti i cui flussi influenzano per una data

percentuale N il flusso misurato. Per esempio è interessante individuare l'area che racchiude tutti i punti responsabili del 95% ($N = 0.95$) del flusso rilevato nel punto di misura. Pur con una certa confusione semantica, queste aree vengono definite *footprint* (e si misurano in m^2). Spesso queste aree di *footprint* risultano di forma complessa e richiedono complicati modelli di stima. Dal punto di vista pratico, è consuetudine semplificare e ragionare sull'integrale lungo la direzione trasversale del vento della funzione di footprint f ottenendo la funzione:

$$f^y(x, z_m) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_m - x, y_m - y, z_m) \cdot dy \quad [13.114b]$$

Essa è normalmente indicata come *crosswind footprint function*, ha le dimensioni dell'inverso di una lunghezza e rappresenta la probabilità che tutti i flussi al suolo relativi ad una distanza sopravvento ($x_m - x$) contribuiscono al flusso rilevato al punto di misura. Un esempio di ciò è presentato in Fig. 13.44.

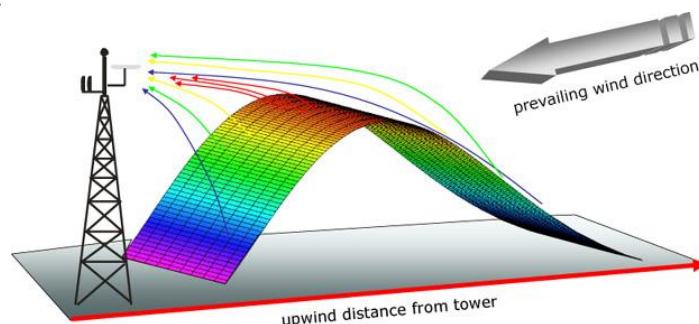


Fig. 13.44: esempio di crosswind footprint function (Burba, 2021)

Fin qui si è considerata la CO_2 come scalare passivo, ma queste considerazioni si possono estendere anche ad altri scalari come altri gas di interesse agrometeorologico, il calore e la quantità di moto.

Per concludere questa introduzione fenomenologica al *flux-footprint*, vanno fatte ulteriori considerazioni. Per prima cosa, le funzioni di footprint f e f^y dipenderanno dalla quota di misura. Più elevata è z_m più ampia è l'area sottovento che influenzerà la misura. Inoltre, il tipo ed il livello di turbolenza (convettiva e/o meccanica) presente determinerà l'estensione sopravvento dell'area di footprint e la rugosità superficiale, oltre che l'eventuale *canopy* vegetale presente, contribuiranno a definire questa estensione.

13.11.2 PANORAMICA SUI MODELLI DI FLUX-FOOTPRINT

La ricerca del *flux footprint* caratteristico di una postazione di misura del flusso turbolento verticale di una variabile scalare passiva consiste quindi nell'individuare il peso che le diverse sorgenti (positive o negative) sopravvento al punto di misura hanno nel far sì che in quel punto e in quell'istante si abbia proprio il flusso misurato. Quindi, il *flux-footprint* è specifico delle caratteristiche superficiali del dominio spaziale in cui si colloca il punto di misura e delle sorgenti attive che lo influenzano oltre, naturalmente, ad essere specifico delle condizioni in cui si viene a trovare tale dominio spaziale (stato medio del *PBL* e turbolenza in esso presente). La sua determinazione attraverso specifici modelli è risultata fondamentale nell'interpretazione delle misure dei flussi di vapor d'acqua per la stima dell'evapotraspirazione di un territorio, dei flussi dei gas di CO_2 e CH_4 per lo studio e quantificazione dell'effetto serra e dei flussi turbolenti di altre sostanze passive di interesse agrometeorologico e ambientale sia gassosi che particellari. La ricerca del *flux-footprint* costituisce inoltre un elemento fondamentale nell'individuazione delle cause e nel quantificare le fonti della molestia olfattiva.

Il problema dell'individuazione del *flux-footprint* può essere affrontato in maniera del

tutto generale tenendo conto direttamente della complessità del dominio spaziale di osservazione e della complessità del *PBL* e in questo caso i modelli di *flux-footprint* realizzati sono stati basati su modelli LES (Luhar e Rao, 1994; Leclerc et al., 1997; Steinfeld et al., 2008; Wang e Davis, 2008), su modelli Euleriani con chiusure di ordine elevato (Sogachev e Lloyd, 2004) e su modelli Lagrangiani a particelle (Leclerc e Thurtell, 1990; Horst e Weil, 1992, 1995; Flesch, 1996; Baldocchi, 1997; Hsieh et al. 1997; Rannik et al., 2000; Kljun et al., 2002; Hsieh et al., 2003). Tuttavia, questi modelli presentano l'aspetto negativo di essere altamente complessi e non adatti ad applicazioni di routine o ad attività progettuali volte al monitoraggio continuo di un fenomeno.

Per questa ragione è stato fatto un notevole sforzo per mettere a punto modelli analitici ragionevolmente semplici e di rapido utilizzo spesso usati nella pratica (eg. Schuepp et al., 1990; Leclerc e Thurtell, 1990; Schmid e Oke, 1990; Wilson and Swaters, 1991; Horst e Weil, 1992, 1994, 1995; Schmid, 1994, 1997; Haenel e Grünhage, 1999; Kormann e Meixner, 2001). Tutti i modelli di questo tipo sono semplici e veloci, ma la loro validità è piuttosto ristretta.

Per superare le limitazioni di questi semplici modelli di *flux-footprint* pur mantenendo comunque la capacità di trattare situazioni di media complessità, Kljun et al. (2004b), estendendo e generalizzando quanto proposto da Hsieh et al. (2000), hanno operato in un modo insolito. Per prima cosa hanno effettuato col modello Lagrangiano a particelle LPDM-B (Kljun et al. 2002) numerosissime simulazioni numeriche coprendo sostanzialmente tutte le situazioni ragionevolmente possibili per le condizioni meteorologiche e micrometeorologiche di un sito di misura, per la struttura superficiale del dominio considerato e per le condizioni di misura (quota di misura). Successivamente, hanno utilizzato tutti i risultati ottenuti quali veri e propri dati sperimentali nell'ambito della ricerca di una parametrizzazione basata sull'Analisi Dimensionale. Il risultato ottenuto è sicuramente un'approssimazione che, alla luce delle evidenze, risulta decisamente migliore rispetto all'utilizzo dei modelli analitici semplificati. Questo lavoro di parametrizzazione è stato poi completato nel lavoro di Kljun et al. (2015), che può essere visto come una generalizzazione di lavori di Hsieh et al. (2000) e di Detto et al. (2006), e proprio questo lavoro viene qui considerato ed analizzato nel dettaglio. Prima di fare ciò, però, è necessario premettere alcune considerazioni che potremmo definire *filosofiche*.

Praticamente tutti i modelli di *flux-footprint* prodotti usano una logica non universale, nel senso che, data una postazione di misura, dato un dominio spaziale di caratteristiche superficiali ben preciso e data una situazione meteorologica e micrometeorologica specifica, producono uno ed un ben preciso *flux footprint* ed ore diverse, siti diversi e condizioni di misura diverse, daranno *footprint* diversi. Una logica simile è seguita da un modello meteorologico di tipo Euleriano che si incarica di descrivere il *PBL*. Un tale modello, per esempio, fornisce un profilo verticale del gradiente della velocità media del vento specifico per ogni periodo temporale che si prende in considerazione. Questo modo di procedere (l'unico di fatto in situazioni di elevata complessità) non pone attenzione alcuna sulla generalizzazione dei fenomeni. Al contrario, pur rimanendo nell'ambito della meteorologia, la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov descrive in un colpo solo ogni possibile profilo del gradiente verticale della velocità del vento medio entro il Surface Layer (*SL*), generalizzandone la descrizione ed individuandone l'Universalità. Naturalmente i risultati della Teoria della Similarità sono tanto più vicini al reale quanto più le situazioni considerate sono vicine alla situazione paradigmatica, in pratica una sostanziale stazionarietà dei fenomeni, una sostanziale omogeneità superficiale ed una spiccata omogeneità orizzontale. Ebbene, il lavoro di Kljun et al. (2015) realizza praticamente nell'ambito del *flux-footprint* ciò che la Similarità di Monin-Obukhov ha realizzato nell'ambito della descrizione dei profili verticali delle principali variabili meteorologiche nel *SL* ed in questo sta la vera novità del lavoro. Esso, per la prima volta, rende *universale* il concetto di *flux-footprint* e determina delle relazioni di Similarità valide per qualsiasi situazione sperimentale e per qualsiasi stato del *PBL*. La limitazione di questa parametrizzazione di Similarità esiste, naturalmente: essa di fatto è valida quando lo è la Teoria della Similarità di Monin Obukhov e anche in questo caso le sue previsioni saranno tanto più vicine al reale quanto più le situazioni considerate saranno vicine a quelle paradigmatiche. Detto ciò, è fondamentale ora introdurre il *flux footprint* in maniera un po' più formale.

Si consideri una postazione di misura del flusso turbolento verticale F_c di uno scalare

passivo (per es. il flusso verticale di CH₄) ottenuto con un sistema combinato anemometro ultrasonico triassiale /sensore *open path* all'infrarosso posto alla quota di misura z_m . Il flusso F_c è il risultato dell'emissione (o della deposizione secca, quindi di un termine di sorgente negativo) di CH₄ prodotta da una serie di *source/sink* distribuite nel territorio attorno al punto di misura. Si ipotizzi, per semplicità, che il punto di misura stia nella posizione $(0, 0, z_m)$ e si consideri un sistema di assi cartesiani ortogonali in cui l'asse x è diretto nella direzione da cui proviene il vento medio (*upwind*), l'asse y sia orizzontale e trasversale a x e l'asse z sia diretto verticalmente verso l'alto. In termini del tutto formali, la dipendenza di F_c dalle *source/sink*, distribuite sul territorio e genericamente indicate come $Q_c(x,y)$, è data dalla relazione integrale seguente:

$$F_c(0,0,z_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_c(x,y) \cdot f(x,y) \cdot dx \, dy \quad [13.115a]$$

dove il dominio di integrazione è l'intero piano orizzontale. Quindi, tra F_c ed il termine di sorgente Q_c esiste la relazione integrale (13.115a) e la funzione $f(x,y)$, nota come *Flux Footprint*, rappresenta una sorta di funzione di trasferimento tra la sorgente $Q_c(x,y)$, posta al suolo e distribuita spazialmente in maniera generica e causa del flusso, ed il flusso stesso, che ne è la conseguenza. Di fatto, $f(x,y)$ rappresenta il peso che il termine di sorgente, posto nell'area infinitesima $dx \, dy$, ha nel flusso F_c ottenuto dall'apparato di misura. Ricordiamo sempre che sia $Q_c(x,y)$ che $F_c(x,y)$ sono dei flussi. Se ipotizziamo il caso speciale, ma reale, in cui il termine di sorgente $Q_c(x,y)$ è una costante in un dato istante (per esempio una vastissima distesa di vegetazione che emette in maniera pressoché uniforme CO₂), F_c inevitabilmente deve eguagliare Q_c ed è immediato verificare come l'integrale della *flux-footprint function* $f(x,y)$ su tutto il dominio è unitario. Da questa considerazione nasce un'altra chiave di lettura per la relazione integrale (13.115a), probabilmente la più importante, secondo la quale la funzione $f(x,y)$ rappresenta la probabilità (condizionata) che un elemento di fluido rilasciato nella posizione (x,y) venga misurato alla posizione $(0, 0, z_m)$. Infine, va detto che la (13.115a) altro non è che la relazione Lagrangiana standard che lega il flusso di una sostanza spaziale in un punto dello spazio alla distribuzione spaziale delle sorgenti della stessa.

Ipotizziamo ora che il termine di sorgente (positivo o negativo) $Q_c(x,y)$ sia una *unit point source*, cioè che $Q_c(x,y) = Q_u(x,y) \cdot \delta(x) \cdot \delta(y)$ dove con $\delta(\cdot)$ si è indicata la funzione generalizzata (distribuzione) Delta di Dirac, cioè un impulso unitario localizzato in un ben preciso punto dello spazio (x,y) . In questo caso la relazione (13.115a) si riduce a:

$$F_c(0,0,z_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_u \cdot \delta(x,y) \cdot f(x,y) \cdot dx \, dy \quad [13.115.b]$$

che, per la proprietà di *sifting* propria di $\delta(x,y)$, diventa:

$$f(x,y) = \frac{F_c(0,0,z_m)}{Q_u(x,y)} \quad [13.115c]$$

Dato che F_c è un flusso, espresso genericamente in ($\text{g} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) e il termine di sorgente è un tasso di emissione Q_u (positivo o negativo) espresso anch'esso come ($\text{g} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), dalla (13.115a) si vede immediatamente come le unità di misura della *flux-footprint function* $f(x,y)$ siano (m^{-2}).

13.11.3 IL MODELLI DI KLJUN E AL. (2015)

La determinazione della *flux-footprint function* $f(x,y)$ (FFF) è stata realizzata da Kljun e al. (2015) effettuando un numero molto elevato di simulazioni modellistiche e coprendo un range molto vasto di quote di misura z_m , di rugosità superficiale z_0 , di friction velocity u^* , di Lunghezza di Monin-Obukhov L e di estensione verticale del PBL h . Tutte queste simulazioni sono state realizzate impiegando il modello Lagrangiano a Particelle LPDM-B (Rotach e al. 1996; de Hann e

Rotach, 1998; Kljun e al. 2002; Kljun e al. 2004a) nella modalità *backward*. I risultati ottenuti dal modello sono stati poi considerati alla stregua di veri e propri dati sperimentali e la parte più importante ed interessante del lavoro è consistita nell'organizzare tutti questi *dati sintetici* in parametrizzazioni algebriche per $f(x,y)$ che fossero di facile ed immediato utilizzo pratico. Rimanendo per i dettagli al lavoro citato, va detto che tutta la parametrizzazione è stata ottenuta impiegando l'analisi dimensionale ed il Teorema di Buckingham del Π (Stull, 1989). Per completezza, va anche ricordato che precedentemente gli stessi Autori avevano prodotto una parametrizzazione simile, ma limitata all'integrale trasversale di $f(x,y)$, spesso sufficiente nelle applicazioni pratiche.

Prima di considerare le relazioni principali ottenute da questa parametrizzazione, conviene fare la considerazione seguente. Se si ipotizza che la dispersione turbolenta trasversale (*crosswind*) di una generica sostanza passiva possa essere trattata indipendentemente dalla sua dispersione longitudinale e verticale, cosa ben supportata dalle evidenze sperimentali e quasi universalmente utilizzata nei modelli di dispersione in aria degli inquinanti di media complessità, la funzione di *footprint* $f(x,y)$ può essere espressa da una crosswind-integrated footprint function f^y e da una crosswind dispersion function D_y (Horst e Weil, 1992):

$$f(x, y) = \overline{f^y}(x) \cdot D_y(x, y) \quad [13.116]$$

È immediato rendersi conto che la *crosswind-integrated function* altro non è che il peso nella misura F_c , realizzata alla quota z_m , che ha l'*insieme di tutte* le sorgenti che, indipendentemente dalla loro collocazione trasversale rispetto alla direzione del vento medio, si trovano alla distanza sopravvento x . Dal punto di vista pratico, questa informazione è sempre preziosa e spesso sufficiente da sola ai fini pratici.

La parametrizzazione di Kljun e al. (2015), basandosi concettualmente sulla (13.116) cioè sulla indipendenza tra la dispersione turbolenta longitudinale e verticale di uno scalare passivo e la relativa dispersione trasversale, per prima cosa determina una Relazione di Similarità per la *crosswind-integrated function* e, successivamente, una relazione per $f(x,y)$ relativa ad uno specifico punto (x,y) del territorio sede di sorgenti di scalare. Come vedremo, la parametrizzazione è stata realizzata in forma adimensionale ed universale, quindi valevole per ogni quota di misura, per ogni rugosità superficiale, per ogni stabilità del *PBL* e per ogni collocazione longitudinale e trasversale delle sorgenti attive presenti.

13.11.3.1 Parametrizzazione della Crosswind-Intergated Flux Footprint function

L'espressione analitica

La parametrizzazione della *crosswind-integrated function* individua una relazione analitica tra una generica posizione sopravvento x (in corrispondenza della quale sono attive una o più sorgenti dello scalare poste in una qualsiasi e generica distanza trasversale y) ed il flusso misurato alla posizione $(0, 0, z_m)$. Essa, quindi, rappresenta il peso che, complessivamente, tale insieme di sorgenti avrebbe nella misura F_c realizzata alla quota di misura z_m in posizione $(0,0)$. Come sempre e ben supportati dalla realtà dei fatti, si ipotizza trascurabile l'apporto derivante dalle sorgenti sottovento il punto di misura. Tralasciando completamente i dettagli della deduzione di tale funzione, il risultato ottenuto è il seguente.

Consideriamo un sistema di coordinate la cui origine sta al suolo in corrispondenza del punto di misura del flusso, il cui asse x è parallelo alla direzione media del vento e positivo nella direzione da cui spira il vento e l'asse y sia orizzontale ma trasversale a x . In questo sistema di riferimento una generica distanza sopravvento x tra localizzazione della sorgente e punto di misura è positiva. È conveniente *normalizzare* (cioè rendere adimensionale in maniera opportuna) x sulla base della quota di misura z_m (che è l'informazione geometrica del sistema di misura), dell'estensione verticale del *PBL* h convettivo o meno (che rappresenta la posizione del punto di misura all'interno del *PBL*), della velocità media del vento alla quota di misura $U(z_m)$ e della *friction velocity* u^* (che, insieme, tengono conto globalmente delle forzanti meteorologiche esterne al *PBL* e del livello della sua turbolenza meccanica e convettiva dello stesso). In questo modo la distanza

sopravvento normalizzata X^* risulta definita come:

$$X^* = \frac{x}{z_m} \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right) \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right)^{-1} \quad [13.117a]$$

dove k è la costante di von Karman pari a 0.4. In corrispondenza a X^* la funzione $\overline{f^y}$ avrà un ben preciso valore che potrà essere anch'esso normalizzato in modo analogo:

$$F^{y*} = \overline{f^y} \cdot z_m \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right) \quad [13.117b]$$

Questa normalizzazione è del tutto naturale quando si impiega un anemometro ultrasonico triasiale per la misura contemporanea della velocità media de vento U e della *friction velocity* u_* . Alternativamente si può impiegare la relazione del profilo verticale della velocità media del vento prevista dalla Teoria della Similarità di Monin-Obukhov ed è facile mostrare come:

$$\left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right) = \left[\ln\left(\frac{z_m}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z_m}{L}\right)\right] \quad [13.117c]$$

dove z_0 è la rugosità superficiale, L la lunghezza di Monin-Obukhov e $\Psi_M(z/L)$ è la funzione di Similarità per il profilo verticale della velocità media del vento nel SL la cui espressione analitica varia al variare delle condizioni di stabilità ed è ben nota (si veda Capitolo 8). Questa considerazione evidenzia come il rapporto $U(z_m)/u_*$ non possa essere qualsiasi, essendo il risultato della combinazione delle forzanti esterne al PBL , della rugosità superficiale e del livello di turbolenza presente entro il SL . Nelle relazioni (13.117a) e (13.117b) compare il rapporto z_m/h che in qualche modo localizza in modo adimensionale ed in verticale la posizione del punto di misura nel PBL . Gli Autori hanno mostrato come anche un grosso errore nella stima di h (parametro di difficile quantificazione) porti ad errori trascurabili nella stima del *flux footprint*.

Sulla base delle relazioni dimensionali (Teorema di Buckingham del II) e sulla base delle numerosissime simulazioni modellistiche effettuate, Kljun e al. (2015) hanno ottenuto la seguente relazione algebrica di parametrizzazione che lega X^* a F^{y*} :

$$F^{y*} = a \cdot (X_* - d)^b \cdot \exp\left[\frac{-c}{X_* - d}\right] \quad [13.117d]$$

dove le costanti numeriche a , b , c e d sono state determinare sulla base delle simulazioni realizzate dagli Autori ed assumono rispettivamente i valori 1.452, -1.991, 1.462 e 0.136. Questi valori possono essere ritenuti indipendenti dalle condizioni di stabilità del PBL . A questo proposito gli Autori sottolineano come effettivamente sia possibile differenziare i valori per le costanti di cui sopra a seconda della stabilità del PBL (convettivo, adiabatico o stabile), ma evidenziano anche come ciò non sia sostanziale ai fini pratici.

Si noti come la parametrizzazione ottenuta per F^{y*} (la *normalized Crosswind-Integrated Flux Footprint*, *NCIFF*) sia del tutto Universale, nel senso che tra X^* e F^{y*} esiste una ed una sola relazione funzionale valida in ogni situazione e questa relazione biunivoca è rappresentata nella **Fig. 13.45**. Questa Universalità, cioè questa non dipendenza specifica dalla quota di misura, dalla stabilità, dalla velocità del vento e dalla rugosità superficiale, è la diretta conseguenza dell'aver utilizzato sia la distanza sopravento normalizzata (adimensionale) che la *crosswind-integrated footprint function* normalizzata (adimensionale). Quindi, la *NCIFF* è data solamente e completamente dall'unica relazione (13.117d) ed è resa operativa, cioè contestualizzata a una quota di misura specifica e a specifiche condizioni meteorologiche, dalle relazioni di normalizzazione (13.117a) e (13.117b). Non c'è altro da dire, se non deduzioni a partire da ciò. Quindi, la *crosswind-integrated footprint function* è una proprietà del punto di misura (della quota di misura in particolare) e del livello di turbolenza presenti al momento della stessa, ma è del tutto indipendente dalla localizzazione e dall'entità delle sorgenti attive e ciò consente di utilizzare questa proprietà per definire a priori ciò che il punto di misura *vedrà* durante il suo funzionamento se sono note almeno climatologicamente le caratteristiche del SL locale.

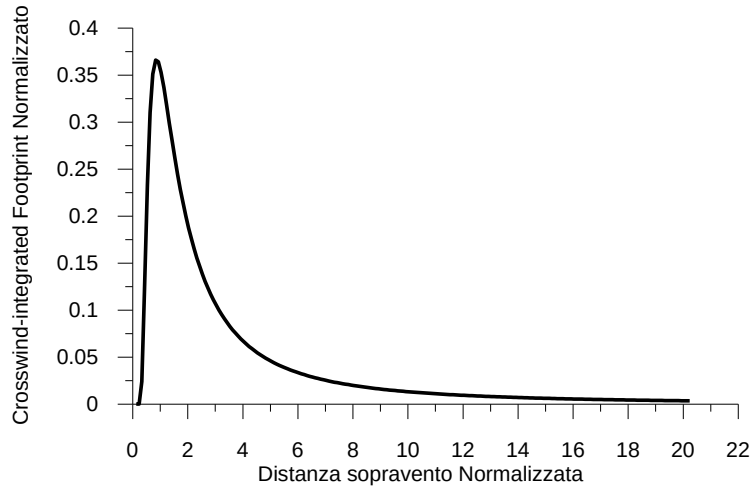


Fig.13.45: forma Universale del crosswind-integrated flux footprint function normalizzata

Prima di procedere, conviene fare alcune osservazioni di base. Innanzitutto, conviene verificare il campo di esistenza della relazione (13.117d). Si vede immediatamente come F^{y*} sia definita quando la distanza normalizzata X^* si colloca entro l'intervallo aperto $X^* \in (d \div +\infty)$. Quindi il punto di misura non rileva, secondo questa parametrizzazione (ma ciò è la conseguenza fisica del trascurare la diffusione turbolenta sopravvento, che è praticamente sempre irrilevante), il contributo al flusso misurato derivante dalle sorgenti attive dal punto di misura stesso fino alla distanza $X^*_{\min} = d = 0.136$. In termini di distanza sopravvento reale, impiegando la (13.117a) si ha che:

$$x_{\min} = 0.136 \cdot z_m \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right) \quad [13.118]$$

Quindi $x_{\min}$ cresce con la quota di misura e con il rapporto U/u_* che non può essere qualsiasi, ma che è una complessa combinazione derivante dalla rugosità superficiale, dalle forzanti esterne al *PBL*, dalla turbolenza meccanica e dalla turbolenza convettiva, come mostrato dalla (13.117c). Per esempio, si consideri una situazione adiabatica. In questo caso tra la velocità del vento alla quota di misura $U(z_m)$ e la friction velocity u_* vale la relazione logaritmica $U(z_m) = u_*/k \cdot \ln(z_m/z_0)$ dove z_0 è la rugosità superficiale. È immediato constatare che se $h = 500$ m e z_0 è pari a 0.1 m, $x_{\min}$ vale 0.6 m per $z_m = 10$ m e 0.4 m per $z_m = 2$ m. Quindi ai fini pratici, $x_{\min}$ è praticamente nullo.

È necessario, poi, meditare attentamente sul significato di F^{y*} . A questo scopo, la cosa più naturale è attribuire a questa grandezza il significato di densità di probabilità del peso delle sorgenti localizzate ad una distanza normalizzata sopravvento X^* sulla misura del flusso realizzata nel punto di misura. In pratica, ragionando con le grandezze normalizzate per semplicità, $F^{y*} dX^*$ rappresenta il peso che collettivamente le sorgenti collocate ad una distanza sopravvento tra X^* e $X^* + dX^*$ (e distribuite in maniera qualsiasi trasversalmente) hanno sulla misura di flusso realizzata alla quota z_m . Come nel caso di ogni funzione di densità di probabilità, si può dimostrare che anche per F^{y*} vale la normale legge di normalizzazione (in termini naïf possiamo dire che bene o male, tutte le sorgenti ovunque si vengano a collocare nello spazio in qualche modo contribuiscono al flusso misurato):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F^{y*}(X^*) \cdot dX^* = \int_d^{+\infty} F^{y*}(X^*) \cdot dX^* = 1 \quad [13.119a]$$

Il fatto che l'integrale della (13.117d) sia unitario è garantito dalla scelta fatta dagli Autori per i coefficienti numerici che compaiono in essa. Se si utilizza la relazione (13.117a) per la definizione di distanza sopravvento normalizzata e la relazione (13.117b) per la definizione di *NCIFF*, è immediato verificare come la relazione (13.119a) implichi anche che:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \overline{f^y}(x) \cdot dx = \int_d^{+\infty} \overline{f^y}(x) \cdot dx = 1 \quad [13.119b]$$

Per concludere, la versione normalizzata della *NCIFF* è una relazione universale valida per ogni distanza normalizzata X^* ed in ogni condizione di stabilità e per qualsiasi quota di misura del flusso. Quindi è nota a priori. Essa diventa operativa e si applica alle condizioni reali grazie alla (13.117a) che mette in relazione x con X^* e grazie alla (13.117b) che stabilisce come ottenere la *crosswind-integrated footprint function CIFF* effettiva, nota la sua versione normalizzata.

Il calcolo effettivo della crosswind-integrated flux footprint

La *NCIFF* così parametrizzata costituisce l'unica vera relazione che definisce sempre ed ovunque la *CIFF*, relazione che, però, deve essere contestualizzata nei casi pratici. Se si considera una situazione reale in cui si ipotizza di realizzare una misura di flusso F_c ad una quota z_m in un periodo di osservazione (compatibile con lo *spectral gap*, quindi dell'ordine dell'ora) caratterizzato da una velocità media del vento alla quota di misura U , da una *friction velocity* u_* e da un'estensione verticale del PBL h , per ottenere effettivamente l'andamento di $\overline{f^y}$ con la distanza sopravvento x (reale, in metri) basta considerare tutte le distanze x positive a partire dal valore $x_{\min}$ definito dalla relazione (13.118) e per ognuno di questi valori seguire l'algoritmo seguente:

- per prima cosa, noto x , z_m , U , u_* e h si stima con la (13.117a) il valore di X^* ;
- noto X^* , dalla relazione (13.117d) si ottiene la *NCIFF* F^{y*} corrispondente;
- la *crosswind-integrated flux footprint function* $\overline{f^y}$ corrispondente alla distanza sopravvento x la si ottiene invertendo la relazione (13.117b). In pratica si ha che:

$$f^y = \frac{F^{y*}}{z_m} \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right) \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right)^{-1} \quad [13.120]$$

In questo modo è sempre possibile determinare la *CIFF* per ogni situazione specifica.

Localizzazione del valore massimo e dei punti a valore noto

Prima di analizzare più nel dettaglio ed operativamente la parametrizzazione ottenuta, conviene domandarsi dove si venga a collocare sopravvento il valore massimo di F^{y*} : ciò sta a significare che le sorgenti emittenti (positive o negative) poste attorno ad una tale distanza sopravvento daranno il massimo contributo possibile al valore del flusso F_c misurato alla quota z_m nella posizione (0, 0). È semplice mostrare come là dove F^{y*} è massimo, anche f^y lo è. Per poter calcolare la posizione sopravvento a cui si ha il massimo è sufficiente stimare ed annullare la derivata prima rispetto ad X^* della relazione precedente, ottenendo che il massimo di *NCIFF* lo si ha alla distanza normalizzata $X_{\max}^*$ data da:

$$X_{\max}^* = \frac{-c}{b} + d = 0.87 \quad [13.121a]$$

mentre il valore massimo di F^{y*} risulta pari a:

$$F_{\max}^{y*} = a \cdot \left(\frac{-c}{b}\right)^b \exp[b] = 0.3667 \quad [13.121b]$$

Quindi, in termini di grandezze normalizzate sia la distanza normalizzata $X_{\max}^*$ che la *crosswind-integrated footprint function* normalizzata $F_{\max}^{y*}$ risultano entrambe pari a costanti, cosa che non significa che il valore massimo di *footprint* normalizzato si abbia ad una distanza costante e sia pari ad un valore costante. Infatti, impiegando le relazioni (13.117) si vede immediatamente come la distanza sopravvento reale in corrispondenza della quale si ha un massimo di *NCIFF* ma anche di *crosswind-integrated flux-footprint* è data dalla relazione seguente:

$$x_{max} = 0.87 \cdot z_m \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right) \quad [13.121c]$$

Come si vede, x_{max} è direttamente proporzionale alla quota di misura ed inversamente proporzionale alla radice quadrata del *drag coefficient* C_D definito come $(u_*/U)^2$. Si ricordi come il *drag coefficient* sia direttamente proporzionale allo sforzo di taglio (e quindi al flusso verticale di quantità di moto) presente nell'aria del *SL*. La *crosswind-integrated flux-footprint function* corrispondente risulta data dalla relazione:

$$\bar{f}^y_{max} = \frac{0.3667}{z_m} \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right) \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} \cdot k\right)^{-1} \quad [13.121d]$$

che evidenzia come essa sia inversamente proporzionale alla quota di misura e direttamente proporzionale alla radice quadrata del coefficiente di drag.

Frazione del Valore Massimo Normalizzato	Valore Normalizzato	Estremo Inferiore Distanza Sopravento Normalizzata	Estremo Superiore Distanza Sopravento Normalizzata
1	0.367	0.87	0.87
0.9	0.33	0.676	1.17
0.8	0.294	0.61	1.362
0.7	0.257	0.562	1.562
0.6	0.22	0.523	1.791
0.5	0.184	0.489	2.069
0.4	0.147	0.457	2.432
0.3	0.11	0.426	2.95
0.2	0.073	0.393	3.801
0.1	0.037	0.354	5.693

Tab 13.4: valore degli estremi inferiori e superiori delle distanze sopravento normalizzate in corrispondenza di una frazione del livello massimo normalizzato

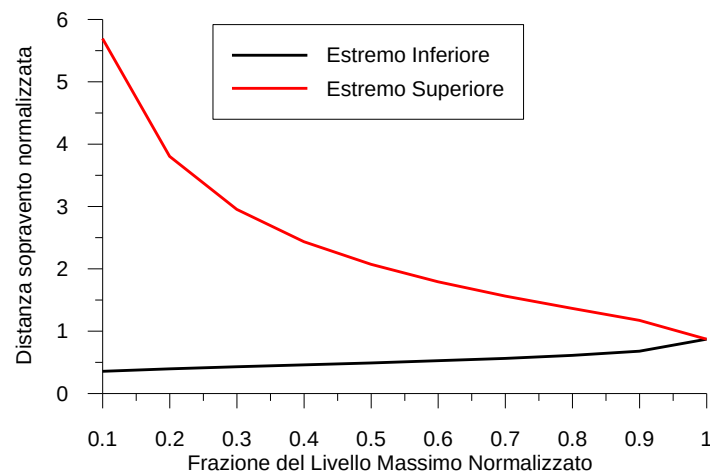


Fig. 13.46: valore degli estremi inferiori (curva nera) e superiori (curva rossa) delle distanze sopravento normalizzate in corrispondenza di una frazione del livello massimo normalizzato

Quindi il valore massimo di F^y_* risulta pari a 0.367 e si colloca alla distanza sopravento normalizzata 0.87. Se invece consideriamo un valore K qualsiasi per F^y_* (comunque inferiore a

0.367), dalla **Fig. 13.45** notiamo come esistano due distinti valori di X^* che soddisfano questa condizione. In particolare, i due valori di X^* si possono ottenere individuando (con metodi numerici) le due soluzioni dell'equazione non lineare seguente:

$$a \cdot (X^* - d)^b \exp \left[-\frac{c}{X^* - d} \right] = K \quad [13.121e]$$

La forma analitica della *NCIFF* è piuttosto critica e mette a dura prova i normali metodi numerici per la ricerca degli zeri di una funzione non lineare. Comunque, sono state stimate numericamente le due distanze sopravvento relative a diversi valori del rapporto $K/F_{\max}^{y*}$ che costituiscono rispettivamente l'estremo inferiore e l'estremo superiore dell'intervallo di distanze normalizzate entro cui il valore della *NCIFF* è non inferiore a $K/F_{\max}^{y*}$. I risultati ottenuti sono riassunti in **Tab. 13.4** e mostrati in **Fig. 13.46**. Come si nota, i due estremi dell'intervallo non sono simmetrici rispetto alla distanza a cui si colloca il massimo di *NCIFF* perché la curva non è simmetrica, ma presenta una coda che tende molto lentamente a zero.

Localizzazione dell'area che totalizza un peso dato alla misura di flusso

Come mostrato, la F^{y*} è una densità di probabilità e perciò è lecito domandarsi quale sia la distanza normalizzata sopravvento X_Q tale che l'integrale tra le distanze $X^* = d$ (il punto di partenza di *NCIFF*) e X_Q sia pari ad un valore (peso) prefissato Q (es. 0.95). In questo modo si individua una porzione di spazio (monodimensionale) sopravvento entro cui risiedono le sorgenti (positive o negative), distribuite trasversalmente in modo qualsiasi, che contribuiscono per il $Q\%$ al flusso misurato alla quota z_m nel punto $(0, 0)$. In pratica bisogna che:

$$\int_d^{X_Q} F^{y*} dX^* = Q \quad [13.122a]$$

Come ogni funzione di densità di probabilità, l'integrale su tutto lo spazio (in pratica da d a $+\infty$, visto che altrove la funzione è identicamente nulla) di F^{y*} è pari a 1. Quindi, per ottenere X_Q , basterebbe risolvere questa equazione integrale, il che non è facile: infatti, come mostrato da Kljun e al. (2015), è impossibile invertire la (13.122a) ottenendo una relazione analitica esatta. Gli Autori, però, ne hanno ottenuto una buona approssimazione analitica che risulta così espressa:

$$Q = \exp \left[\frac{-c}{X_Q - d} \right] \quad [13.122b]$$

Questa relazione è invece facilmente invertibile e da essa si ottiene che:

$$X_Q = d - \frac{c}{\ln Q} \quad [13.122c]$$

Quindi tutte le sorgenti (positive o negative) poste ad una distanza sopravvento compresa tra d e X_Q hanno un peso del $Q\%$ nel flusso misurato a $(0, 0, z_m)$ e questa è sicuramente una informazione di notevole interesse pratico di per sé.

Poniamoci, ora, un problema simile ma non identico. Sappiamo che in corrispondenza della distanza normalizzata $X_{\max}$ si abbia il massimo di *NCIFF* (e quindi anche della *crosswind-integrated flux footprint function*). Cerchiamo ora un intervallo di distanze ($X_{Rd} \div X_{Ru}$) tale che $X_{Rd} < X_{\max} < X_{Ru}$ ed entro cui si collocano le sorgenti attive che complessivamente contribuiscono ad una percentuale dell' $R\%$ del flusso totale misurato a $(0, 0, z_m)$ posizionate però attorno al punto di massimo peso $X_{\max}$. Di fatto, questo intervallo è l'equivalente monodimensionale della curva di iso-livello. Questo intervallo di X^* ha le seguenti proprietà:

1. contiene la distanza normalizzata $X_{\max}$ cui corrisponde il valore massimo di F^{y*} , quindi la distanza dove si collocano le sorgenti che maggiormente contribuiscono al flusso misurato;
2. complessivamente tutte le sorgenti che si collocano in questo intervallo pesano per l' $R\%$

nel flusso misurato a $(0,0,z_m)$. In pratica:

$$\int_{X_{Rd}}^{X_{Ru}} Fy^* dX^* = R \quad [13.123a]$$

3. complessivamente, tutte le sorgenti esterne a questo intervallo (più vicine o più lontane dal punto di misura) contribuiscono complessivamente per la frazione $(1-R)\%$. In pratica:

$$\int_d^{X_{Rd}} Fy^* dX^* + \int_{X_{Ru}}^{+\infty} Fy^* dX^* = 1 - R \quad [13.123b]$$

Di fatto, in questo modo si sta cercando di localizzare le sorgenti di maggiore importanza per il flusso misurato.

Nonostante la semplicità della relazione universale del *flux-footprint*, il problema non ha una soluzione analitica e, per semplificare le valutazioni pratiche, Kljun e al. (2015) sono ricorsi ad una parametrizzazione totalmente basata sulle simulazioni *backward* realizzate col modello Lagrangiano a particelle LPDM-B. Il risultato ottenuto è molto semplice e, indicando con X_R la distanza ottenuta dalla relazione (13.122c) utilizzando la percentuale R invece che Q , è riassunto nelle relazioni seguenti:

- l'estremo inferiore dell'intervallo X_{Rd} è dato dalla relazione seguente:

$$X_{Rd} = n_1 (X_R)^{n_2} + n_3 \quad [13.123c]$$

dove $n_1 = 0.44$, $n_2 = -0.77$, $n_3 = 0.24$.

- l'estremo superiore dell'intervallo è dato da una formula analoga:

$$X_{Ru} = n_1 (X_R)^{n_2} + n_3 \quad [13.123d]$$

dove, però, i tre parametri assumono valori differenti a seconda del valore di X_R rispetto a $X_{\max}$. In particolare:

- se $X_{\max} < X_R < 1.5$, $n_1 = 0.6$, $n_2 = 1.32$, $n_3 = 0.61$
- se $X_R > 1.5$, $n_1 = 0.96$, $n_2 = 1.01$, $n_3 = 0.19$.

Questi intervalli sono del tutto universali e i valori dell'estremo inferiore X_{Rd} e dell'estremo superiore X_{Ru} dipendono solo dal peso R dovuto alle sorgenti sul *footprint*.

Per riassumere in termini operativi quanto esposto, se l'interesse è concentrato nell'individuare l'insieme delle sorgenti sopravento, centrato attorno alla posizione di massimo peso, che contribuiscono, in una data situazione meteorologica, alla frazione $R\%$ del flusso misurato nel punto $(0, 0, z_m)$, basta:

1. ricordare dalla (13.121a) che $X_{\max}$ vale 0.87;
2. calcolare con la relazione (13.122c) il valore di X_R ;
3. calcolare con la relazione (13.123c) l'estremo inferiore X_{Rd} dell'intervallo entro cui si collocano le sorgenti desiderate
4. calcolare con la relazione (13.123d) l'estremo superiore X_{Ru} dell'intervallo, una volta selezionati i valori opportuni per i tre parametri numerici in essa contenuti;
5. trasformare i due estremi dell'intervallo, espressi in maniera normalizzata, in distanze reali impiegando allo scopo la relazione (13.117a).

Così facendo possiamo dire, anche se impropriamente, di aver individuato con l' $R\%$ di *confidenza* la posizione delle principali sorgenti che determinano il flusso misurato e quindi di aver individuato, al $R\%$ di confidenza, il tasso di emissione dell'insieme delle sorgenti che determinano il

flusso misurato. Come si vede, anche se tutti i ragionamenti prescindono dalla reale collocazione trasversale delle sorgenti, comunque il risultato è di notevole interesse pratico.

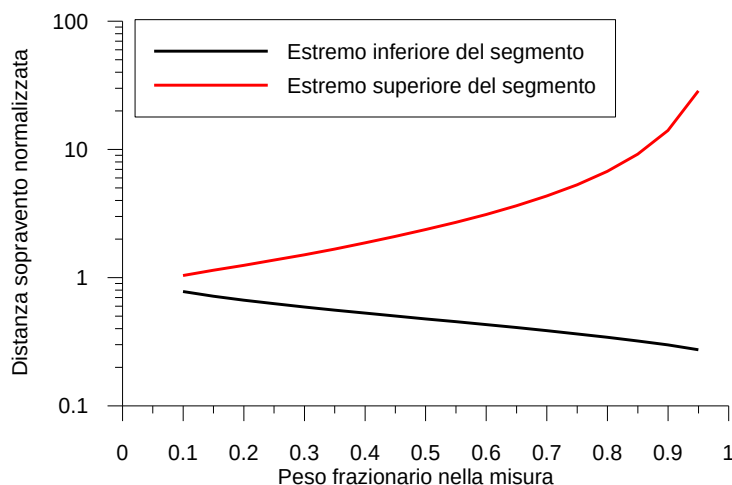


Fig. 13.47: distanza normalizzata massima e minima entro le sorgenti attive che contribuiscono al flusso misurato rispetto al loro peso nella misura

Peso	X_R	X_d	X_u
0,1	0,77094	0,77759	1,03562
0,2	1,04439	0,66553	1,24541
0,3	1,35031	0,58915	1,50192
0,4	1,73156	0,52831	1,86145
0,5	2,24522	0,47604	2,36292
0,6	2,99803	0,42892	3,09989
0,7	4,23497	0,3848	4,31468
0,8	6,68784	0,34186	6,73349
0,9	14,0122	0,29763	14,0015

Tab. 13.5: estremi dell'intervallo normalizzato contenente il valore massimo di NCIFF e che rappresenta il peso R

Nella **Fig. 47** viene mostrato come variano con R (tra 0.1 e 0.95) le distanze sopravvento normalizzate che costituiscono l'estremo inferiore X_{Rd} e l'estremo superiore X_{Ru} dell'area sopravvento le cui sorgenti contribuiscono con un peso R alla misura del flusso F_c . Come si nota, mentre l'estremo inferiore decresce quasi linearmente con R , X_{Ru} cresce in maniera marcata al crescere di R indicando che se si vuole conoscere la porzione di area sopravvento che contribuisce a valori elevati di R è necessario considerare sorgenti che si trovano molto a monte del punto di misura. Si noti come, in termini di distanze sottovento normalizzate, per ogni valore di R esiste una *coppia universale* di valori X_{dR} e X_{uR} che è data nella **Tab. 13.5**.

13.11.3.2 Parametrizzazione della Flux Footprint function

L'espressione analitica

Il punto di partenza della parametrizzazione di Kljun e al. (2015) per la stima completa della *flux footprint function* $f(x,y)$ è la relazione (13.116) secondo cui $f(x,y)$ è il prodotto della *crosswind-integrated flux footprint function* e di una funzione che descrive la dispersione in direzione y causata prioritariamente dalla fluttuazione trasversale σ_v della componente del moto. Non va mai dimenticato che il sistema di riferimento adottato prevede che l'asse x sia parallelo alla direzione

media del vento, diretto nella direzione verso cui spira il vento e l'asse y è orizzontale e trasversale a x . Si noti inoltre che la presenza di un anemometro ultrasonico triassiale, oltre a U e u^* , è in grado di determinare direttamente σ_v senza bisogno di una sua parametrizzazione.

Le evidenze sperimentali (per esempio Deardorff e Willis, 1975) concordano sul fatto che questa funzione di dispersione trasversale sia ben descritta da un termine Gaussiano centrato nel punto $(x, 0)$. Quindi $f(x, y)$ risulta data da:

$$f(x, y) = \overline{f^y} \cdot \exp \left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} \right] \quad [13.124a]$$

Nei punti precedenti si è mostrato nei dettagli come calcolare $\overline{f^y}$ e qui di seguito si presenta la parametrizzazione adottata da Kljun e al. (2015) per il calcolo di σ_y a partire dalle informazioni geometriche del punto di misura (in sostanza z_m) e dalle informazioni micrometeorologiche (sostanzialmente σ_v e u^*).

Il punto di partenza della parametrizzazione è la definizione del parametro adimensionale di dispersione trasversale σ_y^* (controparte adimensionale di σ_y) che consente di inglobare in questa variabile normalizzata l'informazione della quota di misura e della stabilità atmosferica di cui non si dovrà tener conto esplicitamente nella parametrizzazione. Tale variabile risulta definita come:

$$\sigma_y^* = p_s \cdot \frac{\sigma_y}{z_m} \cdot \frac{u_*}{\sigma_v} \quad [13.124b]$$

dove, indicando con L la lunghezza di Monin-Obukhov (che si ottiene una volta noto u^* ed il flusso turbolento di calore sensibile, entrambi misurati direttamente dall'anemometro ultrasonico triassiale), il parametro p_s assume la forma seguente:

$$p_s = \text{MIN}[1.0; |z/L|^{-1} \cdot 10^{-5} + p] \quad [13.124c]$$

con $p = 0.8$ nelle situazioni convettive ($L < 0$) e $p = 0.55$ nelle situazioni stabili ($L > 0$).

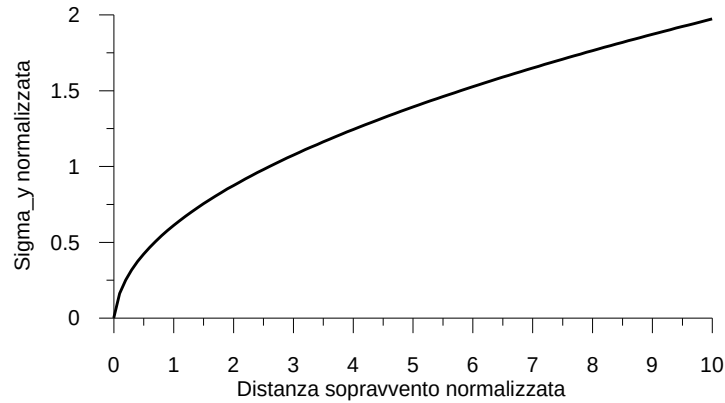


Fig. 13.48: andamento del parametro di dispersione laterale normalizzato rispetto alla distanza sopravvento normalizzata

L'impiego della variabile normalizzata σ_y^* consente di ottenere un'unica relazione di Similitudine che ne determina il valore in funzione della distanza sopravvento standardizzata X^* . Sulla base delle misure disponibili tale relazione risulta espressa dalla relazione:

$$\sigma_y^* = a_c \cdot \left[\frac{b_c (X^*)^2}{1 + c_c X^*} \right]^{1/2} \quad [13.125]$$

dove i coefficienti a_c , b_c e c_c valgono rispettivamente 2.17, 1.66 e 20.0, indipendentemente dal livello di turbolenza presente nel *PBL*. Ancora una volta vale la pena sottolineare come l'introduzione delle variabili normalizzate (in questo caso X^* e σ_y^*) consenta di ottenere una relazione

universale per il parametro di dispersione trasversale valido per ogni situazione sperimentale adottata (z_m) e per ogni situazione meteorologica e micrometeorologica considerata. Questa relazione di Similarità è presentata graficamente nella **Fig. 13.48**. Con questa relazione di Similarità e con la parametrizzazione della *crosswind-integrated flux footprint function*, la parametrizzazione per $f(x,y)$ è completa per ogni punto del dominio spaziale di interesse che adotta un sistema di riferimento come quello sopra indicato.

L'applicazione pratica

La *flux footprint function* $f(x,y)$ assumerà un ben preciso valore in ogni punto dello spazio una volta note le condizioni meteorologiche e micrometeorologiche caratteristiche del periodo di osservazione (cioè U , u^* e σ_v , h), la quota di misura z_m , la posizione nel dominio spaziale del punto di misura rappresentata dalle coordinate geografiche (X_m , Y_m) e soprattutto la direzione di provenienza del vento medio Dir (in gradi Nord). Le coordinate del punto di misura siano riferite ad un sistema di riferimento geografico avente l'asse X_g diretto in direzione Est-Ovest (positivo verso Est) e l'asse Y_g diretto in direzione Sud-Nord (positivo verso Nord) e tale sistema di riferimento abbia un'origine arbitraria localizzato nella posizione (X_{g0} , Y_{g0}). Essendo interessati alla stima della *flux footprint function* su un dato dominio spaziale, è conveniente ripartire tale dominio in celle elementari quadrate aventi lato Δ . Ipotizziamo che lungo l'asse X_g e lungo l'asse Y_g il dominio si estenda rispettivamente per N_x celle e per N_y celle. Complessivamente il dominio sarà costituito da $N_x \cdot N_y$ celle e si estenderà in direzione X_g da X_{g0} a $X_{g0} + N_x \cdot \Delta$ mentre si estenderà nella direzione Y_g da Y_{g0} a $Y_{g0} + N_y \cdot \Delta$. Ogni cella del dominio potrà quindi essere identificata in maniera univoca dalla coppia di indici (i,j) , $i = 1, 2, \dots, N_x$, $j = 1, 2, \dots, N_y$, tali per cui il centro della cella avrà le coordinate geografiche seguenti:

$$\begin{aligned} X_i &= X_{g0} + i \cdot \Delta - \frac{\Delta}{2} \\ Y_i &= Y_{g0} + j \cdot \Delta - \frac{\Delta}{2} \end{aligned} \quad [13.126a]$$

In una di queste celle (non necessariamente al centro) sarà posto il punto di misura del flusso.

Tutta la parametrizzazione considerata si riferisce, invece, ad un sistema di riferimento particolare avente le seguenti caratteristiche:

- l'origine del nuovo sistema di riferimento corrisponde al punto di misura del flusso,
- il nuovo asse x è parallelo alla direzione di provenienza del vento ed è diretto nella direzione da cui spira il vento (quindi la direzione è concorde con la convenzione aeronautica con cui si definisce la direzione del vento).

ed è rispetto a questo nuovo sistema di riferimento (che varia da periodo di osservazione a periodo di osservazione per il continuo variare della direzione del vento) che dobbiamo calcolare la *flux footprint function* $f(x,y)$ dove x e y sono le coordinate del centro di una generica cella espresse però nel nuovo sistema di riferimento. Sulla base di queste considerazioni, la metodologia da adottare per ottenere la distribuzione spaziale della *flux footprint function* in un periodo di osservazione caratterizzato da una direzione di provenienza del vento Dir è la seguente:

1. si consideri una cella generica (i,j) il cui centro possiede le coordinate riferite al sistema di riferimento geografico date dalle relazioni (13.126a). Le coordinate di questa cella nel nuovo sistema di riferimento si otterranno effettuando una traslazione ed una rotazione di assi definite dalle relazioni seguenti:

$$\begin{aligned} x_i &= -(X_i - X_m) \cdot \sin(Dir) - (Y_i - Y_m) \cdot \cos(Dir) \\ y_i &= +(X_i - X_m) \cdot \cos(Dir) - (Y_i - Y_m) \cdot \sin(Dir) \end{aligned} \quad [13.126b]$$

La distanza sopravvento da considerare è $x = -x_i$. Se x è negativa, $f(x_i, y_i) = 0$, visto che la

cella è sottovento al punto di misura e le eventuali sorgenti attive presenti non potranno mai influenzare il punto di misura, e si passerà a considerare un'altra cella del dominio. Se non si è in queste condizioni, si calcoli con la (13.118) la distanza sopravvento minima $x_{\min}$. Se $x \leq x_{\min}$, allora $f(x_i, y_i) = 0$ e si passerà a considerare un'altra cella del dominio. Se questi due casi particolari non sono verificati, si prosegue con i passi successivi.

2. si calcoli la *crosswind-integrated flux footprint function* $\overline{f^y}$ con la relazione (13.120), la σ_y^* con la (13.125) e a questo punto è possibile ottenere il valore di $f(x_i, y_i)$ relativo alla cella (i, j) utilizzando la relazione (13.124a).
3. si ripetano i passi 2÷3 fino ad esaurimento delle celle che compongono il dominio di calcolo considerato.

Al termine della procedura ad ogni cella in cui è ripartito il dominio di interesse verrà attribuito un valore di $f(x, y)$ e con questa matrice di valori è possibile con i normali applicativi grafici realizzare rappresentazioni bidimensionali o tridimensionali come quelle riprodotte in **Fig. 13.49**.

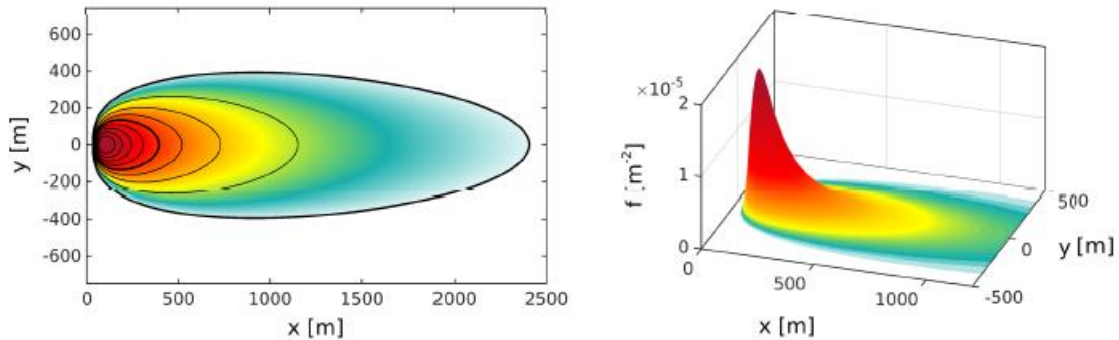


Fig. 13.49: rappresentazione della flux-footprint function (Kljun e al., 2015)

La conoscenza della *footprint function* $f(x, y)$ in ogni cella del dominio può condurre ad interessanti ed utili conclusioni. Dato che $f(x, y)$ è la densità di probabilità del peso che le sorgenti presenti in una cella hanno nel flusso F^c misurato, se consideriamo una generica cella (i, j) avente lato Δ e se $f(i, j)$ è il valore della *flux footprint function* in corrispondenza del suo centro, in termini approssimati si può asserire che il peso delle sorgenti presenti nella cella $F^c(i, j)$ al flusso totale misurato nella posizione $(0, 0, z^m)$ risulta pari a:

$$F_c(i, j) = f(i, j) \cdot \Delta^2 \quad [13.126c]$$

La forma normalizzata della flux footprint function

Precedentemente si è considerata la forma monodimensionale del *footprint*, cioè il footprint integrato trasversalmente rispetto alla direzione del vento medio e si è visto come, introducendo la distanza normalizzata X^* data dalla (3a), Kljun e al. (2015) abbiano individuato la relazione di Similarità (13.117d) per la *crosswind-integrated footprint function* normalizzata F^{y*} definita dalla relazione di normalizzazione (13.117b). Ottenuto ciò, si è concluso che ovunque si collochi il punto di misura del flusso F_c , qualunque sia la rugosità superficiale del territorio circostante e qualunque sia il livello di turbolenza del *PBL*, F^{y*} è quantificato da una ed una sola relazione di Similarità del tutto universale. Essa può essere poi contestualizzata trasformando le variabili normalizzate in variabili reali. Di fatto non è mai necessario calcolare di volta in volta, a seconda delle caratteristiche del punto di misura e della turbolenza del *PBL*, la funzione $\overline{f^y}$ per una distanza sopravvento reale x ; è sufficiente, invece, calcolare una sola volta F^{y*} in funzione di X^* e per una data situazione reale calcolare quanto vale X^* , selezionare il valore di F^{y*} conseguente ed invertire la relazione di normalizzazione (13.117b) ottenendo immediatamente $\overline{f^y}$.

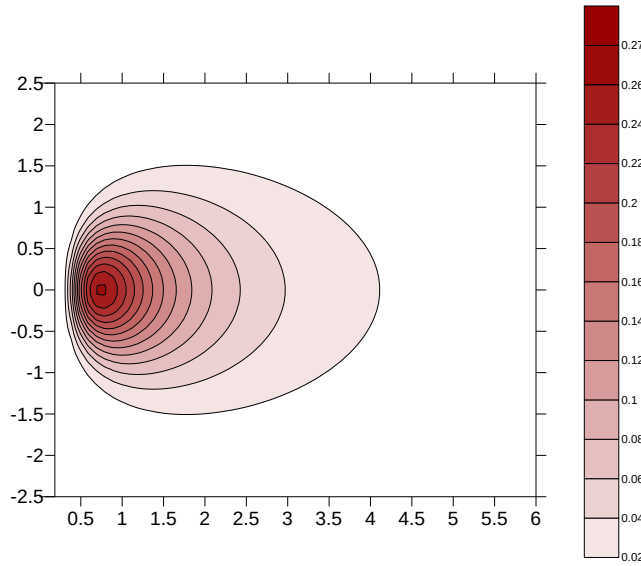


Fig. 13.50: grafico bidimensionale della flux footprint normalizzata

La forma (13.124a) con cui è stata introdotta la *footprint function* bidimensionale non è però universale, ma può diventarlo se si opera opportunamente. A tale scopo continuiamo a considerare come sistema di riferimento un sistema di assi cartesiani con l'asse x parallelo alla direzione del vento medio e diretto nella direzione verso cui spira il vento e l'asse y orizzontale e trasversale a x . Per procedere è indispensabile ricordare che il significato fisico della funzione $f(x,y)$ è simile al significato assunto da una normale funzione di densità di probabilità. In pratica, $f(x,y) \cdot dx \cdot dy$ è il peso sul flusso misurato F_c derivante dalle sorgenti attive nella superficie infinitesima $dx \cdot dy$. Invece di considerare le coordinate reali x e y ed il parametro di dispersione trasversale reale σ_y consideriamone le versioni standardizzate seguenti:

$$X^* = \frac{x}{z_m} \left(1 - \frac{z_m}{h}\right) \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} k\right)^{-1} \quad [13.127a]$$

$$Y^* = p_s \cdot \frac{y}{z_m} \cdot \frac{u_*}{\sigma_y} \quad [13.127b]$$

$$\sigma_y^* = p_s \cdot \frac{\sigma_y}{z_m} \cdot \frac{u_*}{\sigma_y} \quad [13.127c]$$

Impiegando queste variabili standardizzate è possibile definire la *versione standardizzata della footprint function* $F(X^*, Y^*)$ nel modo seguente:

$$F(X^*, Y^*) = \frac{F^{y^*}(X^*)}{\sqrt{2\pi}\sigma_y^*} \cdot \exp\left[-\frac{Y^{*2}}{2\sigma_y^{*2}}\right] \quad [13.128]$$

E' estremamente facile dimostrare come $F(X^*, Y^*) \cdot dX^* dY^* = f(x,y) \cdot dx \cdot dy$, quindi la versione normalizzata della *footprint function* ha lo stesso significato fisico di $f(x,y)$. Il risultato ottenuto ha un profondo significato. Infatti, comunque sia collocato nello spazio il punto di misura del flusso, qualunque sia la velocità media del vento e qualunque sia il livello di turbolenza del *PBL*, la *footprint function normalizzata* bidimensionale $F(X^*, Y^*)$ è una proprietà del tutto universale ed è quella rappresentata nella **Fig. 13.50**. Quindi, può essere calcolata una volta per tutte e poi contestualizzata ad una specifica situazione reale ruotando e traslando gli assi coordinati e trasformando le coordinate normalizzate in coordinate reali.

Il valore massimo della flux footprint function

Considerando la relazione (13.124a), il valore massimo della *flux-footprint function* $f(x,y)$ lo si ha in corrispondenza del punto (x_m, y_m) avente le proprietà seguenti:

- il punto di massimo si colloca sull'asse di simmetria di $f(x,y)$, quindi $y_m = 0.0$;
- la funzione $f(x,y)$ raggiungerà il massimo quando anche la funzione $\overline{f^y}$ è massima. Perciò, ricordando la (13.121a) e la (13.117a), si ha che:

$$x_m = 0.87 \cdot z_m \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} k\right) \quad [13.129a]$$

Pertanto, x_m aumenta linearmente con z_m e U/u_* congruentemente col fatto che più aumenta la quota della misura del flusso più si *catturano* gli effetti dovuti alle sorgenti lontane dallo stesso;

- il valore assunto da $f(x,y)$ nel punto di massimo lo si ottiene impiegando le relazioni (13.121d) e (13.124a) ed ottenendo:

$$f(x_m, y_m) = \frac{0.3667}{\sqrt{2\pi}\sigma_y z_m} \cdot \left(1 - \frac{z_m}{h}\right) \cdot \left(\frac{U(z_m)}{u_*} k\right)^{-1} \quad [13.129b]$$

Quindi il valore massimo di $f(x,y)$ dipende anche dalla varianza trasversale della componente del moto, cioè dal livello di turbolenza del *PBL*.

Perciò la posizione del massimo di $f(x,y)$ non è una proprietà universale mentre lo è la posizione del massimo di $F(X^*, Y^*)$. Infatti è facile mostrare come:

- il massimo di $F(X^*, Y^*)$ si colloca sempre nel punto di coordinate $X_{\max} = 0.87$ e $Y_{\max} = 0.0$;
- in corrispondenza di questa punto la deviazione standard σ_y^* ha un valore ben preciso e, prendendo in considerazione la relazione (13.125) ed i valori dei coefficienti numerici in essa presenti, si ha che $\sigma_y^*(X_{\max}) = 0.567$;
- quindi il valore massimo di $F(X^*, Y^*)$ risulta pari a 0.2582.

Da tutto ciò si deduce che sia le coordinate normalizzate che il valore di $F(X^*, Y^*)$ nel suo punto di massimo sono una proprietà universale.

PROBLEMI

- P13.01 Scrivere un algoritmo per il calcolo ad un passo (cioè senza il calcolo preventivo della media) della *skewness* e stimare l'errore di arrotondamento che si può commettere.
- P13.02 Scrivere un algoritmo per il calcolo della *kurtosis* ad un passo (cioè senza il calcolo preventivo della media) della *skewness* e stimare l'errore di arrotondamento che si può commettere.
- P13.03 In una stazione EC viene misurato il Flusso Turbolento di Calore sensibile virtuale H_{0v} ed il flusso Latente H_E pari rispettivamente a 170 e 90 W/m². Se la temperatura media è di 300 K e l'umidità relativa del 60%, quanto vale il Flusso turbolento di calore Sensibile?
- P13.04 Scrivere una routine in Fortran 90 che, dato in input un vettore di N misure, verifica la presenza di spikes seguendo il metodo di Vickers e Mahrt (1997) e sostituisce ad ogni spikes una realizzazione di una variabile casuale avente media e varianza pari a quella del vettore dato.
- P13.05 Scrivere una routine Fortran 90 che realizza la verifica se ci sono o meno problemi di risoluzione e di dropout in un vettore di N misure.
- P13.06 Consideriamo un punto di misura dedicato alla EC che si colloca 200 metri sottovento ad una discontinuità di rugosità superficiale ed è posto alla quota di 15 m. Se sopravvento alla discontinuità la rugosità superficiale è pari a 0.3 m e sottovento essa diventa pari a 0.1 m, verificare se la quota di misura adottata è corretta.
- P13.07 Consideriamo un terreno in cui è presente una discontinuità di rugosità. Sopravvento a tale discontinuità si ha $z_{01} = 0.06$ m, mentre sottovento si ha $z_{02} = 0.3$ m. Individuare una quota di misura possibile per una postazione EC posta sottovento la discontinuità che si collochi a non più della metà dell'IBL.
- P13.08 Scrivere una routine Fortran 90 che, dati N valori delle tre componenti del moto rilevate da un anemometro ultrasonico triassiale nelle coordinate strumentali, realizza la rotazione degli assi impiegando il metodo del Planar Fit.
- P13.08 Scrivere una routine in Fortran 90 che realizza il Linear Detrending di un vettore di misure lungo N .
- P13.09 Scrivere una routine in Fortran 90 che realizza il RC Filtering di un vettore di misure lungo N .
- P13.10 Si consideri un segnale digitale della componente longitudinale u_i ($i = 1, \dots, N$) del vento che contiene sia le oscillazioni a mesoscala e submeso, che le fluttuazioni turbolente. Si ipotizzi di filtrare la sequenza $[u_i]$ con un filtro RC1 capace di eliminare le oscillazioni submeso caratterizzate da un periodo non inferiore a 3600 s. Si ipotizzi, poi, di applicare al segnale filtrato un nuovo filtro RC2 capace di eliminare le oscillazioni submeso caratterizzate da un periodo non superiore a 300 s. Ciò che resta è con buona approssimazione l'insieme delle fluttuazioni turbolente. Individuare il Tempo Caratteristico per i filtri RC1 e RC2 e scrivere un programma in Fortran 90 che realizza tutto ciò.
- P13.11 Scrivere una routine Fortran 90 che, date due serie storiche discrete, individua il time-lag esistente tra loro
- P13.12 Scrivere una routine Fortran 90 che quantifica l'errore spettrale dovuto alla media ed al detrending.
- P13.13 Scrivere una routine che realizza la correzione della temperatura sonora e che tenga conto degli anemometri ultrasonici triassiali di Tab. 13.2
- P13.14 Scrivere una routine in Fortran 90 che realizza le correzioni spettrali secondo il metodo proposto da Massmann.

- P13.15 Dimostrare le relazioni (13.84a) e (13.83b)
- P13.16 L'output di un sensore IRGA produce una concentrazione di CO₂ espressa in termini di densità ρ_c (mol_c/m³). Come la si può trasformare in frazione molare χ_c (mol_c/mol_{aria umida})?
- P13.17 Dimostrare le relazioni (13.86d) e (13.86e) sviluppando tutti i passaggi.
- P13.17 Dimostrare che la relazione (13.92a) è equivalente alla relazione (13.90a)
- P13.18 Realizzare un programma in Fortran 90 che applica il metodo Eddy-Covariance alle misure realizzate da una stazione EC dotata esclusivamente di un anemometro ultrasonico triassiale e da strumentazione meteorologica tradizionale a risposta lenta.
- P13.19 Scrivere una routine Fortran 90 che realizza le correzioni di WPL nel caso della CO₂ e del vapor d'acqua
- P13.20 Realizzare una routine Fortran 90 che implementa il test di Reverse Arrangement
- P13.21 Realizzare una routine Fortran 90 che implementa il test di Foken e Wichura
- P13.22 Scrivere una routine che stima l'incertezza intrinseca alla misura di un flusso turbolento basandosi sulle considerazioni riportate al paragrafo 13.8
- P13.23 Si consideri un sistema REA. Se la pressione atmosferica è pari a 1013 mbar e dalle misure dell'anemometro ultrasonico triassiale presente nel sistema si stima un flusso turbolento di calore sensibile pari a 210 W/m², una deviazione standard della componente verticale del vento pari 0.8 m/s e una friction velocity pari a 0.2 m/s, si determini il valore del coefficiente b quando la temperatura media degli updraft $\bar{\theta}_+$ è pari a 293.18 e quella dei downdraft $\bar{\theta}_-$ è 292.82.
- P13.24 Realizzare un programma che implementa il modello di footprint di Kljun e al (2004) realizzando la Fig. 13.41 e la Fig. 13.42.
- P13.25 Realizzare un programma che implementa il modello di footprint di Kljun e al (2004) realizzando la Fig. 13.50.

14. STIMA DEI PARAMETRI: I METODI SPETTRALI DIRETTI

Nel *PBL*, sia convettivo che stabile, si generano, coesistono ed evolvono strutture turbolente (*eddy*), coerenti o meno, aventi dimensioni caratteristiche che variano dal chilometro alla frazione di millimetro e la loro presenza è la causa delle irregolarità mostrate da ogni variabile meteorologica misurata nel *SL* e nell'intero *PBL*. Il cercare di individuare la presenza ed il *peso* di ciascuna di queste strutture turbolente a partire dai diversi *segnali* meteorologici campionati nel dominio del tempo è proprio il compito dell'*Analisi Spettrale*. Nel Capitolo 4 si è discusso di queste strutture e delle diverse scale spaziali e temporali che le caratterizzano e nei punti che seguono ci si concentrerà nel realizzare operativamente l'Analisi Spettrale dei segnali meteorologici seguendo tre strade differenti.

Come abbiamo visto, la teoria della turbolenza sviluppata in particolare ai Capitoli 4 e 5 utilizza estesamente la tecnica che vede un generico segnale meteorologico come la sovrapposizione pesata di armoniche monocromatiche e quindi l'Analisi di Fourier è stato lo strumento principe con cui si è trattata a livello teorico la turbolenza del *PBL*. Tale costrutto teorico ha portato alla definizione di densità spettrale (e co-spettrale) e l'Analisi della Similarità di Monin-Obukhov ne ha definita la forma analitica nel *SL*. Base di tutto ciò è la capacità pratica di stimare in maniera efficiente spettri e co-spettri secondo la logica di Fourier e questo sarà il primo argomento che affronteremo, senza fare alcun tipo di ipotesi sul processo stocastico che rappresenta in pratica ogni segnale meteorologico, visto come realizzazione di un ben preciso processo stocastico. Questo approccio di stima spettrale è quindi di tipo non parametrico. Questo storico approccio è di un'importanza capitale e presenta aspetti teorici ed applicativi piuttosto sottili. L'argomento è presentato in una maniera chiara da Bendat e Piersol (1986) ed in maniera molto approfondita da von Storch e Zwiers (1999) e soprattutto da Percival e Walden (1993).

Tuttavia, nelle Teoria dei Processi Stocastici esiste un Teorema di estrema importanza (Von Storch e Zwiers, 1999, pag. 279) secondo cui ogni processo stocastico, stazionario ed ergodico (e queste sono le ipotesi che normalmente invochiamo per toglierci dai pasticci nello studio della turbolenza del *PBL*) per quanto generico può comunque essere approssimato con precisione arbitraria da un particolare processo, un processo Autoregressivo $AR(p)$ di ordine p . Quindi il generico segnale meteorologico può essere associato con buona approssimazione ad un ben preciso modello stocastico di cui sono ben note le proprietà nel dominio del tempo e delle frequenze. Vedremo più nel dettaglio tutto ciò, ma anticipiamo che una volta individuato l'ordine p del processo $AR(p)$ e stimati i parametri che lo caratterizzano sulla base del segnale a nostra disposizione, lo spettro relativo, in forma analitica, risulta immediatamente identificabile e stimabile. In questo caso, la stima campionaria dello spettro sarà di tipo parametrico. Il tema è affascinante e complesso e per i dettagli si rimanda a von Storch e Zwiers (1999), Percival e Walden (1993) Orfanidis (1990) e Candy (1988).

L'Analisi di Fourier vede un segnale sostanzialmente come una sovrapposizione pesata di un insieme di armoniche monocromatiche, cioè funzioni perfettamente localizzate in frequenza ma totalmente delocalizzate nello spazio. Tuttavia, la turbolenza nel *PBL* presenta una realtà ben diversa in cui sono relativamente rari i fenomeni puramente ondosi, soprattutto nelle situazioni convettive, mentre prevalgono strutture coerenti localizzate nello spazio e nel tempo e a simmetria non sferica, soprattutto quelle a maggiore dimensione. Ciò suggerirebbe di considerare un generico segnale meteorologico come la sovrapposizione di *funzioni di base* non periodiche, localizzate nello spazio, che si dilatano e traslano nello spazio col passar del tempo e ciò, almeno dal punto di vista analitico, è una totale rivoluzione logica. Queste funzioni di base prendono il nome

di *Wavelets* e sono la base di un'affascinante e complessa teoria matematica. Per approfondimenti in proposito si rimanda a Foufula-Georgiou e Kumar (1995) e Torrence e Compo (1998). Per semplicità, tra tutte le possibili *Wavelets*, normalmente si usa nell'analisi spettrale del *PBL* una particolare *Wavelets*, quella di Haar e l'analisi spettrale relativa si riconduce ad un'analisi *Multi-resolution*. Vedremo poi quali siano i punti di contatto tra l'analisi spettrale di Fourier e quella di Haar.

Una volta individuata una metodologia per la stima delle densità spettrali e dei co-spettri, si affronteranno due temi specifici:

- la determinazione nel dominio delle frequenze delle varianze e dei flussi turbolenti,
- la determinazione, con l'aiuto della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov, dei tassi medi di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε e di varianza della temperatura N_0 . Queste grandezze saranno gli ingredienti essenziali per la determinazione dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *PBL* con i metodi spettrali indiretti, cioè con metodi che si fonderanno sulle relazioni di Similarità, supponendone la validità come vedremo nel Capitolo successivo.

14.1 I METODI SPETTRALI DI FOURIER

14.1.1 GENERALITÀ

Per iniziare e per comodità è opportuno sintetizzare i più importanti concetti spettrali già introdotti al Cap. 3. Si considerino, come consueto, due variabili stocastiche, stazionarie, ergodiche e a media nulla $x(t)$ e $y(t)$, quindi non c'è alcuna differenza tra esse e le rispettive fluttuazioni rispetto al loro valore atteso. La *Funzione di Cross-Correlazione* tra di esse è definita come:

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x(t) \cdot y(t + \tau)} \quad [14.1a]$$

dove τ è il *time lag*. In questa definizione si è utilizzata la media temporale al posto del valore atteso vista l'ergodicità delle due variabili. Inoltre, la definizione del *Cross-Spettro one-sided* è (Bendat e Piersol, 1986):

$$S_{xy}(f) = 2 \int_0^{+\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad [14.1b]$$

dove f è la frequenza naturale (in Hz). Da questa definizione è evidente come il *Cross-Spettro* altro non sia che la *Trasformata di Fourier della Funzione di Cross-Correlazione*. Il *Cross-Spettro* è una funzione complessa e come tale può essere riscritta evidenziandone la *parte reale* $Co_{xy}(f)$ (il *Co-spettro*) e la *parte immaginaria* $Q_{xy}(f)$ (lo *Spettro di Quadratura*):

$$S_{xy}(f) = Co_{xy}(f) - jQ_{xy}(f) \quad [14.1c]$$

Abbiamo visto, poi, che è facilmente dimostrabile la relazione seguente:

$$\overline{xy} = \int_0^{\infty} Co_{xy}(f) \cdot df \quad [14.1d]$$

cioè la covarianza tra i segnali $x(t)$ e $y(t)$ coincide esattamente con l'integrale esteso a tutto l'intervallo delle frequenze (intervallo spettrale) del *Co-spettro* delle variabili considerate e questo è il *legame forte* tra la descrizione della turbolenza nel dominio del tempo e quella nel dominio delle frequenze.

Se si considera invece una sola variabile stocastica $x(t)$, sempre stazionaria, ergodica e a media nulla, dalle relazioni precedenti è immediato giungere alla definizione di *Funzione di Autocorrelazione* $R_{xx}(\tau)$ e di *Densità Spettrale one-sided* qui di seguito riportate:

$$R_{xy}(\tau) = \overline{x(t) \cdot x(t + \tau)} \quad [14.2a]$$

$$S_{xx}(f) = 2 \int_0^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad [14.2b]$$

ed è facile verificare che la varianza di $x(t)$ risulta esattamente pari all'integrale su tutto l'intervallo delle frequenze della densità spettrale, cioè:

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S_{xx}(f) \cdot df \quad [14.2c]$$

Per completezza, si ricorda che la Coerenza Spettrale $\Gamma(f)$ tra due variabili stocastiche stazionarie, ergodiche e a media nulla è data dalla funzione della frequenza:

$$\Gamma(f) = \frac{[C_{xy}(f)]^2 + [Q_{xy}(f)]^2}{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f)} \quad [14.3]$$

e può essere interpretata come un coefficiente di correlazione spettrale alle diverse frequenze.

Da quanto detto, se ipotizziamo che $x(t)$ sia la componente verticale del moto e $y(t)$ una variabile scalare generica (un'altra componente del moto, la temperatura potenziale virtuale, il rapporto di mescolanza del vapor d'acqua o di un altro scalare), allora il flusso turbolento verticale, proporzionale alla covarianza tra le due variabili, può essere stimato o nel dominio del tempo, con il *Metodo Eddy-Covariance* visto al Capitolo precedente, oppure nel dominio delle frequenze stimando la Funzione di Cross-Correlazione $R_{xy}(\tau)$ ed impiegando la (14.1d). Analogamente, la stima della varianza di $x(t)$ la si può ottenere o dal *Metodo Eddy-Covariance* nel dominio del tempo o dalla relazione (14.2c) nel dominio delle frequenze. Perché sia possibile tutto ciò, è necessario disporre di una stima della funzione di *Cross-Correlazione* o di *Autocorrelazione* a partire dalle realizzazioni del processo $x(t)$. Ma che cosa realisticamente possiamo avere a disposizione? Se $x(t)$ è, per esempio, la componente verticale del moto $w(t)$, avremo a disposizione realisticamente una successione ordinata di valori prodotti dall'anemometro ultrasonico triassiale con una frequenza di campionamento f_c , cioè equispaziati nel tempo di $\Delta t = 1/f_c$, a partire da un istante t_0 fino ad un istante $t_0 + T$. La realizzazione del fenomeno stocastico $w(t)$ sarà quindi costituita da una sequenza ordinata di $N = f_c \cdot T$ valori e da essi sarebbe necessario ottenere la *Funzione di Autocorrelazione* e quindi la *Densità Spettrale* il cui integrale su tutte le frequenze positive porterebbe alla stima della varianza di $w(t)$. Analogamente, se oltre a $w(t)$, considerassimo anche il processo stocastico temperatura virtuale $\theta(t)$, dall'anemometro sonico otterremmo tra t_0 e $t_0 + T$ sia la realizzazione discreta w_i che la realizzazione discreta θ_i dove $i = 1, 2, \dots, N$. Da queste due realizzazioni discrete dovremmo stimare la funzione di *Cross-Correlazione* $R_{w\theta}(\tau)$, il relativo *Co-spettro* e con la relazione (14.1d) otterremmo la covarianza tra le due variabili. In sostanza, dovremmo sempre stimare in maniera campionaria le funzioni di Autocorrelazione e di Cross-Correlazione, cosa in pratica non efficiente e che può comportare notevoli incertezze di stima.

Per aggirare efficacemente questo problema pratico, al Capitolo 3 abbiamo visto anche che per ottenere le densità spettrali non è necessario passare attraverso la stima delle funzioni di Auto-Covarianza o di Cross-Covarianza. In effetti (Bendat e Piersol, 1986, pag. 130) se consideriamo le realizzazioni $x_k(t)$ e $y_k(t)$ contemporanee delle due variabili stocastiche $x(t)$ e $y(t)$, entrambe ottenute in una finestra temporale di ampiezza T , possiamo determinare la loro Trasformata di Fourier Finita:

$$X_k(f, T) = \int_0^T x_k(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad [14.4a]$$

$$Y_k(f, T) = \int_0^T y_k(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad [14.4b]$$

e la funzione:

$$S_{xy}(f, T, k) = \frac{2}{T} X_k^*(f, T) \cdot Y_k(f, T) \quad [14.4c]$$

(con l'apice * si è indicata la variabile complessa coniugata) che possiamo interpretare come una densità spettrale relativa alle realizzazioni k ottenute nella finestra temporale T . È possibile dimostrare che, indicato con $E[\cdot]$ l'operatore di valore atteso, il Cross-Spettro delle due variabili stocastiche lo si ottiene come:

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E[S_{xy}(f, T, k)] \quad [14.4d]$$

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[X_k^*(f, T) \cdot Y_k(f, T)] \quad [14.4e]$$

Ovviamente se $y(t) = x(t)$, le relazioni precedenti portano alla stima dello spettro di $x(t)$, cioè a:

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[|X_k(f, T)|^2] \quad [14.4f]$$

Questo metodo per l'individuazione degli spettri e dei cross-spettri evita di dover stimare le funzioni di Auto-Covarianza e di Cross-Covarianza, migliorando notevolmente l'efficienza della stima. Resta comunque un problema logico nella stima degli spettri e dei co-spettri: dovrebbero essere disponibili un numero elevatissimo (idealmente infinito) di realizzazioni dei processi stocastici mentre è la regola che sperimentalmente solo una realizzazione è realmente disponibile.

Qui di seguito, viene presentata la metodologia da adottare per la determinazione della Trasformata di Fourier e dello Spettro di una variabile $x(t)$ campionata alla frequenza f_c in una finestra temporale T , cercando nel contempo di ottenerne il valore atteso. Nell'esposizione utilizzeremo ampiamente quanto presentato in Bendat e Piersol (1986), Stull (1988) e von Storch e Zwiers (1999). Val la pena, infine, suggerire anche il libro di Smith (1999) che, limitando al minimo le complicazioni formali di una materia intrinsecamente complessa, fornisce un'esposizione chiara dell'argomento e presenta anche dell'utile software con cui affrontare i problemi pratici.

14.1.2 TRASFORMATATA DI FOURIER DISCRETA DI UNA VARIABILE

Consideriamo un generico segnale meteorologico u (per esempio, una delle componenti cartesiane del moto) continuo nel tempo, stazionario, ergodico e, per semplicità, a media nulla. Misurando in una finestra temporale di ampiezza T potremo ottenere una realizzazione discreta di questo segnale costituita da una sequenza u_i , $i = 1, 2, \dots, N$ corrispondente agli istanti $t_i = t_0 + i\Delta t$. Ciò significa che il campionamento del segnale è stato condotto con una *frequenza di campionamento* $f_c = 1/\Delta t$ e l'intera *finestra di osservazione* è pari a $T = N\Delta t$. Per semplicità, ipotizziamo che N sia un numero intero pari. Visto che il campionamento del segnale viene realizzato a tempi discreti, per il Teorema del Campionamento (Bendat e Piersol, 1986) si ha che le armoniche con frequenza superiore a:

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad [14.5]$$

vengono di fatto perse (come entità individuali) ed il loro contenuto energetico viene *ripartito* tra le frequenze inferiori portando al fenomeno dell'*aliasing*, di cui si parlerà successivamente. La frequenza f_N (espressa in Hz) prende il nome di *frequenza di Nyquist*. Quindi la *finestra spettrale di lavoro* sarà costituita da tutte le frequenze comprese nell'intervallo $1/T \div 1/(2\Delta t)$.

Consideriamo innanzitutto il problema concreto di individuare una decomposizione del segnale discreto u_n in un insieme di seni e coseni in modo tale che questa decomposizione ricostruisca esattamente la sequenza iniziale. Determiniamo, quindi, la versione finita della serie di Fourier che passa esattamente per tutti gli N punti dati u_n . Essa è data dalla relazione (Bendat e

Piersol, 1986):

$$u_n = u(n\Delta t) = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \sin\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad [14.6a]$$

e si può dimostrare che i coefficienti A_q e B_q risultano pari a:

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n = \bar{u} = 0 \quad [14.6b]$$

$$A_q = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N u_n \cos\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad q = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad [14.6c]$$

$$A_{N/2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_n \cos(n\pi) \quad [14.6d]$$

$$B_q = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N u_n \sin\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad q = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad [14.6e]$$

Questa è l'essenza dell'Analisi di Fourier che si dedica alla decomposizione di un segnale discreto di N elementi in armoniche elementari (seni e coseni), ma non è la reale Trasformata di Fourier, anche se è un suo parente stretto.

Come abbiamo visto, per un segnale continuo $u(t)$ in una finestra temporale T (che per noi è una realizzazione continua di un processo stocastico stazionario, ergodico e a media nulla), la Trasformata di Fourier è formalmente definita come:

$$U(f) = \int_0^T u(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \quad [14.7a]$$

Se, però, questa realizzazione $u(t)$ del processo $U(t)$ viene campionata alla frequenza $f_c = 1/\Delta t$ essa diventerà una sequenza discreta u_i , $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ottenuta agli istanti $t_i = i \cdot \Delta t$. In questo caso la relazione precedente si trasforma nella forma discreta:

$$U(f, T) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} u_n \exp[-j2\pi f n \Delta t] \quad [14.7b]$$

e le frequenze usualmente considerate sono equispaziate tra loro, anch'esse in numero pari ad N e date da:

$$f_k = \frac{k}{T} = \frac{k}{N \cdot \Delta t} \quad [14.7c]$$

Ad ognuna di queste frequenze, le componenti di Fourier U_k relative risultano date dalla relazione seguente:

$$U_k = \frac{U(f_k)}{\Delta t} = \sum_{n=0}^{N-1} u_n \cdot \exp\left[-j \frac{2\pi k n}{N}\right] \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad [14.7d]$$

dove Δt è stato incluso con $U(f_k)$ per avere un fattore di scala unitario prima della sommatoria. Nel seguito si presti molta attenzione a non confondere $U(f_k)$ e U_k . Notiamo che i risultati ottenuti sono numeri complessi e unici solo fino a $k = N/2$ cui corrisponde la frequenza di Nyquist, dato che, come è facile verificare:

$$\exp\left[j \frac{2\pi n(N-k)}{N}\right] = \exp\left[-j \frac{2\pi n k}{N}\right] \quad [14.7e]$$

Questa è la versione discreta della Trasformata di Fourier nota come *DFT* e si applica ad una successione di misure u_n di N elementi. Va subito rilevato che non è indispensabile che la successione considerata sia costituita da numeri reali (cosa che avviene praticamente sempre nelle applicazioni pratiche), ma può essere costituita anche da una successione di numeri complessi e ciò rende tutti i ragionamenti ben più generali. Qui di seguito considereremo per generalità che u_n sia una successione di numeri complessi. Rimandando per i dettagli ai riferimenti citati, si ha che gli N termini della *DFT* sono numeri complessi, con una parte reale Ur_k ed una parte immaginaria Ui_k e non è difficile dimostrare che per $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ essi valgono:

$$Ur_0 = \sum_{n=1}^{N-1} u_n \quad [14.8a]$$

$$Ur_k = \sum_{n=0}^{N-1} u_n \cdot \cos\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \quad [14.8b]$$

$$Ui_0 = 0 \quad [14.8c]$$

$$Ui_k = - \sum_{n=0}^{N-1} u_n \cdot \sin\left(\frac{2\pi nk}{N}\right) \quad [14.8d]$$

Si nota immediatamente la parentela esistente tra le relazioni (14.6) e (14.8). Infatti, è facile mostrare la validità delle relazioni seguenti:

$$U_q = \sum_{n=1}^N u_n \cdot \exp\left[-j \frac{2\pi qn}{N}\right] \quad n = 1, 2, \dots, N/2 - 1 \quad [14.9a]$$

$$U_{N-q} = \sum_{n=1}^N u_n \cdot \exp\left[j \frac{2\pi qn}{N}\right] \quad [14.9b]$$

$$U_0 = \sum_{n=1}^N u_n \quad U_{N/2} = \sum_{n=1}^N u_n \cdot \cos(n\pi) \quad [14.9c]$$

$$\operatorname{Re}[U_q + U_{N-q}] = 2 \sum_{n=1}^N x_n \cos\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad [14.9d]$$

$$\operatorname{Im}[U_{N-q} - U_N] = 2 \sum_{n=1}^N x_n \sin\left(\frac{2\pi qn}{N}\right) \quad [14.9e]$$

$$A_q = \frac{1}{N} \operatorname{Re}[U_q + U_{N-q}] \quad B_q = \frac{1}{N} \operatorname{Im}[U_{N-q} - U_N] \quad [14.9f]$$

$$A_0 = \frac{1}{N} U_0 \quad A_{N/2} = \frac{1}{N} U_{N/2} \quad [14.9g]$$

In alcune di queste relazioni compaiono i simboli $\operatorname{Re}[\cdot]$ e $\operatorname{Im}[\cdot]$ con cui si è indicata rispettivamente la parte reale e la parte immaginaria di un numero complesso.

Naturalmente è possibile ottenere la *DFT* impiegando esattamente le relazioni sopra riportate e ciò comporta un totale di N^2 operazioni reali di somma e di moltiplicazione. Per esempio, se $N = 8$, il numero di operazioni totali è 64, se $N = 20$, il numero totale di operazioni sale a 40, ma se $N = 36000$ il numero totale di operazioni è $1296 \cdot 10^6$. Quindi N (che può essere un numero pari o dispari) è elevato, il costo computazionale nella determinazione della *DFT* può essere molto elevato o addirittura proibitivo. Nell'esempio che segue si presenta una Routine FORTRAN che realizza la *DFT* tratta da Smith (1999) e la sua applicazione ad un semplice caso reale.

Esercizio 14.1

Consideriamo come esempio la sequenza degli 8 valori seguenti che rappresentano i valori dell'umidità specifica q (g/kg) media ogni 15 minuti (Stull, 1988):

(8.0, 9.0, 9.0, 6.0, 10.0, 3.0, 5.0, 6.0)

Impiegando la definizione di DFT, è possibile costruire la Routine Fortran seguente (Smith 1999) che calcola gli 8 coefficienti di Fourier.

```
!
=====
Subroutine DFT (N,xr,xi,ur,ui)
=====
!
Routine per la DFT della sequenza discreta x(i), i =1,...,N di numeri
! complessi aventi parte reale xr e la parte immaginaria xi.
! Input:
!       N = numero di dati della sequenza
!       xr = parte reale della sequenza
!       xi = parte immaginaria della sequenza
! Output:
!       ur = parte reale dei coefficienti della DFT
!       ui = parte immaginaria della sequenza della DFT
!
-----
IMPLICIT NONE
INTEGER          ::      N
INTEGER          ::      i, k
REAL             ::      pg = 3.14159265
REAL, DIMENSION(N) ::      xr, xi
REAL, DIMENSION(N) ::      ur, ui
REAL             ::      ang, SI, SR
-----
!
ur = 0.
ui = 0.
DO k = 0, N-1
    DO i = 0, N-1
        ang = 2.*pg*k*i/N
        SR = COS(ang)
        SI = -SIN(ang)
        ur(k+1) = ur(k+1) + xr(i+1)*SR - xi(i+1)*SI
        ui(k+1) = ui(k+1) + xr(i+1)*SI - xi(i+1)*SR
    EndDO
EndDO
!
END
```

I coefficienti della DFT che si ottengono utilizzando questa routine sono i seguenti:

k		U_k	
0	56.0000000	+	0.0000000 j
1	2.2426429	-	8.2426414 j
2	4.0000029	-	9.530E-07 j
3	-6.2426362	-	0.2426361 j
4	8.0000000	+	5.610E-06 j
5	-6.2426496	+	0.2426548 j
6	3.9999881	+	0.0000000 j
7	2.2426293	+	8.2426491 j

È facile mostrare con le relazioni (14.9) che da questi coefficienti di Fourier si giunge facilmente a determinare i coefficienti presenti nella serie discreta di Fourier che riproduce esattamente il segnale discreto originario. Inoltre, si possono fare alcune osservazioni:

- per poter funzionare, la Routine precedente richiede in input una sequenza di numeri complessi. Se, viceversa si dispone di una sequenza di numeri reali, basta attribuire al vettore xi (la parte immaginaria della sequenza) il valore nullo;
- il coefficiente della DFT per $k = 0$ rappresenta la somma degli elementi che, divisa per il numero degli elementi della sequenza, ne rappresenta la media. Nel nostro caso la sequenza non era a media nulla come si nota immediatamente;
- la frequenza di Nyquist corrisponde a $k = 4$. È facile notare (e dimostrare) che se i coefficienti U_k per $k > N/2$ sono legati ai coefficienti U_{N-k} dalla relazione seguente: $U_{N-k} = U_k^*$ dove U^* è il complesso coniugato di U .

La sequenza u_n in generale è costituita da numeri complessi, con una parte reale ed una immaginaria, e ciò ha permesso di sviluppare la teoria in modo semplice. Tuttavia, è molto più comune nelle applicazioni pratiche aver a che fare con sequenze di numeri reali. Il modo di operare più semplice, ma meno efficiente, è quello di ricordare che un numero reale altro non è che un numero complesso con parte immaginaria nulla e quindi applicare quanto fin qui detto. Un modo più efficiente per operare è però il seguente (Bendat e Piersol, 1986).

Si immagini di dover realizzare la *DFT* di due sequenze x_n e y_n di numeri reali, entrambe lunghe N . Con essi si componga ora una nuova sequenza di numeri complessi ciascuno dei quali risulta dato da:

$$z_n = x_n + jy_n \quad [14.10a]$$

La *DFT* di questa nuova sequenza è pari a:

$$Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [x_n + jy_n] \cdot \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad [14.10b]$$

Ricordando che:

$$\exp \left[j \frac{2\pi n(N-k)}{N} \right] = \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] \quad e \quad \exp[j2\pi n] = 1 \quad [14.10c]$$

si ha che:

$$Z^*(N-k) = \sum_{n=0}^{N-1} [x_n - jy_n] \cdot \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] \quad [14.10d]$$

Quindi:

$$Z(k) + Z^*(N-k) = 2 \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] = 2X(k) \quad [14.10e]$$

$$Z(k) - Z^*(N-k) = 2j \sum_{n=0}^{N-1} y_n \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] = 2jY(k) \quad [14.10f]$$

cioè:

$$X(k) = \frac{Z(k) + Z^*(N-k)}{2} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad [14.10g]$$

$$Y(k) = \frac{Z(k) - Z^*(N-k)}{2j} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad [14.10h]$$

Quindi, con un'unica *DFT* (realizzata per esempio con la Routine dell'Esempio 14.1) è possibile ottenere contemporaneamente le trasformate delle due sequenze di numeri reali. Ciò naturalmente dimezza i tempi di calcolo che, comunque, risultano ancora totalmente inaccettabili per le applicazioni pratiche.

Non si usano praticamente mai le relazioni precedenti per il calcolo pratico della *DFT* di un segnale, vista la loro pesantezza numerica. Si preferiscono, invece, utilizzare tecniche matematiche diverse note collettivamente come *FFT* (*Fast Fourier Transform*) di cui sono disponibili moltissime *Routines*. La descrizione di queste tecniche è piuttosto complessa e non è necessaria in questa sede: per essa si rimanda, per esempio, a Bendat e Piersol (1986) o, se si è coraggiosi, alla puntigliosa esposizione fatta da Proakis e Manolakis (1992). Nell'esempio che segue viene presentata una *Routine FORTRAN* che realizza la *DFT* di un generico segnale u_n , a media nulla e complesso, con un algoritmo di *FFT* tratto da Proakis e Manolakis (1992). Il problema maggiore che si ha impiegando la maggior parte delle routine di *FFT* è che il numero dei campioni u_n non può essere qualsiasi, ma deve essere esattamente una potenza di 2. Vedremo poi come ciò possa essere sfruttato a nostro vantaggio. Per ora immaginiamo che, se disponiamo di N campioni u_n e m è il più grande intero per cui $N \geq 2^m$, considereremo solo i primi 2^m campioni della serie. Dato

che normalmente il segnale da analizzare è un segnale reale, alla *routine* verrà fornita una sequenza di valori complessi la cui parte reale è costituita dal vero segnale e la cui parte immaginaria è nulla. In alternativa, sfruttando i ragionamenti esposti precedentemente, si possono trasformare contemporaneamente due sequenze reali fornendo alla *routine* una sequenza complessa la cui parte reale è la prima sequenza e la cui parte immaginaria è la seconda.

Esercizio 14.2

Riprendiamo in considerazione ancora l'esempio numerico utilizzato all'*Esercizio 14.1*, ma ora impieghiamo per il calcolo dei coefficienti della *DFT* una Routine *FFT*. In particolare, utilizziamo la Routine seguente che è un adattamento di quella proposta da Proakis e Manolakis (1992). Dato che la sequenza è reale, essa costituirà il vettore *xr*, mentre il vettore immaginario *xi* sarà identicamente nullo.

```
!
! =====
! Subroutine FFT(N,xr,xi)
! =====
! Fast Fourier Transform (Radix-2 decimation-in-frequency algorithm)
! Input:
!       N   = numero di dati (deve essere una potenza di 2)
!       xr  = vettore della parte reale dei dati
!       xi  = vettore della parte immaginaria dei dati
! Output:
!       xr  = parte reale della DFT
!       xi  = parte immaginaria della DFT
!
! Questa routine è un adattamento di:
!       J.G. Proakis, D.G. Manolakis: "Digital signal processing"
!       Maxwell MacMillan International Editions (1992), pag. 731
! -----
! INTEGER                ::      N, M, i
! REAL                  ::      xr(N), xi(N)
! REAL, ALLOCATABLE     ::      wr(:), wi(:)
!
! ALLOCATE(wr(N), wi(N))
! -----
! DO i = 1, 20
!     M = i
!     IF(N .EQ. 2**i) EXIT
! EndDO
!
! wn = 6.2831853/FLOAT(N)
!
! DO k=1,N
!     phi = wn*(k-1)
!     wr(k) = cos(phi)
!     wi(k) = sin(phi)
! EndDO
!
! n2 = N
! DO i=1,m
!     n1 = n2
!     n2 = n2/2
!     i1 = 1
!     i2 = N/n1
!
!     DO j=1,n2
!         c = wr(i1)
!         s = wi(i1)
!         i1 = i1 + i2
!
!         DO k=j,N,n1
!             l = k+n2
!             tempr = xr(k)-xr(l)
!             xr(k) = xr(k)+xr(l)
!             tempi = xi(k)-xi(l)
!             xi(k) = xi(k)+xi(l)
!             xr(l) = c*tempr+s*tempi
!             xi(l) = c*tempi-s*tempr
!         
```

```

                                EndDO
i
                                EndDO
i
                                EndDO
!
j = 1
n1 = N-1
DO i=1,n1
    IF(i.LT.j) Then
        temp = xr(j)
        xr(j) = xr(i)
        xr(i) = temp
        temp = xi(j)
        xi(j) = xi(i)
        xi(i) = temp
    Endif
    k = N/2
    DO WHILE(k.LT.j)
        j = j-k
        k = k/2
    EndDO
    j = j+k
EndDO
!
DEALLOCATE(wr,wi)
!
END

```

Per i dettagli teorici su cui si fonda questa Routine si rimanda al riferimento citato. Ciò che è importante è rendersi conto che essa produce esattamente gli stessi risultati ottenuti dalla routine *DFT* utilizzata nell'*Esercizio 14.1*. Infatti, essa produce i risultati seguenti:

k		U_k		
0	56.0000000	+	0.0000000	·j
1	2.2426403	-	8.2426405	·j
2	4.0000000	+	0.0000000	·j
3	-6.2426405	-	0.2426405	·j
4	8.0000000	+	0.0000000	·j
5	-6.2426405	+	0.2426405	·j
6	4.0000000	+	0.0000000	·j
7	2.2426405	+	8.2426400	·j

che coincidono con quelli dell'*Esercizio 14.1* a meno degli errori di arrotondamento. Va però sottolineato che questa Routine *FFT* ha una velocità notevolmente superiore a quella realizzata per la *DFT*.

Quanto fin qui presentato consentirebbe di determinare la *DFT* per un generico segnale u_n ottenuto da un sensore a risposta rapida alla frequenza di campionamento f_c in una finestra temporale T . Tuttavia, anche in questo caso, come nel caso del metodo *EC*, è necessario effettuare alcune operazioni preliminari sulla serie sottoposta a *DFT*. Per prima cosa è conveniente che il valor medio di u_n ($n = 0, 2, N-1$) sia nullo. Inoltre, come evidenziato molto bene in Bendat e Piersol (1986), Stull (1988) e Kaimal e Finnigan (1994), prima di arrivare alla determinazione della *DFT* è necessario realizzare una serie di azioni volte al *condizionamento del segnale originale*. La procedura di condizionamento del segnale prevede i seguenti passi operativi:

1. *despiking*
2. *detrending*
3. *tapering*

L'argomento del *tapering* è piuttosto complesso ed eviteremo di trattarlo in questa sede se non negli aspetti essenziali. Chi fosse interessato può trovare materiale sufficiente in Van Storch e Zweis (1999).

Despiking

Il segnale discreto u_n nella maggioranza dei casi pratici sarà stato ottenuto da un anemometro sonico o da un termometro veloce, come una termocoppia o una termoresistenza sottile. In tutti questi casi, per molte ragioni differenti, è possibile che occasionalmente si siano introdotti nel segnale degli *spikes*, cioè dei picchi di durata brevissima e di ampiezza molto superiore ai valori *naturali* presentati dal segnale. Fra le tante possibili cause di ciò possiamo annoverare i disturbi elettromagnetici indotti nella catena di acquisizione ed anche cause naturali, come l'effetto della pioggia che raggiunge gli emettitori ed i ricevitori di un anemometro sonico. Sta di fatto che è praticamente impossibile avere segnali totalmente privi di *spikes*. È interessante però verificare che cosa comporta la presenza di uno *spike*. Se, per esempio, considerassimo un segnale sempre nullo in cui si è infiltrato un solo *spike* e ne calcolassimo lo spettro con le tecniche che tratteremo nel seguito, invece di uno spettro completamente nullo, come dovrebbe essere lo spettro di un segnale costante nel tempo, troveremmo lo spettro rappresentato nella **Fig.14.1**, in cui la densità spettrale alle varie frequenze risulta costante. Quindi, la presenza di *spikes* nel segnale risulta del tutto equivalente (Stull, 1989) dal punto di vista spettrale alla contaminazione del segnale da parte di un *rumore bianco*. Dato che certamente siamo interessati ad eliminare questi contributi spuri dalla densità spettrale, è conveniente che prima di realizzare la *DFT* di u_n venga applicato una opportuna procedura di *despiking*, del tutto analoga a quella presentata a proposito del metodo di *Eddy-Covariance*.

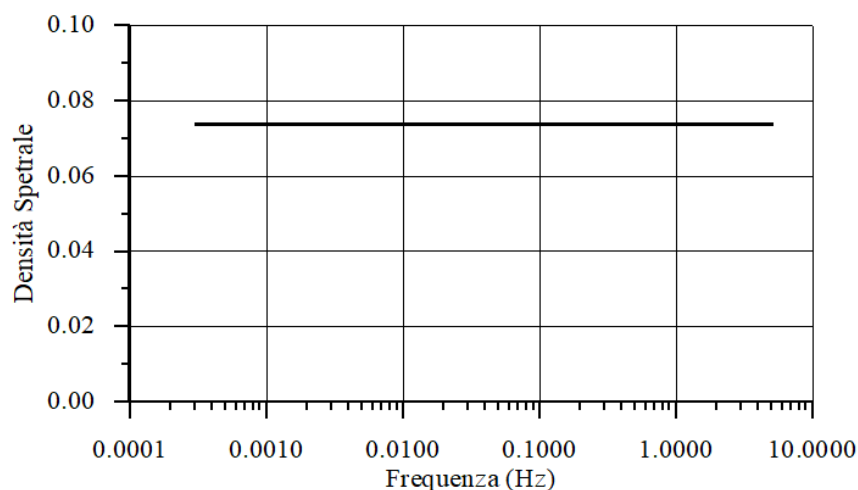


Fig.14.1: spettro di uno spike isolato.

I metodi proposti nell'ambito del Metodo *EC* non solo si incaricavano di individuare gli *spikes* presenti nel segnale, ma anche di sostituirli con valori realistici aventi almeno le stesse caratteristiche statistiche della restante parte della serie. Se nell'applicazione dell'*EC* non era sostanziale la sostituzione degli *spikes* per il calcolo di varianze e covarianze nel dominio del tempo, nella stima dello spettro nella serie storica devono essere presenti obbligatoriamente tutti i dati equispaziati. Quindi gli *spikes* individuati devono essere tutti sostituiti e con le stesse metodologie di *gap-filling* devono essere ricostruiti anche tutti i dati mancanti in modo che l'intera serie sia completa.

Detrending

Come abbiamo già avuto occasione di discutere a proposito del metodo *EC*, è abbastanza normale che nel segnale discreto u_n sia presente un *trend*, cioè un'armonica con frequenza inferiore alla frequenza minima campionata (che è pari a $1/T$). Che effetto ha nello spettro di u la presenza di un *trend*? Per evidenziarlo in maniera chiara, immaginiamo di costruire lo spettro di un segnale che, nel periodo di osservazione T , presenta un andamento perfettamente lineare. Lo spettro atteso

dovrebbe essere nullo visto che nel segnale non è presente alcuna armonica *campionabile*. Viceversa, lo spettro che si ottiene è quello riportato nella **Fig.14.2**. Quello che avrebbe dovuto essere uno spettro nullo a tutte le frequenze è diventato invece uno spettro con una forma abbastanza complessa, che presenta le densità spettrali maggiori nella parte a bassa frequenza della *finestra spettrale* considerata. Dato che questo tipo di spettro ricorda quello di una luce rossa, normalmente si asserisce che l'effetto del trend sullo spettro di un segnale è del tutto equivalente ad introdurre nel segnale stesso un *rumore rosso* (Stull, 1988). Per rendere minima questa contaminazione indesiderata, è opportuno *detrendizzare* il segnale, con le tecniche presentate a tal proposito nell'ambito del metodo EC.

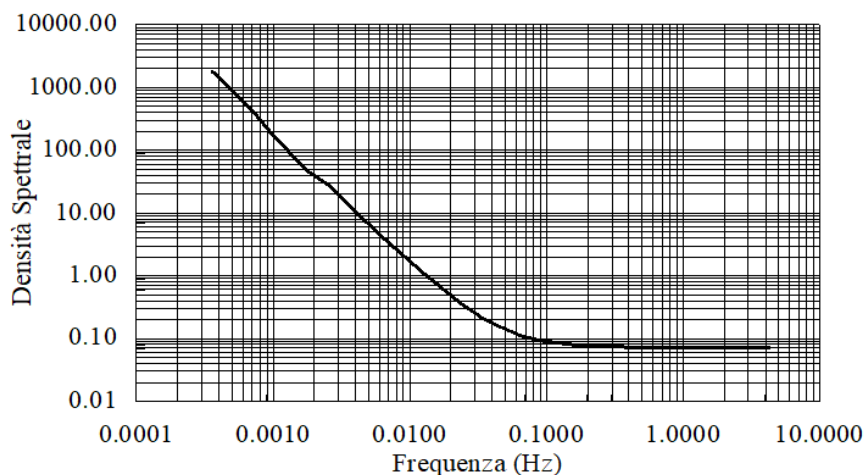


Fig.14.2: spettro di un segnale perfettamente lineare (rumore rosso).

La presenza di un *trend* (lineare o meno) è però molto comune nei segnali micrometeorologici: si pensi infatti alla naturale presenza del *trend* nel segnale di temperatura. Vista le pericolose conseguenze di un *trend* anche se minimo nel segnale, è bene procedere sempre ad un *detrending* del segnale impiegando le tecniche esposte in proposito al Capitolo precedente. In caso contrario la parte a bassa frequenza dello spettro del segnale verrebbe irrimediabilmente contaminata.

Tapering

Finora non lo si è sottolineato a sufficienza, ma l'*ipotesi di base* della DFT è proprio la *completa periodicità del segnale da trasformare*. Se, però, consideriamo per esempio la sequenza discreta di una delle componenti del moto $[u_i]$ prodotta nell'orizzonte temporale che va dall'istante $t=0$ all'istante $t=T$ (es. 3600 s) da un anemometro sonico, tale sequenza non si ripeterà all'infinito. Infatti in generale la sequenza raccolta dal sonico nell'intervallo temporale $-T \div 0$ e la sequenza raccolta nell'orizzonte temporale $T \div 2T$ saranno in genere totalmente diverse da $[u_i]$. È possibile determinare quale sia l'impatto (*leakage*) sullo spettro di u (non periodico) del fatto che impieghiamo la DFT (che viceversa lo ritiene periodico) ed i dettagli di ciò possono essere trovati facilmente in Bendat e Piersol (1986, pag. 394) e in altri testi specializzati.

Nella pratica si è dimostrato che tale fenomeno può essere minimizzato impiegando la tecnica nota come *tapering*, secondo cui, il segnale discreto originario u_n ($n = 1, \dots, N$) viene filtrato da un opportuno *filtro numerico discreto* che gradualmente porta a zero i due estremi della sequenza numerica da trasformare. Ciò dà luogo ad un nuovo segnale discreto U_n che ha le stesse caratteristiche spettrali del segnale originario, ma che risulta praticamente immune dagli effetti del *leakage*. Naturalmente la varianza della sequenza numerica originale sarà superiore alla varianza della sequenza filtrata e di ciò alla fine si dovrà tener conto. A questo punto applicando la DFT al segnale discreto filtrato $[U_n]$ si otterrà una densità spettrale praticamente immune dagli

effetti di *leakage*.

Molti sono i filtri proposti per realizzare nella pratica il *tapering*, ma nell'ambito della Micrometeorologia comunemente si usano solo due di essi: il *filtro di Hanning* ed il *filtro di Hamming* (attenzione alla incredibile somiglianza dei nomi!). Prima di descriverli, per semplicità espositiva ipotizziamo di considerare la sequenza $[u_n]$ di N valori (N è un numero dispari) dove l'indice n vale $n = 0, \dots, N-1$. Dopo l'applicazione del filtro di *tapering* si otterrà il segnale discreto:

$$U_n = w(n) \cdot u_n \quad n = 0, \dots, N-1 \quad [14.11a]$$

dove $w(n)$ è il filtro di *tapering* che si applica al segnale originario nel dominio del tempo. In pratica:

- il *filtro di Hanning* è costituito dalla sequenza discreta che si ottiene dalla relazione seguente:

$$w(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right] \quad n = 0, \dots, N-1 \quad [14.11b]$$

In pratica $w(n)$ presenta il valore minimo nullo per $n = 0$ e per $n = N-1$, mentre presenta il valore massimo unitario per $n = (N-1)/2$. Quindi la sequenza discreta $[U_n]$ ottenuta applicando la relazione di *tapering* (14.11a) presenterà costantemente valori inferiori alla sequenza originaria $[u_n]$, valori tanto inferiori quanto più ci si avvicina agli estremi dell'intervallo temporale e perciò solo quando $n = (N-1)/2$ $U(n) = u(n)$. È quindi chiaro che la varianza di $[U_n]$ è inevitabilmente inferiore alla varianza del segnale originario $[u_n]$. Per compensare questa perdita di varianza, la densità spettrale che si otterrà applicando la *DFT* al segnale $[U_n]$ dovrà essere moltiplicata per un fattore numerico che si dimostra (Bendat e Piersol, 1986) vale $8/3 \approx 2.6667$.

- il *filtro di Hamming* vivamente consigliato in Kaimal e Kristensen (1991) soprattutto quando si considerano sequenze discrete di numerosità limitata, è invece costituito dalla sequenza discreta che si ottiene dalla relazione seguente:

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \quad n = 0, \dots, N-1 \quad [14.11c]$$

In pratica $w(n)$ presenta il valore minimo 0.54 per $n = 0$ e per $n = N-1$, mentre presenta il valore massimo unitario per $n = (N-1)/2$. Quindi anche in questo caso la sequenza discreta $[U_n]$ ottenuta applicando la relazione di *tapering* (14.11a) presenterà costantemente valori inferiori alla sequenza originaria $[u_n]$, valori tanto inferiori quanto più ci si avvicina agli estremi dell'intervallo temporale e perciò solo quando $n = (N-1)/2$ $U(n) = u(n)$. Per compensare la perdita di varianza del segnale filtrato, in questo caso si dimostra che lo spettro ottenuto applicando la *DFT* a $[U_n]$ dovrà essere moltiplicata per un fattore numerico che si dimostra (Kaimal e Finnigan, 1994) vale 2.52.

Si ricordi che in quanto abbiamo presentato si è ipotizzato che N fosse un numero dispari. Tuttavia le routine che implementano la *DFT* richiedono che il numero di elementi della sequenza $[u_n]$ sia un numero pari potenza di 2. Per poter adattare le relazioni che rappresentano i due filtri di *tapering* a questo caso frequentissimo si può procedere in molti modi diversi. Si lascia al lettore il compito di individuarne uno adeguato.

Esercizio 14.3

Ipotizziamo che la sequenza discreta $[u_n]$ sia costituita da N valori, dove N ora è un numero pari. L'obiettivo che ci si prefigge è riscrivere le relazioni (14.11b) e (14.11c) dei filtri di *tapering* di Hanning e Hamming in questo caso. Si ipotizzi, inoltre, che l'indice $n = 0 \div N-1$.

Entrambi i filtri sono simmetrici rispetto al centro della sequenza dove si colloca il valore massimo dell'ampiezza del filtro quando N è un numero dispari. Una possibilità di

adattamento dei due filtri per una sequenza discreta di un numero N pari di elementi è quella di collocare il valore massimo dell'ampiezza del filtro nei due valori centrali. È facile verificare che una possibilità è la seguente:

Filtro di Hanning:

$$w(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{2\pi n}{N-2} \right] \quad \text{per } n = 0, \dots, \frac{N-2}{2}$$

$$w(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{2\pi(n-1)}{N-2} \right] \quad \text{per } n = \frac{N-2+1}{2}, \dots, N-1$$

Filtro di Hamming:

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos \left(\frac{2\pi n}{N-2} \right) \quad \text{per } n = 0, \dots, \frac{N-2}{2}$$

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos \left(\frac{2\pi(n-1)}{N-2} \right) \quad \text{per } n = \frac{N-2+1}{2}, \dots, N-1$$

14.1.3 COSTRUZIONE NUMERICA DELLO SPETTRO

Una volta realizzato il *condizionamento* del segnale u_n , cioè una volta depurato dagli effetti indesiderati derivanti dalla presenza di *spikes* e *trend* e dalla non periodicità intrinseca, è possibile realizzarne la *DFT* impiegando le relazioni (14.7) che forniscono i coefficienti reali e immaginari della *Trasformata di Fourier*. La *DFT* è un operatore matematico che trasforma la sequenza ordinata di N numeri reali u_n in una sequenza ordinata di N numeri complessi $U_k = U_{rk} + j \cdot U_{ik}$ (dove j è l'unità immaginaria) in corrispondenza ad ogni frequenza $f_k = k/(N\Delta t)$, per $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Normalmente, a tale scopo si utilizzerà una delle routine che implementano la *Fast Fourier Transform* come, per esempio, la routine presentata nell'*Esercizio 14.2*.

Una volta ottenuta la *DFT* di u_n , segnale discreto costituito da N campioni dove N è esattamente una potenza di due, si può dimostrare che per il Teorema del Campionamento si avrà un valore di densità spettrale in corrispondenza ad ogni frequenza $f_k = k/(N\Delta t)$, per $k = 1, 2, \dots, N/2$. In pratica se il segnale u_n è stato campionato alla frequenza di 10Hz e sono disponibili $N = 2^{15} = 32768$ campioni, la finestra temporale considerata sarà pari a 3276.8 secondi (circa 55 minuti), mentre lo spettro si estenderà dalla frequenza minima $0.3 \cdot 10^{-3}$ Hz alla frequenza massima di 5Hz. Quindi, per ogni frequenza $f_k = k/(N\Delta t)$ la relativa densità spettrale $S_{UU}(k)$ è data da:

$$S_{UU}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} (U_r(k)^2 + U_i(k)^2) \quad [14.12a]$$

dove $\Delta t = 1/f_c$. Questa relazione vale per $k = 1, 2, \dots, N/2$. Dato che ogni *routine* di *FFT* (e anche di *DFT*) restituisce normalmente i coefficienti U_{rk} e U_{ik} , ma non $U_r(f_k)$ e $U_i(f_k)$, ricordando la (14.7d) si ha che:

$$S_{UU}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} \Delta t^2 (U_{rk}^2 + U_{ik}^2) = \frac{2\Delta t}{N} (U_{rk}^2 + U_{ik}^2) \quad [14.12b]$$

Riassumendo e senza entrare ulteriormente nei dettagli, lo spettro one-sided della sequenza u_n è dato complessivamente dalle relazioni seguenti:

$$S_{UU}(f_k) = \begin{cases} \frac{2\Delta t}{N} [U_{rk}^2 + U_{ik}^2] & k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{\Delta t}{N} [U_{rk}^2 + U_{ik}^2] & k = 0, \frac{N}{2} \end{cases} \quad [14.12c]$$

alle frequenze:

$$f_k = \frac{k}{N\Delta t} \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \quad [14.12d]$$

A questo punto è necessario fare alcune importanti osservazioni. Se si considera il segnale continuo (e infinito) $U(t)$, per esempio quello della componente longitudinale del moto, visto come un processo stazionario ed ergodico, è sicuramente possibile definirne in generale un valor medio ed una varianza σ_{Uv}^2 , oltre alla relativa densità spettrale (*vera*) *one-sided* $S_U(f)$. In questo caso, del tutto teorico, abbiamo visto che vale l'importante relazione seguente che lega tra loro la descrizione del segnale $U(t)$ nel dominio del tempo con l'analoga descrizione nel dominio delle frequenze:

$$\sigma_{Uv}^2 = \int_0^{\infty} S_U(f) \cdot df \quad [14.13a]$$

Si noti come la densità spettrale *vera* si suppone nota per tutte le infinite frequenze positive. Se, invece, catturiamo un campione discreto di $U(t)$ in una finestra temporale T (come abbiamo fatto finora), da questo campione, che indichiamo come $[U_k]$ otterremo ora una varianza (campionaria) σ_{Um}^2 , oltre che una densità spettrale *one-sided* $S_{Um}(f)$ che inevitabilmente è definita in una banda spettrale positiva e ristretta tra la frequenza minima $1/T$ e la frequenza massima $f_N = f_c/2$, dove f_c è la frequenza di campionamento e f_N è la frequenza di Nyquist. Se il segnale discreto $[U_k]$ proviene da un anemometro sonico o da un sistema IRGA, il fenomeno dell'*aliasing* viene praticamente eliminato in origine e la banda spettrale indicata entro cui varia la densità spettrale stimata in modo campionario è effettivamente quella indicata. In questo caso, tra la varianza campionaria (che è inevitabilmente una sottostima di quella reale propria del segnale infinito) e la densità spettrale *one-sided* campionaria di cui abbiamo discusso finora, vale la relazione seguente:

$$\sigma_{Um}^2 = \int_{1/T}^{f_N} S_{Um}(f) \cdot df \quad [14.13b]$$

In particolare, la relazione precedente si riduce alla forma:

$$\sigma_{Um}^2 = \sum_{k=1}^{N/2} S_{Um}(k) = \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} (Ur(k)^2 + Ui(k)^2) \quad [14.13c]$$

che ci consente di calcolare molto semplicemente la varianza di u_n , una volta nota la sua *DFT*. Attenzione, però, che la (14.13c) ci fornisce il valore della varianza del segnale u_n dopo il *tapering*, cioè dopo un filtraggio digitale, e quindi non è sperabile che tale varianza coincida esattamente con la varianza del segnale discreto originario. In particolare, la prima varianza sarà sempre inferiore alla seconda, indicandoci che l'operazione di *tapering* ha prodotto una *perdita di energia del segnale*. Per *ristabilire* la varianza originaria è necessario (Kaimal e Finnigan, 1994 e Bendat e Piersol, 1986) impiegare la relazione seguente

$$S_{uu}(f_k) = \alpha \cdot S_{UU}(f_k) \quad [14.13d]$$

dove con $S_{uu}(f_k)$ si è indicata la stima della densità spettrale non attenuata dal filtro digitale e α è un coefficiente numerico che dipende dal filtro numerico impiegato nel processo di *tapering*. Se si è impiegato il *filtro di Hanning*, α varrà 2.67 (Bendat e Piersol, 1986), mentre se si è impiegato il filtro di *Hamming* α varrà 2.52 (Kaimal e Finnigan, 1994).

Prima di procedere è interessante fare alcune considerazioni sulla forma con cui è espresso lo spettro per una sequenza u_n e la dipendenza che esiste tra spettro e varianza del segnale. Considerando la relazione (14.13c) si vede immediatamente come la varianza complessiva del segnale discreto sia la somma di tanti contributi quante sono le frequenze non superiori alla frequenza di Nyquist. Quindi lo spettro distribuisce la varianza del segnale (e quindi di fatto l'energia del segnale) alle varie armoniche in cui è scomposto che sono tra loro indipendenti. Se ipotizziamo che il segnale sia la sovrapposizione di $N/2$ armoniche ($N/2$ seni ed $N/2$ coseni) ciascuna di esse trasporterà una ben precisa quantità di varianza proporzionale al quadrato

dell'ampiezza di ciascuna armonica. Una trattazione esauriente di ciò la si trova in Von Storch e Zwiers (1999, pag. 265).

Per il momento ci siamo limitati a realizzare la *DFT* di un segnale discreto u_n , che è inevitabilmente una realizzazione discreta di un processo stocastico continuo visto in una finestra temporale T , e ad ottenere sostanzialmente una possibile realizzazione della densità spettrale relativa. Ma la vera densità spettrale del processo stocastico, cui siamo alla fine interessati, è data dalla relazione (14.4f) che prevede che essa sia il valore atteso della densità spettrale relativa a ciascuna realizzazione del processo per giunta mandando all'infinito l'ampiezza della finestra spettrale. Per quest'ultimo aspetto non c'è molto da fare, salvo considerare valori di T sufficientemente lunghi e quindi finestre temporali dell'ordine dei 30 ÷ 60 minuti. Per quanto riguarda il dover considerare il valore atteso della densità spettrale e non direttamente quella ottenuta da una singola realizzazione, si può sfruttare il fatto che la *DFT* viene di norma realizzata con uno degli algoritmi di *FFT* che richiede un campione di dati di cardinalità $M = 2^p$, mentre il numero totale di campioni disponibili in genere è $N > M$. Questa situazione può essere sfruttata a nostro vantaggio in vari modi. Un'interessante metodologia è la seguente:

1. si individui il numero intero p tale che $M = 2^p < N$, che sarà la lunghezza del blocco di dati da utilizzare con la *DFT*. Per esempio, se si considera una frequenza di campionamento di 10 Hz ed un periodo di mediazione di 60 minuti, $N = 36000$ dati teorici. Si immagini di individuare il maggiore intero p tale per cui $2^p < N$, in questo caso $p = 15$ e $M = 32768$;
2. si stabilisca un numero di blocchi n_b che si vuole considerare che dovrà essere sempre inferiore a $N - M$ e si determini l'intero $\Delta n = (N - M)/n_b$. Nel nostro caso esempio, si ipotizzi che il numero di blocchi da considerare sia 100. In questo caso $\Delta n = 32$;
3. si consideri il primo blocco composto dai dati aventi indice $n = 1 \div M$, se ne faccia la *DFT*, si determini la densità spettrale $S_{uu}(k)_1$ e la si memorizzi;
4. si consideri un secondo blocco costituito dai dati aventi indice $n = \Delta n + 1 \div \Delta n + M$, se ne faccia la *DFT* e si determini la densità spettrale $S_{uu}(k)_2$ e la si memorizzi;
5. si considerino i successivi blocchi (*overlapping*) j costituiti dal blocco di dati aventi indice $n = j\Delta n + 1 \div j\Delta n + M$, se ne faccia la *DFT* e si determini la densità spettrale $S_{uu}(k)_j$. Si memorizzi tutto ciò e si proceda finché $j = n_b$. In pratica sono stati creati n_b blocchi che si sovrappongono parzialmente e da ciascuna è stata tratta una densità spettrale. Questi blocchi, se il record campionato è stazionario, mostreranno le medesime caratteristiche statistiche e potranno essere considerati realizzazioni indipendenti del processo stocastico visto nella finestra temporale T ;
6. in generale $n_b \cdot \Delta n < N - M$, quindi gli ultimi $N - M - n_b \cdot \Delta n$ dati non sono stati presi in considerazione. Per utilizzare appieno il record di dati è possibile considerare un ultimo blocco costituito dagli ultimi M dati del record, cioè quelli dalla posizione $N - M$ alla posizione $n = N$. Da questo blocco si ottiene come il solito un'ulteriore stima della densità spettrale.
7. in questo modo sono state ottenute $n_b + 1$ stime spettrali indipendenti $S_{uu}(k)_j$ ($j = 1, 2, \dots, n_b + 1$). La stima definitiva della densità spettrale sarà pari a:

$$S_{uu}(k) = \frac{1}{n_b + 1} \sum_{j=1}^{n_b+1} S_{uu}(k)_j \quad [14.14]$$

definita nella banda spettrale il cui limite inferiore è $f_1 = 1/(M\Delta t)$ ed il cui limite superiore è sempre $f_2 = 1/2\Delta t$, cioè la frequenza di Nyquist, ripartita in intervalli discreti di ampiezza $\Delta f = 1/M\Delta t$.

Questa procedura (e altre simili descritte in Bendat e Piersol (1986)) consentono di stimare la densità spettrale tenendo conto di quanto previsto dalla relazione (14.4f) ed inoltre minimizzano il fenomeno del *leakage*.

Alla fine di questa procedura si è quindi ottenuto lo spettro del segnale discreto u_n , che però si presenta estremamente irregolare, come si può vedere nella **Fig.14.3**. Tale irregolarità può avere varie cause che però possono essere ricondotte al fatto complessivo che l'operazione di *condizionamento del segnale originario* non è in grado di eliminare altri tipi di irregolarità (noti come *rumore blu*) di varia natura strumentale e il fatto che, comunque, stiamo realizzando un numero finito di realizzazioni di un processo stocastico.

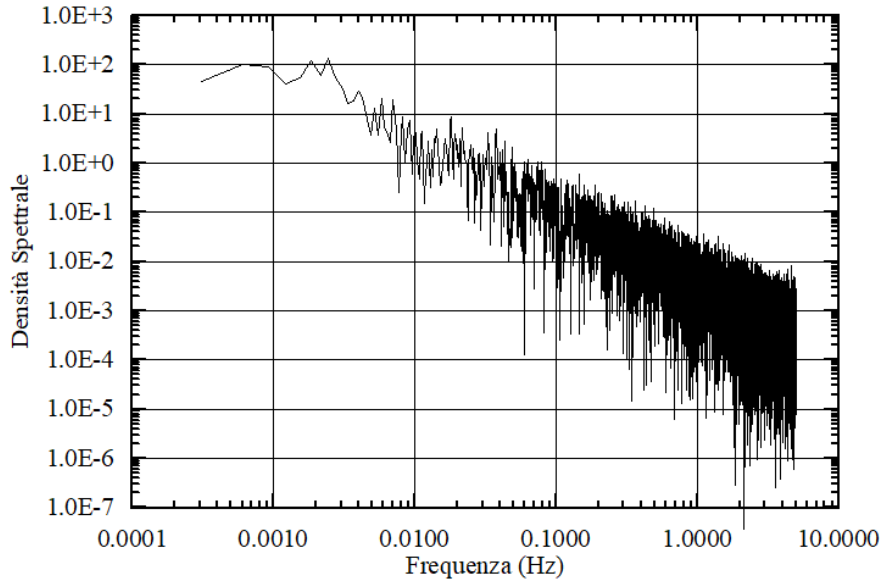


Fig.14.3: spettro grezzo della variabile U .

È quindi consigliabile, prima di impiegare nelle operazioni di stima le densità spettrali così ottenute, effettuarne una regolarizzazione che può essere condotta semplicemente nel modo seguente (Kaimal e Finnigan, 1994):

- si consideri l'intera finestra spettrale caratterizzata dalla frequenza minima f_{min} e dalla frequenza massima f_{max} . Si considerino $m+1$ frequenze definite come:

$$F_k = f_{min} \cdot \exp \left[(k-1) \cdot \frac{\ln(f_{max}) - \ln(f_{min})}{m} \right] \quad \text{per } k = 1, 2, \dots, m+1 \quad [14.15]$$

- si consideri ora l'intervallo di frequenze tra F_k e F_{k+1} . A tale intervallo verrà attribuita la frequenza F_k^* pari alla media delle frequenze che cadono in tale intervallo ed una densità spettrale $S_{uu}^*(k)$ pari al valore medio delle densità spettrali che cadono in tale intervallo spettrale. Quindi, lo spettro originariamente composto da numerosissime densità spettrali, si ridurrà ad uno spettro costituito da m densità spettrali attribuite ad altrettante frequenze. È immediato rendersi conto che abbiamo semplicemente realizzato una *mediazione a blocchi* dello spettro originario che ci ha consentito di passare da uno spettro composto da $N/2$ densità spettrali (dell'ordine di parecchie migliaia) ad uno spettro costituito da m valori (normalmente dell'ordine delle decine) e ciò ha contribuito ad una sua sostanziale regolarizzazione senza comunque indurre una sua apprezzabile distorsione.

Applicando questa procedura di regolarizzazione allo spettro di **Fig. 14.3** otteniamo (con m pari a 30) lo spettro di **Fig.14.4**, decisamente più regolare e comprensibile.

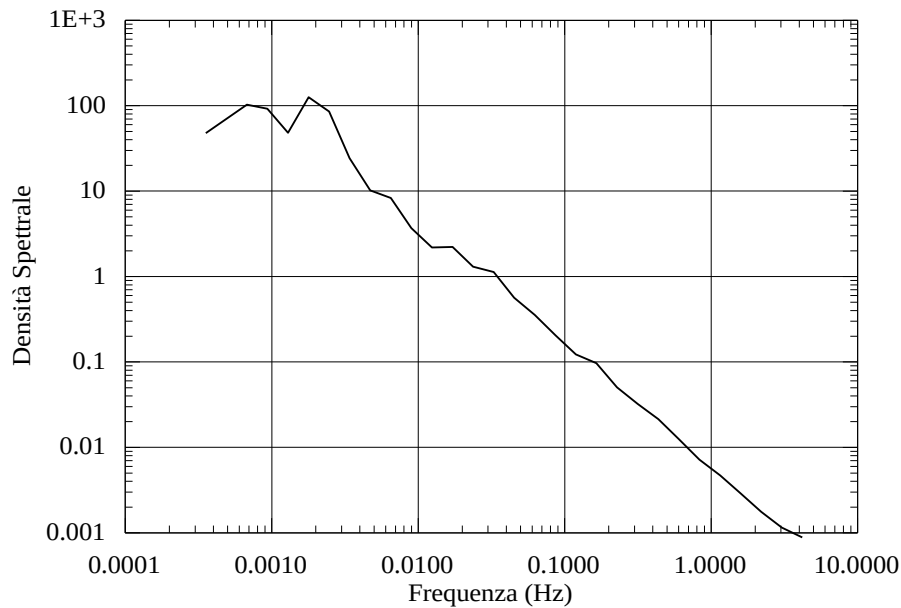


Fig. 14.4: spettro regolarizzato (media a blocchi) della variabile U .

Questa non è l'unica strategia possibile per regolarizzare gli spettri ottenuti con la procedura campionaria e non parametrica qui illustrata. Ulteriori esempi, piuttosto complessi, possono essere studiati in Von Storch e Zwiers (1999) e in Percival e Walden (1993) dove sono descritti nel dettaglio i vari aspetti teorici connessi con le varie metodologie proposte. Una menzione particolare va fatta per la metodologia proposta da Dias (2018) basata sull'impiego dell'ogiva, metodologia che è di semplice implementazione e per i cui dettagli si rimanda al lavoro citato.

Per concludere la discussione della stima campionaria della densità spettrale di una realizzazione discreta di un processo stazionario $u(t)$, ergodico, a media nulla e visto in una finestra temporale T , è necessario stimarne anche l'incertezza intrinseca. Immaginiamo che la densità spettrale vera del processo sia $S_{uu}(f)$ e che la stima ottenuta mediante la procedura illustrata in precedenza, che prevede la mediazione frequenza per frequenza delle stime spettrali ottenute da n_b blocchi di dati, sia $S_{UU}(f)$. Quest'ultima, ad ogni frequenza f sarà affetta da un'incertezza intrinseca (uno *standard error*) $\sigma_{UU}(f)$. Senza entrare nei dettagli (Bendat e Piersol, 1986), si ha che:

$$\frac{\sigma_{UU}(f)}{S_{UU}(f)} = \frac{1}{\sqrt{n_b}} \quad [14.16]$$

Quindi l'incertezza intrinseca della densità spettrale diminuisce con l'aumentare del numero di blocchi utilizzati per la sua stima.

Esercizio 14.4

Realizziamo ora una routine in FORTRAN 90 che, dato un segnale discreto x di dimensione M (potenza di 2) campionato alla frequenza $f_c = 1/dt$, produce la densità spettrale S_p alle $M/2$ frequenze f . Questa routine utilizza la Function VARIANZA dell'Esercizio 12.1 ed impiega la routine FFT (Esempio 14.2) per realizzare la Fast Fourier Transform.

```
!
!
!
! =====
! Subroutine SPETTRO_FOURIER (M, x, dt, Mp, f, Sp)
! =====
! Calcolo della Densita' Spettrale del vettore x di dimensione M potenza
! di 2 con la routine Fortran 90 FFT che implementa la DFT dopo aver sot-
! posto il vettore x ad una procedura di tapering usando il filtro di
! Hamming.
```

```

!
!      INPUT:
!      M = numero di valori del segnale discreto (potenza di 2)
!      x = segnale discreto x
!      dt = incremento temporale tra due valori di segnale (s)
!
!      OUTPUT:
!      Mp = numero di densita' spettrali = M/2
!      f = frequenze dello spettro (Dimensione M/2)
!      Sp = densita' spettrale (Dimensione M/2)
!
!-----
!      IMPLICIT NONE
!
!      INTEGER          ::      M, Mp, i
!      REAL              ::      x_med, Var0, Varx, fat
!      REAL              ::      dt, DF
!      REAL, DIMENSION(M) ::      x
!      REAL, DIMENSION(M/2) ::      f, Sp
!      REAL, DIMENSION(M) ::      xr, xi, W, S
!      REAL, PARAMETER   ::      NoVal = -9999.9
!      REAL              ::      VARIANZA
!
!-----
!
!      Calcolo della varianza originale Varx del segnale x
!      Varx = VARIANZA(M, x, 0.0, NoVal)
!
!      Tapering di Hamming
!      Call HAMMING(M, W)
!
!      Preparazione dei Vettori temporanei per la DFT
!      S = 0.0
!      xr = W * x
!      xi = 0.0
!      f = 0.0
!      Sp = 0.0
!
!      Calcolo della DFT
!      Call FFT(M,xr, xi)
!      xr = xr/(FLOAT(M))
!      xi = xi/(FLOAT(M))
!
!      Calcolo delle frequenze
!      DF = 1./(FLOAT(M)*dt)
!      DO i=1,M/2
!          f(i) = FLOAT(i) * DF
!      End DO
!
!      Calcolo della densita' spettrale del segnale x
!      Var0 = 0.0
!      DO i=2,M/2
!          S(i-1) = 2.*(xr(i)**2 + xi(i)**2)
!          Var0 = var0 + S(i-1)
!      End DO
!      S(M/2) = xr(M/2+1)**2 + xi(M/2+1)**2
!
!      Varianza desunta dalla densita' spettrale
!      var0 = var0 + S(M/2)
!
!      Fattore per compensare la perdita di energia dovuta al tapering
!      fat = Varx/Var0
!
!      Restoring della varianza persa col tapering
!      DO i=1,M/2
!          S(i) = fat*S(i)
!          Sp(i) = S(i)/DF
!      End DO
!      Mp = M/2
!
!      END
!
!
!

```

Come si nota, il tapering viene realizzato usando il filtro di Hamming implementato nella routine seguente.

```

!
!
=====
Subroutine HAMMING(N, W)
=====
!
!   Preparazione del tapering di Hamming.
!
!
IMPLICIT NONE
INTEGER          ::      N, i
REAL             ::      beta, hh
REAL, PARAMETER  ::      alfa = 6.2831853
REAL, DIMENSION(N) ::      W
-----
!
DO i=1,N/2
    beta      = alfa * REAL(N/2-i+1)
    hh        = 0.54+0.46*COS(beta/N)
    W(i)      = hh
    W(N-i+1) = hh
End DO
END
!
!

```

Lo spettro che si ottiene da questa routine è lo *spettro grezzo* simile a quanto presentato nella **Fig. 14.3** che di norma va regolarizzato. A tale scopo si può utilizzare la routine seguente.

```

!
!
=====
Subroutine LOGARITHMIC_SMOOTH(N, F, S, M, FM, SM)
=====
!
!   Spettro mediato in intervalli logaritmicamente equispaziati.
!
!
INPUT:
!       N = numero di componenti della densita' spettrale
!       F = array delle frequenze
!       S = array delle densita' spettrali
!       M = numero di intervalli equispaziati logaritmicamente
!
OUTPUT:
!       FM = frequenze centrate sugli intervalli di mediazione
!       SM = densita' spettrale mediata
!
-----
IMPLICIT NONE
INTEGER          ::      N, M
INTEGER          ::      i, j, k, nm
REAL             ::      F1, F2, FF1, FF2, FF, DF, SS
REAL, DIMENSION(N) ::      F, S
REAL, DIMENSION(M) ::      FM, SM
-----
!
F1 = ALOG(F(1))
DF = (ALOG(F(N)) - F1) / FLOAT(M)
!
k = 1
DO i=1,M
    FF      = F1 + DF/2.
    FM(i)   = EXP(FF)
    F2      = F1 + DF
    FF1     = EXP(F1)
    FF2     = EXP(F2)
    SS      = 0.
    nm      = 0
    DO j = k, N
        IF(F(j) .GE. FF1 .AND. F(j) .LT. FF2) Then
            nm = nm + 1
            SS = SS + S(j)
            k = k+1
        Else
            EXIT
        Endif
    End DO
    IF(nm .GT. 0) Then
        SM(i) = SS/REAL(nm)
    Else
        SM(i) = 0.
    End IF
End IF

```

```

                                F1 = F2
                                End DO
!
                                END

```

14.1.4 COSTRUZIONE DEI CO-SPETTRI DI DUE VARIABILI METEOROLOGICHE

Consideriamo due variabili meteorologiche, per esempio la componente verticale del vento w e la temperatura potenziale virtuale θ . Anche in questo caso non saranno disponibili i *segnali continui* delle due variabili, ma avremo a disposizione solo i valori (w_i, θ_i) ottenuti ad istanti temporali discreti $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ separati da Δt (periodo di campionamento = $1/\text{frequenza di campionamento}$) entro il periodo di mediazione $T = N\Delta t$.

Per tutti i dettagli teorici sui co-spettri di variabili stocastiche continue si rimanda al Capitolo 3 e 4. Qui ci interessa la loro stima campionaria e non parametrica a partire da sequenze discrete, finite e contemporanee di variabili e per questo ci riferiremo a Bendat e Piersol (1986) e Stull (1989).

La procedura per ottenerli inizia con la determinazione della *DFT* $W(i)$ e $\Theta(i)$ dei due singoli segnali discreti w_n e θ_n , generando in corrispondenza ad una generica frequenza $f_i = i/N\Delta t$ i coefficienti relativi, costituiti dai numeri complessi:

$$\begin{aligned} W(i) &= Wr_i + j \cdot Wi_i \\ \Theta(i) &= \Theta r_i + j \cdot \Theta i_i \end{aligned} \quad [14.17a]$$

A questo punto è possibile definire il *cross-spettro one-sided* nel modo seguente:

$$S_{w\theta}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} [W^*(f_k)\Theta(f_k)] \quad \text{per } k = 1, 2, \dots, N/2 \quad [14.17b]$$

dove con l'apice (*) si è indicato il valore complesso coniugato. Come si nota i valori del *cross-spettro* sono numeri complessi.

Mentre il *cross-spettro* ha prevalentemente un interesse teorico, il *co-spettro* è d'interesse pratico, dato che il suo integrale nel dominio delle frequenze è pari alla covarianza tra le due variabili considerate. Sulla base della sua definizione, il co-spettro $Co_{w\theta}(f_k)$ risulta legato ai coefficienti di Fourier dalla relazione:

$$Co_{w\theta}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} (Wr(f_k) \cdot \Theta r(f_k) + Wi(f_k) \cdot \Theta i(f_k)) \quad [14.17c]$$

Ovviamente la *DFT* dei due segnali discreti deve essere realizzata seguendo le indicazioni date in precedenza ed anche in questo caso, vista l'irregolarità mostrata in generale dai co-spettri ottenuti, dovrà essere impiegata la tecnica di regolarizzazione introdotta al punto precedente per gli spettri.

Come detto, l'importanza del *co-spettro* campionario in Micrometeorologia risiede nel fatto che esso è *imparentato* con la covarianza campionaria $\overline{w'\theta'}$ dalla relazione:

$$\overline{w'\theta'} = \frac{2}{N\Delta t} \sum_{k=1}^{N/2} (Wr(f_k) \cdot \Theta r(f_k) + Wi(f_k) \cdot \Theta i(f_k)) \quad [14.17d]$$

Sono poi definibili anche le entità spettrali seguenti, decisamente meno importanti in Micrometeorologia:

- lo *spettro di quadratura*, dato da:

$$Q_{w\theta}(f_k) = \frac{2}{N\Delta t} (Wi(f_k) \cdot \Theta r(f_k) - Wr(f_k) \cdot \Theta i(f_k)) \quad [14.17e]$$

- lo *spettro di coerenza*, dato da:

$$Coh(f_k) = \frac{Q_{w\theta}^2(f_k) + Co_{w\theta}^2(f_k)}{S_{ww}(f_k) \cdot S_{\theta\theta}(f_k)} \quad [14.17f]$$

Esercizio 14.5

Per concludere, realizziamo ora una routine FORTRAN 90 che, dati due segnali discreti x e y di dimensione M (potenza di 2) campionati alla frequenza $f_c = 1/dt$, produce il loro co-spettro, lo spettro di quadratura e lo spettro di coerenza alle $M/2$ frequenze f . Questa routine utilizza la Function MEDIA, VARIANZA e COVARIANZA proposte nell'Esercizio 12.1 ed impiega la routine FFT (Esempio 14.2) per realizzare la Fast Fourier Transform.

```
!
!
! =====
Subroutine CROSS_SPETTRA(M, x, y, dt, Mc, f, Cosp, Quad, Cohe)
! =====
!
! La routine calcola per due segnali discreti x e y, il loro co-spettro
! lo spettro di quadratura e lo spettro di coerenza, impiegando la DFT.
!
! INPUT:
!     M = numero elementi dei due segnali discreti (potenza di 2)
!     x = primo segnale discreto a media nulla
!     y = secondo segnale discreto a media nulla
!     dt = intervallo temporale (s) tra due valori consecutivi di
!         un segnale
!
! OUTPUT:
!     Mc = numero di elementi del cospettro
!     f  = frequenza
!     Cosp = Cospettro dei due segnali
!     Quad = spettro di Quadratura
!     Cohe = spettro di Coerenza
!
! -----
IMPLICIT NONE
!
INTEGER                ::      M, Mc, i
REAL                   ::      dt, DF, fat
REAL                   ::      Var0x, Varx, Var0y, Vary, Cov0_xy
REAL                   ::      Cov_xy, Num, Den
REAL                   ::      xm, ym
REAL, PARAMETER       ::      NoVal = -9999.9
REAL, DIMENSION(M)    ::      x, y, W
REAL, DIMENSION(M)    ::      f, Cosp, Quad, Cohe
REAL, ALLOCATABLE     ::      xr(:), xi(:), yr(:), yi(:)
REAL                   ::      MEDIA, COVARIANZA
! -----
!
ALLOCATE(xr(M), xi(M), yr(M), yi(M))
!
xm      = MEDIA(M, x, NoVal)
ym      = MEDIA(M, y, NoVal)
Cov0_xy = COVARIANZA(M, x, y, xm, ym, NoVal)
!
f       = 0.0
Cosp    = 0.0
Quad    = 0.0
Cohe    = 0.0
!
! Vettori temporanei per la DFT
W       = 1.0
xr      = W * x
xi      = 0.0
yr      = W * y
yi      = 0.0
!
! Calcolo delle frequenze
DF      = 1./(FLOAT(M)*dt)
DO i=1,M
    f(i) = FLOAT(i) * DF
EndDO
```

```

!
!      Calcolo delle due DFT
      Call FFT(M, xr, xi)
      Call FFT(M, yr, yi)
      xr = xr / (FLOAT(M))
      xi = xi / (FLOAT(M))
      yr = yr / (FLOAT(M))
      yi = yi / (FLOAT(M))

!
!      Calcolo del Co-Spettro, dello spettro di quadratura e della coerenza
      Cov_xy = 0.0
      DO i=2,M/2
          Cosp(i-1) = 2.*(xr(i)*yr(i) + xi(i)*yi(i))
          Quad(i-1) = 2.*(xi(i)*yr(i) - xr(i)*yi(i))
          Cov_xy = Cov_xy + Cosp(i-1)
      End DO
      Cosp(M/2) = (xr(M/2 + 1)*yr(M/2 + 1) + xi(M/2 + 1)*yi(M/2 + 1))
      Quad(M/2) = (xi(M/2 + 1)*yr(M/2 + 1) - xr(M/2 + 1)*yi(M/2 + 1))
      Cov_xy = Cov_xy + Cosp(M/2)

!
!      Restoring della covarianza persa
      fat = Cov0_xy/Cov_xy
      Cosp = Cosp * fat / DF
      Quad = Quad / DF

!
!      Calcolo dello spettro di Coerenza
      DO i = 1, M/2
          Num = (xr(i)*yr(i))**2 + (xi(i)*yi(i))**2 + &
                (xi(i)*yr(i))**2 + (xr(i)*yi(i))**2
          Den = (xr(i)**2 + xi(i)**2) * (yr(i)**2 + yi(i)**2)
          Cohe(i) = Num / Den
      End DO

!
      Mc = M/2

!
      DEALLOCATE(xr, xi, yr, yi)

!
      END

!
Naturalmente il co-spettro ottenuto è irregolare e può essere regolarizzato impiegando allo
scopo la routine LOGARITHMIC_SMOOTH.

```

14.2 ANALISI SPETTRALE PARAMETRICA

La tecnica di costruzione degli spettri mediante la *DFT* non è l'unica tecnica possibile e nemmeno la migliore. Essa viene normalmente indicata col termine *stima non parametrica*, indicando con ciò il fatto che tale tecnica non impiega alcuna informazione *a priori* sulla forma funzionale dello spettro. La cosa, a rigore, non è completamente vera ed una breve discussione sull'argomento la si può trovare in Press e al. (1992). Esistono però altre tecniche che vanno sotto il nome di *tecniche di stima parametrica spettrale*, che vengono ampiamente utilizzate in molte aree della Fisica, ma ancora troppo raramente in Micrometeorologia. È oltre lo scopo di questo libro presentare i dettagli di queste tecniche. Rimandiamo gli interessati a Percival e Walden (1993), a Candy (1988) e a Von Storch e Zwiers (1999) e ai lavori di van Dijk (1999) e di Broersen (1998, 2002, 2003). Qui di seguito presentiamo una breve introduzione ad uno di questi metodi, noto come *Metodo della Massima Entropia* MESA (*Maximum Entropy Spectral Analysis*) limitando l'attenzione alla sola determinazione campionaria della densità spettrale, visto che la sua estensione ai co-spettri è notevolmente complessa e raramente utilizzata in ambito micrometeorologico.

Mentre nel metodo classico l'ipotesi di base era che il segnale studiato poteva essere considerato come la sovrapposizione di un numero infinito di funzioni trigonometriche di varia ampiezza, per il metodo MESA il segnale è proprio come lo abbiamo introdotto, cioè la realizzazione discreta nel tempo di un processo stocastico.

Consideriamo dunque un segnale discreto $\{u_i; i = 1, 2, \dots\}$ a media nulla e privo di *trend* (per esempio l'evoluzione nel tempo della temperatura dell'aria privata del valor medio e di un *trend* eventualmente presente). A priori non è facile dire molto di un tale segnale; tuttavia, sfruttando la classificazione proposta da Box e Jenkins (1976), possiamo ipotizzare, confortati dall'evidenza sperimentale, che esso possa essere rappresentato come:

$$u_i = b_{1,p}u_{i-1} + b_{2,p}u_{i-2} + \dots + b_{p,p}u_{i-p} + \varepsilon_i \quad [14.18]$$

Un processo stocastico di questo tipo prende il nome di Processo Autoregressivo di ordine p o, più brevemente $AR(p)$, e richiede che il valore u_i , assunto dalla variabile all'istante temporale t_i , dipenda:

- dalla combinazione lineare dei valori assunti dalla stessa variabile nei p istanti precedenti, pesati da opportuni coefficienti $b_{i,p}$;
- e dalla realizzazione di un processo stocastico Gaussiano ε a media nulla e varianza σ_p^2 (rumore bianco o *White Noise Process*).

Il processo stocastico è stazionario e quindi il suo valor medio (che considereremo nullo per congruenza con l'ipotesi di Reynolds) μ_u e la sua varianza σ_u^2 saranno inevitabilmente costanti in ogni intervallo di tempo. Ciò, in prima approssimazione, lo possiamo considerare vero anche per la realizzazione del processo che si sta considerando.

Questo *modello stocastico* si presta molto bene a rappresentare le variabili micrometeorologiche e da esso è nato un celebre modello per la dispersione di sostanze passive (inquinanti) in aria estremamente realistico, il Modello Lagrangiano a Particelle che studieremo nel dettaglio al Capitolo 23. Inoltre, è stato dimostrato che ogni processo stazionario ed ergodico può essere approssimato da un processo $AR(p)$ con una precisione arbitraria a patto che l'ordine p del processo sia arbitrariamente grande (Van Storch e Zweiers 1999) e ciò fa della famiglia dei processi auto regressivi uno strumento potente e rigoroso per lo studio dei processi stocastici incontrati in Micrometeorologia. Comunque, la cosa più importante è che le proprietà di un processo $AR(p)$ sono state ampiamente studiate e note e qui di seguito ne riassumiamo l'essenziale finalizzato all'ottenimento della densità spettrale di u a partire da una sua realizzazione ottenuta in una finestra temporale di durata T .

Il primo obiettivo che ci si pone è quello di individuare i p coefficienti $b_{i,p}$ che definiscono il processo $AR(p)$ e per fare ciò è inevitabile impiegare il concetto di Autocorrelazione presentata dalla serie. Data una sequenza discreta u_n ($n = 1, 2, \dots, N$), se N è sufficientemente elevato la funzione di Autocorrelazione a lag k può essere stimata in maniera campionaria dalla relazione:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^N [(u_i - \bar{u}) \cdot (u_{i+k} - \bar{u})]}{\sum_{i=1}^N [(u_i - \bar{u})^2]} \quad [14.19a]$$

Nel nostro caso il valor medio è stato considerato nullo. Come è naturale nella maggior parte dei processi stocastici naturali, la funzione di autocorrelazione presenta una decisa diminuzione con l'aumentare del lag k evidenziando con ciò il fatto che il processo stocastico al tempo t ha una memoria del suo stato agli istanti precedenti $t - \Delta t$ inversamente proporzionale a $t - \Delta t$. In sostanza la memoria del passato è limitata, ma quella del futuro è inevitabilmente assente. Rimandando ai citati riferimenti per i dettagli analitici, non è difficile ottenere un sistema di equazioni lineari in cui compaiono contemporaneamente sia le funzioni di autocorrelazione fino al lag p sia i coefficienti $b_{i,p}$ e queste equazioni, note come equazioni di Yule-Walker sono così espresse:

$$\begin{aligned} r_1 &= b_{1,p} + b_{2,p}r_1 + b_{3,p}r_2 + \dots + b_{p,p}r_{p-1} \\ r_2 &= b_{1,p}r_1 + b_{2,p} + b_{3,p}r_1 + \dots + b_{p,p}r_{p-2} \\ r_3 &= b_{1,p}r_2 + b_{2,p}r_1 + b_{3,p}r + \dots + b_{p,p}r_{p-3} \\ &\dots \quad \dots \quad \dots \\ r_p &= b_{1,p}r_{p-1} + b_{2,p}r_{p-2} + b_{3,p}r_{p-3} + \dots + b_{p,p} \end{aligned} \quad [14.19b]$$

Questo sistema presenta una matrice dei coefficienti un po' particolare e se la si guarda bene essa è una matrice di Toeplitz che possiede proprietà particolari (Press e al., 1992). In sostanza, avendo stimato in maniera campionaria le funzioni di autocorrelazione fino al *lag* p e risolvendo il sistema di equazioni lineari precedenti, si ottiene l'insieme dei coefficienti $b_{i,p}$ del processo $AR(p)$. In realtà questa metodologia è risultata piuttosto debole, soprattutto a causa della stima campionaria delle funzioni di autocorrelazioni, e per questo sono stati proposti metodi alternativi più robusti ed efficienti che, però, hanno tutti in comune il fatto di basarsi su considerazioni teoriche piuttosto complesse. A titolo di esempio, nell'*Esercizio 14.6* viene presentata una *routine* Fortran che implementa il metodo di Burg per cui si rimanda a Percival e Walden (1993). Essa è una riscrittura di quanto proposto da Press e al. (1992).

Esercizio14.6

Qui si riporta con pochi adattamenti una routine sviluppata da Press e al. (1992) che, a partire da una sequenza discreta di N misure (*data*), determina il vettore dei coefficienti di un processo $AR(m)$ e la varianza *xms* del rumore stocastico associato

```
!
! =====
SUBROUTINE MEMCOF(data, n, m, xms, d)
! =====
! La routine determina dal vettore data(N) il vettore d degli m
! coefficienti del processo stocastico AR(m) e la variata xms.
!
! Da: Press e al. (1992)
! -----
! IMPLICIT NONE
!
! INTEGER :: m, N, MMAX, NMAX
! INTEGER :: i, j, k
! REAL :: xms, d(m), data(N)
! REAL :: MMAX=100, NMAX=40000
! REAL :: denom,p, pneum, wk1(NMAX), wk2(NMAX), wkm(MMAX)
! -----
! IF (m .GT. MMAX. OR. N .GT. NMAX) Then
!     WRITE(*,*) 'workspace too small in memcof'
!     RETURN
! End IF
!
! P = 0.
! DO j = 1, N
!     p = p + data(j)**2
! EndDO
! xms = p/N
! wk1(1) = data(1)
! wk2(n-1) = data(n)
!
! DO j = 2, n-1
!     wk1(j) = data(j)
!     wk2(j-1) = data(j)
! EndDO
!
! DO k=, m
!     pneum = 0.
!     denom = 0.
!
!     DO j = 1, N-k
!         pneum = pneum + wk1(j)*wk2(j)
!         denom = denom + wk1(j)**2+wk2(j)**2
!     EndDO
!     d(k) = 2.*pneum/denom
!     xms = xms*(1.-d(k)**2)
!
!     DO i=1, k-1
!         d(i) = wkm(i) - d(k)*wkm(k-i)
!     EndDO
!
!     IF(k.eq.m) RETURN
!
! !
```

```

DO i=1,k
    wkm(i) = d(i)
EndDO
DO j = 1,N-k-1
    wk1(j) = wk1(j) - wkm(k)*wk2(j)
    wk2(j) = wk2(j+1)-wkm(k)*wk1(j+1)
EndDO
EndDO
WRITE(*,*) 'never get here in memcof'

END

```

C'è poi un altro risultato interessante nella teoria dei processi $AR(p)$ ed è la relazione che lega tra loro la varianza del processo σ_u^2 , la varianza del rumore stocastico σ_ε^2 ed i coefficienti $b_{i,p}$. Essa risulta così espressa:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \left(1 - \sum_{k=1}^p b_{k,p} r_k\right) \cdot \sigma_u^2 \quad [14.19c]$$

Ma il risultato di straordinaria importanza che emerge dalla teoria dei processi $AR(p)$ è che lo spettro che caratterizza il processo stocastico considerato è determinabile analiticamente e presenta la forma seguente:

$$S_{uu}(f) = \frac{a}{\left|1 - \sum_{k=1}^p b_{i,p} \exp(-j2\pi f k \Delta t)\right|^2} \quad [14.19d]$$

In pratica, la stima dello spettro di u si riduce alla determinazione dei p coefficienti $b_{i,p}$ e del coefficiente a . Rimandando per i dettagli ai riferimenti citati, il coefficiente a risulta pari alla variabile xms calcolata dalla routine FORTRAN contenuta nell'*Esercizio 14.6*, in pratica a σ_ε^2 . Nei citati riferimenti sono presentati tutti i dettagli analitici che giustificano la (14.19d) ed i metodi più adatti all'identificazione dei $p+1$ coefficienti presenti in tale relazione. Questa è l'essenza del Metodo della Massima Entropia (MESA) con cui si stima in maniera parametrica lo spettro di una variabile stocastica.

Il primo problema pratico che si incontra nell'applicare il metodo *MESA* sta nell'identificare il valore di p , cioè il *grado* del processo autoregressivo. Anche se nei riferimenti citati viene trattato il problema, non esiste finora un metodo univoco per fare una tale scelta. Uno dei metodi proposti considera l'indice $BIC(p)$ (*Bayesian Information Criterion*) definito come (Wilks, 2011):

$$BIC(p) = N \cdot \ln \left[\frac{N}{N-p-1} \sigma_\varepsilon^2(p) \right] + (p+1) \cdot \ln N \quad [14.19e]$$

Come si vede dalla sua definizione, l'indice $BIC(p)$ dipende dalla varianza del rumore stocastico ε e quindi dall'ordine p del processo. Quindi al variare di p varierà σ_ε^2 e di conseguenza $BIC(p)$. Perciò si sceglierà il valore di p che minimizza $BIC(p)$. Per comprendere meglio come stimare in pratica l'indice $BIC(p)$ conviene leggere attentamente il paragrafo 8.3.4 di Wilks (2011) dove è sviluppato completamente un esempio di individuazione ottimale del grado p del Processo Autoregressivo. Tuttavia, quando si opera nel campo della Micrometeorologia un valore di p dell'ordine delle decine è più che sufficiente per *catturare* l'essenza del fenomeno.

In pratica il metodo *MESA*, come prima cosa, richiede la stima, sulla base della serie storica da analizzare, dei $p+1$ coefficienti presenti nella (14.19d), quindi, per ogni frequenza compresa nell'intervallo $f_{\min} \div f_{\max}/2$, la (14.19d) fornisce la relativa densità spettrale. Si può quindi stimare la densità spettrale solo alle frequenze desiderate, evitando le $N/2$ stime obbligatorie richieste dalla *FFT*. Nella **Fig.14.5** viene presentato lo spettro della componente u del vento ottenuta:

- con la *FFT* senza regolarizzazione (riga irregolare grigia)
- con la *FFT* con regolarizzazione (riga tratteggiata)
- col metodo *MESA* (riga continua)

da cui si nota immediatamente come il metodo *MESA* produca *naturalmente* uno spettro regolare, cosa molto utile alle alte frequenze dove si va a sovrapporre al metodo *FFT* regolarizzato, ma altrettanto utile alle basse frequenze dove la *FFT* regolarizzata permane irregolare.

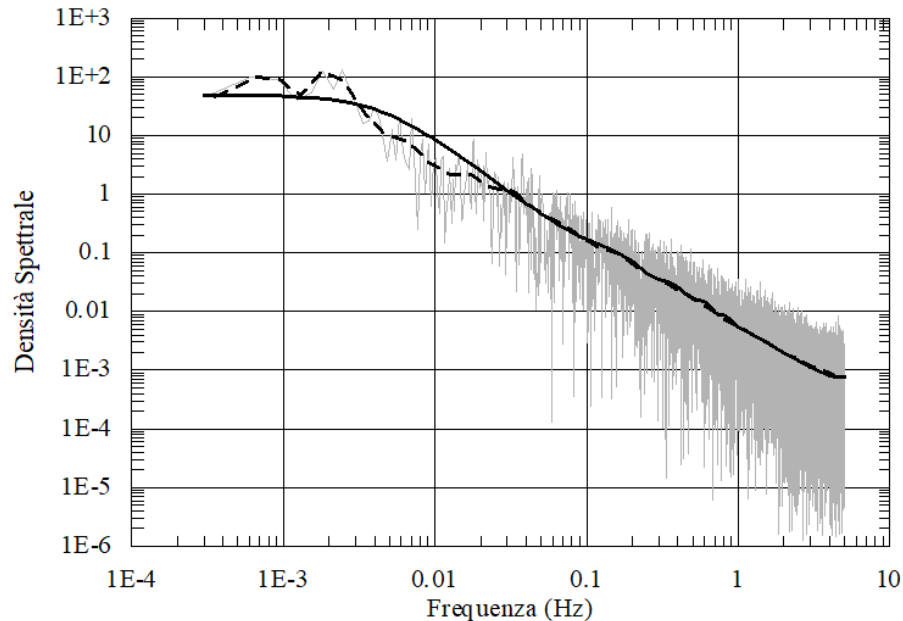


Fig.14.5: confronto tra lo spettro ottenuto con la *FFT*, lo spettro ottenuto dalla *FFT* con regolarizzazione e lo spettro ottenuto col metodo *MESA*.

Viste le ottime caratteristiche del metodo *MESA*, varrebbe la pena usarlo più frequentemente. Un problema, però, è la disponibilità di programmi di calcolo adeguati. A tal proposito, nell'*Esempio 14.7* è presentata una *routine FORTRAN* (in parte tratta da Press e al., 1992) che realizza la stima spettrale *MESA* per un generico segnale discreto U_i , a media nulla e privo di *spikes* e di *trend*.

Esercizio 14.7

Lo spettro *MESA* di un segnale discreto ad una data serie di frequenze si ottiene con la routine Fortran che usa la routine *MEMCOF* dell'*Esercizio 14.6* ed una routine tratta da Press e al. (1992).

```
!
!
!
! =====
Subroutine SPE_MESA(dt,Ndata,x,mpoli,Nf,F,Sx)
! =====
!
! Stima dello spettro col Metodo di Massima Entropia.
!
! Da: Press e al. (1992)
!
! Input:
!      dt   = intervallo di tempo tra due misure consecutive (sec)
!      Ndata = numero di dati della serie di misure
!      x     = vettore delle misure
!      Mpoli = ordine del processo AR(Mpoli)
!      Nf    = numero delle frequenze per cui si vuole lo spettro
!      F     = vettore delle frequenze
!
! Output:
!      Sx    = vettore delle densità spettrali
!
! -----
```

```

REAL      ::      x(Ndata)
REAL      ::      F(Nf), Sx(Nf)
REAL      ::      dxx(mpoli)
!
! -----
! Calcolo dei coefficienti del processo AR(Mpoli) e della varianza
! del rumore stocastico
Call MEMCOF(x,Ndata,mpoli,xmsx,dxx)
!
! Calcolo delle densità spettrali
DO i=1,Nf
      fdt = F(i)*dt
      Sx(i) = 2.*dt*EVLMEM(fdt,dxx,mpoli,xmsx)
EndDO
!
END
!
! =====
FUNCTION EVLMEM(fdt,d,m,xms)
! =====
INTEGER      :: m, i
REAL          :: evlmem, fdt, xms, d(m)
REAL          :: sumi, sumr
DOUBLE PRECISION theta,wi,wpi,wpr,wr,wtemp
! -----
Theta = 6.28318530717959d0*fdt
!
wpr = cos(theta)
wpi = sin(theta)
wr = 1.d0
wi = 0.d0
sumr = 1.
sumi = 0.
!
DO i=1,m
      wtemp = wr
      wr = wr*wpr-wi*wpi
      wi = wi*wpr+wtemp*wpi
      sumr = sumr-d(i)*sngl(wr)
      sumi = sumi-d(i)*sngl(wi)
EndDO
!
EVLMEM = xms/(sumr**2+sumi**2)
!
END

```

Come si vede, abbiamo presentato la teoria relativa alla stima parametrica della densità spettrale, ma nulla abbiamo detto per quanto concerne i co-spettri. In effetti la Teoria relativa è decisamente complessa e ne tralasciamo la trattazione.

14.3 SPETTRI E COSPETTRI MULTIRESOLUTION

Ogni variabile meteorologica o micrometeorologica misurata nei pressi del suolo è il risultato di una serie di variazioni più o meno rapide che il segnale acquisisce durante l'evoluzione del *PBL*. In esso troveremo variazioni lente, legate ai moti a mesoscala, sovrapposte a variazioni rapide o molto rapide legate ai fenomeni ondosi, ai fenomeni submeso ed alla turbolenza. Come abbiamo visto, è di estremo interesse l'essere in grado di separare queste variazioni a differenti scale e di attribuire a ciascuna di esse l'importanza relativa o, che è lo stesso, l'energia associata. Nello sviluppo teorico della turbolenza si è fatto ampio uso della decomposizione di un segnale in armoniche monocromatiche elementari secondo la Teoria di Fourier e ciò ha consentito di ottenere in pratica spettri e co-spettri. Di fatto, secondo la Teoria di Fourier un generico segnale meteorologico $x(t)$ osservato in una finestra temporale T può essere decomposto nella serie:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \exp \left[j \frac{2\pi kt}{T} \right] \quad [14.20a]$$

ed i coefficienti a_k presenti in essa possono essere ottenuti dalla relazione:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp \left[-j \frac{2\pi kt}{T} \right] \cdot dt \quad [14.20b]$$

L'aspetto più interessante legato alla Teoria di Fourier è il fatto che il segnale, qualunque esso sia, viene ricostruito sovrapponendo una sull'altra funzioni periodiche di durata infinita, anche se nel segnale sono presenti brusche variazioni e *spikes*. Questo aspetto, anche se interessante, nella pratica può risultare molto limitante, soprattutto nell'analisi delle variabili turbolente che tutto sono fuorché periodiche e oscillanti con regolarità. Tutto ciò ha motivato la ricerca di metodi diversi di rappresentazione dei segnali, ricerca che ha condotto di recente allo sviluppo della *Teoria Matematica delle Wavelets* ed all'*Analisi Multiresolution* di un segnale. Non è certo questa la sede in cui sviluppare una trattazione esaustiva della Teoria delle Wavelets e dell'Analisi Multiresolution, entrambe piuttosto complesse formalmente ed interconnesse tra loro, e per un'introduzione elementare in materia, soprattutto in un contesto meteorologico e micrometeorologico, si rimanda a Kumar e Foufoula-Georgiou (1997) e Hayashi (1994). Torrence e Compo (1998), poi, presentano in maniera sistematica gli aspetti applicativi connessi all'utilizzo delle Wavelets e forniscono un software di semplice impiego. Inoltre Gao e Li (1993) e Collineau e Brunet (1993a,b) ne descrivono i fondamenti nel contesto della turbolenza del *PBL*, mentre Meyer e al. (1993), Lau e Weng (1995) e Mak (1995) illustrano gli impieghi di questa nuova tecnica matematica in contesti meteorologici, climatologici ed oceanografici.

Nei punti che seguono ci si limiterà inizialmente ad accennare brevemente al concetto matematico di *Wavelet* e a presentare un metodo pratico con cui rappresentare un generico segnale discreto di lunghezza finita in termini di una ben precisa *Wavelet*, la *Wavelet* di Haar.

14.3.1 INTRODUZIONE AL CONCETTO DI WAVELET

Per prima cosa conviene chiarire almeno euristicamente il concetto di analisi di un segnale. Se consideriamo la Teoria di Fourier, operativamente ciò che si ottiene dalla relazione (14.20b) è la quantificazione di quanto importante è una singola armonica nell'andamento temporale del segnale. Più elevato è a_k più il segnale considerato varia nel tempo in accordo con l'armonica k -esima.

Ma ci sono casi in cui l'analisi di Fourier fornisce poche informazioni sul segnale analizzato. A titolo di esempio (Kumar e Foufoula-Georgiou, 1997) consideriamo due sinusoidi del tipo $\sin(10t)$ e $\sin(20t)$ e con esse costruiamo due segnali concettualmente molto differenti. Nel primo caso semplicemente sovrapponiamo i due segnali monocromatici opportunamente pesati; il risultato ottenuto (**Fig. 14.6a**) è un segnale periodico che presenta caratteristiche costanti da più infinito a meno infinito. Ma possiamo anche immaginare che da meno infinito fino a $t = 0$ il segnale sia $\sin(10t)$ e da $t = 0$ in poi sia $\sin(20t)$, come si vede nella **Fig. 14.6b**. I due segnali sono profondamente diversi! In un contesto meteorologico, il primo segnale potrebbe essere assimilato ad un fenomeno ondoso che attraversa un *PBL* stabile, mentre il secondo potrebbe rappresentare una struttura convettiva coerente. Se facciamo un'Analisi di Fourier di entrambi i segnali, ciò che otteniamo è rappresentato nei due grafici di **Fig. 14.7**. Come si nota, i due spettri di Fourier sono molto simili, anche se i due fenomeni sono profondamente differenti. Inoltre, notiamo una cosa estremamente importante: in entrambi i casi lo spettro di Fourier è in grado di localizzare perfettamente le frequenze presenti nel segnale mentre non è in grado in alcun modo di indicare quando ha luogo una brusca variazione dello stesso. In effetti non poteva che essere così, visto che l'analisi di Fourier *confronta* il segnale da analizzare con un'armonica monocromatica e stabilisce quanto il segnale *assomiglia* a questa armonica.

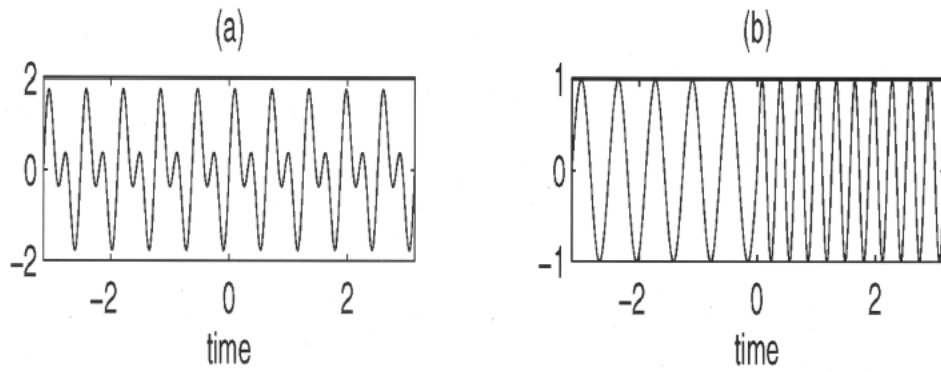


Fig. 14.6: due composizioni diverse di due armoniche monocromatiche: per sovrapposizione e in successione temporale (Kumar e Foufoula-Georgiou, 1997)

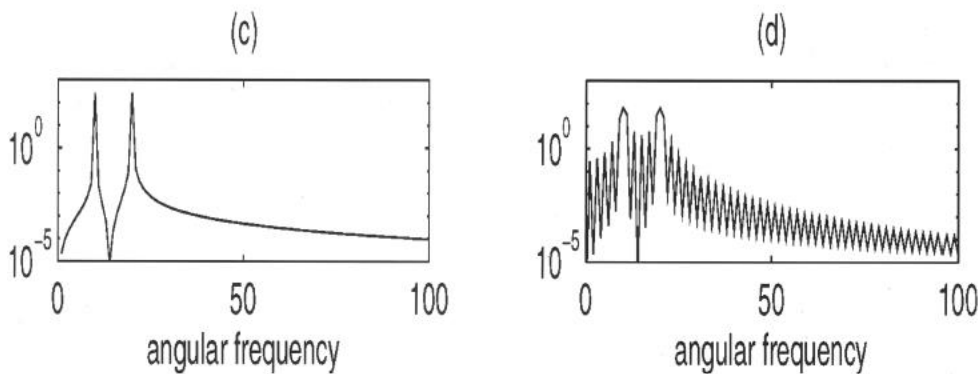


Fig. 14.7: spettro di Fourier dei segnali della figura precedente: a sinistra lo spettro della fig. a) e a destra lo spettro della fig. b) (Kumar e Foufoula-Georgiou, 1997)

Per poter evitare le limitazioni dell'analisi di Fourier che è incapace di localizzare nel tempo brusche variazioni del segnale, si può immaginare di generalizzare il concetto di rappresentazione del segnale ipotizzando che esso sia il risultato della somma pesata di certe funzioni:

$$x(t) = \sum_k a_k \Phi_k(t) \quad [14.21a]$$

dove k è un indice intero di una sommatoria finita o infinita, a_k sono i coefficienti dell'espansione e $\Phi_k(t)$ sono delle funzioni di una data famiglia, dette *basi*. Queste funzioni possono avere proprietà decisamente molto differenti dalle semplici armoniche monocromatiche di Fourier e le cerchiamo in modo da avere una localizzazione nel tempo ed una caratterizzazione in frequenza. Prendiamo, per esempio, la funzione *Sombrero Messicano* che è la derivata seconda di una Gaussiana. Essa è rappresentata dalla relazione:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (t^2 - 1) \cdot \exp[-t^2/2] \quad [14.21b]$$

ed è mostrata nella parte sinistra della **Fig. 14.8**, mentre nella parte destra della figura viene mostrata la sua Trasformata di Fourier. Come si vede, questa funzione è ben localizzata nel tempo, visto che è diversa da zero solo in un intervallo temporale finito, ma è anche ben localizzata nel dominio delle frequenze, visto che la sua Trasformata di Fourier evidenzia due picchi in corrispondenza degli estremi della banda spettrale che la caratterizza, picchi che tendono rapidamente a zero. Quindi, se questo tipo di funzione venisse impiegato per rappresentare un generico segnale micrometeorologico, confrontando istante dopo istante $x(t)$ con questa funzione, evidenzieremmo quali frequenze predominano nel segnale in un dato istante t . E questa, in pillole, è l'analisi di un segnale impiegando le funzioni *Wavelets*. Tra l'altro, la forma presentata dalla funzione utilizzata

per analizzare il segnale è quella di un'ondina, da qui il nome *Wavelet* attribuito a funzioni aventi queste caratteristiche e che possono essere sia reali che complesse.

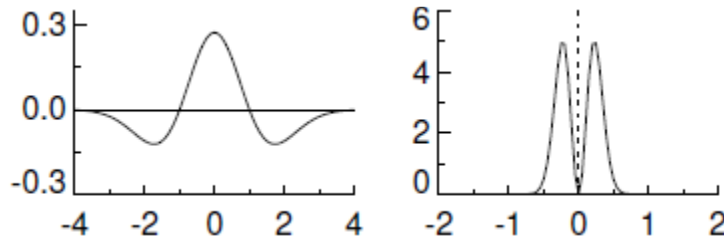


Fig. 14.8: la funzione *Wavelet* detta *Sombrero Messicano*. Nella parte sinistra è rappresentato l'andamento nel tempo della funzione, mentre nella parte destra è riportata la sua Trasformata di Fourier

Comunque, è molto più istintivo e naturale immaginare una decomposizione di un generico segnale discreto x_n impiegando una famiglia di funzioni la cui funzione base $\phi(t)$ è:

$$\Phi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.22a]$$

che è una funzione rettangolare centrata su $x = 1/2$ con ampiezza (supporto) 1. La versione scalata di questa funzione, cioè la versione traslata lungo l'asse x , è indicata come $\phi_s(t)$ ed è tale che:

$$\Phi_s(t) = \Phi(st) \quad [14.22b]$$

Come vedremo nell'Analisi Multiresolution, componendo in maniera opportuna queste versioni scalate e traslate di funzioni si può rappresentare completamente ogni segnale discreto originario.

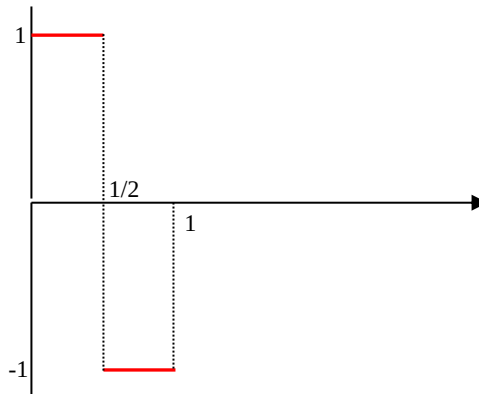


Fig. 14.9: la *mother function* delle *wavelets* di Haar

Non ci addentreremo qui nella complessa teoria delle *Wavelets* per cui si rimanda ai riferimenti citati ed alla Bibliografia in essi consigliata. Accenneremo solo ad alcuni aspetti generali. In primo luogo, il segnale $x(t)$, che per il momento possiamo ritenere continuo, lo consideriamo *ad energia finita*, cioè tale che:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt < \infty \quad [14.23a]$$

Dato che il segnale normalmente verrà considerato in una finestra temporale finita di ampiezza T , questa proprietà è di norma sempre soddisfatta in pratica. Consideriamo, poi, una famiglia di funzioni *Wavelets*, tutte originate da una mother function per traslazione e dilatazione. Per fissare le idee, consideriamo la *Wavelet* di Haar (che costituirà l'unica *Wavelet* che useremo nel seguito). Essa è definita come:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq t < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.23b]$$

ed ha la forma riportata nella **Fig. 14.9**. Essa ben rappresenta una brusca variazione di un segnale localizzata all'istante $t = 1/2$ e di durata 1. Come si vede il suo valor medio è nullo. Da essa si possono ottenere altre forme funzionali strettamente imparentate con essa: essa può essere *traslata* di un intervallo temporale b e può essere *dilatata* (o *compressa*) di un fattore a . Queste forme traslate e dilatate della *mather function* mantengono inalterate le proprietà geometriche originali della funzione che le genera, ma consentono di analizzare il segnale $x(t)$ in istanti diversi (mediante la traslazione b) e a risoluzioni differenti (mediante la dilatazione a). In generale l'intera famiglia delle *Wavelet* di Haar, ma anche di qualsiasi altro tipo di *Wavelet*, è data dalla relazione generale:

$$\psi(a, b; t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad [14.23c]$$

È facilissimo disegnare le *Wavelet* della famiglia di Haar corrispondenti a specifiche traslazioni b e dilatazioni a . In sostanza analizzare un segnale $x(t)$ con una trasformazione *Wavelet* è come osservare $x(t)$ con un microscopio numerico la cui ottica, ingrandimento e posizione sono dati rispettivamente dalla *mather function* impiegata $\psi(t)$, dalla dilatazione a e dalla traslazione b .

La *Trasformazione Wavelet Continua* $W(a, b)$ di un segnale ad energia finita $x(t)$ rispetto ad una *Wavelet* reale o complessa $\psi(t)$ è definita come:

$$W(a, b) = C_g^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \cdot x(t) \cdot dt \quad [14.24a]$$

dove il coefficiente di normalizzazione C_g dipende dal tipo di *Wavelet* impiegata ed è definito come:

$$C_g = \int_{-\infty}^{\infty} |K|^{-1} |\Psi^*(K)|^2 dK < \infty \quad [14.24b]$$

in cui $\Psi^*(K)$ è complessa coniugata della Trasformata di Fourier di $\psi(t)$, cioè:

$$\Psi^*(K) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \cdot e^{-jKt} dt \quad [14.24c]$$

Una volta noti i coefficienti della Trasformata *Wavelet*, è possibile ricostruire il segnale originario mediante la relazione:

$$x(t) = C_g^{-1/2} \cdot \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \cdot W(a, b) \cdot \frac{db \cdot da}{a^2} \quad [14.25]$$

Per l'analisi delle misure delle variabili turbolente, alle *Wavelet* continue vengono preferite le loro forme discretizzate, visto che un generico segnale turbolento viene campionato (e quindi è noto) ad istanti discreti t_j la cui spaziatura dipende dalla risoluzione del sensore e dalla frequenza di campionamento. In questo caso è necessario discretizzare anche il dominio entro cui varia il parametro di scala a e la traslazione b . Se, quindi, il segnale è una sequenza x_j , con $j = 0, 1, 2, \dots, N-1$, una possibilità è quella di considerare N valori discreti sia per il parametro b che per il parametro a . In questa maniera si ottengono N^2 coefficienti, cosa che dà luogo ad una descrizione sovra-completa del segnale discreto x_j nel dominio *Wavelet*. Pertanto, si vengono a creare informazioni ridondanti, cosa che non sempre è vantaggiosa ed auspicabile. Per esempio, se si effettua un'analisi statistica dei coefficienti *Wavelet*, si possono riscontrare alcune correlazioni tra i coefficienti della trasformazione dovuti alla trasformazione stessa piuttosto che ai meccanismi di turbolenza che influenzano il segnale. Per eliminare questa ridondanza è necessario costruire una base completa ed ortogonale di *Wavelet*. Senza addentrarci nell'argomento, ciò che risulta è che sono necessari N coefficienti *Wavelet* per descrivere il segnale x_j , piuttosto che N^2 . Più oltre non ci possiamo addentrare nella teoria delle *Wavelet* e chi fosse interessato si riferisca

alla Bibliografia citata.

14.3.2 INTRODUZIONE ALL'ANALISI MULTIREOLUTION

Un modo apparentemente differente di analizzare un segnale è quello di studiarlo impiegando come metro di confronto finestre temporali progressivamente più piccole in maniera da effettuare un progressivo filtraggio *passa-alto* del segnale. Anche se molti dettagli sono riportati nei lavori di Mahrt e Gibson (1992), Howell e Mahrt (1994, 1997), Sun e al. (1996), Vickers e Mahrt (2003) e Voronovich e Kiely (2007), il modo migliore per introdurre in maniera semiempirica ed intuitiva i concetti fondamentali dell'*Analisi Multiresolution* è quello di considerare un esempio concreto.

Consideriamo un generico segnale discreto x_n ($n = 1, 2, \dots, N$) costituito da misure realizzate ogni intervallo temporale Δt e, per comodità, ipotizziamo che il numero di campioni N sia una potenza di 2, cioè che $N = 2^M$. Un esempio è costituito dalla sequenza degli $8 = 2^3$ valori seguenti (1., 3., 2., 5., 1., 2., 1., 3.) riportati nella Fig. 14.10.

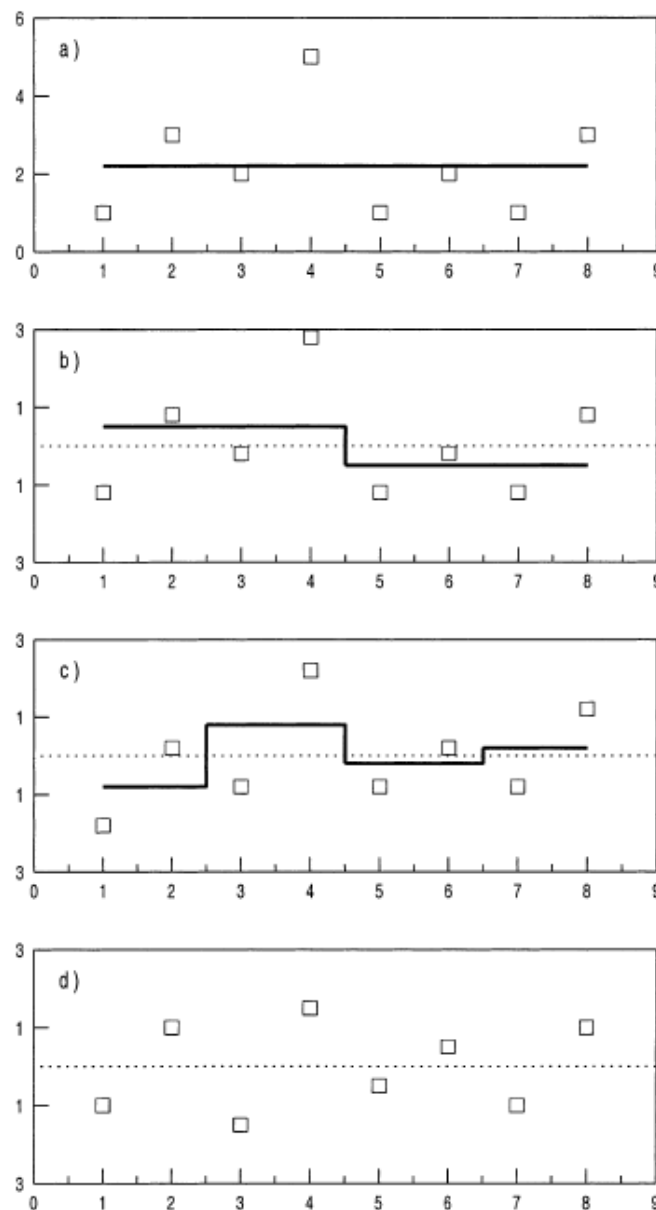


Fig. 14.10: semplice esempio di analisi Multiresolution

Il primo livello di analisi (che indichiamo come livello $j = 0$) è quello che deriva dalla serie temporale stessa, così come si presenta. Essa è costituita da N campioni che coprono un intervallo temporale $T = N \cdot \Delta t$ e cattura le variazioni della variabile x alle scale temporali non superiori a T e quindi alle scale spaziali non superiori a $L = T \cdot U$, dove U è il valor medio della velocità del vento nell'intervallo temporale T . A questa scala temporale e spaziale (che sinteticamente indichiamo come 2^M), la variabile x è caratterizzata dal suo valor medio X_{11} realizzato con un tempo di mediazione T . Se si sottrae X_{11} a tutti i membri della sequenza originaria, ciò che si ottiene è una nuova sequenza della variabile x in cui sono state filtrate tutte le variazioni turbolente a scala superiore o uguale alla scala 2^M .

Il secondo livello di analisi (che indichiamo come livello $j = 1$) è quello che deriva ripartendo questa nuova sequenza (che non possiede più le informazioni relative alle scale non inferiori a 2^M) esattamente a metà. Ognuno di questi sottorecord è costituito da 2^{M-1} campioni e ciascuno di essi copre una finestra temporale pari alla metà di quella originaria. Queste due finestre risultano una successiva all'altra e virtualmente possono catturare due momenti in cui il comportamento del fenomeno ha subito variazioni alla scala 2^{M-1} . Ciascuno dei due segmenti, analogamente al livello precedente, sarà caratterizzato da due valori medi X_{21} e X_{22} che rappresentano la *fluttuazione media* del segnale (grossolanamente costituito dai due blocchi) visto alla scala 2^{M-1} rispetto al comportamento dello stesso alla scala 2^M . Se si sottrae dal primo segmento X_{21} e dal secondo segmento X_{22} , ciò che si ottiene è una nuova sequenza di N elementi da cui sono state filtrate le informazioni alle scale maggiori o uguali a 2^{M-1} . Naturalmente il valor medio dei primi 2^{M-1} valori e dei secondi 2^{M-1} valori così ottenuti è nullo ed è nullo anche il valor medio di X_{21} e X_{22} .

Un generico livello successivo di analisi j è l'iterazione del livello precedente $j - 1$ applicato ai segmenti di segnale trattati al livello precedente. In sostanza a questo livello avremo a disposizione $K = 2^j$ sotto-record ognuno dei quali presenta il segnale visto in K finestre temporali successive ognuna di ampiezza 2^{M-j} . In queste finestre ogni sotto-record presenta il comportamento della variabile x depurato delle variazioni filtrate al livello immediatamente precedente e quindi il comportamento del segnale alle scale non inferiori a 2^{M-j} . I K sotto-record saranno quindi caratterizzati da K valori medi $X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jK}$ che rappresentano altrettante *fluttuazioni medie* che ogni sotto-record presenta rispetto alla media del livello precedente e, come è evidente, il loro valor medio è nullo.

L'*Analisi Multiresolution* termina quando la ripartizione diadica della sequenza originaria si riduce a 2^M sotto-record costituiti ciascuno da un solo valore, ognuno dei quali rappresenta la fluttuazione rispetto alla scala temporale $2^0 \Delta t$. Lo sviluppo progressivo di questa analisi viene mostrato direttamente nella **Fig. 14.10** per l'esempio numerico considerato.

L'*Analisi Multiresolution* non è solo un metodo grafico per vedere il segnale discreto attraverso un *microscopio numerico*, ma è anche un metodo quantitativo per ripartire la varianza complessiva del segnale alle diverse scale del fenomeno, cioè per costruire uno spettro che concettualmente non è immediatamente equiparabile allo spettro di Fourier che evidenziava soprattutto le periodicità insite nel segnale analizzato. In termini pratici, l'*Analisi Multiresolution*, a parte il livello iniziale in cui si individua il valor medio del segnale discreto sulla finestra temporale originaria 2^M , consiste in $M-1$ ripartizioni diadiche dei segmenti di record con conseguenti calcoli del valor medio di segmento. Se consideriamo la scala 2^m , i segmenti da analizzare sono tutti di cardinalità 2^m e la loro posizione nel record è data dall'indice $n = 1, 2, \dots, 2^{M-m}$. Se consideriamo il generico segmento n -esimo, il valor medio caratteristico è dato da:

$$\bar{X}_n(m) = \frac{1}{2^m} \sum_{i=1}^J X_{r_i}(m) \quad [14.26a]$$

in cui compaiono simboli che richiedo una spiegazione. X_{r_i} è il valore che la variabile x presenta nella posizione i -esima del segmento n -esimo dopo che sono stati filtrati ai livelli di analisi precedenti le scale superiori a 2^m . L'indice $I = (n-1)2^m + 1$ è la posizione nel record originario del primo elemento del sotto-record n -esimo e l'indice $J = n2^m$ è la posizione dell'ultimo elemento

del segmento nel record originario. Ovviamente $X_{r_i}(M)$ coincide con la sequenza originaria. Facendo riferimento alla Bibliografia citata, si può dimostrare che la varianza associata ad ogni scala 2^{m+1} ($m = 0, 1, \dots, M$) è data molto semplicemente dal momento secondo attorno alla media di segmento, cioè da:

$$D_x(m+1) = \frac{1}{2^{M-m}} \sum_{n=1}^{2^{M-m}} \bar{X}_n^2(m) \quad [14.26b]$$

quindi queste porzioni di varianza sono in totale M e la loro somma è pari alla varianza complessivamente presentata dal segnale discreto originale:

$$\sigma_x^2 = \sum_{m=1}^M D_x(m) \quad [14.26c]$$

A ciascuna di queste porzioni di varianza, che costituiscono complessivamente lo spettro multiresolution del segnale discreto x_n , va attribuita la scala relativa che può essere espressa in termini di frequenza in analogia con gli spettri di Fourier. Tali frequenze alla scala m sono date dalla relazione seguente:

$$f_m = (2^m \Delta t)^{-1} \quad [14.27]$$

Come vedremo più oltre, si può paragonare lo spettro *multiresolution* $D_x(m)$ con lo spettro di Fourier $S_{xx}(f)$. In particolare si ha che (Hayashi 1994, Vickers e Mahrt, 2003):

$$D_x(m) \cong f \cdot S_{xx}(f) \quad [14.28]$$

Ragionamenti del tutto analoghi possono essere fatti anche per i co-spettri (Howell e Mahrt, 1997 e Voronovich e Kiely, 2007), ma per il momento non procediamo oltre per un motivo ben preciso. In primo luogo, perché la *Multiresolution*, così come l'abbiamo presentata, sembrerebbe del tutto estranea al mondo *Wavelet*, anche se il principio di analisi localizzato nel tempo e nelle frequenze è l'elemento che per il momento accomuna le due visioni. Ma ovviamente non è così e, come vedremo subito dopo, *Multiresolution* e *Wavelet* sono due modi espressivi strettamente imparentati tra loro. Inoltre, l'algoritmo presentato a parole qui sopra non si presta molto ad essere implementato in un algoritmo di calcolo veloce, necessario quando si debbano analizzare segnali discreti di elevata cardinalità. È questa la ragione per cui nel prossimo paragrafo riprendiamo la trattazione della *Multiresolution* questa volta con maggior dettaglio teorico (anche se salteremo alcune parti un po' ostiche dello sviluppo) fino a giungere da un lato all'inevitabile confluenza con le *Wavelet* di Haar e dall'altro alla implementazione di una *Fast Haar Transform (FHT)* con cui effettivamente sarà possibile ottenere con elevata efficienza numerica spettri e co-spettri.

Esercizio 14.8

Facendo riferimento strettamente all'esposizione del metodo Multiresolution appena fornita, viene qui presentata una routine che può essere utilizzata per la stima del co-spettro di due segnali discreti x e y . Naturalmente se $x = y$, il risultato sarà lo spettro di x .

```
!
! =====
! Subroutine MULTI_COSPECTRUM(N, x, y, dt, M, f, Sp_x, Sp_y, C_xy)
! =====
! Analisi Multiresolution dei segnali x e y per la determinazione:
!   - degli spettri multiresolution dei due singoli segnali
!   - del loro co-spettro
! La routine deriva da: Vickers e Mahrt (2003).
!
! INPUT:
!   N = dimensione dei segnali discreti x e y. (potenza di 2)
!   x = primo segnale discreto
!   y = secondo segnale discreto
!   dt = time step tra valori = 1/frequenza di campionamento)
!
```

```

!      OUTPUT:
!      M      = potenza di 2
!      f      = array delle frequenze multiresolution (dimensione M)
!      Sp_x   = spettro del segnale x (dimensione M)
!      Sp_y   = spettro del segnale y (dimensione M)
!      C_xy   = cospettro di x e y (dimensione M)
!
!      N.B. Lo spettro multiresolution e' circa pari alla densita' spettra-
!      le di Fourier per la rispettiva frequenza e, come nel caso di
!      f*S(f) di Fourier, ha le dimensioni di una varianza.
!      -----
!      IMPLICIT NONE
!
!      INTEGER          ::      N, M, i, im, j, k, ind1, ind2, exp2
!      REAL             ::      xm, ym, dt, Wx, Wy
!      REAL, DIMENSION(N) ::      x, y
!      REAL, DIMENSION(N) ::      xx, yy
!      REAL, DIMENSION(N) ::      f, Sp_x, Sp_y, C_xy
!      -----
!      Individuazione della potenza di 2 per cui N = 2**M
!      M = 1
!      DO
!          M = M + 1
!          IF(2**M .GT. N) Then
!              M = M - 1
!              EXIT
!          End IF
!      End DO
!      -----
!      A) Modo di ordine inferiore: media del segnale discreto originale
!      xx = x
!      xm = SUM(xx) / FLOAT(N)
!      xx = xx - xm
!      yy = y
!      ym = SUM(yy) / FLOAT(N)
!      yy = yy - ym
!
!      B) Cicli sui modi di ordine superiore che sono M
!      DO im = M, 1, -1
!          exp2 = 2**(im-1)
!          f(im) = 1.0 / (dt * FLOAT(2**im))
!          Sp_x(im) = 0.0
!          Sp_y(im) = 0.0
!          C_xy(im) = 0.0
!          DO j = 1, 2**(M-im+1)
!              ind1 = (j-1) * exp2 + 1
!              ind2 = j * exp2
!              Wx = 0.0
!              Wy = 0.0
!              DO i=ind1, ind2
!                  Wx = Wx + xx(i)
!                  Wy = Wy + yy(i)
!              End DO
!              Wx = Wx / FLOAT(exp2)
!              Wy = Wy / FLOAT(exp2)
!              DO i=ind1, ind2
!                  xx(i) = xx(i) - Wx
!                  yy(i) = yy(i) - Wy
!              End DO
!              Sp_x(im) = Sp_x(im) + Wx**2
!              Sp_y(im) = Sp_y(im) + Wy**2
!              C_xy(im) = C_xy(im) + Wx*Wy
!          End DO
!          Sp_x(im) = Sp_x(im) / FLOAT(2**(M-im+1))
!          Sp_y(im) = Sp_y(im) / FLOAT(2**(M-im+1))
!          C_xy(im) = C_xy(im) / FLOAT(2**(M-im+1))
!      END DO
!
!      END

```

14.3.3 MULTIREOLUTION E WAVELET DI HAAR

Consideriamo un generico segnale continuo $x(t)$ e da esso ricaviamo una rappresentazione *grossolana* $x^{(0)}(t)$ rappresentata nella Fig. 14.11. Essa altro non è che una rappresentazione discreta del segnale $x(t)$ cui si è sostituito ad ogni valore discreto un *blocco* di ampiezza pari a Δt (intervallo di campionamento) e di altezza pari al valore discreto stesso.

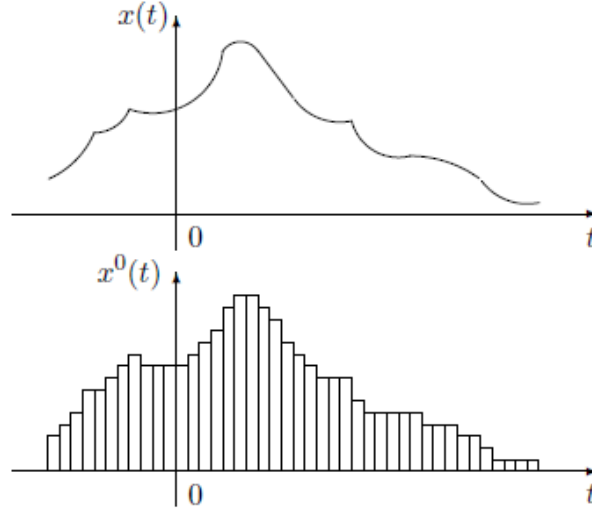


Fig.14.11: una generica funzione $x(t)$ (sopra) e la sua rappresentazione grossolana (sotto)

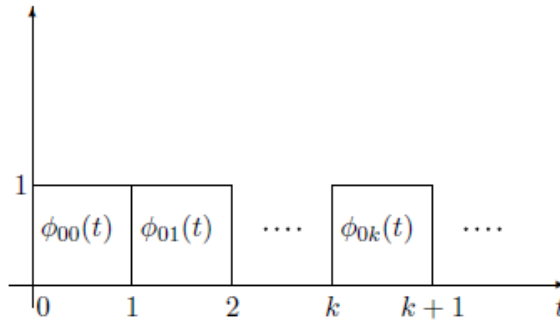


Fig.14.12: la famiglia di funzioni con cui è stata costruita in Fig.14.11 la rappresentazione grossolana di $x(t)$

Dal punto di vista matematico, per ottenere questa versione grossolana di $x(t)$ abbiamo utilizzato la famiglia di funzioni costanti a tratti $\phi_{0k}(t) = \phi(t-k)$ rappresentata nella Fig. 14.12 e detta *father function* la cui rappresentazione analitica è:

$$\Phi_{0,k}(t) = \begin{cases} 1 & k \leq t < k+1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.29]$$

Questa famiglia è costituita quindi da blocchi di altezza unitaria (e ad integrale unitario) che si posizionano lungo l'asse t a seconda del valore assunto dal parametro posizionale k , centrati nella posizione temporale $t = k + \frac{1}{2}$.

In pratica, la versione grossolana del segnale $x(t)$ risulta espressa dall'espansione seguente che rappresenta la sovrapposizione pesata della famiglia di funzioni costanti a tratti:

$$x^{(0)}(t) = \sum_k c_{0,k} \cdot \Phi_{0,k}(t) \quad [14.30a]$$

Ogni coefficiente $c_{0,k}$ dell'espansione rappresenta il peso che la funzione $\phi_{0,k}(t)$ ha nell'espressione che determina $x^{(0)}(t)$ ed è data dalla relazione:

$$c_{0,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \Phi_{0,k}(t) dt = \int_k^{k+1} x(t) \cdot dt = \langle x(t), \Phi(t) \rangle \quad [14.30b]$$

Si noti l'espressione sintetica riportata nel termine più a destra spesso usata per brevità.

Questa espressione grossolana di $x(t)$, ed in particolare la sua risoluzione in t , dipende dalla forma della famiglia di funzioni $\phi_{0,k}(t)$. Se volessimo una rappresentazione di $x(t)$ ad una risoluzione maggiore dovremmo impiegare una famiglia di funzioni $\phi(t)$ a base *più stretta* che possiamo ottenere dalla famiglia originale $\phi_{0,k}(t)$ contraendone il supporto e pre-moltiplicandole per una costante in modo da mantenerne unitario l'integrale. Una possibilità (*diadica*) è quella di considerare la famiglia di funzioni costanti a tratti $\phi_{1,k}(t)$ ottenuta contraendo la famiglia $\phi_{0,k}(t)$ nel modo seguente:

$$\phi_{1,k}(t) = \sqrt{2} \cdot \phi_{0,k}(2t - 1) \quad [14.31a]$$

In questo modo è possibile ottenere una versione meno grossolana e a maggior risoluzione $x^{(1)}(t)$ del segnale $x(t)$ espressa dalla seguente espansione:

$$x^{(1)}(t) = \sum_k c_{1,k} \cdot \phi_{1,k}(t) \quad [14.31b]$$

dove i coefficienti $c_{1,k}$ dell'espansione sono dati dalla relazione integrale:

$$c_{1,k} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \Phi_{1,k}(t) dt = \sqrt{2} \int_{k/2}^{k/2+1} x(t) dt \quad [14.31c]$$

La rappresentazione $x^{(1)}(t)$, a risoluzione maggiore, contiene sicuramente la rappresentazione $x^{(0)}(t)$ a risoluzione più bassa. Da ciò deriva il fatto che è inevitabile che esista una relazione tra i coefficienti $c_{0,k}$ e $c_{1,k}$. Per questo, per prima cosa ricaviamo i coefficienti $c_{1,2k}$ e $c_{1,2k+1}$:

$$c_{1,2k} = \sqrt{2} \int_k^{k+\frac{1}{2}} x(t) dt \quad c_{1,2k+1} = \sqrt{2} \int_{k+\frac{1}{2}}^{k+1} x(t) dt \quad [14.32a]$$

da cui si ottiene:

$$c_{0,k} = \int_k^{k+1} x(t) dt = \int_k^{k+\frac{1}{2}} x(t) dt + \int_{k+\frac{1}{2}}^{k+1} x(t) dt = \frac{c_{1,2k} + c_{1,2k+1}}{\sqrt{2}} \quad [14.32b]$$

Più in generale, se vogliamo una rappresentazione $x^{(j)}(t)$ del segnale continuo $x(t)$ alla risoluzione 2^j , possiamo considerare la seguente famiglia di funzioni base (dette *funzioni di scaling*):

$$\Phi_{j,k} = 2^{j/2} \Phi(2^j t - k) \quad [14.33]$$

Se $j = 0$, abbiamo la rappresentazione a minor risoluzione $x^{(0)}(t)$, se $j = 1$ abbiamo $x^{(1)}(t)$ a risoluzione doppia e così via. In sostanza, i coefficienti che appaiono nell'espansione sono dati da:

$$c_{j,k} = 2^{j/2} \int_{k/2^j}^{(k+1)/2^j} x(t) dt \quad [14.34]$$

La sequenza $x^{(0)}(t), x^{(1)}(t), \dots, x^{(n)}(t)$, per come costruita rappresenta una gerarchia di segnali a diversa risoluzione che, però, risulta fortemente ridondante. In effetti è possibile ottenere una rappresentazione priva di ridondanza se si opera come segue. Innanzitutto, è evidente che:

$$x^{(1)}(t) = x^{(0)}(t) + [x^{(1)}(t) - x^{(0)}(t)] \quad [14.35a]$$

Consideriamo allora la differenza:

$$D^{(0)}(t) = x^{(1)}(t) - x^{(0)}(t) \quad [14.35b]$$

che rappresenta il *guadagno* di risoluzione che si ottiene passando da una rappresentazione

all'altra e focalizziamoci sull'intervallo aperto $[k, k+1)$:

$$D^{(0)}(t) = x^{(1)}(t) - x^{(0)}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{1,2k} - c_{0,k}) & k \leq t < k + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(c_{1,2k+1} - c_{0,k}) & k + \frac{1}{2} \leq t < k + 1 \end{cases} \quad [14.35c]$$

cioè:

$$D^{(0)}(t) = x^{(1)}(t) - x^{(0)}(t) = \begin{cases} d_{0,k} & k \leq t < k + \frac{1}{2} \\ -d_{0,k} & k + \frac{1}{2} \leq t < k + 1 \end{cases} \quad [14.35d]$$

Consideriamo ora la famiglia di funzioni così definite:

$$\psi_{0,k}(t) = \begin{cases} +1 & k \leq t < k + \frac{1}{2} \\ -1 & k + \frac{1}{2} \leq t < k + 1 \end{cases} \quad [14.36a]$$

Tali funzioni sono, come si vede immediatamente, le traslazioni della *mother wavelet* di Haar. Allora, considerando tutto l'asse dei tempi, è immediato verificare che:

$$D^{(0)}(t) = x^{(1)}(t) - x^{(0)}(t) = \sum_k d_{0,k} \cdot \psi_{0,k}(t) \quad [14.36b]$$

Alla fine, ciò che abbiamo ottenuto è:

$$x^{(1)}(t) = x^{(0)}(t) + D^{(0)}(t) = \sum_k c_{0,k} \varphi_{0,k} + \sum_k d_{0,k} \psi_{0,k}(t) \quad [14.36c]$$

Quindi il segnale $x^{(1)}(t)$ può essere espresso come il segnale $x^{(0)}(t)$ a minor risoluzione cui vengono sovrapposti i dettagli $D^{(0)}(t)$ determinati proprio mediante un'espansione su base *Wavelet*. Iterando questo procedimento, si ottiene la generica rappresentazione $x^{(j+1)}(t)$:

$$\begin{aligned} x^{(j+1)}(t) &= x^{(j)}(t) + D^{(j)}(t) = \\ &= x^{(j-1)}(t) + D^{(j-1)}(t) + D^{(j)}(t) = \\ &= \dots \dots \dots \\ &= x^{(0)}(t) + D^{(0)}(t) + D^{(1)}(t) + \dots + D^{(j)}(t) \\ &= x^{(0)}(t) + \sum_j \sum_k d_{j,k} \cdot \psi_{j,k}(t) \end{aligned} \quad [14.36d]$$

Prima di procedere, è opportuno notare che la *scaling function* (cioè la *father function*) $\phi(t) = \phi_{0,0}(t)$ può essere espressa come una combinazione lineare, secondo opportuni coefficienti indicati con h_n , delle funzioni base relative alla risoluzione immediatamente superiore, cioè che:

$$\varphi(t) = \sum_n h_n \varphi_{1,n}(t) = \sqrt{2} \cdot \sum_n h_n \varphi(2t - n) \quad [14.37a]$$

dove:

$$h_n = \langle \varphi(t), \varphi_{1,n}(t) \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \cdot \varphi(2t - n) dt \quad [14.37b]$$

In modo analogo, per la *mother function* si ha che:

$$\psi(t) = \sum_n g_n \varphi_{1,n} = \sqrt{2} \sum_n g_n \varphi(2t - n) \quad [14.37c]$$

dove:

$$g_n = \langle \psi(t), \varphi_{1,n}(t) \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \cdot \varphi(2t - n) dt \quad [14.37d]$$

Consideriamo ancora una volta il segnale al primo livello di risoluzione $x(t) = x^{(1)}(t)$ che può essere decomposto come:

$$x(t) = \sum_n c_{1,n} \varphi_{1,n}(t) = \sum_n c_{0,n} \varphi_{0,n}(t) + \sum_n d_{0,n} \psi_{0,n}(t) \quad [14.38a]$$

e questa volta vogliamo ricavare una relazione tra i coefficienti $c_{1,n}$ ed i coefficienti $c_{0,n}$ e $d_{0,n}$. Senza entrare nei dettagli, si ha che:

$$c_{0,n} = \sum_k c_{1,k} h_{k-2n} = \sum_k c_{1,k} \tilde{h}_{2n-k} \quad [14.38b]$$

dove:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_n &= h_{-n} \\ h_{k-2n} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \varphi(2t - (k - 2n)) \cdot \varphi(t) dt \end{aligned} \quad [14.38c]$$

Quindi la sequenza di coefficienti $c_{0,n}$ la si ottiene semplicemente mediante filtraggio e decimazione per 2 della sequenza $c_{1,n}$. In modo analogo si ricava che:

$$d_{0,n} = \sum_k c_{1,k} g_{k-2n} = \sum_k c_{1,k} \tilde{g}_{2n-k} \quad [14.38d]$$

Potremmo rifare gli stessi ragionamenti per il segnale $x^{(2)}(t)$ ottenendo:

$$c_{1,n} = \sum_k c_{2,k} h_{k-2n} = \sum_k c_{2,k} \tilde{h}_{2n-k} \quad [14.39a]$$

e generalizzando:

$$c_{j-1,n} = \sum_k c_{j,k} h_{k-2n} = \sum_k c_{j,k} \tilde{h}_{2n-k} \quad [14.39b]$$

Per poter avere tutti gli elementi per completare l'*analisi multiresolution*, cioè per avere le varie sequenze dei coefficienti $c_{j,n}$ è necessario conoscere i coefficienti h_n (coefficienti di un filtro passa basso) e dei coefficienti g_n (coefficienti del filtro passa-alto). Per quanto abbiamo visto, la forma della *mother function* è proprio la forma della *Wavelet di Haar*, definita come:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq t < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.40a]$$

mentre la forma della *father function* è:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.40b]$$

Quindi ciascuna sequenza di coefficienti ha solo due elementi e precisamente:

$$\begin{aligned} h_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \varphi(t) \cdot \varphi(2t) dt = \sqrt{2} \int_0^{1/2} dt = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ h_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \varphi(t) \cdot \varphi(2t - 1) dt = \sqrt{2} \int_{1/2}^1 dt = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad [14.41a]$$

$$\begin{aligned} g_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \psi(t) \cdot \varphi(2t) dt = \sqrt{2} \int_0^{1/2} dt = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ g_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2} \psi(t) \cdot \varphi(2t - 1) dt = -\sqrt{2} \int_{1/2}^1 dt = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad [14.41b]$$

14.3.4 SPETTRI E COSPETTRI WAVELET

Nel punto precedente è stata esposta la base teorica dell'Analisi Multiresolution ed è anche stato mostrato come ottenere la Trasformata Wavelet quando le Wavelet considerate sono quelle di Haar, ma tutto ciò appare a prima vista piuttosto complicato. Qui ci concentriamo nella presentazione dell'Algoritmo effettivo con cui ottenere la Trasformata Wavelet di Haar di un segnale discreto e la relativa densità spettrale e lo faremo prendendo a riferimento i lavori di Howell e Mahrt (1997), di Katul e Parlange (1995, b), di Katul e al. (1998a, b) e di Szilagyi e al. (1996).

Consideriamo un segnale discreto S_n con $n = 0, 1, 2, \dots, N = 2^M$ campionato alla frequenza f_c e costituito da N valori. Tra un valore e l'altro intercorre l'intervallo temporale $\Delta t = 1/f_c$. Per poter ottenere i coefficienti della Trasformata Wavelet di Haar è stata sviluppata una metodologia (la *Fast Haar Transform*) che produce i coefficienti Wavelet $WT^{(m+1)}(i)$ ed il segnale grossolano alla scala $m+1$ $S^{(m+1)}$, cioè filtrato con un filtro passa basso, a partire dal segnale $S^{(m)}$ utilizzando le relazioni seguenti:

$$WT^{(m+1)}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} [S^{(m)}(2i-1) - S^{(m)}(2i)] \quad [14.42a]$$

$$S^{(m+1)}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} [S^{(m)}(2i-1) + S^{(m)}(2i)] \quad [14.42b]$$

dove l'indice $m = 0, 1, \dots, M-1$ e l'indice $i = 0, 1, \dots, 2^{M-m-1}-1$. In pratica l'Algoritmo di derivazione dei coefficienti Wavelet e del segnale a grana grossolana si compone dei passi operativi seguenti:

1. Indichiamo con $S^{(0)}$ il segnale discreto originario;
2. si inizi ponendo $m = 0$. Se si usano le relazioni (14.42a) e (14.42b) si ottengono rispettivamente il segnale filtrato $S^{(1)}$ ed i coefficienti Wavelet $WT^{(1)}$ alla scala più fine possibile ed alle posizioni che si ottengono ciclando con indice di posizione $i = 0, 1, \dots, 2^{M-1}-1$. Ciò darà luogo ai vettore $S^{(1)}$ e $W^{(1)}$ entrambi lunghi $N/2$;
3. si ripeta il passo precedente con $m = 1$ per calcolare i vettori $S^{(2)}$ e $WT^{(2)}$ ad una scala metà della precedente. Entrambi i vettori sono di $N/4$ elementi;
4. si ripete il passo precedente con l'indice m che varierà passo dopo passo fino a $M-1$ producendo una serie di vettori S e WT di lunghezza progressivamente decrescente. Si noti che a $m = M-1$ il vettore del segnale grossolano è costituito da un solo punto che è il valor medio degli N valori che costituiscono il segnale originario.

Questo algoritmo produce $N-1$ coefficienti delle Wavelet di Haar che definiscono completamente la trasformazione Wavelet ortonormale del segnale discreto considerato. Come si nota, questo algoritmo ha un andamento piramidale e costituisce l'essenza della *Fast Haar Transform*. Inoltre, richiede solo N operazioni di somme/moltiplicazioni mentre la *FFT* ne richiedeva ben $N \log_2 N$.

Esercizio 14.9

Mentre le *routine* che realizzano la Fast Fourier Transform (FFT) di un segnale discreto sono molto numerose e facilmente reperibili, così non è per *routine* che implementano la Fast Haar Transform (FHT). Per questa ragione, qui di seguito vengono presentate due *routine*: la prima realizza la FHT di un segnale discreto x , mentre la seconda realizza la relativa trasformazione inversa. Va rilevato che il numero di elementi del segnale discreto x deve essere sempre una potenza di 2

```
!
!
!      =====
!      Subroutine HAAR(N, x)
!      =====
!      Questa routine implementa la Fast Haar Transform FHT
!
!
```

```

!      La routine calcola la FHT di un segnale discreto x di N elementi e resti-
!      tuisce il vettore x in cui il segnale originario e' sostituito dai coef-
!      ficienti Wavelets.
!
!      N e' una potenza di 2, quindi N = 2**M.
!
!      In Output il primo elemento del vettore x e' la media del segnale, a cui
!      seguono 2**i coefficienti Wavelets (i = 1,M-1) per ogni risoluzione 2**i
!      -----
!      IMPLICIT NONE
!
!      INTEGER                                ::      N, i, k
!      REAL (KIND=8)                          ::      s
!      REAL (KIND=4), DIMENSION(N)            ::      x
!      REAL (KIND=4), DIMENSION(N)            ::      y
!      -----
!
!      s      = SQRT(2.0D+00)
!      y(1:N) = 0.0
!
!      k = 1
!      DO WHILE(k*2 <= N)
!          k = k*2
!      End DO
!
!      DO WHILE(1 < k)
!          k = k/2
!
!          DO i=1,k
!              y(i)      = (x(2*i-1) + x(2*i))/s
!              y(i+k)    = (x(2*i-1) - x(2*i))/s
!          End DO
!          x(1:2*k) = y(1:2*k)
!
!      End DO
!
!      END
!
!      =====
!      Subroutine HAAR INV(N, x)
!      =====
!      Inversa Fast Haar Transform.
!      Mantiene le medesime convenzioni della routine HAAR.
!      -----
!      IMPLICIT NONE
!      INTEGER                                ::      N, i, k
!      REAL (KIND=8)                          ::      s
!      REAL (KIND=4), DIMENSION(N)            ::      x
!      REAL (KIND=4), DIMENSION(N)            ::      y
!      -----
!
!      s = SQRT(2.0D+00)
!
!      y(1:N) = 0.0
!
!      k = 1
!      DO WHILE(k*2 <= N)
!
!          DO i=1,k
!              y(2*i-1) = (x(i) + x(i+k))/s
!              y(2*i)   = (x(i) - x(i+k))/s
!          End DO
!          x(1:2*k) = y(1:2*k)
!          k = K*2
!
!      End DO
!
!      END
!

```

La descrizione delle relazioni per ottenere la densità spettrale di un segnale discreto x_n ($n = 0, 1, \dots, N-1 = 2^M-1$) o i co-spettri di due segnali discreti x_n e y_n campionati contemporaneamente

è ampiamente documentata in letteratura e nella descrizione sintetica ed operativa che qui faremo ci riferiremo soprattutto a Katul e Parlange (1995a, b) e Katul e al. (1998 a, b).

Dato il segnale discreto x_n ($n = 0, 1, \dots, N-1$) con l'Algoritmo della Fast Haar Transform si ottengono $N-1$ coefficienti Wavelet di Haar che definiscono la trasformazione ortonormale del segnale discreto considerato. La loro conoscenza permette di ottenere anche per questa via la varianza del segnale discreto originario e ciò è dato dalla relazione:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N (WT^{(m)}[i])^2 \quad [14.43a]$$

dove m è l'indice di scala e i è l'indice di posizione. Va ricordato che, associato ad ogni indice di scala m c'è una lunghezza caratteristica R_m che dipende dalla frequenza di campionamento f_c e dalla velocità media del vento U secondo la relazione:

$$R_m = 2^m dy = 2^m \frac{u}{f_c} \quad [14.43b]$$

In concreto, se $U = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e $f_c = 10 \text{ Hz}$, allora le scale $R_1, R_2, \dots, R_m$ saranno pari a 0.4, 0.8, 1.6, ... $2^{m-1} \cdot 0.2 \text{ m}$.

Per poter giungere a definire una densità spettrale è necessario quantificare l'energia totale TE contenuta alla scala $R_m = 2^m dy$ dove $dy = U/f_c$ avendo indicato con U la velocità media del vento. Si può dimostrare che vale la relazione seguente:

$$T_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{2^{M-m}} (WT^{(m)}[i])^2 \quad [14.43c]$$

cioè l'energia totale del segnale contenuta alla scala $R_m = 2^m dy$ è la somma dei quadrati dei coefficienti Wavelet alla scala m . Si noti che, se $m = 1$, il numero dei coefficienti Wavelet considerati nella sommatoria per definire l'energia corrispondente è pari a 2^{M-1} . Per il calcolo della densità spettrale che non tiene conto della media, l'indice di scala m varierà da 1 a $M-1$.

Per poter confrontare lo spettro Wavelet con l'analogo spettro di Fourier, per prima cosa è necessario associare ad ogni scala R_m un corrispondente numero d'onda k_m definito come:

$$k_m = 2\pi/R_m \quad [14.44a]$$

Perciò, la funzione di densità spettrale, definita come energia totale per unità di numero d'onda, la si ottiene dividendo la relazione precedente ottenuta per la variazione di numero d'onda k_m data da (Szilagyi e al., 1996):

$$\Delta k_m = \frac{2\pi}{2^m dy} \ln(2) \quad [14.44b]$$

ottenendo:

$$E(k_m) = \frac{dy}{2\pi 2^{-m} \ln(2)} \left\langle (WT^{(m)}[i])^2 \right\rangle \quad [14.44c]$$

dove l'operatore $\langle \cdot \rangle$ rappresenta il valor medio per tutti i valori dell'indice di posizione i . Quindi, per ogni numero d'onda k_m definito dalla (14.44a) corrisponderà una densità spettrale $E(k_m)$ data dalla (14.44c). Va sottolineato il fatto che lo spettro Wavelet lo si ottiene mediando nello spazio i quadrati dei coefficienti Wavelet a ciascun numero d'onda che sono numerosi garantendo uno spettro decisamente meno irregolare di quello di Fourier.

Per raggiungere un completo parallelismo con gli spettri di Fourier, conviene ricordare che per essi vale la relazione seguente che lega tra loro lo spettro in numero d'onda $E(k)$ allo spettro in frequenza $S(f)$ (Kaimal e Finnigan, 1994):

$$k \cdot E(k) = f \cdot S(f) \quad [14.44d]$$

oltre al fatto che:

$$k = 2\pi \frac{f}{U} \quad [14.44e]$$

Consideriamo, ora, un generico indice di scala m . In primo luogo, se consideriamo le relazioni (14.44a) e (14.44e) notiamo che è possibile associare all'indice di scala m una *frequenza* f_m che risulta data da:

$$f_m = 2^{-m} f_c \quad [14.44f]$$

Quindi diminuisce con l'aumentare dell'indice m dalla frequenza di Nyquist $f_c/2$ alla frequenza più bassa possibile $f_{M-1} = 2^{-(M-1)} f_c$. Quando $M = 15$ (cioè quando si trattano $N = 32768$ valori discreti) e $f_c = 10\text{Hz}$, $f_1 = 5\text{ Hz}$ e $f_{M-1} = 0.61 \cdot 10^{-3}\text{ Hz}$. Sulla base di tutto ciò, perché la (14.44d) sia soddisfatta è necessario che tra la densità spettrale $E(k_m)$ e la densità spettrale $S(f_m)$ valga la relazione:

$$f_m \cdot S(f_m) = \frac{1}{\ln(2)} \left\langle (WT^{(m)}[i])^2 \right\rangle \quad [14.44g]$$

La deviazione standard della densità spettrale mediata nello spazio e relativa al numero d'onda k_m può essere sempre calcolata a partire dai coefficienti Wavelet secondo la relazione:

$$SD_E(k_m) = \frac{dy}{2\pi \ln(2)} \left[\left\langle (WT^{(m)}[i])^4 \right\rangle - \left\langle (WT^{(m)}[i])^2 \right\rangle^2 \right]^{1/2} \quad [14.44h]$$

I grafici di $E(k_m)$ e di $E(k_m) + SD_E(k_m)$ forniscono una rappresentazione compatta della energia e della sua variabilità a ciascuna scala.

Se ora si considerano due segnali discreti w_n e θ_n acquisiti contemporaneamente ed entrambi costituiti da $N = 2^M$ elementi, una volta ottenuti col metodo precedente i coefficienti Wavelet $W^{(m)}$ e $T^{(m)}$, il loro co-spettro è dato dalla relazione (Katul e al., 1998b):

$$P_{wT}(k_m) = \frac{dy}{2\pi 2^{-m} \ln(2)} \left\langle (W^{(m)}[i]) \cdot T^{(m)}[i] \right\rangle \quad [14.45a]$$

e di conseguenza la loro covarianza risulta pari a:

$$\overline{w'\theta'} = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{2^{M-m}-1} \{ [W^{(m)}(i)] \cdot [T^{(m)}(i)] \} \quad [14.45b]$$

Katul e Parlange (1995) hanno evidenziato sperimentalmente come la parte di densità spettrale ad alta frequenza ottenuta con le Wavelets di Haar rappresenti una versione regolarizzata della densità spettrale ottenuta con la *DFT* e ciò è stato dimostrato anche analiticamente.

14.4 STIMA SPETTRALE DI VARIANZE E COVARIANZE

Non sarà sfuggito al Lettore un notevole parallelismo tra la costruzione degli spettri e dei co-spettri e la stima dei flussi turbolenti mediante il metodo Eddy-Covariance, basato sulla Matrice di Varianza-Covarianza del vento e sui vettori di Covarianza tra le componenti del vento e la temperatura potenziale-virtuale (ed eventualmente tra le componenti del vento ed una qualsiasi variabile scalare). In effetti questo parallelismo esiste, visto che nel metodo *EC* si è scelto di rimanere nel dominio del tempo, mentre ora si decide di rimanere nel dominio delle frequenze.

Se si considerano segnali discreti campionati da un anemometro ultrasonico triassiale alla frequenza f_c per un periodo T e se si adotta T come tempo di mediazione, allora è immediato delineare un metodo diretto di tipo spettrale per la stima delle varianze, delle covarianze e dei parametri del *SL* e tale metodo consta dei passi seguenti:

Passo 0: una volta disponibili le misure elementari ($v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}, \theta_i$), per esempio da un anemometro ultrasonico, dove v_{xi} , v_{yi} e v_{zi} sono le componenti del vettore vento rispetto al sistema di

riferimento strumentale, la prima operazione da fare è la rotazione degli assi cartesiani per calcolare le componenti del vento rispetto al locale sistema cartesiano *stream-line*. Per fare ciò, si procede come visto nel caso del metodo *EC* o impiegando la metodologia *Planar Fit* o individuando i tre angoli di rotazione θ, ϕ, ψ ottenibili come indicato al Capitolo 13. In quest'ultimo caso si procederà, quindi, alle tre rotazioni necessarie di ogni singolo vettore vento $\underline{V}_i = (v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})$ nel modo seguente:

$$\text{prima rotazione: } (v_{x1i}, v_{y2i}, v_{z3i}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \\ v_{zi} \end{bmatrix} \quad [14.46a]$$

$$\text{seconda rotazione: } (v_{x2i}, v_{y2i}, v_{z2i}) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{x1i} \\ v_{y1i} \\ v_{z1i} \end{bmatrix} \quad [14.46b]$$

$$\text{terza rotazione: } (u, v, w) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{x2i} \\ v_{y2i} \\ v_{z2i} \end{bmatrix} \quad [14.46c]$$

ed il risultato finale è la sostituzione delle componenti del vento v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} con le componenti (u_i, v_i, w_i) rispetto al sistema di coordinate *stream-line*.

Passo 1: si calcola la *DFT* dei quattro segnali discreti, applicando le opportune operazioni di *despiking*, *detrending* e *tapering* già descritte a proposito del metodo *EC*. Avendo a disposizione la *DFT* dei quattro segnali, è immediata la stima delle densità spettrali $S_{xx}(f)$ e dei co-spettri $Co_{xy}(f)$.

Passo 2: si calcola la varianza delle singole variabili impiegando la relazione seguente dopo aver opportunamente normalizzato lo spettro:

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_{xx}(f) \cdot df \quad [14.46d]$$

Dato che la stima della densità spettrale la si ottiene nella banda spettrale il cui estremo inferiore è $f_1 = 1/T$ (dove T è l'ampiezza della finestra temporale cui si riferiscono i record di variabili campionati) ed il cui estremo superiore è $f_2 = f_c/2$, cioè la frequenza di Nyquist (f_c è la frequenza di campionamento), l'integrale precedente dovrà essere determinato numericamente tra f_1 e f_2 . Data la forma analitica piuttosto critica della densità spettrale, l'algoritmo numerico di integrazione dovrà essere scelto in modo da minimizzare l'errore intrinseco.

Passo 3: si calcolano poi le covarianze $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ e $\overline{w'\theta'}$ mediante la relazione generale:

$$\overline{xy} = \int_0^\infty Co_{xy}(f) \cdot df \quad [14.46e]$$

e anche in questo caso l'integrale presente nella relazione sarà calcolato numericamente nella banda spettrale $f_1 \div f_2$. Note queste grandezze, è immediato ottenere il valore di u^* , T^* ed H_{0v} , e, una volta calcolato il valor medio della temperatura, risulta possibile anche il calcolo di L .

Il metodo di stima diretta dei parametri del *SL* per via spettrale come si vede non è più complicato del metodo *EC* e non richiede molto più tempo di calcolo. Presenta però alcuni vantaggi decisivi:

- le eventuali correzioni da apportare agli spettri per tener conto della loro risposta non ideale sono le stesse presentate a proposito del metodo *EC*, ma sono applicabili in maniera molto più naturale;

- la possibilità di vedere visivamente spettri e co-spettri consente di individuare senza difficoltà situazioni anomale corrispondenti a casi di forte non stazionarietà del *PBL*. Ciò si deduce dalla differenza tra le forme spettrali canoniche e quelle che si vedono, differenze frequentemente legate alla presenza di picchi non previsti o alla inesistenza dell'*inertial subrange*.
- la possibilità di ottenere in maniera diretta i flussi turbolenti verticali quando non è possibile garantire il mantenimento della verticalità all'apparato di misura. Un caso tipico è costituito dalle misure realizzate su navi il cui rollio e beccheggio contamina inevitabilmente la componente verticale del moto. In questo caso l'adozione di una stima per via spettrale è possibile, una volta eliminate dagli spettri e dai co-spettri in maniera semplice le perturbazioni a bassa frequenza indotte dal rollio e dal beccheggio.

In precedenza, si è accennato brevemente al concetto di Ogiva. Se si ipotizza di considerare un segnale continuo $x(t)$ caratterizzato da una densità spettrale $S_{xx}(f)$, una possibile definizione di Ogiva teorica è la seguente:

$$Og_x(f) = \int_f^{\infty} S_{xx}(f) \cdot df \quad [14.47a]$$

Nel caso in cui il segnale x sia invece discreto e campionato alla frequenza f_c in una finestra temporale T , come si è visto è possibile ottenere una densità spettrale campionaria $S_{xx}(f)$ definita nella banda spettrale $1/T \div f_c/2$. Anche in questo caso è possibile definire un'*Ogiva campionaria* come:

$$Og_x^m(f) = \int_f^{f_c/2} S_{xx}(f) \cdot df \quad [14.47b]$$

dove l'estremo inferiore f dell'integrale dovrà essere non inferiore a $1/T$. Per costruzione, l'Ogiva campionaria del segnale discreto è decisamente più regolare della relativa densità spettrale (Dias, 2018) e quindi più facilmente interpretabile. Inoltre, la relazione precedente ci indica chiaramente che il valore assunto dall'Ogiva campionaria ad una frequenza $f = 1/T^* \geq 1/T$ altro non è che la varianza del segnale discreto relativo ad un periodo di mediazione $T^* \leq T$. Queste considerazioni possono portare ad utili applicazioni.

Immaginiamo di condurre una campagna in cui la variabile $x(t)$ viene campionata alla frequenza f_c considerando una finestra temporale di osservazione T . Per esempio, la componente *longitudinale* del vento U venga campionata a 10Hz in una finestra temporale $T = 3600$ s. Dalle fluttuazioni di U è immediato determinare con i metodi descritti in precedenza la densità spettrale campionaria $S_{xx}(f)$ e la relativa Ogiva campionaria. Se, per esempio, esistono evidenze della presenza di moti submeso o di tipo ondoso, la densità spettrale campionaria inevitabilmente verrà da essi contaminata alle basse frequenze e la varianza campionaria che si ottiene sarà ovviamente una sovrastima di quella reale. Si possono, però, avere elementi oggettivi con cui individuare una *frequenza di cut-off* f^* basati o su un'evidenza sperimentale (per esempio Grachev et al. 2007, 2013) o basati sul *Bulk Richardson Number* e sulla presenza di uno *spectral-gap* (Vickers e Mahrt, 2003) allora, senza alcun bisogno di un filtraggio reale dei dati, si ottiene immediatamente il valore della varianza depurata dai moti submeso visto che essa coinciderà con il valore assunto dall'Ogiva campionaria alla frequenza f^* il che equivale a dire che il periodo di mediazione di fatto considerato è $T^* = 1/f^*$. Ragionamenti del tutto analoghi si possono fare per l'Ogiva del co-spettro di due variabili.

Infine, va rilevato che nell'algoritmo sopra delineato si ipotizzava di effettuare un'analisi spettrale basata sulla *DFT*, cosa peraltro molto comune, ma nulla cambia se le densità spettrali ed i co-spettri vengono determinati col metodo *Multiresolution*, molto più efficiente e che produce spettri e co-spettri decisamente più regolari.

14.5 STIMA DEI TASSI MEDI DI DISSIPAZIONE

Molto spesso in precedenza abbiamo incontrato le equazioni di bilancio di energia cinetica turbolenta e della semi-varianza della temperatura potenziale virtuale. Va detto che si può scrivere anche un'equazione di bilancio per la semi-varianza dell'umidità specifica e la sua forma analitica è totalmente identica a quella della semi-varianza della temperatura potenziale virtuale. In tutte queste equazioni di bilancio è sempre presente un termine di *dissipazione molecolare* (il tasso medio di dissipazione di energia cinetica o di temperatura o di umidità) la cui forma generale è parecchio complicata. Tuttavia, quando si è in condizioni di isotropia locale, questi termini diventano decisamente più semplici e, come vedremo, si prestano per una stima diretta dei tassi medi di dissipazione.

Queste grandezze le abbiamo ritrovate anche quando abbiamo introdotto gli spettri monodimensionali delle componenti del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità relativa e quindi, potenzialmente, anche per questa strada dovrebbe essere possibile ottenere una stima dei tassi medi di dissipazione che però non potrà che essere una stima indiretta. Abbiamo visto, poi, che anche considerando le Funzioni di Struttura compaiono questi tassi medi di dissipazione e quindi anche per questa strada dovrebbe essere possibile ottenere una loro stima indiretta.

Nei punti che seguono esploreremo i metodi diretti ed indiretti per stimare i tassi di dissipazione di energia cinetica turbolenta, temperatura e umidità; essi possiedono un'importanza intrinseca, ma sono anche il primo passo per giungere alla stima indiretta del flusso turbolento di quantità di moto, di calore sensibile e di calore latente col Metodo dell'*Inertial Dissipation* che illustreremo nel prossimo Capitolo.

Preliminarmente a ciò è però necessario chiarire e supportare in qualche modo il concetto di isotropia locale che sarà il fondamento su cui baseremo tutti i ragionamenti. Questo concetto un po' sfuggente è stato introdotto da Kolmogorov (1941) e ha portato ad individuare un'universalità intrinseca alla descrizione spettrale delle fluttuazioni turbolente delle variabili del *PBL* nell'*Inertial Subrange*. Questa ipotesi teorica, inizialmente piuttosto controversa, è stata oggetto di studi sistematici per la sua verifica nel contesto della turbolenza atmosferica e i lavori di Henjes (1997, 1998 e 1999) e di Biltoft (2001) hanno decisamente chiarito tutto ciò. In sostanza, richiamando quanto già esposto al Capitolo 4, la turbolenza del *PBL* deriva dall'energia acquisita dai vortici alle grandi scale indotti dai moti a mesoscala. Questi vortici di grandi dimensioni, decisamente non isotropi ed omogenei, evolvono nell'*energy cascade* frammentandosi in vortici sempre più piccoli e sempre più isotropi e la loro dimensione definisce l'*Inertial Subrange (IS)*. Questo processo di riduzione dimensionale dei vortici termina infine alle scale più piccole con la concomitante dissipazione in calore. L'isotropia è locale non tanto nello spazio (come porterebbe a credere l'infelice definizione) quanto piuttosto nel dominio delle frequenze e rappresenterebbe lo stato in cui le funzioni di distribuzione delle differenze di velocità risultano omogenee ed isotrope e ciò ha luogo, come è stato verificato sperimentalmente, nell'*IS*.

14.5.1 STIMA DIRETTA DEI TASSI MEDI DI DISSIPAZIONE

Come consueto, indichiamo con ν la viscosità cinematica dell'aria e con ν_T la relativa diffusività termica: alla temperatura di 20 °C ed alla pressione di 1013 mbar queste grandezze risultano pari rispettivamente a $1.53 \cdot 10^{-5}$ (m^2s^{-1}) e $2.16 \cdot 10^{-5}$ (m^2s^{-1}) (Garratt 1992). In condizioni di isotropia locale, il tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε e della semi-varianza della temperatura potenziale virtuale N_θ risultano così definiti:

$$\varepsilon = 15\nu \cdot \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2} \quad [14.48a]$$

$$N_\theta = 6\nu_T \cdot \overline{\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^2} \quad [14.48b]$$

dove u è il valore istantaneo del moto (localmente isotropo) e θ è la temperatura potenziale virtuale. Ragionamenti analoghi si possono fare per l'umidità cui è associata una diffusività v_q . Per poter utilizzare in pratica queste relazioni sarebbe necessario disporre a vari istanti del valore della derivata spaziale istantanea del campo della velocità longitudinale, del campo di temperatura potenziale virtuale e del campo di umidità specifica. Potremmo pensare di rilevare queste variabili in due punti molto vicini tra loro posti, per esempio, su un segmento trasversale alla direzione media del vento, ma valutiamo quanto dovrebbero essere vicini questi due punti. Visto che queste relazioni valgono quando ci si trova in una situazione localmente isotropa, dal Capitolo 4 sappiamo che per essere in questa situazione i due punti devono stare ad una distanza dell'ordine della lunghezza di scala di Kolmogorov η definita come:

$$\eta = (v^3/\varepsilon)^{1/4} \quad [14.48c]$$

Per comprendere quale possa essere l'ordine di grandezza di η , se stimiamo in prima approssimazione ε usando la Relazione di Similarità in condizioni adiabatiche $\varepsilon = u_*^3/(kz)$, per un tipico valore di u_* di $0.2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e per una quota di misura $z = 4 \text{ m}$, ε sarà dell'ordine di $5.0\cdot 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ e quindi η sarà dell'ordine del millimetro. Non c'è quindi speranza con la tecnologia attuale di realizzare due misure così vicine per ottenere da esse la derivata spaziale.

L'unica strada percorribile a questo punto è quella di realizzare misure in un punto fisso dello spazio, di campionare con una frequenza di campionamento sufficientemente elevata e di invocare l'ipotesi di Taylor. Questo è il modo con cui normalmente sono state realizzate queste misure (Champagne e al., 1977, Wyngaard e Coté 1971, Fairall e Larsen 1986). Se consideriamo, per il loro specifico interesse pratico, ε ed N_θ , queste misure possono essere realizzate impiegando un anemometro a filo caldo (ε) ed una termocoppia veloce con giunto sottilissimo (θ). Questi strumenti, anche se molto delicati, in realtà sono disponibili. Il problema ora si sposta al sistema di campionamento che deve essere caratterizzato da una frequenza di campionamento sufficientemente elevata. Per poterla stimare, almeno come ordine di grandezza, ricordiamo che se U è la velocità media del vento, la frequenza di campionamento dovrà essere almeno pari a $f_c < U/\eta$. Se un valore tipico per U è di $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, f_c dovrà essere di almeno 10 kHz , frequenza di campionamento molto superiore a quella impiegata per la stima diretta dei flussi che normalmente è di $10\div 20 \text{ Hz}$, anche se tecnicamente è possibile ottenerla.

L'utilizzo dell'ipotesi di Taylor non è immediato, vista la delicatezza della misura e, come evidenziato da Wyngaard e Coté (1971) e da Champagne e al. (1977), richiede una correzione per tener conto della fluttuazione delle componenti elementari della velocità del vento: tale correzione è stata dedotta con ragionamenti spettrali da Wyngaard e Clifford (1971). In particolare, se per il momento ci concentriamo sul tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta, si ha che:

$$\varepsilon = \frac{15v}{U^2} \cdot \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2} \cdot \left[1 + \frac{\overline{u^2}}{U^2} + 2\frac{\overline{v^2} + \overline{w^2}}{U^2}\right]^{-1} \quad [14.49a]$$

In pratica la derivata rispetto al tempo deve essere sostituita dalla sua approssimazione alle differenze finite:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \cong \frac{u(t + \tau) - u(t)}{\tau} \quad [14.49b]$$

dove l'intervallo di tempo τ è dell'ordine di 10^{-3} secondi. Champagne e al. (1977) ha esteso questo ragionamento anche alla determinazione di N_θ usando solo misure *one-point*, giungendo alla relazione seguente:

$$N_\theta = \frac{6v_T}{U^2} \cdot \overline{\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)^2} \cdot \left[1 + \frac{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}{U^2}\right]^{-1} \quad [14.50]$$

Anche in questo caso la derivata temporale della temperatura potenziale deve essere sostituita dalla sua approssimazione alle differenze finite con un τ dello stesso ordine di grandezza.

Naturalmente è possibile usare questa metodologia per la stima diretta del tasso di dissipazione della semi-varianza dell'umidità specifica (Fairall e Larsen 1986) che, in condizioni di isotropia locale, è definita come:

$$N_q = 6\nu_v \cdot \overline{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)^2} \quad [14.51a]$$

in cui con ν_v si è indicata la diffusività molecolare del vapor d'acqua, pari a $2.57 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ alla temperatura di 20°C ed alla pressione di 1013 mb. La relazione da utilizzare nel caso sia possibile effettuare la misura *one-point* dell'umidità specifica $q(t)$ con una sufficiente precisione e campionarla con una frequenza pari a quella sopra definita è la seguente:

$$N_q = \frac{6\nu_v}{U^2} \cdot \overline{\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)^2} \cdot \left[1 + \frac{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}{U^2}\right]^{-1} \quad [14.51b]$$

È evidente che questo metodo di stima diretta dei tassi medi di dissipazione è concettualmente molto semplice, ma tecnicamente molto complesso e richiede strumentazione decisamente costosa e delicata oltre all'enorme massa di misure elementari che è necessario raccogliere per giungere alla stima dei parametri desiderati. Quindi a questa tecnica si ricorre solo raramente, preferendo i metodi indiretti, più complessi concettualmente, ma decisamente più semplici da realizzare in campo.

14.5.2 STIMA INDIRETTA DEI TASSI MEDI DI DISSIPAZIONE

Vista la difficoltà intrinseca alla determinazione diretta dei tassi medi di dissipazione, è stato necessario individuare metodi alternativi di tipo indiretto. Da quanto abbiamo visto fin qui, tali metodi non potevano che fondarsi direttamente o indirettamente sull'analisi spettrale della turbolenza atmosfera entro l'*Inertial Subrange (IS)* e quindi sulle Ipotesi di Kolmogorov. Di fatto, i metodi proposti si dividono in due classi distinte:

- metodi che si basano sulle Relazioni di Similarità per le Funzioni di Struttura di vario ordine,
- metodi che utilizzano direttamente gli spettri monodimensionali delle variabili meteorologiche.

Entrambi questi metodi possono essere definiti *metodi spettrali*. A questi due metodi principali (molto usati nelle applicazioni pratiche) se ne aggiunge un altro, molto curioso e promettente, ma poco frequentemente utilizzato che si basa sul numero di passaggi dal livello zero del segnale di fluttuazione della componente longitudinale del vento. Di fatto, quindi, questo metodo non può essere definito *spettrale*. Di esso tratteremo al termine dell'esposizione dei metodi tradizionali.

Prima di iniziare la discussione di questi metodi, è indispensabile premettere alcune considerazioni di tipo strumentale. Come abbiamo detto, la motivazione principale che ha condotto all'introduzione di questi metodi spettrali di stima indiretta è la difficoltà a mettere in campo tecniche per la stima diretta dei tassi medi di dissipazione, dato che gli strumenti necessari allo scopo sono troppo delicati per poter sopravvivere a campagne di misure di durata medio-lunga e dato che i sistemi di acquisizione devono operare necessariamente a frequenze troppo elevate. Perciò lo strumento principale utilizzato oggi nelle stime indirette dei tassi di dissipazione è, come per la determinazione diretta dei flussi di quantità di moto e di calore sensibile, l'anemometro ultrasonico triassiale che garantisce l'acquisizione delle tre componenti del moto e della temperatura potenziale virtuale con una precisione ed una rapidità sufficiente. Per la sola temperatura, un'alternativa possibile è quella di usare termometri veloci, normalmente termoresistenza o termocoppie sottili, che comunque risultano molto più fragili dell'anemometro sonico.

Dato che la condizione irrinunciabile per l'applicabilità di questi metodi è quella di

lavorare nell'*IS*, il primo problema è proprio la sua individuazione. Quando l'abbiamo introdotto nel Capitolo 4, il concetto di *IS* non era molto operativo. Per questa ragione dobbiamo ora dare alcune *regole pratiche* per poter dire se ragionevolmente stiamo lavorando o meno all'interno dell'*IS*.

14.5.2.1 Individuazione dell'*Inertial Subrange*

Le grandezze considerate dai vari metodi spettrali indiretti di stima sono, da un lato, gli spettri monodimensionali e dall'altro le Funzioni di Struttura, i primi che operano nel dominio delle frequenze e le seconde che operano nel dominio dello spazio fisico. Nel caso delle densità spettrali, sappiamo dalla teoria dell'isotropia locale di Kolmogorov, che esiste un intervallo spettrale entro cui le densità spettrali possiedono una forma analitica particolarmente semplice, funzione solo della frequenza f (espressa in Hz) e dei tassi di dissipazione molecolari. Quindi, l'*IS* è definito come un intervallo di frequenze. Nel caso in cui consideriamo le Funzioni di Struttura, sempre la teoria di Kolmogorov porta a definire l'*IS* come un intervallo di distanze tra i due punti di cui consideriamo i valori delle variabili meteorologiche. Bisogna fornire *regole pratiche* che definiscano i due tipi di intervalli e che garantiscano che i due intervalli siano tra loro fisicamente congruenti.

La Teoria di Kolmogorov non è esplicita nel definire quale sia la frequenza minima dell'*IS* o, se ragioniamo nello spazio fisico, quale sia la distanza massima tra i due punti le cui misure concorrono alla generica Funzione di Struttura. Tuttavia, quello che è certo è che nell'*IS* deve valere l'isotropia locale e quindi bisogna che i vari spettri monodimensionali soddisfino alcune condizioni ben precise:

- gli spettri monodimensionali per le tre componenti del vento $S_{uu}(f)$, $S_{vv}(f)$, $S_{ww}(f)$ e lo spettro monodimensionale della temperatura potenziale $S_{\theta\theta}(f)$ nell'*IS* devono essere proporzionali a $f^{-5/3}$. Quindi possiamo definire come *IS* quell'intervallo spettrale in cui tutte le densità spettrali si scostano il meno possibile da questo andamento. Anche se questa regola è quantitativa e chiara, l'irregolarità degli spettri ottenuti con la Trasformata di Fourier, aggravata dalle possibili distorsioni indotte dalla necessaria applicazione dell'ipotesi di Taylor, rende piuttosto complessa un'individuazione univoca dell'intervallo spettrale cercato, come ben si può vedere in Fig.14.13. Meno problemi si hanno impiegando uno spettro Multiresolution che è intrinsecamente più regolare;

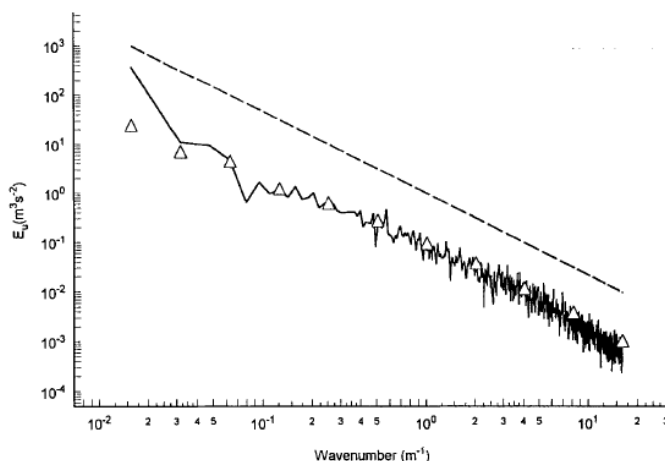


Fig.14.13: esempio di spettro della componente longitudinale del vento (E_u) in funzione del numero d'onda $k = 2\pi f/U$.

- per ogni frequenza appartenente all'*IS* è necessario che le tre componenti del vento rispettino le condizioni di isotropia locale, cioè che i rapporti $S_{vv}(f)/S_{uu}(f)$ e $S_{ww}(f)/S_{uu}(f)$

valgano $4/3$. Anche questa è una regola quantitativa che può essere difficile applicare quando gli spettri sono ottenuti con la Trasformata di Fourier e quindi risultano molto irregolari soprattutto nella loro parte ad alta frequenza.

D'altro canto, dovranno valere analoghe condizioni anche per le Funzioni di Struttura. In particolare:

- dalla teoria di Kolmogorov, nell'*IS* le Funzioni di Struttura del secondo ordine devono avere una dipendenza dalla distanza r tra i due punti di misura del tipo $r^{2/3}$, mentre ogni Funzione di Struttura del terzo ordine (anche mista) avrà una dipendenza lineare da r . Dato che le Funzioni di Struttura sono intrinsecamente più regolari degli spettri e sono sostanzialmente immuni dalla contaminazione dei moti a mesoscala e dalle intermittenze presenti nelle condizioni stabili, apparentemente dovrebbe essere più semplice individuare l'*IS*. Nella pratica non sempre è così. Nella **Fig.14.14** sono presentati gli andamenti delle Funzioni di Struttura del secondo ordine delle tre componenti del vento e della temperatura potenziale oltre alla Funzione di Struttura del terzo ordine relativa alla componente longitudinale del vento e, come si vede, anche in questo caso non è facile individuare l'*IS*.

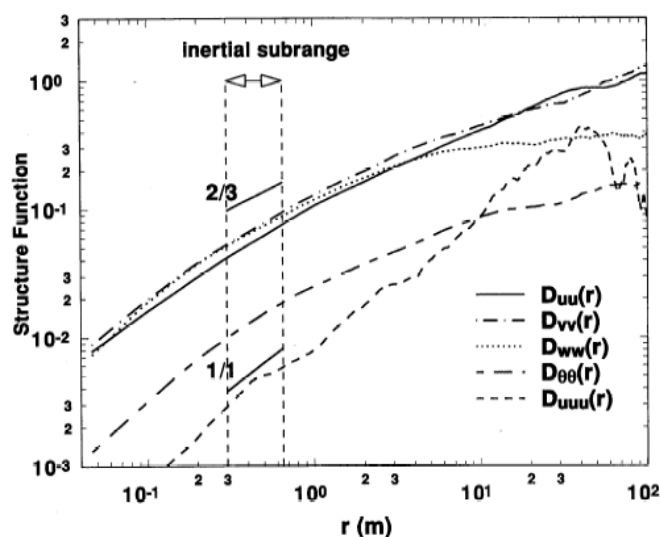


Fig.14.14: andamenti tipici delle Funzioni di Struttura delle componenti del vento e della temperatura potenziale in funzione della distanza r (Hsieh e Katul., 1997)

- l'isotropia locale, prevista dalle ipotesi di Kolmogorov, richiede che per ogni distanza r entro l'*IS* valgano le relazioni seguenti:

$$\frac{D_{uu}(r)}{D_{vv}(r)} = \frac{D_{uu}(r)}{D_{ww}(r)} = \frac{3}{4} \quad [14.52a]$$

$$\frac{D_{ww}(r)}{D_{vv}(r)} = 1 \quad [14.52b]$$

Queste relazioni sono semplici e quantitative, anche se la loro applicazione non è così immediata nella realtà. L'esperienza ha mostrato che risulta più semplice definire una strategia di individuazione dell'*IS* utilizzando la relazione (14.52b).

A queste regole derivanti dall'assunzione dell'ipotesi di isotropia locale, di uso del tutto generale, si può aggiungere anche ciò che è emerso dall'evidenza sperimentale (Kaimal e al.1972 e Kaimal 1986). L'evidenza è che nel *SL* i vortici che iniziano ad essere localmente isotropi hanno una dimensione caratteristica dell'ordine della quota di misura z . Per tradurre in termini operativi

questa constatazione sperimentale, si può immaginare che per catturare questo vortice con una Funzione di Struttura sia necessaria una distanza r tra i punti di misura pari a $z/2$. Hsieh e Katul (1997) hanno constatato che per le Funzioni di Struttura del secondo ordine $D_{uu}(r)$ e $D_{vv}(r)$ ciò era ben verificato, mentre per la Funzione di Struttura del secondo ordine $D_{ww}(r)$ e per la Funzione di Struttura del terzo ordine $D_{uuu}(r)$ la distanza r doveva essere inferiore. Pahlow e al. (2001), che utilizzano esclusivamente le Funzioni di Struttura del terzo ordine, hanno confermato che il vincolo $r < z/2$ è sostanzialmente corretto. Quindi, alla luce di ciò che emerge dalle misure si può affermare che:

$$r \leq \alpha \cdot z \quad [14.53a]$$

dove α potrà assumere valori compresi tra 0.5 e 0.14. Altri Autori hanno verificato che, se si considera solo la componente u del vento, α può arrivare fino al valore 5. Comunque, la distanza massima per la quale una Funzione di Struttura sta nell' IS è direttamente proporzionale alla quota di misura. Quindi, più elevata è la quota di misura (che deve comunque stare entro il SL) più elevata è r e quindi maggiore è il numero di campioni che possono concorrere alla stima delle Funzioni di Struttura.

Per tradurre questa regola nel dominio delle frequenze, basta fare questo semplice ragionamento. Consideriamo concretamente una Funzione di Struttura di ordine generico della componente u realizzata campionando una misura ogni Δt secondi. Se U è la velocità media del vento, N un numero non necessariamente intero e se adottiamo l'ipotesi di Taylor, si ha che: $r = N\Delta t \cdot U$. Quindi, per poter disporre di misure adatte per la stima della Funzione di Struttura possiamo campionare il segnale u al minimo con una frequenza $f_1 = N/\Delta t$. Quindi, dalla (14.53a) si ottiene:

$$f_1 \geq \frac{U}{\alpha z} \quad [14.53b]$$

che è la controparte della (14.53a) nel dominio delle frequenze. Perciò, la frequenza minima dell'intervallo spettrale cui corrisponde l' IS è direttamente proporzionale alla velocità media del vento ed inversamente proporzionale alla quota di misura. Lange e Businger (1988) hanno verificato che negli spettri monodimensionali della componente orizzontale del vento si individua l' IS quando la frequenza normalizzata $n = fz/U$ supera il valore 0.25 e ciò corrisponderebbe ad un valore di α pari a 4. Charuchittipan e Wilson (2009), invece, hanno individuato come frequenza minima per IS il valore $f = U/(2z)$, quindi α sarebbe pari a 2. Il quadro qui delineato non è completamente definito, anche perché i vari lavori da cui sono state desunte queste indicazioni non sono totalmente omogenei tra loro; comunque, una possibile regola pratica è usare le relazioni (14.53) con un valore di α non superiore a 1÷2 e verificare che spettri e Funzioni di Struttura rispettino le condizioni di isotropia locale. Se ciò non fosse, si riduce il valore di α fino a giungere al rispetto delle condizioni di isotropia locale.

La distanza minima r che definisce l'estremo superiore dell' IS , dalla teoria di Kolmogorov dovrebbe essere dell'ordine della microscala di Kolmogorov η , cioè dell'ordine del millimetro, cosa impossibile da realizzare nelle condizioni sperimentali normali. A questo limite teorico nel dominio dello spazio fisico corrisponderebbe un analogo limite superiore nel dominio delle frequenze dell'ordine di 10 kHz, ben più elevato della frequenza di campionamento normalmente consentita dagli anemometri ultrasonici triassiali e dai sistemi di acquisizione dati normalmente impiegati nelle campagne sperimentali. In realtà, ogni sensore meteorologico utilizzabile per la misura degli spettri e delle Funzioni di Struttura si comporta come un filtro passa basso RC e come tale distorce lo spettro alle alte frequenze. Più precisamente un tale sensore presenta una funzione di trasferimento spettrale del tipo:

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (2\pi\tau f)^2} \quad [14.54a]$$

dove τ è la costante di tempo del sensore (più alta è la costante di tempo, più il sensore è a risposta lenta). Possiamo dire che il sensore ha seriamente distorto spettralmente il segnale d'ingresso quando la funzione di trasferimento spettrale si è ridotta a 0.5, cioè quando:

$$f = f_2 = \frac{1}{2\pi\tau} \quad [14.54b]$$

I sensori di temperatura che vengono utilizzati per determinare le Funzioni di Struttura e gli spettri sono termocoppie o termoresistenza estremamente sottili (i fili sono del diametro dell'ordine di 10 μm): ciò permette di avere delle costanti di tempo dell'ordine di 0.03 s e quindi di poter raggiungere frequenze dell'ordine dei 5 Hz senza apprezzabili distorsioni del segnale di temperatura.

Per quanto riguarda, invece, l'anemometro ultrasonico triassiale (che misura le tre componenti del vento e la temperatura virtuale), la sua caratteristica principale che ne limita la risposta in frequenza è la lunghezza dei percorsi acustici di misura d . In pratica lo strumento non potrà *catturare* vortici di dimensioni inferiori a d . Se si ipotizza che anche l'anemometro ultrasonico triassiale si comporti come un filtro passa basso (Kaimal 1986) con tempo caratteristico $\tau = d/U$, allora la frequenza di taglio caratteristica sarà pari a:

$$f_2 = \frac{U}{2\pi d} \quad [14.54c]$$

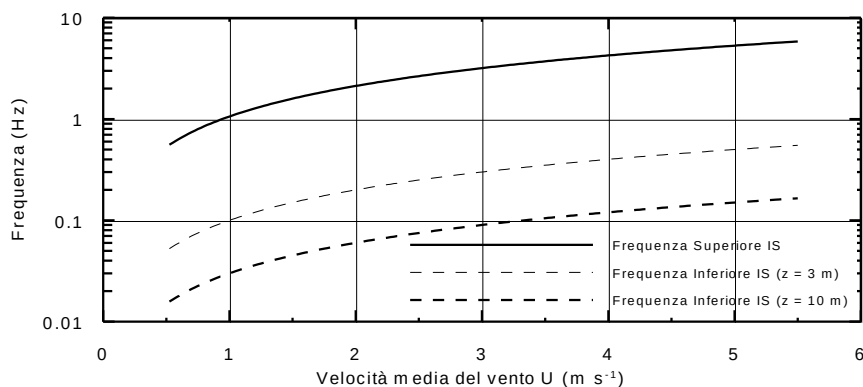


Fig. 14.15: *Inertial Subrange visto da un anemometro ultrasonico triassiale ($d = 0.15$ m) posto a $z = 3$ m e a $z = 10$ m*

Da quel che si è detto finora emerge come l'IS *visto* dall'apparato di misura, per esempio quando si realizza un'analisi spettrale, è un intervallo delimitato da una frequenza minima f_1 , inversamente proporzionale alla quota di misura z e da una frequenza massima f_2 che dipende dall'inverso del percorso acustico dell'anemometro sonico. Entrambe le frequenze sono poi direttamente proporzionali alla velocità del vento. Inoltre, è ovvio che se la frequenza di campionamento f_c con cui si raccolgono le misure elementari risulta inferiore a f_2 , sarà f_c il limite superiore dell'IS visto dall'apparato di misura. Concretamente immaginiamo che $d = 0.15$ m e, congruentemente con Lange e Businger (1988), che:

$$f_1 = 0.3 \frac{U}{z} \quad f_2 = \frac{U}{2\pi d} \quad [14.54d]$$

allora l'IS visto dallo strumento sarà quello illustrato in **Fig. 14.15** in cui si è riportato sia il caso con $z = 3$ m che il caso con $z = 10$ m. Come si nota immediatamente, se la quota di misura aumenta, aumenta l'ampiezza dell'IS visto dal sistema e quindi, a parità di frequenza di campionamento, sarà maggiore il numero di valori di densità spettrale che saranno presenti entro l'IS e quindi migliore sarà la stima dei tassi di dissipazione.

In sintesi, si può asserire che la definizione quantitativa degli estremi dell'IS, soprattutto dell'estremo superiore, sia nel dominio delle frequenze che nel dominio del tempo è piuttosto *incerta* e i vari lavori di ricerca realizzati non dissipano tutti i dubbi. In realtà, ci sembra possibile anche intraprendere un'altra strada, meno euristica di quella utilizzata dai vari ricercatori che cercheremo di illustrare nell'Esempio seguente che, a differenza degli altri Esempi che compaiono del libro, vuole essere una proposta di lavoro per i Lettori.

Esercizio 14.10

Cerchiamo una via alternativa, percorribile in pratica, per individuare l'estremo superiore dell'*IS* nella densità spettrale della componente longitudinale del moto.

Consideriamo la sequenza discreta $[u_n]$ di N elementi (per es. 2^{15} elementi) acquisita da un anemometro ultrasonico triassiale che opera alla frequenza di campionamento di 10 Hz. Con questa sequenza discreta non è certo difficile, per quanto abbiamo detto finora, ottenere la relativa densità spettrale campionaria $S_{UU}(f)$. Quindi la banda spettrale su cui si estende lo spettro della componente u del moto va da $0.3 \cdot 10^{-3}$ Hz a 5 Hz. Se $S_{UU}(f)$ è stato ottenuto impiegando la *DFT*, converrà eliminarne il *rumore* impiegando una delle tecniche suggerite, che risulterà non necessaria se lo spettro è stato ottenuto col metodo *Multiresolution*.

A questo punto, ricordando che sperimentalmente si è visto che gli spettri nel SL possono essere descritti da espressioni analitiche relativamente semplici, ipotizziamo che la densità spettrale campionaria ottenuta sia descrivibile nell'intera banda spettrale dalla forma analitica:

$$S_{UU}^{teor}(f) = \frac{A}{(1 + B \cdot f)^{5/3}}$$

Il primo passo da fare è stimare i parametri A e B ottimali dalla $S_{UU}(f)$ campionaria di cui disponiamo. La forma spettrale sopra introdotta può essere manipolata algebricamente ottenendo la forma lineare seguente:

$$\frac{1}{[S_{UU}^{teor}(f)]^{3/5}} = \frac{1}{A^{3/5}} + \frac{B}{A^{3/5}} \cdot f$$

Perciò, disponendo dei valori alle varie frequenze della densità spettrale campionaria (regolarizzata eliminando il rumore), col semplice metodo di Regressione Lineare ai Minimi Quadrati si ottengono i valori A e B per cui lo spettro teorico proposto più si avvicina a quello campionario.

Lo spettro teorico alle alte frequenze presenta un *IS* entro cui presenta la forma seguente che si ottiene come limite asintotico di $S_{UU}^{teor}(f)$:

$$S_{UU}^{IS}(f) = \frac{A}{B^{5/3}} \cdot f^{-5/3}$$

A questo punto possiamo analizzare la differenza $S_{UU}^{IS}(f) - S_{UU}^{teor}(f)$ a partire dalle basse frequenze ed individuare, per esempio, la frequenza f^* per inizia a valere la disequazione:

$$\frac{S_{UU}^{IS}(f) - S_{UU}^{teor}(f)}{S_{UU}^{IS}(f)} \leq \varepsilon$$

dove ε può essere, per esempio, pari a 0.01. In questo modo abbiamo cercato di concretizzare il concetto secondo cui l'*IS* è quella porzione di banda spettrale entro cui lo spettro campionario poco si discosta da quello ipotizzata dalla Teoria di Kolmogorov.

14.5.2.2 Metodi di stima basati sulle Funzioni di Struttura

I metodi basati sulle Funzioni di Struttura sono sostanzialmente di due tipi: quelli che si basano sulle Funzioni di Struttura del terzo ordine e quelli basati sulle Funzioni di Struttura del secondo ordine. Dato che siamo interessati alla determinazione del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε e della semi-varianza N_θ , le variabili meteorologiche coinvolte sono le componenti del vento e la temperatura. È normale non considerare la temperatura (potenziale) ma la temperatura potenziale virtuale e quindi quasi sempre lo strumento di misura impiegato è l'anemometro ultrasonico triassiale. Se questa è la scelta strumentale, inevitabilmente per poter ottenere da misure *one-point* le Funzioni di Struttura è necessario invocare l'ipotesi Taylor purché $\sigma_w/U < 0.5$. In questo caso, a rigore, si dovrebbe utilizzare la correzione di Wyngaard e Clifford (1977) ma, come hanno dimostrato Hsieh e Katul (1977), questa correzione dovrebbe risultare sostanzialmente ininfluenza, semplificando di molto le cose.

Metodo basato sulle Funzioni di Struttura del terzo ordine

Uno dei risultati notevoli della teoria di Kolmogorov sull'isotropia locale è costituito dalle equazioni dinamiche che legano tra loro le Funzioni di Struttura del secondo e del terzo ordine assieme alle caratteristiche fisiche del fluido (viscosità cinematica ν e diffusività molecolare χ) e ai tassi medi ε e N_θ . Ricordiamo che queste equazioni sono:

$$D_{uuu}(r) - 6\nu \frac{\partial D_{uu}(r)}{\partial r} = -\frac{4}{5} \varepsilon \cdot r \quad [14.55a]$$

$$D_{u\theta\theta}(r) - 2\chi \frac{\partial D_{uu}(r)}{\partial r} = -\frac{4}{3} N_\theta \cdot r \quad [14.55b]$$

e nel derivarle si è assunto che lo stato statistico dei vortici a piccola scala sia indipendente dalle proprietà macrostrutturali del moto (Katul e al, 1995a). Inoltre, Monin e Yaglom (2007b, p. 402) hanno mostrato che le differenze di velocità longitudinale Δu e di temperatura potenziale $\Delta \theta$ ottenute a *lag* spaziali r molto inferiori alla dimensione caratteristica dei grandi vortici che producono la turbolenza sono tra loro indipendenti e ciò comporta che la temperatura è di fatto uno scalare passivo che non interagisce col campo di moto.

Come abbiamo visto, nell'*Inertial Subrange* i termini in cui compaiono le proprietà molecolari dell'aria ad elevato numero di Reynolds ed elevato numero di Peclet sono decisamente trascurabili, per cui le relazioni precedenti si semplificano riducendosi a:

$$D_{uuu}(r) = -\frac{4}{5} \varepsilon \cdot r \quad [14.56a]$$

$$D_{u\theta\theta}(r) = -\frac{4}{3} N_\theta \cdot r \quad [14.56b]$$

mettendo in relazione direttamente le Funzioni di Struttura del terzo ordine con i tassi medi di dissipazione. La cosa veramente importante è che queste relazioni non contengono costanti che derivano dalla Teoria della Similarità e che devono essere derivate dalle misure, ma viceversa contengono i coefficienti $4/5$ e $4/3$ che derivano direttamente dalla teoria e che sono esatti se la teoria è esatta. Questa, a detta dei vari Autori (Katul e al., 1995a, Pahlow e al. 2001, Albertson e al., 1997), è la vera forza del metodo. Oltre a ciò, le Funzioni di Struttura, ed in particolare quelle del terzo ordine, sono ben poco contaminate dai moti a mesoscala e submeso presenti soprattutto nelle situazioni stabili. Tuttavia, un possibile problema nel loro utilizzo non è tanto di natura fisica, ma piuttosto di natura numerica. Infatti, è noto che, se si calcolano le funzioni di struttura impiegando direttamente la loro definizione, si possono accumulare notevoli errori di arrotondamento che vanno contrastati con opportune tecniche numeriche. Sfruttando le proprietà positive delle Funzioni di Struttura del terzo ordine e limitandone gli aspetti negativi di stima, in teoria, basterebbe stimare $D_{uuu}(r)$ e $D_{u\theta\theta}(r)$ per un valore di r e dalle (14.56) si otterrebbe immediatamente il valore di ε e N_θ . Tuttavia, conviene adottare una appropriata tecnica operativa che qui ora descriveremo.

Per applicare concretamente questo metodo (Hsieh e Katul 1997 e Pahlow e al. 2001) si considerino le misure *one-point* della componente longitudinale del vento e della temperatura potenziale misurate dall'anemometro ultrasonico triassiale. Naturalmente le misure delle componenti della velocità del vento, prima di essere impiegate, dovranno subire un *preprocessing* in modo da ruotare gli assi in coordinate *streamline*, esattamente come viene fatto quando si usa il metodo *Eddy-Covariance* per la stima diretta dei flussi. Oltre a ciò, si è dovuto fare a priori una scelta del tempo di mediazione, scelta critica soprattutto nelle situazioni ad elevata stabilità.

La stima delle Funzioni di Struttura a partire dai valori *raw* di u e θ acquisiti ad una frequenza di campionamento f_c è data dalle relazioni seguenti:

$$D_{uuu}(r) = D_{uuu}(n\Delta t \cdot U) = \overline{[u(t + n\Delta t) - u(t)]^3} \quad [14.57a]$$

$$D_{u\theta\theta}(r) = D_{u\theta\theta}(n\Delta t \cdot U) = \overline{[u(t + n\Delta t) - u(t)] \cdot [\theta(t + n\Delta t) - \theta(t)]^2} \quad [14.57b]$$

Come si vede, si è utilizzata l'ipotesi di Taylor, per cui $r = n\Delta t \cdot U$ quando U è la velocità media del vento. L'intervallo di r compatibile con l'IS dovrà essere determinato impiegando i criteri esposti in precedenza. Per Pahlow e al. (2001), per esempio, l'intervallo è quello indicato nella Fig.14.16.

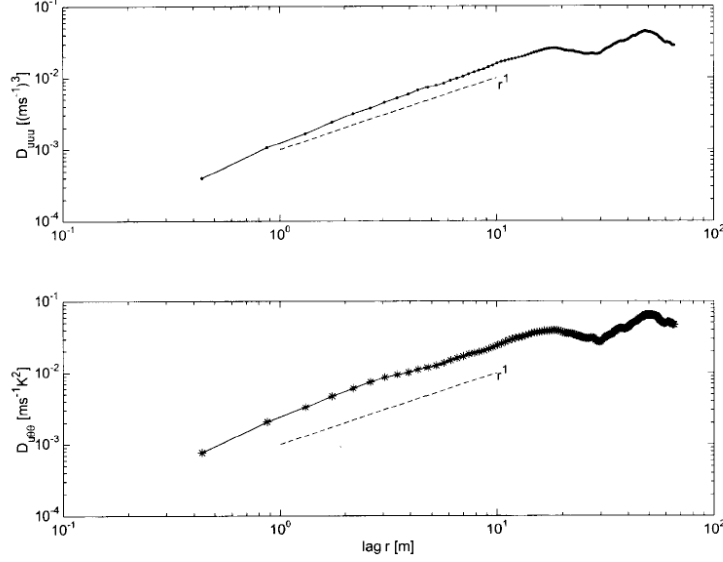


Fig. 14.16: Le Funzioni di Struttura con la distanza r . È indicato l'IS (Pahlow e al., 2001)

Come si nota, nonostante le due funzioni di struttura siano molto regolari (se confrontate con gli spettri grezzi) tuttavia una certa irregolarità ancora permane e di questo dovremo preoccuparci nella stima dei parametri di dispersione. A questo punto disponiamo di M stime delle Funzioni di Struttura $D_{uuu}(r_i)$ e $D_{u\theta\theta}(r_i)$ dove $r_1 = r_{\min}$ e $r_M = r_{\max}$ e $r_{i+1} - r_i = U\Delta t = U/f_c$ (f_c è la frequenza di campionamento del sonico). Per giungere ad una stima di ε ed N_θ si possono seguire varie strade:

1. la più naturale è quella di stimare i tassi medi di dissipazione come il valor medio delle stime che le relazioni (14.56) determinano per ogni valore di r_i , cioè:

$$\varepsilon = -\frac{5}{4} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{uuu}(r_i)}{r_i} \quad N_\theta = -\frac{3}{4} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{u\theta\theta}(r_i)}{r_i} \quad [14.58]$$

2. una strada più elaborata, che dovrebbe difendere meglio dalle eventuali irregolarità presenti nelle stime delle Funzioni di Struttura calcolate alle varie distanze r_i , si basa sull'integrazione di entrambi i membri delle relazioni (14.56) da cui si ottiene:

$$\varepsilon = -\frac{5}{2} \frac{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} D_{uuu}(r) \cdot dr}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} = -\frac{5}{2} \frac{I_{uuu}}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} \quad [14.59a]$$

$$\varepsilon = -\frac{3}{2} \frac{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} D_{u\theta\theta}(r) \cdot dr}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} = -\frac{3}{2} \frac{I_{u\theta\theta}}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} \quad [14.59b]$$

Gli integrali I_{uuu} e $I_{u\theta\theta}$ possono essere approssimati numericamente, per esempio con il metodo dei trapezi, per cui:

$$I_{uuu} \cong \frac{U \cdot \Delta t}{2} \cdot \left[D_{uuu}(r_1) + 2 \sum_{i=2}^{m-1} D_{uuu}(r_i) + D_{uuu}(r_M) \right] \quad [14.59c]$$

$$I_{u\theta\theta} \cong \frac{U\Delta t}{2} \cdot \left[D_{u\theta\theta}(r_1) + 2 \sum_{i=2}^{M-1} D_{u\theta\theta}(r_i) + D_{u\theta\theta}(r_M) \right] \quad [14.59d]$$

Se si sono adottate le opportune precauzioni nella stima delle Funzioni di Struttura, limitando drasticamente gli errori di arrotondamento, questo metodo risulta probabilmente il miglior metodo indiretto per la stima di ε e di N_θ .

Metodo basato sulle Funzioni di Struttura del secondo ordine

Come abbiamo visto al Capitolo 4, la teoria di Kolmogorov giunge a delle Relazioni di Similarità valide nell'IS per le Funzioni di Struttura del secondo ordine per le componenti del vento e per la temperatura potenziale (virtuale). Tali relazioni risultano così espresse:

$$D_{uu}(r) = \overline{[u(x+r) - u(x)]^2} = 4\alpha\varepsilon^{2/3}r^{2/3} \quad [14.60a]$$

$$D_{vv}(r) = \overline{[v(x+r) - v(x)]^2} = (4/3) \cdot 4\alpha\varepsilon^{2/3}r^{2/3} \quad [14.60b]$$

$$D_{ww}(r) = \overline{[w(x+r) - w(x)]^2} = (4/3) \cdot 4\alpha\varepsilon^{2/3}r^{2/3} \quad [14.60c]$$

$$D_{\theta\theta}(r) = \overline{[\theta(x+r) - \theta(x)]^2} = 4\beta N_\theta \varepsilon^{-1/3} r^{2/3} \quad [14.60d]$$

Naturalmente è anche possibile avere una relazione per l'umidità specifica, che lega la Funzione di Struttura al relativo tasso medio di dissipazione e tale relazione è del tutto identica a quella per la temperatura potenziale. Pertanto, nel seguito tratteremo solo la temperatura potenziale sapendo che ogni risultato valido per essa varrà anche per l'umidità.

Dato che normalmente le Funzioni di Struttura vengono stimate a partire da misure di vento e di temperatura realizzate con strumenti a risposta rapida (per esempio, con l'anemometro ultrasonico triassiale) in un solo punto di misura, dobbiamo inevitabilmente invocare l'ipotesi di Taylor, sempre che $\sigma_w/U < 0.5$. In questo caso avremo a disposizione M stime delle Funzioni di Struttura ottenute alle distanze $r_i = i \cdot \Delta t \cdot U$ dove $\Delta T / 1/f_c$. La distanza $r_1 = r_{\min}$ corrisponderà al limite inferiore dell'IS, mentre $r_M = r_{\max}$ corrisponderà al suo limite superiore.

Il problema principale nell'uso pratico delle relazioni (14.60) non sono gli errori di arrotondamento, come nel caso delle Funzioni di Struttura del terzo ordine, ma è la presenza dei coefficienti di Kolmogorov α e β . Purtroppo in Letteratura, come abbiamo visto (Hogstrom 1996), i valori per questi due coefficienti variano a seconda di come sono state realizzate le misure che hanno condotto i vari Autori alla loro determinazione. Comunque, c'è un certo accordo per i valori proposti da Kaimal e Finnigan (1994) secondo cui $\alpha = 0.55$ e $\beta = 0.8$. Purtroppo, anche piccoli errori nei valori di questi coefficienti si propagano parecchio nella stima dei tassi medi di dissipazione. Dato che le ragioni principali delle variazioni riscontrate nei valori dei coefficienti di Kolmogorov derivano dalla strumentazione impiegata, dalla frequenza di campionamento, dal tempo di mediazione e dal tipo di elaborazione dei dati grezzi, un modo per determinare α in modo congruente con le altre elaborazioni che si realizzano su un set di misure elementari potrebbe essere il seguente (Hsieh e Katul, 1997):

- si stimino per i vari r_i , $i = 1, \dots, M$ le Funzioni di Struttura $D_{uu}(r_i)$ e $D_{uuu}(i)$;
- dato che nell'IS vale esattamente la relazione:

$$S(r) = \left| \frac{D_{uuu}(r)}{[D_{uu}(r)]^{3/2}} \right| = \frac{4}{5} (4\alpha)^{-3/2} \quad [14.61]$$

dalle stime delle Funzioni di Struttura ai vari $\log r_i$ si ottiene un *valore efficace* di α , del tutto congruente con il tipo di strumentazione e di elaborazione impiegata.

Una volta noti i coefficienti di Kolmogorov, la stima dei tassi medi di dissipazione viene realizzata in modo molto simile a quanto fatto per le Funzioni di Struttura del terzo ordine. Probabilmente,

dato che si è visto che l' IS risulta più ampio per la componente u del vento, è più opportuno impiegare le Funzioni di Struttura $D_{uu}(r)$ e $D_{\theta\theta}(r)$. Il metodo più semplice per ottenere le stime dei tassi di dissipazione è il seguente:

1. stimiamo il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta ε come il valor medio delle stime che la relazione (14.60a) determina per ogni valore di r_i , cioè:

$$\varepsilon = -\left(\frac{1}{4\alpha}\right) \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{uu}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.62a]$$

Nota quindi la stima di ε , possiamo usare la (14.60d) nella stessa maniera, ottenendo

$$N_\theta = -\left(\frac{1}{4\beta\varepsilon^{-1/3}}\right) \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{u\theta\theta}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.62b]$$

2. un metodo simile e altrettanto immediato e semplice è quello di stimare per ogni r_i le grandezze seguenti:

$$\varepsilon_i = -\left(\frac{1}{4\alpha}\right) \frac{D_{uu}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad N_i = -\left(\frac{1}{4\beta\varepsilon_i^{-1/3}}\right) \frac{D_{u\theta\theta}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.63a]$$

e successivamente ottenere le stime definitive dei tassi di dissipazione semplicemente mediando, cioè:

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varepsilon_i \quad N_\theta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M N_i \quad [14.63b]$$

3. un metodo più elaborato, che dovrebbe difendere meglio dalle eventuali irregolarità presenti nelle stime delle Funzioni di Struttura calcolate alle varie distanze r_i , si basa sull'integrazione di entrambi i membri delle relazioni (14.60a) ottenendo:

$$\varepsilon = \frac{5}{3} \cdot \frac{\int_{r_{min}}^{r_{ma}} D_{uu}(r) \cdot dr}{r_{max}^{5/3} - r_{min}^{5/3}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{I_{uu}}{r_{max}^{5/3} - r_{min}^{5/3}} \quad [14.64a]$$

A questo punto, noto ε , si ottiene che:

$$N_\theta = \frac{1}{4\beta\varepsilon^{-1/3}} \cdot \frac{\int_{r_{min}}^{r_{ma}} D_{\theta\theta}(r) \cdot dr}{r_{max}^{5/3} - r_{min}^{5/3}} = \frac{1}{4\beta\varepsilon^{-1/3}} \cdot \frac{I_{\theta\theta}}{r_{max}^{5/3} - r_{min}^{5/3}} \quad [14.64b]$$

Gli integrali I_{uu} e $I_{\theta\theta}$ possono essere approssimati numericamente, per esempio con il metodo dei trapezi, per cui si ha:

$$I_{uu} \cong \frac{U\Delta t}{2} \cdot \left[D_{uu}(r_1) + 2 \sum_{i=2}^{M-1} D_{uu}(r_i) + D_{uu}(r_M) \right] \quad [14.64c]$$

$$I_{\theta\theta} \cong \frac{U\Delta t}{2} \cdot \left[D_{\theta\theta}(r_1) + 2 \sum_{i=2}^{M-1} D_{\theta\theta}(r_i) + D_{\theta\theta}(r_M) \right] \quad [14.64d]$$

I metodi proposti hanno fondato la stima del tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta esclusivamente sulla Funzione di Struttura $D_{uu}(r)$, ignorando completamente le Funzioni di Struttura delle altre due componenti del moto. In realtà, la presenza contemporanea delle tre componenti del moto misurate dall'anemometro ultrasonico triassiale può suggerire anche una strategia diversa, analoga a quella utilizzata da Anfossi e al (2000), e così articolata:

- a) si utilizzino i valori elementari di D_{uu} , D_{vv} e D_{ww} ottenuti ai vari *lag* r_i per verificare che $D_{vv}/D_{ww} = 1$ e che $D_{uu}/D_{vv} = D_{uu}/D_{ww} = 3/4$;
- b) se ciò è verificato, si proceda stimando il tasso ε sia da $D_{uu}(\varepsilon_u)$ che da $D_{vv}(\varepsilon_v)$ e $D_{ww}(\varepsilon_w)$ usando le relazioni:

$$\varepsilon_u = -\left(\frac{1}{4\alpha}\right) \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{uu}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.65a]$$

$$\varepsilon_v = -\frac{3}{4} \left(\frac{1}{4\alpha}\right) \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{vv}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.65b]$$

$$\varepsilon_w = -\frac{3}{4} \left(\frac{1}{4\alpha}\right) \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{D_{ww}(r_i)}{r_i^{2/3}} \quad [14.65c]$$

- c) si assume quindi come valore *efficace* di ε :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{(\varepsilon_u + \varepsilon_v + \varepsilon_w)}{3} \quad [14.65d]$$

se per ogni ε_i ($i = u, v, w$) vale la relazione:

$$e = \frac{|\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}|}{\bar{\varepsilon}} < 0.3 \quad [14.65e]$$

Questa metodologia apparentemente sembrerebbe la più robusta di quelle proposte e ciò potrebbe essere vero a patto che si scelgano accuratamente i limiti dell'*IS*, ricordando che tali limiti risultano molto più ampi per la componente longitudinale del moto u .

14.5.2.3 Metodi di stima basati sugli spettri monodimensionali

Nell'*IS* la teoria di Kolmogorov prevede che gli spettri monodimensionali delle tre componenti del vento siano descritti dalle Relazioni di Similarità:

$$S_u(f) = \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad [14.66a]$$

$$S_v(f) = \frac{4}{3} \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad [14.66b]$$

$$S_w(f) = \frac{4}{3} \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad [14.66c]$$

dove α_u è la costante di Kolmogorov, f è la frequenza (Hz), U è la velocità media del vento e ε è il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. Anche per la temperatura potenziale virtuale e per l'umidità specifica la teoria di Kolmogorov ha previsto una Relazione di Similarità per la densità spettrale; in particolare, indicando con N_θ ed N_q il tasso medio di dissipazione di temperatura e di umidità specifica, queste relazioni risultano così formulate:

$$S_\theta(f) = \beta_T \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} N_\theta \varepsilon^{-1/3} f^{-5/3} \quad [14.66d]$$

$$S_q(f) = \beta_q \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} N_q \varepsilon^{-1/3} f^{-5/3} \quad [14.66e]$$

Il primo problema che si incontra nell'impiego di queste Relazioni di Similarità sta nel fatto che gli spettri monodimensionali su cui si basano e che si ottengono normalmente dalla Trasformata di Fourier Discreta dei *raw data* raccolti dagli anemometri (normalmente ultrasonici) possiedono un elevatissimo *rumore* intrinseco, specialmente nella banda spettrale in cui è

localizzato l'*IS*. Quindi, prima di utilizzarli, è necessario eliminare il rumore che li caratterizza con le tecniche precedentemente descritte (e proposte da Kaimal e Finnigan, 1994). Probabilmente una migliore strategia è costituita dall'impiegare la *Multiresolution Flux Decomposition* da cui si ottengono spettri molto più regolari che non richiedono procedimenti di *smoothing* preliminari. Si è ormai dimostrato che questa tecnica, basata sulla Trasformazione Wavelet di Haar, di fatto produce spettri del tutto sovrapponibili a quelli di Fourier, ma con proprietà di regolarità particolarmente favorevoli per la stima parametrica.

Il secondo problema, in comune col metodo basato sulle Funzioni di Struttura del secondo ordine, sta nella presenza in esse dei parametri di Kolmogorov α_u , β_T e β_q . Queste costanti sono previste dalla teoria dell'isotropia locale nell'*IS*, che, però, non è in grado di prevederne anche il valore che quindi deve essere desunto dalle misure sperimentali. In Letteratura è stato proposto un numero elevatissimo di valori per α_u (Hogstrom, 1996) anche se il più accettato è 0.55. Come abbiamo detto in precedenza, la cosa migliore è ricalcolarlo con il metodo esposto al punto precedente, in modo da tener conto degli specifici analizzatori utilizzati e dello specifico *data processing* impiegato. Per quanto riguarda β_T , Hogstrom (1996) asserisce che il suo valore può essere posto ragionevolmente pari a 0.8, mentre per quanto riguarda β_q , in mancanza di certezze assolute, è opportuno porlo pari a β_T cioè pari a 0.8.

Tanti sono i possibili metodi di stima del tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. Qui di seguito vengono descritti nel dettaglio i più interessanti. Tutti i metodi che si propongono si basano esclusivamente sullo spettro monodimensionale della componente *u* del moto.

Il metodo dei minimi quadrati

Se, per comodità, si indica con *A* la quantità seguente:

$$A = \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi} \right)^{2/3} \quad [14.67a]$$

una volta nota la velocità media del vento e il valore del coefficiente di Kolmogorov, *A* è una costante nota a priori. Ciò posto, la relazione spettrale (14.66a) può essere ora riscritta sinteticamente come:

$$S_u(f) = A \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad [14.67b]$$

Applicando il logaritmo a entrambi i membri, da essa si ottiene una relazione estremamente utile per i calcoli successivi:

$$\ln[S_u(f)] = \ln[A] + \frac{2}{3} \varepsilon - \frac{5}{3} \ln[f] \quad [14.67c]$$

Essa è ovviamente una relazione lineare del tipo:

$$\ln[S_u(f)] = a + b \cdot \ln[f] \quad [14.67d]$$

Il punto di partenza per l'impiego del metodo è la disponibilità di uno spettro della componente *u* del moto. Selezioniamo da esso *N* coppie $[S_u(f_i), f_i]$ badando che le frequenze considerate si trovino entro l'*IS*. Applicando poi il Metodo dei Minimi Quadrati, otteniamo facilmente i coefficienti *a* e *b*. Inoltre, se si pone:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln[f_i] \quad [14.67e]$$

$$s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N [\ln[S_u(f_i)] - (a + b \cdot \ln[f_i])]^2 \quad [14.67f]$$

è possibile ottenere la varianza associata ai due parametri *a* e *b* della (14.67d):

$$s_b^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^N [\ln(f_i) - \bar{X}]^2} \quad [14.67g]$$

$$s_a^2 = s^2 \left[\frac{1}{N} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^N [\ln(f_i) - \bar{X}]^2} \right] \quad [14.67h]$$

Il valore del coefficiente b deve essere il più vicino possibile al valore atteso $-5/3$. Se ciò non fosse, lo spettro utilizzato potrebbe essere anomalo o la porzione di spettro considerata potrebbe non contenere l'IS. In pratica, il valore ottenuto del coefficiente b rappresenta un controllo diretto della bontà di stima del metodo. Operativamente si può asserire che b è prossimo al valore teorico $-5/3$ quando il relativo intervallo di confidenza:

$$b \pm t_{(N-2;P)} s_b \quad [14.67i]$$

contiene il valore $-5/3$. Nella relazione precedente $t_{(N-2;P)}$ è la Funzione t di Student con $N-2$ gradi di libertà e con grado di confidenza P . Se $P = 50\%$, t è prossimo a 1 e quindi s_b è l'errore standard di stima del parametro b .

Se b è vicino a $-5/3$, allora dal valore del coefficiente a si ottiene la stima del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta ε , infatti:

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{U} \cdot \left[\frac{\exp(a)}{\alpha_u} \right]^{3/2} \quad [14.68a]$$

Conoscendo s_a , l'intervallo di confidenza di a risulta pari a:

$$a \pm t_{(N-2;P)} s_a \quad [14.68b]$$

quindi l'errore standard associato alla stima di a è $\delta a = s_a$, visto che $t_{(N-2;50\%)}$ è prossima a 1. Pertanto, l'intervallo di confidenza al 50% della stima di ε , risulterà approssimativamente pari a:

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{U} \cdot \left[\frac{\exp(a \pm \delta a)}{\alpha_u} \right]^{3/2} \quad [14.68c]$$

Come risulta evidente, questo metodo presenta la singolarità che la stima del coefficiente b serve solo come stima di controllo. In effetti, se b fosse significativamente diverso da $-5/3$, la stima di ε ottenuta potrebbe essere ben lontana dal valore reale. Inoltre, questo metodo potrebbe a rigore essere applicato anche agli spettri di v e di w e le stime da essi derivanti potrebbero essere combinate tra loro come già anticipato quando si è trattato il metodo delle Funzioni di Struttura del secondo ordine.

Una volta stimato ε , la stima di N_θ la si ottiene dalla (14.66d) in modo analogo. Infatti, posto:

$$A = \beta_T \left(\frac{U}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{-1/3} N_\theta \quad B = -\frac{5}{3} \quad [14.69a]$$

la (14.66d) si trasforma nella relazione lineare:

$$\ln[S_\theta(f)] = A + B \cdot \ln[f] \quad [14.69b]$$

Selezioniamo dallo spettro della temperatura potenziale N coppie $[S_\theta(f_i), f_i]$ badando che le frequenze considerate si trovino entro l'IS. Applicando poi il Metodo dei Minimi Quadrati, otteniamo facilmente i coefficienti A e B . Inoltre, se si pone:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln[f_i] \quad [14.69c]$$

$$s^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N [\ln[S_\theta(f_i)] - (A + B \cdot \ln[f_i])]^2 \quad [14.69d]$$

è possibile ottenere la varianza associata ai due parametri A e B

$$s_B^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^N [\ln[f_i] - \bar{X}]^2} \quad [14.69e]$$

$$s_A^2 = s^2 \left[\frac{1}{N} + \frac{\bar{X}^2}{\sum_{i=1}^N [\ln[f_i] - \bar{X}]^2} \right] \quad [14.69f]$$

La stima del tasso medio di dissipazione della semi-varianza della temperatura potenziale N_θ è pari a:

$$N_\theta = \left(\frac{2\pi}{U} \right)^{2/3} \frac{\exp(A)}{\beta_T \varepsilon^{-1/3}} \quad [14.69g]$$

e quindi l'intervallo di confidenza al 50% della stima di N_θ è:

$$N_\theta = \left(\frac{2\pi}{U} \right)^{2/3} \frac{\exp(A \pm s_A)}{\beta_T \varepsilon^{-1/3}} \quad [14.69h]$$

Ragionamenti del tutto analoghi possono essere fatti per la stima di N_q quando si dispone dello spettro monodimensionale dell'umidità specifica.

Il metodo del valore medio d'intervallo

Il metodo precedente può essere reso meno laborioso. Infatti, se riconsideriamo la relazione (14.66a), per una generica frequenza f_j si ha che:

$$S_u(f_j) = \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi} \right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} f_j^{-5/3} \quad [14.70a]$$

da cui si ottiene una stima ε_j per il tasso di dissipazione medio di energia cinetica turbolenta:

$$\varepsilon_j = \left(\frac{2\pi}{U} \right) \cdot \left[\frac{S_u(f_j)}{\alpha_u} \right]^{3/2} f_j^{5/2} \quad [14.70b]$$

Se si considerano M frequenze f_j , tutte situate all'interno dell' IS , la stima campionaria di ε risulterà pari a:

$$\varepsilon = \frac{1}{M} \left(\frac{2\pi}{U} \right) \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ \left[\frac{S_u(f_j)}{\alpha_u} \right]^{3/2} f_j^{5/2} \right\} \quad [14.70c]$$

È possibile ancora una volta definire l'errore standard $\delta\varepsilon$ (cioè l'intervallo di confidenza al 50%) associato a questa stima che risulta pari a:

$$\delta\varepsilon = \pm 0.6745 \cdot s_\varepsilon \quad [14.70d]$$

dove:

$$s_\varepsilon = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M [\varepsilon_j - \varepsilon]^2 \quad [14.70e]$$

Anche in questo caso si potrebbero utilizzare gli spettri monodimensionali della componente v e w ottenendo in modo analogo altrettante stime di ε che potrebbero essere combinate tra loro come detto in precedenza.

In modo del tutto analogo si procede per la stima di N_θ . Infatti, una volta nota la stima di

ε , per una specifica frequenza f_j (entro l' IS) si ha che:

$$(N_\theta)_j = \left(\frac{2\pi}{U}\right)^{2/3} \frac{S_\theta(f_j)}{\beta_T \varepsilon^{-1/3}} f_j^{5/3} \quad [14.71a]$$

Se consideriamo M frequenze f_j , tutte all'interno dell' IS , la stima complessiva di N_θ risulta quindi pari a:

$$N_{\theta_j} = \left(\frac{2\pi}{U}\right)^{2/3} \sum_{j=1}^M \left[\frac{S_\theta(f_j)}{\beta_T \varepsilon^{-1/3}} f_j^{5/3} \right] \quad [14.71b]$$

e l'errore standard associato a questa stima risulta pari a δN_θ e dato dalla relazione

$$\delta N_\theta = \pm 0.6745 \cdot s_N \quad [14.71c]$$

dove:

$$s_N = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M [(N_\theta)_j - N_\theta]^2 \quad [14.71c]$$

Se si dispone dello spettro monodimensionale dell'umidità specifica, si potrà ottenere in maniera analoga il tasso medio di dissipazione della semi-varianza dell'umidità specifica.

Il metodo dell'integrale dell'inertial subrange

Come visto precedentemente, l'*Inertial Subrange* è limitato da una frequenza massima $f_{\max}$ dettata dalle caratteristiche geometriche dell'anemometro ultrasonico triassiale e da una frequenza minima $f_{\min}$ dettata dalla velocità media del vento e dalla quota di misura. In questa banda spettrale deve valere la (14.66a) per la componente u del moto, le (14.66b-c) per le componenti v e w e la (14.66d) per la temperatura potenziale θ . Si consideri ora l'integrale seguente:

$$\mathfrak{I}_u = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_u(f) \cdot df \quad [14.72a]$$

È immediato verificare che:

$$\mathfrak{I}_u = \frac{3}{2} \alpha_u \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} \varepsilon^{2/3} \left[f_{\min}^{-2/3} - f_{\max}^{-2/3} \right] \quad [14.72b]$$

da cui:

$$\varepsilon = \left(\frac{2\pi}{U}\right) \cdot \left\{ \frac{\frac{2\mathfrak{I}_u}{3\alpha_u}}{[f_{\min}^{-2/3} - f_{\max}^{-2/3}]} \right\}^{3/2} \quad [14.72c]$$

Questo metodo, proprio perché basato sull'integrale dello spettro monodimensionale nella banda spettrale dell' IS , dovrebbe essere notevolmente *robusto*, anche se nel metodo manca la possibilità diretta di individuare situazioni anomale in cui lo spettro non risulta funzione di $f^{5/3}$. Il metodo può essere esteso considerando anche contemporaneamente lo spettro delle due componenti orizzontali del moto u e v . In questo caso, ripercorrendo lo stesso percorso analitico si giunge alla relazione seguente:

$$\varepsilon = \left(\frac{2\pi}{U}\right) \cdot \left\{ \frac{\frac{1}{3\alpha_u} \left[\mathfrak{I}_u + \frac{3}{4} \mathfrak{I}_v \right]}{[f_{\min}^{-2/3} - f_{\max}^{-2/3}]} \right\}^{3/2} \quad [14.72d]$$

Ovviamente le due frequenze $f_{\min}$ e $f_{\max}$ devono valere per entrambi gli spettri.

Se ora consideriamo lo spettro monodimensionale della temperatura potenziale e anche per esso si individuano gli estremi dell' IS $f_{\min}$ ed $f_{\max}$ (non necessariamente uguali a quelli ottenuti per la componente u del moto), possiamo ripercorre gli stessi ragionamenti fatti per le componenti

del moto, ottenendo l'integrale:

$$\mathfrak{I}_\theta = \frac{3}{2}\beta_T \left(\frac{U}{2\pi}\right)^{2/3} N_\theta \varepsilon^{-1/3} [f_{\min}^{-2/3} - f_{\max}^{-2/3}] \quad [14.73a]$$

da cui si giunge alla stima del tasso medio di dissipazione della semi-varianza della temperatura potenziale, data dalla relazione seguente:

$$N_\theta = \frac{2}{3\beta_T} \cdot \left(\frac{2\pi}{U}\right)^{2/3} \frac{\mathfrak{I}_\theta \varepsilon^{1/3}}{[f_{\min}^{-2/3} - f_{\max}^{-2/3}]} \quad [14.73b]$$

Se poi si dispone dello spettro monodimensionale dell'umidità specifica, per giungere alla stima del tasso medio di dissipazione della semi-varianza relativa si opera esattamente come si è fatto per la temperatura potenziale.

L'integrale dei vari spettri monodimensionali dovrà essere calcolato numericamente in maniera accurata tenendo conto che la *forma* dello spettro è piuttosto *difficile*. Una possibilità è quella di ricorrere al metodo dei trapezi secondo cui:

$$\int_{f_1}^{f_2} S(f) \cdot df \cong \frac{\Delta f}{2} \cdot \left[S(f_1) + 2 \sum_{i=2}^{M-1} S(f_i) + S(f_2) \right] \quad [14.73c]$$

o qualche altro metodo numerico più complesso che abbia una buona precisione.

14.5.2.4 Metodo dello zero-crossing per la stima del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta

Poggi e Katul (2010), proseguendo nel loro studio sulle proprietà statistiche delle fluttuazioni turbolente (Poggi e Katul, 2009), hanno individuato un nuovo e promettente metodo, completamente nel dominio del tempo, per la stima del tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta. Waławczyk e al (2017), oltre a correggere un errore presente in (Poggi e Katul, 2010), hanno realizzato un estensivo confronto tra questa nuova tecnica e le tecniche tradizionali di stima del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta, verificando le ottime performances del nuovo metodo proposto che si presenta molto semplice da applicare.

Il nuovo metodo parte da un antico risultato statistico ottenuto da Rice (1944, 1945) e ne sfrutta le potenzialità applicandolo a ben note leggi fluidodinamiche valide in condizioni di isotropia locale. Qui di seguito, per prima cosa, viene introdotta la Teoria di Rice (spesso applicata nella statistica degli eventi estremi) e successivamente come essa possa essere direttamente applicata per la stima del tasso di dissipazione.

L'unica informazione richiesta dal nuovo metodo è di una semplicità sconvolgente. Si consideri una variabile di interesse micrometeorologico, come per esempio la fluttuazione attorno alla media della componente longitudinale del moto $u(t)$, che, come consueto, assimiliamo ad un processo stocastico stazionario. Prima di procedere, è necessario che il segnale $u(t)$ venga filtrato in maniera che contenga solo fluttuazioni la cui frequenza stia all'interno dell'*IS*. Ciò lo si può ottenere in vari modi diversi. Per esempio, si ipotizzi che $[U(k)]$ sia il segnale discreto di N valori della componente longitudinale del moto così come è rilevata da un anemometro ultrasonico triassiale dopo le canoniche rotazioni degli assi. Una volta individuata la frequenza f_1 e f_2 rispettivamente l'estremo inferiore e superiore dell'*IS* nel dominio delle frequenze, si può procedere:

- prima applicando al segnale $[U(k)]$ un *filtro RC low-pass* caratterizzato da una costante di tempo $\tau = 1/(2\pi f_2)$ ottenendo il segnale filtrato $[U'(k)]$ praticamente privo delle fluttuazioni a frequenza superiore a f_2 ;
- a questo punto si applica a $[U'(k)]$ un *filtro RC low-pass* caratterizzato da una costante di tempo $\tau = 1/(2\pi f_1)$ ottenendo il segnale filtrato $[U''(k)]$ praticamente privo delle fluttuazioni a frequenza superiore a f_1 ;

- il segnale che considereremo nel seguito sarà $[u(k)] = [u'(k)] - [U''(k)]$ depurato del valor medio

La statistica di interesse è la densità media di *zero-crossing* N_c , cioè il numero medio di eventi nell'unità di tempo che attraversano il valore zero. Se si considera la schematica **Fig. 14.17**, si vede che gli eventi di *zero-crossing* in realtà sono di due tipi: gli *upcrossing* (durante i quali il segnale passa da un valore negativo ad uno positivo) e di *downcrossing* in cui avviene il viceversa.

Dal punto di vista pratico (Poggi e Katul, 2010), dato un segnale discreto u_i campionato agli istanti t_i ($i = 1, \dots, M$) ed una soglia di *crossing* U , è immediato individuare il valore $(M-1)$ della funzione binaria seguente che individua un evento di crossing (sia *upcrossing* che *downcrossing*) della soglia fissata:

$$I(U, t_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } [(u(t_i) - U) \cdot (u(t_{i+1}) - U)] < 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad [14.74a]$$

È facile rendersi conto che la densità di eventi di *crossing*, cioè il loro numero medio di eventi nell'unità di tempo è pari a:

$$N_c(U) = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} I(U, t_i) \quad [14.74b]$$

Naturalmente il numero di *zero-crossing* $N_c(0)$ è dato dalla (14.74a) quando $U = 0$ e la sua determinazione sperimentale è immediata. Questa è l'unica informazione richiesta dal nuovo metodo di stima del tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.

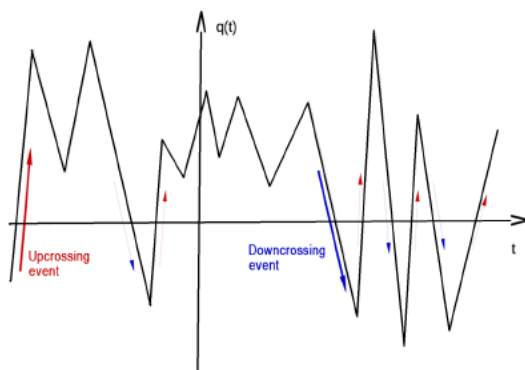


Fig. 14.17: eventi di zero-crossing, upcrossing e downcrossing

La Teoria Statistica di Rice

Si considera il segnale stocastico continuo a media nulla $x(t)$ che, in concreto potrebbe essere il segnale discreto delle fluttuazioni della componente longitudinale del moto. Operativamente si fanno le seguenti ragionevoli ipotesi di lavoro:

- **Ipotesi 1:** il processo $x(t)$ è un processo stocastico stazionario ed ergodico a media nulla e con varianza σ_x^2 ;
- **Ipotesi 2:** il processo stocastico $x(t)$ è caratterizzato da una distribuzione di densità di probabilità Gaussiana. Questa ipotesi sembrerebbe molto limitante, anche se nei fatti, lo è molto meno del previsto.

Il processo stocastico $x(t)$ è sicuramente un processo continuo (per ragioni fisiche) ma è ragionevole che sia ritenuto anche differenziabile. Se si indica con $y(t)$ il processo derivata di $x(t)$, si ha che:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \quad [14.75a]$$

Si rimanda a Bendat e Piersol (2010, pag. 151) per la corretta definizione di derivata temporale di un processo stocastico. Nel Riferimento citato si mostra inoltre che, se $x(t)$ è un processo stocastico stazionario ed ergodico a media nulla e varianza σ_x^2 ed il processo $y(t)$ è la sua derivata temporale con varianza σ_y^2 , allora $y(t)$ è anch'esso un processo stocastico a media nulla e la covarianza tra i due processi è nulla, cioè:

$$E[x(t) \cdot y(t)] = [x(t) \cdot \dot{x}(t)] = 0 \quad [14.75b]$$

Quindi i due processi $x(t)$ e $y(t)$ sono non correlati tra loro. Tuttavia, se si introduce l'ipotesi che siano anche caratterizzati da una funzione di densità di probabilità Gaussiana, allora oltre che non correlati essi sono anche statisticamente indipendenti, cosa che costituirà la base per la teoria statistica presentata qui di seguito.

Dal punto di vista spettrale, il processo stocastico stazionario, ergodico e Gaussiano $x(t)$ è totalmente caratterizzato dalla funzione di densità spettrale *one-sided* $S_{xx}(f)$, dove f è la frequenza naturale (Hz). In Bendat e Piersol (2010) si dimostra come la densità spettrale *one-sided* $S_{yy}(f)$ del processo derivata temporale $y(t)$ ed il cross-spettro *one-sided* tra $x(t)$ e $y(t)$ $S_{xy}(f)$ siano entrambe legate a $S_{xx}(f)$ dalle relazioni seguenti che derivano direttamente dalle proprietà che caratterizzano la Trasformata di Fourier:

$$\begin{aligned} S_{yy}(f) &= (2\pi f)^2 S_{xx}(f) \\ S_{xy}(f) &= j \cdot (2\pi f)^2 S_{xx}(f) \end{aligned} \quad [14.75c]$$

Va comunque ricordato che l'integrale sull'intera banda spettrale della densità spettrale di una variabile stocastica è pari alla relativa varianza. A tal proposito, se $R_{xx}(\tau)$ è la funzione di autocovarianza di $x(t)$ e $R''_{xx}(\tau)$ è la sua derivata seconda rispetto al time-lag τ , allora valgono le relazioni seguenti (che saranno l'elemento chiave del metodo):

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= R_{xx}(0) = \int_0^\infty S_{xx}(f) \cdot df \\ \sigma_y^2 &= -R''_{xx}(0) = \int_0^\infty (2\pi f)^2 S_{xx}(f) \cdot df \end{aligned} \quad [14.75d]$$

Queste sono le premesse formali ai ragionamenti che seguono.

Il primo obiettivo è la stima del numero atteso di volte in cui il processo $x(t)$ supera un determinato valore α prefissato. Oltre a richiedere che il processo stocastico $x(t)$ non superi il valore α , si richieda anche che la sua derivata (che è la pendenza della tangente alla curva x all'istante t), cioè il processo $y(t)$, non superi un valore prefissato β (positivo o negativo). Per raggiungere tale obiettivo si consideri la *Funzione Densità di Probabilità Congiunta* $p(\alpha, \beta)$. Per definizione, la probabilità che il processo $x(t)$ abbia un valore tra α e $\alpha + \Delta\alpha$ quando la sua derivata $y(t)$ (cioè la pendenza locale della traiettoria) si colloca tra il valore β e $\beta + \Delta\beta$ è data da:

$$Prob[(\alpha < x(t) \leq \alpha + \Delta\alpha) \cdot AND \cdot (\beta < y(t) \leq \beta + \Delta\beta)] \cong p(\alpha, \beta) \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta\beta \quad [14.76a]$$

e questo vale per ogni t e qualunque siano le caratteristiche dei processi $x(t)$ e $y(t)$. Ricordando che $y(t)$ è la pendenza della traiettoria $x(t)$, il passaggio di $x(t)$ dal valore α al valore $\alpha + \Delta\alpha$ comporta che la pendenza β resti praticamente invariata. Quindi il tempo richiesto perché $x(t)$ passi attraverso l'intervallo quando la sua pendenza è $|\beta|$ (può essere un passaggio *ascendente* o *discendente*) è quindi perciò, almeno al primo ordine, a:

$$t_\beta = \frac{\Delta\alpha}{|\beta|} \quad [14.76b]$$

Quindi, il numero di passaggi nell'unità di tempo (*crossing*) del livello α con una pendenza pari a β (positiva o negativa) è pari a:

$$\frac{p(\alpha, \beta) \cdot \Delta\alpha \cdot \Delta\beta}{t_\beta} = |\beta| \cdot p(\alpha, \beta) \cdot \Delta\beta \quad [14.76c]$$

Se poi $\Delta\beta \rightarrow 0$, il numero totale atteso nell'unità di tempo di eventi di *crossing* del livello α per tutti i possibili valori di β ammonta a:

$$\overline{N}_\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} |\beta| \cdot p(\alpha, \beta) \cdot d\beta \quad [14.77a]$$

Questa grandezza può essere interpretata come due volte la *frequenza apparente* dell'evento di *crossing*. In particolare, se $\alpha = 0$, allora:

$$\overline{N}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} |\beta| \cdot p(0, \beta) \cdot d\beta \quad [14.77b]$$

Tutto ciò è vero in generale, ma senza ulteriori ipotesi di lavoro non si può procedere oltre. Se, però, si ipotizza che oltre che non correlati, il processo di fluttuazione ed il processo dato dalla sua derivata sono anche *statisticamente indipendenti*, allora è inevitabile che la funzione di densità congiunta si semplifichi nel modo seguente:

$$p(\alpha, \beta) = p(\alpha) \cdot p(\beta) \quad [14.78a]$$

ed è facile dimostrare che in questo caso:

$$\frac{\overline{N}_\alpha}{\overline{N}_0} = \frac{p(\alpha)}{p(0)} \quad [14.78b]$$

Le relazioni (14.78) sono del tutto generali e, di fatto, non possono essere utilizzate in pratica se non si conosce la precisa forma analitica delle due funzioni di densità di probabilità. La trattazione però si semplifica se si ritiene che, oltre a tutto, i due processi $x(t)$ e $y(t)$ siano entrambi Gaussiani a media nulla con *pdf* data rispettivamente da:

$$\begin{aligned} p(\alpha) &= \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right] \\ p(\alpha\beta) &= \frac{1}{\sigma_y \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{\beta^2}{2\sigma_y^2}\right] \end{aligned} \quad [14.79]$$

In questo caso è relativamente facile verificare, impiegando le proprietà di integrazione di una Gaussiana, che il Numero di Crossing nell'unità di tempo del livello α risulta pari a:

$$\overline{N}_\alpha = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right) \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2\sigma_x^2}\right] \quad [14.79a]$$

mentre il Numero di zero-Crossing nell'unità di tempo, quindi la frequenza media con cui viene superato il valore zero, risulta essere:

$$\overline{N}_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right) \quad [14.79b]$$

Ricordando, ora, le (14.75d), la relazione precedente assume la forma definitiva (Screenivasan et al. 1983):

$$\overline{N}_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \left[-\frac{R''_{xx}(0)}{R_{xx}(0)} \right]^{1/2} = \frac{1}{\pi} \cdot [-f''(0)]^{1/2} \quad [14.79c]$$

dove $f(\tau)$ è la funzione di autocorrelazione del processo stocastico $x(t)$ e $f'(0)$ la relativa derivata seconda valutata a $\tau = 0$. Come sostenuto da Sreenivasan et al. (1983), la (14.79c) vale anche con ipotesi meno ristrette, in particolare con solo $x(t)$ Gaussiana. Inoltre, si è visto sperimentalmente come il numero di *zero-crossing* per processi fortemente non Gaussiani sia comunque molto vicino a quello previsto dalla relazione precedente. Sulla base di tutto ciò, la relazione (14.79c) può essere ritenuta appropriata anche quando si considerano le fluttuazioni turbolente della componente longitudinale del moto $u(t)$ su cui da ora in poi concentriamo l'attenzione.

Le microscale di Taylor ed il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta

Si consideri il processo stocastico $u(t)$, che rappresenta l'andamento nel tempo delle fluttuazioni longitudinali del vettore vento, lo si ipotizzi stazionario e sia $f(\tau)$ la relativa funzione di autocorrelazione del time-lag τ . Si definisce *Microscala Longitudinale di Taylor* la grandezza seguente (Pope, 2000):

$$\lambda_f = \left[-\frac{1}{2} f''(0) \right]^{-1/2} \quad [14.80a]$$

Se la turbolenza è isotropica, è possibile definire un'altra Microscala detta *Microscala Trasversale di Taylor* che risulta pari a:

$$\lambda_g = \lambda_f / \sqrt{2} \quad [14.80b]$$

Come dimostrato da Pope (2000) in maniera puntigliosa, cui si rimanda per i dettagli, vale l'importante relazione seguente:

$$\left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\rangle = \frac{2\sigma_u^2}{\lambda_f^2} \quad [14.80c]$$

Infine, la definizione di tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta in condizioni di isotropia locale è la seguente:

$$\varepsilon = 15\nu \left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\rangle \quad [14.81]$$

Quindi, utilizzando la (14.80c), si ottiene la seguente relazione tra ε e λ_f :

$$\varepsilon = 30\nu \frac{\sigma_u^2}{\lambda_f^2} \quad [14.82]$$

dove ν è la viscosità cinematica dell'aria. Queste sono le basi fluidodinamiche del metodo.

La densità degli zero-crossing ed il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta

Se prendiamo in considerazione la (14.79c) e la (14.80a) notiamo immediatamente come tra la Microscala Longitudinale di Taylor e la densità media degli *zero-crossing* (sia *upcrossing* che *downcrossing*) sussista la relazione:

$$\frac{2}{\lambda_f^2} = \pi^2 \overline{N}_0^2 \quad [14.82]$$

Quindi la relazione (14.82) può ora essere espressa in termini di densità media di *zero-crossing* nel modo seguente (Wacławczyk e al. 2017):

$$\varepsilon = 15\pi^2 \nu \sigma_u^2 \overline{N}_0^2 \quad [14.83]$$

Si noti come in Poggi e Katul (2010) si sia giunti ad una relazione per ε che differisce dalla precedente per il fattore $\frac{1}{2}$ a causa di una arbitraria ed erronea sostituzione della Microscala Longitudinale di Taylor che la Microscala Trasversale di Taylor. Come sottolineato da Wacławczyk e al. (2017), se invece del processo $u(t)$ si fosse considerato il processo $v(t)$, cioè le fluttuazioni della componente trasversale del moto, la relazione precedente si trasformerebbe in:

$$\varepsilon = 7.5\pi^2 v \sigma_v^2 \overline{N}_0^{-2} \quad [14.83]$$

Per concludere, questo nuovo metodo di stima asserisce che la conoscenza della varianza campionaria delle fluttuazioni della componente longitudinale del moto σ_u^2 e della densità media di *zero-crossing* $\overline{N}_0^{-2}$ da sole permettono la stima diretta del tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta.

14.6 IL METODO BAND-PASS

Il metodo *EC* originale richiede che, per la stima del flusso verticale di uno scalare passivo, siano disponibili sia la serie storica della componente verticale w del moto che quella della concentrazione dello scalare s , entrambe acquisite ad elevata frequenza da strumenti con tempo caratteristico molto vicino a zero. Tuttavia, per misure a lungo termine o quando si considerano scalari per cui non è disponibile un sensore a risposta rapida, il metodo tradizionale *EC* risulterebbe precluso a priori. In realtà, come vedremo, è possibile aggirare le limitazioni connesse con le prestazioni non soddisfacenti del sensore lento e che non possono essere corrette impiegando i metodi descritti al punto 13.4 quando il tempo caratteristico del sensore è eccessivo, usando la tecnica *Band-Pass* che è stata impiegata inizialmente su basi sostanzialmente semiempiriche prima da Hicks e McMillen (1988) e successivamente è stata usata in maniera pragmatica da diversi ricercatori (per esempio: Hogstrom e al., 1989 per il vapor d'acqua; Verma e al., 1992 per il metano).

L'applicazione pratica del *Metodo Band-Pass (BP)* implica l'utilizzo di un sistema di misura costituito da un anemometro ultrasonico almeno mono-assiale (in generale è ampiamente diffuso l'uso del sonico triassiale) e da un sensore *lento* (cioè con tempo caratteristico elevato) per la misura della concentrazione dello scalare d'interesse e si basa esclusivamente sull'assunzione teorica di una completa *similarità spettrale* delle quantità scalari, cosa ben documentata da molte osservazioni (Ohtaki, 1985; Anderson e Verma, 1985).

14.6.1 LE BASI TEORICHE

I co-spettri tra la componente verticale del moto w ed un generico scalare s (vapor d'acqua, CO₂, CH₄, ecc.) altro non sono che una proiezione del trasporto turbolento verticale di s nel dominio di Fourier. Quindi sull'intero dominio delle frequenze si ha che:

$$\overline{w's'} = \int_0^\infty Co_{ws}(n) \cdot dn \quad [14.84a]$$

dove n è la frequenza normalizzata, definita come $n = fz/U$ (z è la quota di misura, U è la velocità media del vento e f è la frequenza in Hz). In un *SL* stazionario ed omogeneo, come si è visto $Co_{ws}(n)$ può essere espresso estendendo la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov (MOST) al dominio delle frequenze ed ottenendo di conseguenza che:

$$\frac{Co(n)}{u_* |s_*|} = F_s(n, \zeta) \quad [14.84b]$$

dove il parametro di scala s_* è definito come:

$$s_* = - \frac{\overline{w's'}}{u_*} \quad [14.84c]$$

Con $\zeta = z/L$ come consueto si è indicato il parametro adimensionale di stabilità e $F_s(n, \zeta)$ è una funzione universale di Similarità.

Nel contesto del *MOST* la similarità tra scalari è definita come un'universalità di momenti

adimensionali, indipendentemente dalla scelta dello scalare. Se questo concetto può essere esteso al dominio delle frequenze, allora anche $F_s(n, \zeta)$ è universale, quindi indipendente dallo specifico scalare s . In particolare, se consideriamo la temperatura T ed un generico scalare s , allora dovrà valere la relazione:

$$F_T(n, \zeta) = F_s(n, \zeta) \quad [14.85a]$$

Introducendo la (14.84b) nella (14.85a) si ottiene immediatamente la relazione seguente:

$$\beta(n) = \frac{Co_{wT}(n)}{Co_{ws}(n)} = \frac{\overline{w'T'}}{\overline{w's'}} \quad [14.85b]$$

Questa relazione, integrata in una banda spettrale X finita, fornisce la prima versione del *Metodo Band-Pass*:

$$\overline{w's'} = \frac{\int_X Co_{ws}(n) \cdot dn}{\int_X Co_{wT}(n) \cdot dn} \cdot \overline{w'T'} \quad [14.86]$$

Questa equazione può essere vista come un'estensione spettrale del metodo del rapporto di Bowen e fornisce una stima del flusso turbolento verticale di s sulla base del flusso turbolento verticale della temperatura T , considerando una ben precisa banda spettrale, limitata alla parte di spettro *Energy-containing*. Alla parte di banda spettrale a bassa frequenza, ciò non si applica come dimostrato da numerosissime osservazioni sperimentali. Questo è il concetto chiave utilizzato da Hicks e McMillen (1988) e da Verma e al. (1992).

14.6.2 L'IMPLEMENTAZIONE

Perché la relazione (14.86) possa essere effettivamente applicata, è necessario conoscere come β varia con la frequenza n nella banda spettrale X e quali siano i limiti di quest'ultima. A tal proposito, Hogstrom e al. (1989) hanno osservato che sistematicamente il rapporto dei co-spettri restava costante nella parte a media e ad alta frequenza della banda spettrale caratteristica della turbolenza atmosferica se i sensori erano a risposta rapida, mentre se l'analizzatore della concentrazione di scalare fosse stato caratterizzato da una risposta lenta questa costanza si sarebbe ristretta ad una banda spettrale di ampiezza inferiore, concentrata nella parte media della banda spettrale atmosferica. Nella parte ad alta frequenza del co-spettro di s erano evidenti le distorsioni indotte dalla risposta dinamica del sensore.

In sostanza, se si considerano scalari la cui concentrazione è misurata con sensori ideali, questa *Similarità Scalare* può essere ritenuta valida nel *SL* quando esiste una completa omogeneità orizzontale, quando le sorgenti (positive e/o negative) dei diversi scalari coincidono nello spazio e nel tempo e quando le situazioni sono stazionarie. Nelle situazioni reali una o più di queste condizioni possono essere violate e la similarità scalare risulta meno *forte* e limitata ad una banda spettrale ristretta. Watanabe e al. (2000) hanno studiato questo problema estesamente considerando come grandezze scalari la temperatura sonica e la concentrazione di vapor d'acqua ed hanno verificato proprio tutto ciò. In particolare, a titolo di esempio, nella **Fig. 14.18** viene presentato come esempio un tipico co-spettro tra la componente verticale del vento w e la temperatura T e l'umidità specifica q . Come si vede i due co-spettri risultano molto vicini tra loro (praticamente coincidenti), anche se si nota una banda spettrale a bassa frequenza tra 10^{-2} Hz e 10^{-1} Hz in cui sono presenti significative variazioni probabilmente dovute alla non perfetta coincidenza tra le sorgenti di temperatura e di umidità specifica.

Prima di continuare, è opportuno rilevare che le relazioni (14.85) sono state ottenute ipotizzando l'esistenza della Similarità Spettrale tra i vari scalari che sembrerebbe essere il requisito teorico essenziale. Asanuma e al. (2005) hanno però mostrato che, se si adotta una variante della Similarità Spettrale attribuita a Kader e Yaglom, in realtà questa ipotesi di Similarità non è più necessaria. Inoltre, essi hanno mostrato che la costanza del rapporto $\beta(n)$ con n nella banda spettrale X è spiegabile teoricamente. Per i dettagli si rimanda al lavoro citato.

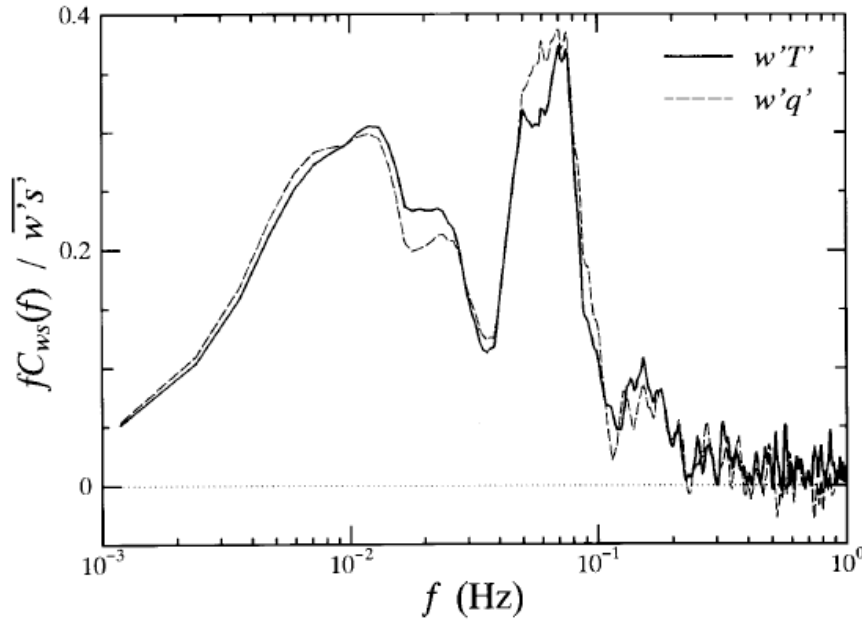


Fig. 14.18: confronto tra i co-spgetti di w con T e con q (Watanabe e al. 2000)

Ipotizziamo, ora, di conoscere le frequenze normalizzate n_1 e n_2 ($n_1 < n_2$) che delimitano la banda spettrale X . In essa il rapporto $\beta(n)$ è costante e pari a β_0 . In questo caso si ha che:

$$\overline{w's'} = \int_{n_1}^{n_2} Co_{ws}(n) \cdot dn + \frac{1}{\beta_0} \int_{n_2}^{\infty} Co_{wT}(n) \cdot dn \quad [14.86]$$

cioè la covarianza tra w ed s la si ottiene dall'integrale del co-spgetto di w ed s nella zona spettrale in cui il sensore lento non è affetto da distorsioni (quindi tra 0 e n_2) cui va sommato il co-spgetto tra w e T integrato da n_2 ad infinito (in pratica fino alla frequenza di Nyquist) diviso per β_0 costante e caratteristico della banda spettrale $n_1 \div n_2$. Nella banda spettrale tra 0 e n_1 possono essere violate le ipotesi della Similarità Scalare, ma in tale banda le caratteristiche dinamiche del sensore lento non producono una sostanziale perturbazione del co-spgetto. Questa è la ragione per cui la porzione di covarianza dovuta alle armoniche tra 0 e n_2 può essere direttamente ottenuta integrando il co-spgetto in questa finestra spettrale. Alle alte frequenze, le caratteristiche dinamiche del sensore lento distorcono profondamente il co-spgetto e il metodo *BP* ovvia a tale problema sostituendo il co-spgetto distorto tra w ed s con il co-spgetto non distorto tra w e T purché sia noto e costante il valore di β . In questo modo è possibile ottenere il flusso turbolento verticale anche per uno scalare la cui concentrazione può essere misurata solo impiegando un sensore lento.

Il vero problema pratico che si incontra nell'impiego del metodo *BP* è l'individuazione della banda spettrale X che inevitabilmente varia con le condizioni sperimentali. In pratica l'estremo inferiore n_1 di questa banda varia con i fenomeni a mesoscala e le diverse distribuzioni spaziali delle sorgenti attive per gli scalari di interesse, mentre l'estremo superiore n_2 dipende dalla risposta del sensore lento considerato che può variare col tempo a causa della degradazione del sensore stesso. Un caso tipico è costituito da un sensore lento di umidità relativa, considerato per esempio in Watanabe e al. (2000) e in Asanuma e al. (2005), normalmente di tipo capacitivo che, pur essendo robusto ed affidabile, inevitabilmente presenta una degradazione nel tempo che normalmente si manifesta con un aumento del tempo caratteristico di risposta. Trascurando per il momento le degradazioni del co-spgetto dovute alla presenza di un sensore a risposta lenta e cercando di indagare se esiste una Similarità scalare, Watanabe e al. (2000) hanno considerato un periodo di osservazione limitato di alcuni giorni ed hanno calcolato il rapporto tra il co-spgetto dell'umidità dedotta da un sensore veloce ed il co-spgetto della temperatura sonora. Il risultato,

riportato nella **Fig. 14.19**, evidenza come tale rapporto si attesti attorno all'unità. Tuttavia, considerando questa figura con maggiore attenzione, si nota come:

- nella parte a bassa frequenza questo rapporto risulta superiore all'unità ed è caratterizzato da una deviazione standard molto elevata. Ciò evidenzia come frequentemente siano presenti situazioni a mesoscala e disomogeneità locali che differenziano notevolmente il comportamento della temperatura da quello dell'umidità;
- alle frequenze intermedie (diciamo tra $5 \cdot 10^{-3}$ Hz e $2 \cdot 10^{-2}$ Hz) i due co-spettri sostanzialmente coincidono e questa di fatto rappresenta la banda spettrale *Band-Pass*. Qui le due variabili scalari (temperatura e umidità specifica) presentano un'evidente Similarità che denota il fatto che entrambe rispondono alle medesime forzanti. L'esistenza di questa Similarità è ulteriormente rafforzata dal fatto che la deviazione standard del rapporto ottenuta nel periodo di osservazione è ragionevolmente ridotta;
- alle alte frequenze il rapporto tra i due co-spettri continua a mantenersi prossima all'unità, ma ciò deriva solo dal fatto che il sensore di umidità considerato dagli Autori è a risposta rapida. Se si fosse considerato il co-spettro ottenuto da un sensore lento, tale rapporto sarebbe sceso sotto l'unità.

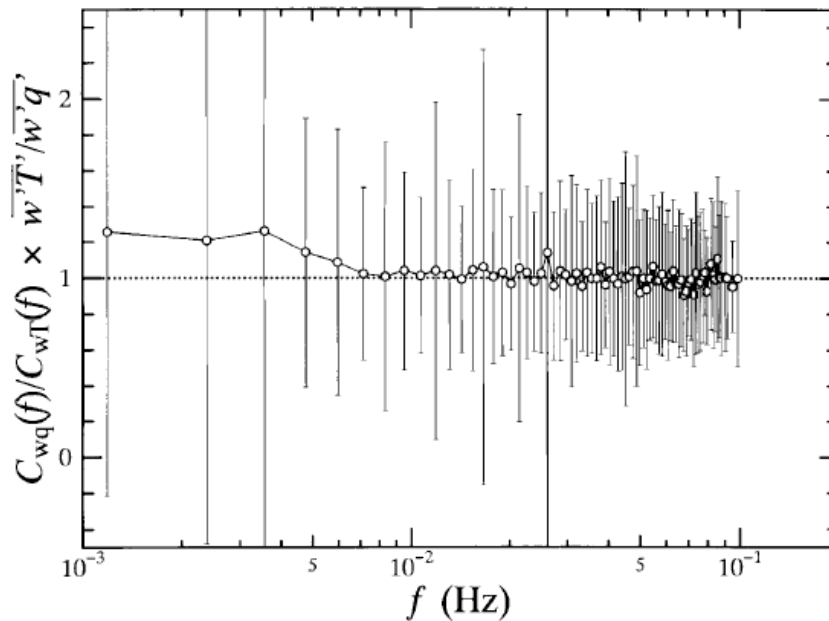


Fig. 14.19: rapporto dei co-spettri normalizzati di vapor d'acqua e di temperatura ottenuti in un periodo di alcuni giorni. I cerchi e le barre verticali rappresentano rispettivamente il valor medio e la deviazione standard di questo rapporto (Watanabe e al. 2000)

Da tutto ciò si intuisce come sia necessario individuare un metodo operativo capace di determinare i limiti n_1 e n_2 della banda di frequenza *Band-Pass*. Asanuma e al. (2005 e 2007) hanno affrontato il problema cercando una metodologia robusta capace di individuare per ogni singola osservazione la banda spettrale *Band-Pass*. Rimandando al lavoro di Asanuma e al. (2007) per i dettagli, se si considerano come scalari la temperatura T , misurata con un sensore a risposta rapida (per esempio un anemometro sonico) e l'umidità specifica q , misurata con un sensore a risposta lenta (per esempio un idrometro capacitivo), la metodologia da adottare può essere così sintetizzata:

- una volta noti i record di dati di temperatura T e di umidità q , si calcolino le densità spettrali $S_{TT}(n)$ ed $S_{qq}(n)$ ed il co-spettro $Co_{Tq}(n)$;
- con essi è immediato ottenere lo spettro di coerenza $R_{Tq}(n)$ definito come:

$$R_{Tq}(n) = \frac{Co_{Tq}(n)}{\sqrt{S_{TT}(n) \cdot S_{qq}(n)}} \quad [14.87a]$$

che di fatto rappresenta il coefficiente di correlazione spettrale tra i modi di Fourier di T e q e può essere interpretato come lo sfasamento tra i due segnali. Asanuma e al. (2007) evidenziano come la coerenza ad ogni frequenza n può essere correlata alla Similarità Spettrale esistente (o non esistente) a questa frequenza tra le due variabili scalari considerate. In effetti le evidenze sperimentali mostrano come sia possibile in generale individuare una banda spettrale entro cui T e q determinano un valore di $R_{Tq}(n)$ costante e prossimo all'unità. Un esempio di ciò è riportato nella **Fig. 14.20**.

- questo intervallo spettrale un cui $R_{Tq}(n)$ è sostanzialmente costante può essere identificato come la banda spettrale *Band-Pass* e Asanuma e al. (2005 e 2007) ne mostrano le ragioni. In questo modo, una volta individuato lo spettro di coerenza, si va ad individuare quali siano le frequenze n_1 e n_2 entro cui vale la relazione:

$$R_{Tq}(n) > R_{cr} \quad [14.87b]$$

dove R_{cr} è un valore critico che gli Autori hanno posto pari a 0.9, sulla base di un'accurata analisi sperimentale.

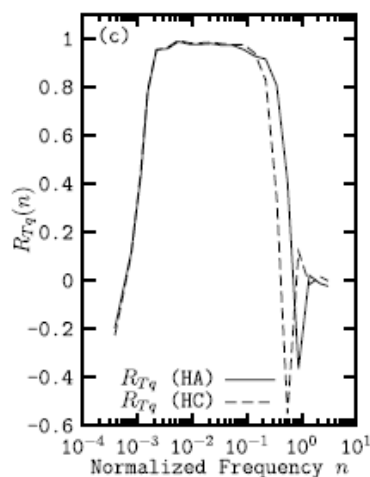


Fig. 14.20: un esempio di spettro di coerenza. Sono visibili in figura gli spettri di coerenza ottenuti da due diversi igrometri capacitivi (Asanuma e al., 2005)

Quella illustrata è di fatto una procedura adattiva in grado di ricavare l'intervallo spettrale *Band-Pass* in ogni periodo di osservazione. Va, però, rilevato che il risultato di questa procedura è piuttosto regolare quando si confrontano tra loro i risultati ottenuti in campagne prolungate. Nella **Fig. 14.21** sono stati sintetizzati i risultati da essa ottenuti da Asanuma e al. (2005) durante una campagna di misura di lunga durata e, come si vede, l'intervallo spettrale *Band-Pass* non varia in maniera drammatica.

Le stime dei flussi verticali ottenute col metodo *Band-Pass* sono decisamente buone e ciò lo si deduce quando si determinano contemporaneamente i flussi verticali di vapor d'acqua o di CO_2 (due tipici scalari per cui sono disponibili sensori veloci) sia con sensori veloci, impiegando il metodo *EC*, sia con sensori lenti, impiegando il metodo *Band-Pass*. Un esempio di ciò è riportato nella **Fig. 14.22** (Watanabe e al., 2000) in cui vengono presentati gli andamenti giornalieri

del flusso turbolento di calore latente ottenuti da un igrometro veloce (col metodo *EC*) e da un igrometro lento (col metodo *BP*). Come si vede le due stime sono molto vicine tra loro.

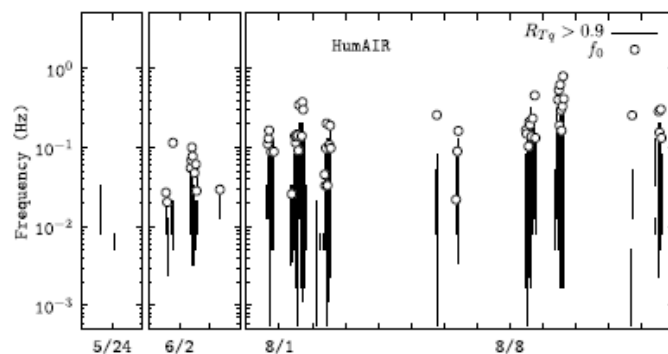


Fig. 14.21: intervallo spettrale Band-Pass rilevato nelle varie ore di una campagna sperimentale (Asanuma e al., 2005)

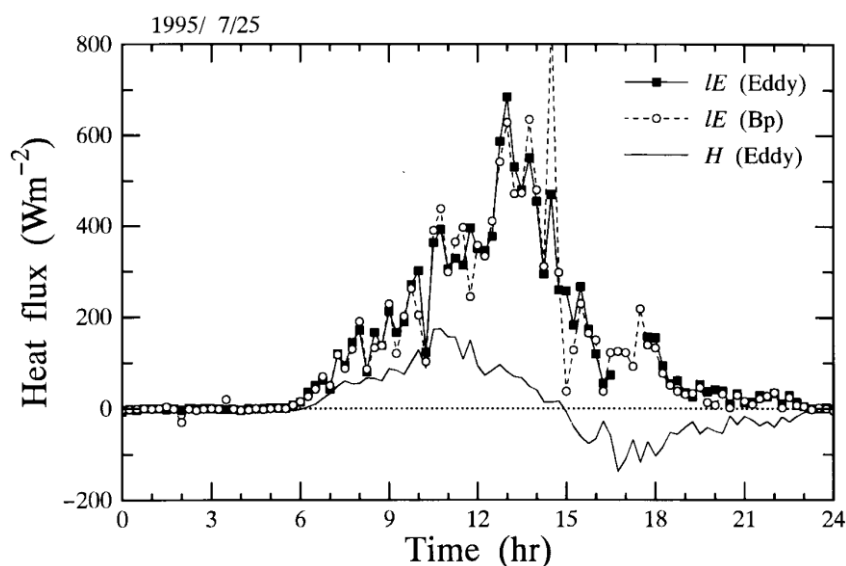


Fig. 14.22: variazione giornaliera del flusso turbolento di calore latente ottenuto col metodo *EC* e col metodo *BP*. Nel grafico è visibile anche l'andamento giornaliero del flusso turbolento di calore sensibile (Watanabe e al., 2000)

Da ultimo vale la pena riportare un'osservazione tratta dal lavoro di Watanabe e al. (2000). Se consideriamo il flusso turbolento di calore latente ottenuto sia da un sensore veloce usando *EC* sia da un sensore lento usando *BP*, si nota che le differenze maggiori si hanno nelle situazioni in cui il flusso turbolento di calore sensibile è prossimo allo zero e cambia di segno. Nel lavoro citato si presenta un ulteriore metodo, piuttosto laborioso e non facile da rendere adattivo, che però riduce solo parzialmente queste discrepanze. Per i dettagli si rimanda al riferimento citato.

PROBLEMI

- P14.01 Scrivere un programma di calcolo che, partendo da file orari prodotti da un anemometro ultrasonico triassiale che acquisisce anche misure istantanee di umidità specifica, determini:
- lo spettro monodimensionale grezzo e mediato delle componenti u , v e w del moto, lo spettro di temperatura e lo spettro di umidità specifica q ;
 - il cospettro (grezzo e mediato) tra w e la temperatura sonica T e quello tra w e q ;
 - lo spettro di quadratura tra w e T e tra w e q ;
 - lo spettro di coerenza tra w e T e tra w e q .
- Il programma deve realizzare il despiking, il detrending e la rotazione degli assi. Per la sua realizzazione si utilizzino le routine presentate negli Esercizi proposti in questo capitolo e nel capitolo precedente.
- P14.02 Scrivere un programma analogo, ma impiegando questa volta la stima spettrale Multiresolution.
- P14.03 Si scriva una routine capace di individuare il grado ottimale p del processo Autoregressivo che rappresenta un'ora di misure istantanee di una delle variabili misurate dall'anemometro ultrasonico triassiale e la si integri nella routine proposta all'Esercizio 14.6 che implementa la metodologia MESA per la stima dello spettro di una variabile.
- P14.04 Si scriva una routine che, una volta noto numericamente lo spettro (ottenuto indifferentemente usando la tecnica della Trasformata di Fourier, la tecnica Multiresolution o la tecnica MESA) e una volta fornito in input gli estremi della banda spettrale corrispondente all'Inertial Subrange, sia in grado di determinare ai minimi quadrati la legge di potenza con cui lo spettro decresce con la frequenza.
- P14.05 Prendendo come riferimento la routine che implementa la Fast Haar Transform proposta all'Esercizio 14.8, scrivere una routine che determina lo spettro di una variabile istantanea.
- P14.06 Scrivere una routine che, partendo da un file contenente le misure istantanee prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale in un'ora, sia in grado di:
- calcolare le funzioni di struttura del secondo ordine di u , v , w
 - individuare in maniera automatica l'intervallo di lag corrispondente all'Inertial Subrange
 - stimare il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta impiegando il metodo riportato nelle relazioni (14.64).
- P14.07 Completare la routine precedente stimando anche il tasso medio di dissipazione della semi-varianza della temperatura.
- P14.08 Scrivere routine analoghe a quelle richieste dai due esercizi precedenti, ma riferite questa volta agli spettri monodimensionale delle variabili.
- P14.09 Consultando i testi di Analisi Numerica e tenendo conto delle *caratteristiche analiticamente difficili* dello spettro della componente u del moto, scrivere una routine che calcoli l'integrale (14.72a) e con essa scrivere una ulteriore routine che implementa il Metodo dell'integrale dell'Inertial Subrange.
- P14.10 Realizzare una routine che implementa il Metodo Band Pass ipotizzando di disporre di un file contenente le misure istantanee acquisite da un anemometro ultrasonico triassiale (u , v , w e T) in un'ora e delle contemporanee misure acquisite da un sensore lento di umidità specifica q .

15. STIMA INDIRETTA DEI PARAMETRI DEL PBL

Il Capitolo 13 è stato completamente dedicato alla stima, nel dominio del tempo, delle grandezze che quantificano il livello di turbolenza presente nello Strato Superficiale del *PBL* (metodo *Eddy-Covariance*), mentre i *Metodi Spettrali*, a cui è stato dedicato l'intero Capitolo 14, hanno consentito di realizzare, nel dominio delle frequenze, la determinazione del valore medio del tasso di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta, della varianza di temperatura, dell'umidità e degli altri passivi presenti nel *PBL*. Tutti questi metodi di stima diretta hanno come elemento comune la necessità di dover disporre di sensori a risposta rapida e non distorta (sensori di ordine zero o al massimo di ordine uno come l'anemometro ultrasonico triassiale, i sistemi IRGA ecc.) e di sistemi di acquisizione dati tali da poter utilizzare frequenze di campionamento elevate (dell'ordine di 10÷20 Hz).

Nel recente passato l'impiego delle tecniche di stima diretta era fortemente limitato dall'elevato costo dei sensori, dalla loro intrinseca fragilità, dal costo dei sistemi di acquisizione e dai necessari sforzi organizzativi. Il risultato di tutto ciò è che le campagne sperimentali in cui si è realizzata la stima diretta dei parametri caratterizzanti la turbolenza del *SL* sono state abbastanza rare e dispendiose (si ricordino per esempio le classiche campagne di Wangara, del Kansas e del Minnesota), anche se da esse sono state ottenute gran parte delle conoscenze che tuttora utilizziamo (Stull 1989; Sorbjan 1989).

Negli ultimi tre decenni si è assistito ad un progresso tecnologico inarrestabile che ha consentito di migliorare le prestazioni dei sensori veloci e dei sistemi di acquisizione, di aumentarne la robustezza e di diminuirne sostanzialmente i costi, rendendoli sempre più disponibili a fasce di ricercatori sempre più ampie. Le campagne sperimentali in cui si realizzava la determinazione diretta (sia nel dominio del tempo che nel dominio delle frequenze) dei parametri caratteristici della turbolenza nel *SL* sono aumentate sempre di più e sono anche sorte reti stabili basate proprio sull'impiego di tali sensori. La base dei dati disponibili è aumentata in maniera esponenziale, ma con essa è anche aumentata paradossalmente l'incertezza connessa alle informazioni ottenute, visto che era praticamente impossibile documentarle tutte nei dettagli e rendere pubblicamente disponibile tale documentazione. Come abbiamo visto, il metodo *Eddy-Covariance* ed i *Metodi Spettrali* presentano una filosofia unitaria ma consentono implementazioni differenti. Le differenze possono essere costituite dalla differente metodologia impiegata per la rotazione degli assi nelle misure del vettore vento, dai differenti modi con cui realizzare il *detrending* delle misure grezze e la correzione spettrale delle stime di flusso ottenute, ma soprattutto le differenze principali erano costituite dal tempo di mediazione impiegato e dalla frequenza di campionamento adottata. Al di là di questi problemi indotti dalla proliferazione delle campagne sperimentali realizzate con sensori veloci, ci sono altri problemi che rendono ancora problematico l'impiego delle tecniche di stima diretta dei parametri della turbolenza del *SL*.

In primo luogo, non tutti i parametri di interesse possono essere ottenuti con l'*Eddy-Covariance* e con i *Metodi Spettrali*. Per esempio, le lunghezze di rugosità z_0 , z_{0h} e le altre lunghezze di rugosità per le sostanze passive a rigore non possono essere ottenute direttamente con questi metodi così come il *displacement height* d . Anche l'estensione verticale del *PBL*, sia nelle condizioni convettive che in quelle stabili, non è direttamente accessibile con queste tecniche.

Se anche consideriamo solo i parametri che direttamente caratterizzano la turbolenza del *SL*, ci sono comunque molte situazioni in cui le tecniche di stima diretta risultano inapplicabili. Consideriamo alcuni esempi reali. Per tener sotto controllo lo stress idrico delle colture (si pensi per esempio alle grosse coltivazioni di frutta e di ortaggi di enorme importanza economica in tante

nazioni) è indispensabile, tra le altre cose, sorvegliare (e prevedere) l'evapotraspirazione relativa ad un dominio spaziale molto esteso. Il distribuire un elevato numero di stazioni *EC* spesso non è proponibile non solo per gli elevatissimi costi di investimento e di gestione della strumentazione, ma anche per questioni propriamente logistiche (l'ingombro eccessivo di tali sistemi di misura, la severità climatica in cui dovrebbero operare, l'indisponibilità di un'adeguata alimentazione elettrica, ecc.). Consideriamo poi situazioni in cui è necessario collocare i punti di misura in siti particolarmente remoti dove è difficile l'accessibilità e l'alimentazione elettrica. In tutti questi casi sarebbe desiderabile poter sostituire una stazione così complessa com'è una stazione *EC* con una stazione meteorologica decisamente più semplice (e meno costosa) basata su sensori e sistemi di acquisizione semplici e robusti, meno esasperati rispetto a quelli impiegati in una stazione *EC* e con meno esigenze di alimentazione elettrica e di manutenzione.

Ci sono poi anche esempi di notevole importanza che possono richiedere tecniche di stima diverse da quelle dirette. In Agrometeorologia (e nella dispersione degli inquinanti in aria) si è sempre più interessati al flusso di particolari sostanze emanate dal suolo. Si pensi in particolare agli idrocarburi emessi dalla vegetazione, al particolato risospeso e a tante altre sostanze. In tutti questi casi non è sempre agevole individuare sensori a risposta abbastanza veloce con cui misurare la concentrazione istantanea di tali gas, mentre sono disponibili strumenti in grado di determinarne in maniera affidabile la concentrazione media. In tutti questi casi è necessario utilizzare metodi di stima differenti e questo è l'argomento che tratteremo in questo Capitolo.

15.1 GENERALITÀ SUI METODI DI STIMA INDIRETTA

I metodi che introdurremo, applicabili in sostituzione o a complemento delle stime dirette, si basano tutti su una *modellizzazione* dei flussi turbolenti nel *SL* e, in alcuni casi, nell'intero *PBL*. La maggior parte di essi prende come modello di riferimento l'insieme delle Relazioni di Similarità di Monin-Obukhov (*MOST*) e da esse, in maniera indiretta, deduce i parametri fondamentali che caratterizzano la turbolenza, come la *friction velocity* u_* , il flusso turbolento di calore sensibile e latente H_0 e H_E e la lunghezza di Monin-Obukhov L . Alcuni metodi, invece, prendono direttamente le mosse dal Bilancio Energetico Superficiale ed un metodo, piuttosto curioso ma molto intrigante, prende direttamente le mosse dall'analisi dell'andamento nel tempo della temperatura dell'aria nei pressi del suolo, costituito da un caratteristico susseguirsi di *rampe*.

La maggior parte dei metodi che illustreremo si basano dunque in una maniera o nell'altra sulle Relazioni di Similarità del *MOST*, in particolare sulle Funzioni Universali presenti in esse, e per questo è opportuno riprendere alcune considerazioni già esposte in precedenza. In primo luogo la Similarità di Monin-Obukhov è un'ottima approssimazione della realtà entro il *SL* ed in situazioni paradigmatiche, caratterizzate cioè da una completa omogeneità orizzontale sia in termini orografici e morfologici che in termini di distribuzione di sorgenti e pozzi. Inoltre, la situazione paradigmatica richiede in maniera inderogabile anche una completa stazionarietà dei fenomeni. Nelle situazioni reali, però, siamo normalmente in situazioni più o meno lontane dalla situazione paradigmatica e quindi c'è da aspettarsi che la Similarità del *MOST* sia *solo* un'approssimazione della realtà. La maggior parte delle misure disponibili confermano che la Similarità è una *buona* (spesso *ottima*) approssimazione della realtà che, almeno in teoria, dovrebbe essere la risposta fornita da un modello fluidodinamico del *PBL*. Quindi, di per sé, si commette un piccolo errore se si considerano *completamente vere* le Relazioni di Similarità. Da ciò consegue che, almeno in linea di principio, possiamo aspettarci che le Funzioni Universali presenti in esse siano vere ed uniche così come i parametri numerici che le caratterizzano. Il problema è se tali *valori veri* sono accessibili per noi.

In linea di principio, le numerose misure realizzate con strumentazione *EC* dovrebbero consentirci di ottenerli, tuttavia, come abbiamo visto precedentemente, le tecniche di stima diretta dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* non sono completamente univoche e si differenziano a seconda di alcune scelte che vengono fatte nell'elaborare le misure grezze fornite dai

sensori a risposta rapida. Possono differire, come abbiamo detto, nelle metodologie di *detrending*, nelle rotazioni degli assi, nella scelta dell'operatore media. Ma soprattutto possono differire nella frequenza di campionamento f_c adottata e nel tempo di mediazione T considerato. Questi due parametri definiscono, come già abbiamo visto, l'intervallo spettrale della turbolenza atmosferica che si è riusciti a *catturare* con i sensori a risposta rapida e quindi definiscono la metodologia con cui i vari Autori hanno tentato di separare le fluttuazioni turbolente dai moti medi e soprattutto dai moti submeso, metodologia che ad oggi non ha trovato una forma definitiva e del tutto soddisfacente. Diverse scelte di f_c e di T comportano diverse stime dei principali momenti di interesse, in particolare la stima della varianza cui siamo più interessati. Nell'*Esercizio* seguente entriamo più nel dettaglio, prendendo come riferimento la varianza della componente verticale del vento e per fare ciò è necessaria la conoscenza di quanto esposto al Capitolo 3 (descrizione statistica della turbolenza) ed al Capitolo 8 (modello di Similarità del *SL* e del *PBL*).

Esercizio 15.1

Si immagini che nelle situazioni convettive l'anemometro ultrasonico triassiale sia in grado di misurare esattamente la componente verticale istantanea w del vettore vento e che, ricordando quanto esposto al Punto 8.5, essa ubbidisca esattamente al modello spettrale di Højstrup (1981) secondo cui, detta f la frequenza (Hz), la densità spettrale relativa $S_w(f)$ è rappresentata dalla relazione seguente:

$$\frac{f S_w(f)}{u_*^2} = \left[\frac{A n}{(1 + B n)^{5/3}} \right] \cdot \left(\frac{z}{|L|} \right)^{2/3} + \frac{C n}{(1 + D n^{5/3})}$$

dove n è la frequenza normalizzata definita come $n = fz/U$, U è la velocità media del vento e A , B , C e D sono opportuni parametri il cui valore risulta pari rispettivamente a 32.0, 17.0, 2.0 e 5.3. Cerchiamo di determinare una relazione analitica che evidenzia come la varianza σ_w^2 varia in funzione della frequenza di campionamento f_c e del tempo di mediazione T .

Per prima cosa va rilevato che il modello spettrale consta di due termini additivi dei quali solo il primo dipendente dalla stabilità. Le due funzioni nella frequenza normalizzata n presenti nel modello spettrale sono leggermente differenti tra loro. Il primo addendo (detto di *tipo blunt*) è più facilmente trattabile in termini analitici, mentre il secondo (di *tipo pointed*) lo è molto meno.

Per definizione, in generale la vera varianza è pari all'integrale tra la frequenza 0 e la frequenza ∞ della densità spettrale, cioè:

$$\sigma_w^2 = \int_0^\infty S_w(f) \cdot df = \int_0^\infty f \cdot S_w(f) \cdot d(\ln f)$$

Per realizzare analiticamente l'integrazione è opportuno ricordare che (Sorbjan 1989) il contributo (il termine *blunt*) della densità spettrale dipendente dal parametro di stabilità $\zeta = z/L$ è nella forma seguente:

$$S_1(f) = \frac{A}{(1 + B n)^{5/3}}$$

il cui integrale indefinito risulta pari a:

$$\int S_1(f) \cdot df = -\frac{3A}{2B} (1 + B f)^{-2/3} + \text{cost}$$

Quindi si ha che:

$$\int_{x_1}^{x_2} S_1(f) \cdot df = \frac{3A}{2B} [(1 + B x_1)^{-2/3} - (1 + B x_2)^{-2/3}]$$

e che:

$$\int_0^\infty S_1(f) \cdot df = \frac{3A}{2B}$$

Per il secondo termine del modello spettrale (quello di tipo *pointed*) l'integrale improprio tra le frequenze 0 e ∞ risulta pari a:

$$\int_0^\infty S_1(f) df = C \left(\frac{3.1}{D} \right)^{3/5}$$

Sulla base di tutto ciò, secondo il modello spettrale considerato per le situazioni convettive, si ha che:

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = \frac{3}{2} \frac{A}{B} \zeta^{2/3} + 1.97 \frac{C}{D^{3/5}}$$

cioè:

$$\frac{\sigma_w^2}{u_*^2} = 2.82 \zeta^{2/3} + 1.45$$

Quindi la varianza della componente verticale del vento nelle situazioni convettive dipende solo da u_* e dal parametro di stabilità ζ ed essa sarebbe stata teoricamente ottenuta con un tempo di mediazione ed una frequenza di campionamento infinita. Come si vede, la varianza non dipende esplicitamente da z (ma solo da z/L) e nemmeno da U .

Nella realtà sperimentale ciò che si può fare è misurare ad una frequenza di campionamento finita e pari a f_c ed adottare un tempo di mediazione anch'esso finito e pari a T (dell'ordine dell'ora, in generale). In questo modo si è *catturata* solo una banda dello spettro della turbolenza, il cui estremo inferiore è pari a $f_0 = 1/T$ ed il cui estremo superiore è pari alla frequenza di Nyquist $f_m = f_c/2$. In queste condizioni, la varianza che ragionevolmente possiamo sperare di ottenere, che indicheremo come s_w^2 , sarà pari a:

$$\frac{s_w^2}{u_*^2} = \int_{n_0}^{n_m} \left\{ \left[\frac{An}{(1+Bn)^{5/3}} \right] \cdot \left(\frac{z}{|L|} \right)^{2/3} + \frac{Cn}{(1+Dn^{5/3})} \right\} \cdot d(\ln n)$$

dove $n_0 = f_0 z/U$ e $n_m = f_m z/U$.

Prima di procedere all'integrazione, per rendere più agevoli i calcoli è conveniente sostituire al secondo termine (di tipo *pointed*) un equivalente termine di tipo *blunt*, più agevole da integrare. In sostanza, si tratta di sostituire un termine del tipo:

$$\frac{nC}{1+Dn^{5/3}}$$

con un termine del tipo

$$\frac{nC'}{(1+D'n)^{5/3}}$$

in maniera tale che l'integrale delle due forme sia identico e sia identica pure la frequenza normalizzata $n_{\max}$ in corrispondenza della quale le due forme funzionali presentano il valore massimo. Si può dimostrare che:

$$C' = \left(\frac{3.1}{1.5} \right)^{3/5} C = 1.546 \cdot C$$

$$D' = (1.5)^{2/5} D^{3/5} = 1.176 \cdot D^{3/5}$$

A questo punto, il modello spettrale di Højstrup si riduce (con l'introduzione di un errore trascurabile rispetto alla forma originaria) nella più agevole forma seguente:

$$\frac{f S_w(f)}{u_*^2} = \left[\frac{An}{(1+Bn)^{5/3}} \right] \cdot \left(\frac{z}{|L|} \right)^{2/3} + \frac{C'n}{(1+D'n)^{5/3}}$$

Sulla base di questo modello è ora possibile calcolare analiticamente la varianza della componente verticale del vento nelle situazioni convettive se la frequenza di campionamento è f_c ed il tempo di mediazione è T . Infatti si ha che:

$$\frac{s_w^2}{u_*^2} = \int_{n_0}^{n_m} \left\{ \left[\frac{An}{(1+Bn)^{5/3}} \right] \cdot \left(\frac{z}{|L|} \right)^{2/3} + \frac{C'n}{(1+D'n)^{5/3}} \right\} \cdot d(\ln n)$$

che risulta pari a:

$$\frac{s_w^2}{u_*^2} = 1.5 \frac{A}{B} \left(\frac{z}{|L|} \right)^{2/3} \mathfrak{I}_1(z, U) + 1.5 \frac{C'}{D'} \cdot \mathfrak{I}_2(z, U)$$

dove:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_1(z, U) &= \left(1 + B \frac{f_0 z}{U}\right)^{-2/3} - \left(1 + B \frac{f_m z}{U}\right)^{-2/3} \\ \mathfrak{S}_2(z, U) &= \left(1 + D' \frac{f_0 z}{U}\right)^{-2/3} - \left(1 + D' \frac{f_m z}{U}\right)^{-2/3}\end{aligned}$$

Come si vede, $s_w^2 \neq \sigma_w^2$ e, cosa ancora più importante, mentre σ_w^2 non dipendeva esplicitamente dalla quota di misura z e della velocità media del vento U , s_w^2 dipende esplicitamente da entrambe le variabili.

Da queste considerazioni si può asserire che l'incertezza intrinseca al valore dei vari coefficienti numerici presenti nelle Relazioni Universali di Similarità può essere attribuita ai differenti sensori usati dai vari ricercatori che hanno studiato sperimentalmente la Teoria della Similarità, ma soprattutto alle diverse scelte adottate per la frequenza di campionamento, il periodo di mediazione e la quota di misura. Dato che la maggior parte dei metodi indiretti di stima dei parametri della turbolenza del *SL* (oggetto dei prossimi Paragrafi) si basano sull'utilizzo delle Funzioni di Similarità, questo problema non è trascurabile e spesso può essere opportuno riottenere sperimentalmente le relazioni di interesse. Non dimentichiamo, poi, che su tutto il mondo della Similarità incombe il pericolo costante della *self-correlation*, come abbiamo mostrato al Punto 8.3.9, a cui non è semplice porre rimedio.

Per comprendere il problema nella sua generalità conviene considerare un esempio pratico. Immaginiamo di dover monitorare con continuità l'evapotraspirazione di un'estesa coltivazione di mais per poter intervenire con tempestività in presenza di *stress* idrici delle piante e si ipotizzi, senza entrare troppo nei dettagli, che non sia economicamente ed organizzativamente possibile dislocare nella zona coltivata un numero di stazioni *Eddy-Covariance* sufficiente per coprire l'intera zona. Si decida quindi di collocare in un sito opportuno, facilmente accessibile e dotato di alimentazione elettrica, una sola postazione *Eddy-Covariance* (*postazione master*) e di mettere a punto un numero rilevante di stazioni (*postazioni slave*), tutte uguali tra loro, costituite solamente da una termocoppia veloce e da un sistema miniaturizzato di acquisizione, elaborazione e trasmissione dati. Mentre la postazione *master* determinerà direttamente tutti i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*, le singole postazioni *slave* misureranno unicamente il parametro di struttura della temperatura C_T^2 da cui, in ogni punto in cui sono collocate, verrà dedotto il flusso turbolento di calore sensibile impiegando la Similarità del *MOST* come vedremo nel seguito. Con metodi opportuni, dalle misure della stazione *master* e da quelle delle postazioni *slave* si otterrà la distribuzione spaziale del flusso turbolento di calore sensibile e latente (se nella postazione *master* si misurano direttamente entrambe oltre che la Radiazione Netta ed il flusso di calore nel suolo). In sostanza, perché tutto ciò possa funzionare, è necessario che la Funzione Universale di Similarità che lega C_T^2 al parametro di stabilità $\zeta = z/L$ (per semplicità trascuriamo il *displacement height* d) sia nota e sia realistica.

Piuttosto che usare relazioni di Letteratura è spesso conveniente operare nel modo seguente. Si metta in funzione la stazione *master* e si collochi vicina ad essa una delle stazioni *slave*. Si ipotizzi per semplicità che la quota z di misura della *stazione master* sia identica alla quota di misura della *stazione slave*. Durante il funzionamento, protratto per un periodo significativo (per esempio uno o due mesi), l'insieme delle due stazioni produrrà ad ogni semi-ora k una stima diretta di u_* , H_0 , ζ e C_T^2 . Al termine del periodo in cui hanno misurato contemporaneamente le due stazioni, costituito da N periodi di 30 minuti, si avranno a disposizione N valori delle due variabili:

$$x_k = \zeta_k \quad y_k = \frac{(C_T^2)_k z^{2/3}}{(T_*^2)_k} \quad [15.1a]$$

Dalla Teoria della Similarità (Capitolo 8) sappiamo che vale la Relazione di Similarità:

$$y = \frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = F_{TT}(\zeta) = F_{TT}(x) \quad [15.1b]$$

dove la Funzione Universale F_{TT} , nelle situazioni convettive (cui limitiamo per il momento l'attenzione), prende la forma funzionale:

$$F_{TT}(\zeta) = a \cdot (1 + b|\zeta|)^{-1/3} \quad [15.1c]$$

Pertanto, il problema da risolvere è quello di individuare i due parametri a e b presenti nella relazione in modo tale che questa relazione rappresenti *al meglio possibile* le misure disponibili e ciò lo si ottiene applicando il metodo dei Minimi Quadrati (**Appendice 6**). Una volta fatto ciò, la relazione (15.1c) potrà essere impiegata operativamente per lo scopo che ci si è prefissi. Questo problema, del tutto realistico e frequente, è un tipico esempio di Stima Parametrica.

15.2 METODO DEI PROFILI E DEI GRADIENTI NEL SL

La *Teoria della Similarità di Monin-Obukhov* sviluppata per il *SL* ha permesso di determinare, tra l'altro, delle relazioni algebriche che descrivono il profilo entro il *SL* del valor medio delle principali variabili meteorologiche come la velocità del vento, la temperatura potenziale, l'umidità e la concentrazione delle principali grandezze scalari di interesse agrometeorologico come, per esempio, la CO_2 e gli idrocarburi di origine vegetale. Riprendendo quanto esposto in dettaglio al Punto 8.3.2, queste relazioni di profilo medio presentano tutte la medesima struttura funzionale: il valore medio della variabile di interesse (la velocità media del vento, la temperatura potenziale media, ecc.) varia con la quota z secondo un profilo che è logaritmico quando il *SL* è in condizioni adiabatiche e si scosta da tale profilo proporzionalmente al grado di stabilità o di convettività presente. Anche se tali relazioni sono già state riportate in precedenza, per comodità le riscriviamo qui di seguito ed ipotizziamo per semplicità che sia trascurabile la presenza del *displacement height* d , cosa che spesso è verificata nella pratica corrente. Se non lo fosse, nelle relazioni che seguono è sufficiente sostituire la quota di misura z con la quota ridotta $z' = z - d$. In sintesi, il profilo medio (nel *SL*) della velocità media del vento U , della temperatura potenziale media Θ e dell'umidità specifica media Q è dato dalle relazioni:

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_0}{L} \right) \right\} \quad [15.2a]$$

$$\Theta(z) - \Theta(z_{0h}) = \frac{T_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_{0h}} \right) - \Psi_H \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_H \left(\frac{z_{0h}}{L} \right) \right\} \quad [15.2b]$$

$$Q(z) - Q(z_{0q}) = \frac{T_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_{0q}} \right) - \Psi_Q \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_Q \left(\frac{z_{0q}}{L} \right) \right\} \quad [15.2c]$$

L'ultima di queste relazioni è dedicata alla descrizione del profilo medio dell'umidità specifica e, per quanto è noto finora, descrive anche il profilo della concentrazione media delle altre grandezze scalari passive. Come si vede, in tutte queste relazioni è presente la rugosità superficiale caratteristica della grandezza in esame: z_0 per la velocità del vento z_{0h} per la temperatura e z_{0q} per l'umidità specifica e, in prima approssimazione, anche per le altre grandezze scalari. Ognuna di queste grandezze, in corrispondenza ad una quota pari alla propria rugosità superficiale, presenta il valore caratteristico che essa assume all'interfaccia aria-suolo. In particolare, per la *no-slip condition*, la velocità media del vento a z_0 è nulla. Nelle relazioni (15.2) sono poi presenti le varie Funzioni Universali di Similarità $\Psi_M(\zeta)$, $\Psi_H(\zeta)$, $\Psi_Q(\zeta)$ che dipendono solo dal parametro di stabilità $\zeta = z/L$ dove L è la lunghezza di Monin-Obukhov. Il loro compito è quello di *alterare* il profilo logaritmico tipico delle situazioni adiabatiche per tener conto del diverso grado di turbolenza presente nel *SL*. Come si è visto, ancora oggi esiste un esteso dibattito sulla forma funzionale che queste Funzioni Universali dovrebbero avere. Mentre nelle situazioni convettive (anche quelle prossime alla *free-convection*) ormai esiste un notevole accordo sulla loro forma funzionale ed anche sul valore posseduto dai vari parametri numerici in esse presenti, nelle situazioni stabili sussiste ancora un notevole grado di incertezza, soprattutto alla luce delle recenti misure condotte

in situazioni altamente stabili come quelle incontrate nelle regioni polari. Comunque, per comodità, conviene presentare qui di seguito le relazioni più utilizzate nelle applicazioni micrometeorologiche.

La Funzione Universale presente nella relazione dedicata al profilo verticale della velocità media del vento è normalmente descritta dalle relazioni:

- Condizioni Convettive

Nelle situazioni convettive (cioè quando $\zeta \leq 0$) la forma più usata per la funzione $\Psi_M(\zeta)$ è la relazione di Businger-Dyer (Paulson, 1970):

$$\Psi_M(\zeta) = \ln \left[\left(\frac{1+x^2}{2} \right) \left(\frac{1+x}{2} \right)^2 \right] - 2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2} \quad [15.3a]$$

dove:

$$x = (1 - 16\zeta)^{1/4} \quad [15.3b]$$

Questa forma funzionale, pur rappresentando molto bene le numerose misure disponibili, è analiticamente piuttosto complessa e scomoda da applicare nelle situazioni pratiche.

- Situazioni stabili

Nelle situazioni stabili (cioè quando $\zeta > 0$) e per valori di $\zeta < 1$, è normalmente impiegata la semplice relazione seguente:

$$\Psi_M(\zeta) = -5\zeta \quad [15.4a]$$

Quando, però, la stabilità diventa più elevata, questa relazione perde di realismo. Van Ulden e Holtslag (1985) e Beljaars e Holtslag (1991) hanno proposto le seguenti due relazioni più adatte ad elevate stabilità e che si riconducono alla (15.4a) quando $\zeta < 1$:

$$\Psi_M(\zeta) = -17 \cdot [1 - \exp(-0.29\zeta)] \quad [15.4b]$$

$$\Psi_M(\zeta) = -a\zeta - b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) \cdot \exp(-d\zeta) - \frac{bc}{d} \quad [15.4c]$$

dove i coefficienti a, b, c, d valgono rispettivamente 1.0, 0.667, 5, 0.35.

La Funzione Universale $\Psi_H(\zeta)$ presente nella Relazione di Similarità per il profilo verticale della temperatura potenziale presenta le variazioni con la stabilità qui di seguito riportate.

- Condizioni Convettive

Nelle situazioni convettive, quando $\zeta \leq 0$ viene normalmente impiegata la relazione di Paulson (1970):

$$\Psi_H(\zeta) = 2 \ln \left[\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 - 16\zeta}) \right] \quad [15.5]$$

- Situazioni stabili

Nelle situazioni stabili ($\zeta > 0$), per valori di $\zeta < 1$ è normalmente utilizzata la relazione:

$$\Psi_H(\zeta) = -5\zeta \quad [15.6a]$$

Per Stabilità più elevate, la (15.6a) non è in accordo con i dati sperimentali. Van Ulden e Holtslag (1985) e Beljaars e Holtslag (1991) hanno proposto le due seguenti relazioni che meglio rappresentano la realtà sperimentale e che si riconducono alla (15.6a) per $\zeta < 1$:

$$\Psi_H(\zeta) = -17 \cdot [1 - \exp(-0.29\zeta)] \quad [15.6b]$$

$$\Psi_M(\zeta) = - \left(1 + \frac{2}{3} a\zeta \right)^{3/2} - b \left(\zeta - \frac{c}{d} \right) \cdot \exp(-d\zeta) - \frac{bc}{d} + 1 \quad [15.6c]$$

dove i coefficienti a, b, c, d valgono rispettivamente 1, 0.667, 5, 0.35.

Poco si conosce della funzione Universale $\Psi_Q(\zeta)$. Sulla base delle conoscenze disponibili si può ragionevolmente supporre che essa coincida in ogni condizione di stabilità con l'analoga Funzione Universale per la temperatura potenziale $\Psi_H(\zeta)$.

La disponibilità di queste Relazioni di Similarità e la loro notevole accuratezza nel descrivere i profili entro il *SL* (anche fino a quote dell'ordine dei cento metri come riportato da Holtslag, 1984) è stata una delle ragioni principali che ha spinto a ricercare dei metodi di stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* (la *friction velocity* u_* , il flusso turbolento di calore sensibile H_0 e quindi la lunghezza di Monin-Obukhov L) alternativi al metodo *EC*. Un'altra ragione altrettanto importante è il fatto che la misura del valor medio delle diverse grandezze di interesse è notevolmente più agevole della misura dei momenti di ordine superiore ed è possibile anche con sensori a risposta lenta. Se, da un lato, la disponibilità attuale di anemometri ultrasonici triassiali robusti, accurati, rapidi e poco costosi ha consentito un'agevole misura di varianze e covarianze col metodo *EC* (e quindi ha reso meno importanti i metodi di stima basati sui profili verticale), il problema tuttora persiste quando si intende misurare il flusso verticale della concentrazione di particolari sostanze gassose, come gli idrocarburi biogenetici, per cui non sono facilmente individuabili sistemi di misura a risposta veloce. Per questo i metodi basati sui profili medi delle principali variabili nel *SL* rivestono ancora una notevole importanza. Qui di seguito vengono descritti due distinti metodi di stima basati sui profili medi entro il *SL*.

Nel primo metodo, il Metodo dei Gradienti (*GM*), si ipotizza di conoscere il valore medio (con tempo di mediazione dell'ordine dell'ora) delle variabili di interesse a due quote distinte, scelte in maniera tale che entrambe ricadano all'interno del *SL* anche quando le condizioni sono estremamente convettive o estremamente stabili. Questo metodo è sicuramente il più facilmente applicabile in pratica e richiede solo la presenza di un palo meteorologico di altezza ridotta, anche inferiore a 10 metri, in cui sia presente la misura accurata (anche se lenta) del valore medio (orario o semi-orario) delle variabili di interesse. È un metodo decisamente utilizzabile anche per la stima del flusso verticale dei gas per cui non è disponibile un analizzatore continuo a risposta rapida.

Come vedremo, il metodo *GM* è molto sensibile all'accuratezza con cui sono realizzate le misure medie e per diminuire questo inconveniente è stato messo a punto il Metodo dei Profili (*PM*) che richiede la misura del valor medio delle grandezze di interesse a più di due quote. Questo metodo è decisamente meno influenzato dagli errori strumentali e produce una stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* più accurata a fronte di costi maggiori per la strumentazione impiegata e per la relativa manutenzione. Va rilevato che normalmente questo metodo viene applicato quando si hanno a disposizione torri meteorologiche di media altezza strumentate a più livelli. Qui di seguito presentiamo i dettagli teorici ed implementativi dei due metodi, ricordando che più che due metodi ben precisi essi sono in realtà due filosofie di stima che possono essere implementate in maniere diverse a seconda delle esigenze sperimentali.

15.2.1 IL METODO DEI GRADIENTI

Il metodo dei gradienti (*GM*) è stato il primo metodo di stima indiretta dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* impiegato dal mondo della Ricerca quando ancora non erano disponibili gli strumenti richiesti dal metodo *EC* ed in particolare quando non era ancora disponibile l'anemometro ultrasonico. Oggi, con la disponibilità degli anemometri ultrasonici triassiali a costi contenuti l'importanza del metodo *GM* si è notevolmente ridotta, pur restando uno dei metodi più usati per la determinazione dei flussi turbolenti di sostanze scalari per le quali ad oggi non è disponibile un analizzatore a risposta veloce o, addirittura, quando la determinazione della concentrazione media della sostanza può essere realizzata solo mediante un campionamento ed una successiva analisi in laboratorio. Per questa ragione, prima verrà presentato il metodo *GM* dedicato alla stima dei parametri turbolenti del *SL* (la *friction velocity*, il flusso turbolento di calore sensibile) e successivamente si discuterà del metodo *GM* da applicare quando l'obiettivo è la stima del flusso turbolento di uno scalare (gas o particolato).

15.2.1.1 Il metodo GM per la stima dei parametri di turbolenza del SL

Quando le stazioni *EC* non erano disponibili, il metodo *GM* è stato sicuramente il metodo indiretto più noto e più utilizzato per la stima dei parametri della turbolenza del *SL* ed alcuni riferimenti interessanti al riguardo sono i lavori di Draxler (1979), Berkowicz e Prahm (1982b), Holtslag (1984), Launiainen e Vihma (1990), Jacovides e al. (1992) e Brotzge e Crawford (2000). Analizzando questi lavori e molti altri apparsi nella letteratura specializzata si vede come la *filosofia* cui fa riferimento il metodo sia sempre la stessa per tutti, anche se le varie realizzazioni differiscono spesso profondamente a seconda degli obiettivi che i vari Autori si erano prefissi e della strumentazione di cui disponevano. Nella versione completa, per individuare i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*, il metodo *GM* richiede la conoscenza:

- della *velocità media del vento* U_1 e U_2 alle quote z_1 e z_2
- della *temperatura potenziale media* Θ_3 e Θ_4 alle quote z_3 e z_4
- dell'*umidità specifica media dell'aria* Q_5 e Q_6 alle quote z_5 e z_6

Dalle relazioni di Similarità (15.2a, b, c) si ha che:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{u_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z_1}{z_2} \right) - \Psi_M \left(\frac{z_1}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_2}{L} \right) \right\} \quad [15.7a]$$

$$\Delta \Theta = \Theta_3 - \Theta_4 = \frac{T_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z_3}{z_4} \right) - \Psi_\Theta \left(\frac{z_3}{L} \right) + \Psi_\Theta \left(\frac{z_4}{L} \right) \right\} \quad [15.7b]$$

$$\Delta Q = Q_5 - Q_6 = \frac{T_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z_5}{z_6} \right) - \Psi_Q \left(\frac{z_5}{L} \right) + \Psi_Q \left(\frac{z_6}{L} \right) \right\} \quad [15.7c]$$

Se si vuol tener conto anche della presenza dell'umidità nella definizione della *lunghezza di Monin Obukhov* L , è opportuno definire la temperatura di scala come:

$$\theta_* \cong T_* + 0.608 \cdot \Theta \cdot q_* \quad [15.8]$$

e quindi si ha che:

$$\frac{1}{L} = \frac{kg}{\Theta} \cdot \frac{T_* + 0.608 \cdot \Theta \cdot q_*}{u_*^2} \quad [15.9]$$

Se si considera che nel *SL* si può porre $\Theta = (\Theta_3 - \Theta_4)/2$, è immediato verificare che il sistema di equazioni costituito dalle relazioni precedenti è *chiuso* e quindi, almeno in teoria, risolvibile. Perciò la conoscenza della velocità del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità a due quote diverse (purché entro il *SL*) permette di stimare u_* , T_* , q_* e quindi anche z/L , H_0 ed H_E .

Questa metodologia di stima appena delineata è la versione base del *metodo GM*. È molto comune tuttavia che una stazione meteorologica non disponga della misura del gradiente di umidità. Anche in questo caso è possibile l'impiego del metodo, come frequentemente si è fatto (Berkowicz e Prahm, 1982; Holtslag, 1984; Launiainen e Vihma, 1990), introducendo la semplificazione che $H_{0v} \approx H_0$, cioè che $\theta_* \approx T_*$. In questo caso si ha che la (15.9) diventa:

$$\frac{1}{L} = \frac{kg}{\Theta} \cdot \frac{T_*}{u_*^2} \quad [15.10]$$

ed il sistema che è necessario risolvere sarà costituito questa volta dalle equazioni (15.7a), (15.7b) e (15.10). Questa è la versione più nota e più usata del metodo *GM*. È interessante notare come, ponendo le relazioni (15.7a) e (15.7b) nella (15.10), si giunga alla seguente relazione che esprime direttamente L e che è del tutto equivalente al sistema di equazioni indicato:

$$L = \left(\frac{\Theta}{g} \cdot \frac{\Delta U^2}{\Delta \Theta} \right) \cdot \frac{\ln \left(\frac{z_3}{z_4} \right) - \Psi_\Theta \left(\frac{z_3}{L} \right) + \Psi_\Theta \left(\frac{z_4}{L} \right)}{\left[\ln \left(\frac{z_1}{z_2} \right) - \Psi_M \left(\frac{z_1}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_2}{L} \right) \right]^2} \quad [15.11a]$$

Questa è un'equazione implicita nella variabile L la cui soluzione sembrerebbe la strada più promettente per ottenere il risultato sperato. In realtà le cose non stanno proprio così. In primo luogo

questa equazione è solo *formale* nel senso che in essa sono presenti le Funzioni Universali di Similarità che presentano forme diverse nelle situazioni convettive e nelle situazioni stabili. Quindi, volendo risolvere questa equazione implicita, per prima cosa si dovrebbe stabilire dal gradiente della temperatura potenziale quale sia lo stato di turbolenza presente nel *SL* (convettivo o stabile). In secondo luogo è necessario individuare un metodo numerico con cui risolvere tale equazione, una volta stabilito quale sia il regime di turbolenza nel *SL*. Il metodo più immediato è quello iterativo denominato *fixed-point iteration*. Rimandando ai testi di Analisi Numerica per i dettagli (per es. Conte e de Boor, 1983), si possono fare le seguenti osservazioni. Se un'equazione implicita in una variabile del tipo:

$$f(x) = 0 \quad [15.11b]$$

può essere riscritta nella forma *fixed-point*:

$$x = g(x) \quad [15.11c]$$

(e questo è il nostro caso), allora, posto un valore iniziale x_0 per la variabile x (nel nostro caso per esempio possiamo porre $L = 0$, cioè partiamo da una condizione adiabatica), si ottiene una prima stima x_1 della soluzione nel modo seguente:

$$x_1 = g(x_0) \quad [15.11d]$$

Iterando il procedimento otterremo successivi valori x_k per la soluzione e l'iterazione procederà fino alla convergenza. Il tutto sembrerebbe semplice ed intuitivo, se non fosse che la convergenza della sequenza x_k alla soluzione vera α dell'equazione implicita non è affatto assicurata in generale. In effetti esiste un Teorema secondo cui:

- se $g(x)$ è una funzione continua nell'intervallo $[a, b]$ e se è vero che:

$$a \leq x \leq b \quad \Rightarrow \quad a \leq g(x) \leq b$$

allora l'equazione $x = g(x)$ ha almeno una soluzione α nell'intervallo $[a, b]$. Però potrebbe averne più di una;

- se poi esiste la derivata prima $g'(x)$ di $g(x)$ rispetto ad x ed è continua nell'intervallo $[a, b]$ e se esiste un numero λ tale che:

$$\lambda \equiv \max_{a \leq x \leq b} |g'(x)| < 1$$

allora l'equazione $x = g(x)$ ha un'unica soluzione α nell'intervallo $[a, b]$ e la sequenza dei valori x_k del metodo iterativo *fixed-point* converge ad essa.

Come si vede, la convergenza non è assicurata affatto in generale e la verifica delle condizioni prescritte dal Teorema di Convergenza non sono facili da verificare. Berkowicz e Prahm (1982) hanno studiato il problema in maniera numerica ed hanno concluso che il metodo iterativo è sempre convergente nelle situazioni convettive, mentre non lo è in generale nelle situazioni stabili se si adottano per le Funzioni Universali di Similarità le forme (15.4a) e (15.6a). Se invece si adottano le forme (15.4b) o (15.4c) e (15.6b) o (15.6c) la convergenza sembrerebbe garantita. Da questa osservazione risulta evidente come, nelle situazioni stabili, le forme (15.4a) e (15.6a) debbano essere evitate nei limiti del possibile.

Frequentemente, si dispone della misura della velocità media del vento ad una sola quota. Anche in questo caso è possibile applicare il metodo *GM*, purché si conosca la lunghezza di rugosità z_0 . Infatti, in questo caso, le relazioni (15.7a) e (15.7b) diventano:

$$U = \frac{u_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_0}{L} \right) \right\}$$

$$\Delta \theta = \theta_3 - \theta_4 = \frac{T_*}{k} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{z_3}{z_4} \right) - \Psi_\theta \left(\frac{z_3}{L} \right) + \Psi_\theta \left(\frac{z_4}{L} \right) \right\} \quad [15.12a]$$

da cui è ancora possibile costruire un'unica equazione in funzione di L che presenta la medesima forma funzionale della (15.11). In questa versione del *GM*, è sufficiente la conoscenza della velocità del vento ad una sola quota, anche se è comunque indispensabile conoscere la rugosità z_0 che si deve determinare con uno dei metodi che presenteremo successivamente.

Da quanto detto, la stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* passerebbe attraverso la risoluzione numerica dell'equazione implicita (15.11) che, come sottolineato, è piuttosto scomoda. Fermo restando tutte le osservazioni fatte a proposito della scelta delle forme funzionali per le Funzioni Universali in condizioni di stabilità, è più semplice e più controllabile il processo di stima se l'algoritmo iterativo viene leggermente modificato. Infatti, se consideriamo il caso in cui sia disponibile la misura della velocità media del vento U alla quota z , la rugosità superficiale z_0 e la misura della temperatura potenziale media a due quote distinte z_3 e z_4 , il processo iterativo che conduce alla stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza nel *SL* dovrebbe essere costituito dai passi seguenti:

Passo 1: si usino le equazioni (15.12a), ponendo $l/L = 0$ (il che significa porsi inizialmente in condizioni adiabatiche e quindi annullare le funzioni Ψ_M e Ψ_H) ed in questo modo si ottiene immediatamente una prima stima per u_* e T_* che è pari a:

$$u_* = \frac{k \cdot U}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad T_* = \frac{k \cdot \Delta\theta}{\ln\left(\frac{z_3}{z_4}\right)}$$

Passo 2: con tali valori di u_* e T_* si può così realizzare una prima stima di l/L . Il segno determina la scelta del tipo di Funzioni Universali di Similarità;

Passo 3: il valore stimato di l/L venga introdotto nelle equazioni (15.13) in modo da ottenere una nuova stima di u_* e T_* ;

Passo 4: si ritorni al Passo 2 e si ripeta la procedura finché l/L si stabilizza attorno ad un valore praticamente costante.

Questa procedura iterativa è abbastanza rapida e, in situazioni non patologiche, con poche iterazioni (3÷5) stabilizza il valore di l/L attorno all'equilibrio. Una volta noto l/L è immediata la stima di u_* , T_* e quindi anche di H_0 .

Esercizio 15.2

Si applichi il metodo GM per la stima dei parametri della turbolenza del *SL*.

⇒ Si consideri inizialmente una situazione convettiva diurna caratterizzata dalle misure seguenti:

- la rugosità superficiale z_0 è pari a 0.1 m,
- a 10 m la velocità media del vento è pari a $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- la temperatura media a 1 metro è pari a 30°C e quella a 10 metri è pari a 29.1°C ,

Applicando la procedura iterativa descritta, sono state ottenute le soluzioni riportate nella tabella seguente dove sono evidenziati i risultati ottenuti ad ogni iterazione. Come si vede, per giungere alla convergenza il metodo iterativo richiede non più di 4 iterazioni.

Iterazione	u_*	T_*	L	$\overline{w'\theta'}$	H_0
0	0.174	-0.141	-16.5	0.024	29
1	0.211	-0.282	-12.2	0.059	71
2	0.218	-0.315	-11.7	0.069	82
3	0.219	-0.320	-11.6	0.070	84
4	0.220	-0.321	-11.6	0.070	84
5	0.220	-0.321	-11.6	0.070	84

⇒ Se, poi, si considera una situazione notturna con velocità del vento a 10 m di $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, temperatura media dell'aria a 1 m di 20°C e a 10 m di 20.5°C , utilizzando sempre il metodo *GM* si ottengono le stime dei parametri di turbolenza del *SL* riportate nella tabella seguente. Come si vede, in non più di tre iterazioni si è raggiunta la convergenza.

Iterazione	u_*	T_*	L	$\overline{w'\theta'}$	H_0
0	0.261	0.102	49.7	-0.027	-32
1	0.214	0.073	46.6	-0.016	-19
2	0.211	0.072	46.4	-0.015	-18
3	0.211	0.072	46.4	-0.015	-18
4	0.211	0.072	46.4	-0.015	-18
5	0.211	0.072	46.4	-0.015	-18

L'accuratezza della stima di u_* , H_0 ed L ottenute col metodo *GM* è direttamente proporzionale all'accuratezza delle misure medie della velocità del vento e della temperatura dell'aria. Per questo non è importante che queste misure vengano realizzate con sensori a risposta rapida, ma è essenziale che tali sensori possiedano elevata risoluzione e accuratezza. Inoltre, è indispensabile che i termometri vengano calibrati in coppia e che lo stesso venga fatto anche per gli anemometri. L'accuratezza della stima dei parametri caratteristici della turbolenza del *SL* ed in particolare di H_0 dipende ovviamente dalla precisione con cui sono stati stimati u_* e T_* . Berkowicz e Prahm (1982) hanno mostrato che, nel caso in cui si utilizzi una sola misura di velocità media del vento (cosa che comunque gli Autori consigliano vivamente), l'errore δu_* nella stima della *friction velocity* è legato all'errore δz_0 nella stima della rugosità superficiale ed all'errore δu nella stima della velocità del vento dalla relazione:

$$\frac{\delta u_*}{u_*} = \frac{\delta u}{U} + \frac{\delta z_0}{z_0 \cdot \ln(z/z_0)} \quad [15.12b]$$

Nelle condizioni normali, il primo termine del secondo membro è dominante e quindi un errore nella determinazione della lunghezza di rugosità non produrrà effetti catastrofici sulla stima della velocità di frizione. Gli Autori hanno studiato anche l'errore nella stima di T_* . Disgraziatamente è il quoziente di due termini numericamente piccoli e di conseguenza risulta inevitabile che la sua stima risulti poco accurata.

Va fatta poi un'ulteriore osservazione. In tutta la trattazione è stata ignorata la presenza di un eventuale *displacement height* d , cosa scorretta per esempio quando si impiega il *GM* su prati o foreste. Di questo parametro si tratterà nel seguito, tuttavia se si possiede una sua stima ottenuta con un metodo indipendente (per esempio ipotizzando che sia pari a circa $2/3$ dell'altezza media della vegetazione), tutto quanto presentato risulta valido a patto di sostituire ad ogni occorrenza della quota z la variabile $Z = z - d$.

Per concludere due curiosità. Innanzitutto ci si domanderà perché il metodo *GM* invece di considerare le relazioni di Similarità per i gradienti consideri quelle per i profili. In fondo, avendo a disposizione due misure medie di velocità del vento e di temperatura potenziale a due quote diverse, è immediato determinare un gradiente verticale delle due grandezze alle differenze finite. La risposta è stata data da Arya (1991) che dimostra come l'utilizzo diretto dei gradienti alle differenze finite conduca ad errori di stima inaccettabili per i parametri che quantificano la turbolenza del *SL*. La seconda curiosità consiste nel fatto che alcuni Autori hanno cercato di evitare la procedura iterativa che costituisce il cuore del metodo *GM*. In effetti ci sono riusciti (Byun, 1990; Lee; 1997) ottenendo, però, delle relazioni analitiche decisamente complesse. Vista la rapida convergenza della procedura iterativa crediamo che non valga la pena utilizzare altro.

Come si è notato, non si è parlato di come ottenere il flusso turbolento di calore latente H_E che sembrerebbe immediato ottenere se nella struttura sperimentale sono presenti due igrometri a quote diverse. Di ciò parleremo nel prossimo paragrafo e capiremo il perché di questa scelta.

15.2.1.2 Il metodo GM per la stima del flusso turbolento verticale di uno scalare

Se l'utilizzo del metodo *GM* per la stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* è ormai quasi esclusivamente di interesse storico, vista la disponibilità di stazione *EC* a costi limitati, il suo utilizzo per la stima dei flussi di sostanze scalari gassose o particellari è ancora di estrema attualità. Ciò deriva dal fatto che ad oggi sono pochi i gas per cui è disponibile un analizzatore a risposta rapida e continua e quelli disponibili sono costosi e complessi da gestire. Si ricordi che un flusso verticale positivo rappresenta un'emissione di scalare, mentre uno negativo rappresenta una deposizione secca. Con questo metodo sono stati stimati i flussi turbolenti verticali di CO_2 , di H_2O , N_2O , NH_3 , CH_4 , H_2S , O_3 (Phillips 2004; Pattey et al., 2005; Todd et al., 2005; Baek et al., 2006; Meredith et al., 2011; Bocquet et al., 2011; Xiao et al., 2014; Wu et al., 2015; Sundqvist et al., 2015; Bolinius et al. 2016; Laubach et al., 2016; Zhu et al., 2020; Kamp et al., 2021) e il suo campo di applicabilità continua ad espandersi.

In sostanza, quando è necessario stimare il flusso turbolento verticale di una generica sostanza passiva per la quale non è disponibile un analizzatore a risposta rapida che ne misuri la concentrazione in aria c o meglio il relativo *mixing ratio* per quanto abbiamo visto al Punto 13.5 (questo è il caso, per esempio, di molte sostanze gassose di interesse agrometeorologico), allora il metodo *GM* può essere un mezzo adeguato allo scopo. A titolo di esempio, immaginiamo di voler stimare il flusso verticale di un gas biogenetico (per esempio il Limonene) ed ipotizziamo anche di disporre di una normale stazione *EC* con cui ottenere le stime di u_* e di H_{0v} (da cui immediatamente otteniamo il valore di L). Poniamo, poi, su di un palo (per esempio alto 10 metri) due analizzatori di questo gas a due quote z_1 e z_2 ($z_1 < z_2$) in grado di misurarne la concentrazione media C . Sia F_c il flusso verticale cercato (per esempio espresso in $\text{ppb} \cdot \text{m}^{-2} \text{ s}^{-1}$). La Teoria della Similarità asserisce che il profilo verticale $C(z)$ della concentrazione ($\text{ppb} \cdot \text{m}^{-3}$) di questo gas è ben rappresentato dalla Relazione di Similarità:

$$C(z) - C(z_{0c}) = \frac{c_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_{0c}} \right) - \Psi_c \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_c \left(\frac{z_{0c}}{L} \right) \right\} \quad [15.13a]$$

dove z_{0c} è l'appropriata rugosità superficiale (in generale non nota) e $C(z_{0c})$ è la concentrazione del gas all'interfaccia aria-suolo, variabile decisamente difficile da determinare. Inoltre il parametro di scala c_* è legato alla *friction velocity* ed al flusso turbolento dalla relazione:

$$F_c = -u_* c_* \quad [15.13b]$$

Come si vede, la relazione di profilo è del tutto identica a quella della temperatura potenziale e, sulla base delle conoscenze attuali, le Funzioni Universali di Similarità sono le stesse. Dato che la concentrazione media del gas è misurata a due quote distinte si ha che:

$$\Delta C = C(z_2) - C(z_1) = \frac{c_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_c \left(\frac{z_2}{L} \right) + \Psi_c \left(\frac{z_1}{L} \right) \right\} \quad [15.13c]$$

Il valore di L è fornito dalla stazione *EC* e quindi le Funzioni Universali presenti in questa relazione sono immediatamente individuabili. Quindi è immediato ottenere:

$$c_* = \frac{k \cdot [C(z_2) - C(z_1)]}{\left\{ \ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_c \left(\frac{z_2}{L} \right) + \Psi_c \left(\frac{z_1}{L} \right) \right\}} \quad [15.13d]$$

Dato che anche u_* è noto dalle misure *EC*, la stima del flusso turbolento verticale del gas è quindi immediatamente calcolabile con la relazione (15.13b). Come si vede, la misura della concentrazione media a due livelli del gas consente la stima del relativo flusso turbolento verticale senza dover conoscere né la rugosità superficiale relativa né il valore della concentrazione del gas all'interfaccia aria-suolo, entrambe difficilmente misurabili.

Come si è sottolineato all'inizio del paragrafo, tutti i ragionamenti fatti finora ipotizzano che la concentrazione di gas passivo ai due livelli di misura siano espresse in termini di *mixing ratio* ($\text{kg}_c/\text{kg}_{\text{dry air}}$). Se si è in queste situazioni, null'altro c'è da dire. Sfortunatamente è raro

trovarsi in queste situazioni ideali e normalmente le due concentrazioni sono espresse in termini di *densità* (kg_c/m^3) o in termini di *frazione molare* ($mol_c/mol_{humid\ air}$) che è facilmente riconducibile alla densità. In questo caso, a rigore, sarebbe necessario apportare correzioni sostanziali al flusso turbolento di scalare per tener conto dell'influenza delle fluttuazioni di temperatura e di vapor d'acqua presenti nell'aria umida. Queste correzioni derivano dagli stessi ragionamenti sviluppati al paragrafo 13.6 e quindi possiamo indicarle come *correzioni WPL*. Anche se spesso esse non vengono applicate soprattutto nei lavori più datati che trattano dell'applicazione del metodo *GM* alla stima dei flussi turbolenti verticali di scalare, crediamo che sia doverosa la loro applicazione di routine. Qui di seguito sviluppiamo la metodologia da applicare per ottenere una stima corretta del flusso verticale dello scalare passivo seguendo quanto riportato dal lavoro originale sulle correzioni *WPL* (Webb e al., 1980).

Ipotizziamo che la concentrazione di scalare passivo sia espressa in termini di *mixing ratio* S e quindi ipotizziamo di disporre del valore medio S_1 e S_2 rispettivamente alle quote di misura z_1 e z_2 . In questo caso, se ρ_a è la densità dell'aria secca, il vero flusso turbolento verticale di scalare è dato da:

$$F_c = -\bar{\rho}_a \cdot u_* \cdot \frac{[S(z_2) - S(z_1)]}{\left\{ \ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right) - \Psi_c\left(\frac{z_2}{L}\right) + \Psi_c\left(\frac{z_1}{L}\right) \right\}} \quad [15.14a]$$

relazione che può essere riscritta anche come:

$$F_c = -\bar{\rho}_a \cdot K \cdot \frac{S(z_2) - S(z_1)}{z_2 - z_1} \quad [15.14b]$$

dove con K si è indicato il *coefficiente di diffusione turbolenta* definito come:

$$K = \frac{k \cdot u_* \cdot (z_2 - z_1)}{\left\{ \ln\left(\frac{z_2}{z_1}\right) - \Psi_c\left(\frac{z_2}{L}\right) + \Psi_c\left(\frac{z_1}{L}\right) \right\}} \quad [15.14c]$$

La relazione (15.14b) è la riscrittura della relazione per il flusso turbolento verticale dello scalare in una notazione congruente con quella utilizzata nel lavoro di Webb e al. (1980) nella definizione delle correzioni *WPL*. Secondo gli Autori lo stesso flusso di scalare può essere dato dalla relazione seguente in cui compaiono i gradienti verticali della densità media del gas passivo $\bar{\rho}_c$, del vapor d'acqua $\bar{\rho}_v$ e della temperatura potenziale $\bar{\theta}$:

$$F_c = -K \cdot \left\{ \frac{\delta \bar{\rho}_c}{\delta z} + \mu \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_a} \right) \cdot \frac{\delta \bar{\rho}_v}{\delta z} + (1 + \mu \sigma) \cdot \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\bar{T}} \right) \cdot \frac{\delta \bar{\theta}}{\delta z} \right\} \quad [15.15a]$$

In questa relazione, che deriva direttamente da un'analogia relazione proposta nel lavoro di Webb e al. (1980, relazione 33), è presente il rapporto μ tra il peso molecolare dell'aria secca ed il peso molecolare dell'acqua (pari a 1.6077) ed il rapporto $\sigma = \bar{\rho}_v / \bar{\rho}_a$. Inoltre, essendo stato definito il coefficiente K in modo differente da quanto fatto nel lavoro di Webb e al. (1980), sono stati utilizzati nella relazione i seguenti rapporti incrementali:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \bar{\rho}_c}{\delta z} &= \frac{\bar{\rho}_c(z_2) - \bar{\rho}_c(z_1)}{z_2 - z_1} \\ \frac{\delta \bar{\rho}_v}{\delta z} &= \frac{\bar{\rho}_v(z_2) - \bar{\rho}_v(z_1)}{z_2 - z_1} \\ \frac{\delta \bar{\theta}}{\delta z} &= \frac{\bar{\theta}(z_2) - \bar{\theta}(z_1)}{z_2 - z_1} \end{aligned} \quad [15.15b]$$

Naturalmente, per poter impiegare la (15.15a) è necessario che alle quote z_1 e z_2 siano disponibili la temperatura potenziale media, l'umidità assoluta media e la concentrazione media di scalare passivo considerato.

A questo punto è necessario riconoscere nella relazione (15.15a) alcuni addendi notevoli.

Innanzitutto il flusso turbolento di calore sensibile H_0 , espresso in termini cinematici, risulta inevitabilmente pari a:

$$\frac{H_0}{\bar{\rho}_a C_p} = -K \cdot \frac{\delta \bar{\theta}}{\delta z} \quad [15.15c]$$

Inoltre, il flusso turbolento verticale di vapor d'acqua non corretto per le fluttuazioni di temperatura (quindi l'evapotraspirazione non corretta) e calcolato con la (15.13b) utilizzando la (15.13d) quando la concentrazione di vapor d'acqua è espressa in termini di *umidità assoluta* (kg_{H_2O}/m^3) risulta pari a:

$$E_{no-WPL} = -K \cdot \frac{\delta \bar{\rho}_v}{\delta z} \quad [15.15d]$$

Inoltre:

$$F_{C-no-WPL} = -K \cdot \frac{\delta \bar{\rho}_c}{\delta z} \quad [15.15e]$$

è il flusso turbolento verticale dello scalare quando la sua concentrazione è espressa in termini di densità ed è calcolata con la (15.13b) utilizzando la (15.13d). In sostanza si ha che:

$$F_C = F_{C-no-WPL} + \left\{ \mu \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\bar{\rho}_a} \right) \cdot E_{no-WPL} + (1 + \mu\sigma) \cdot \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\bar{T}} \right) \cdot \frac{H_0}{\bar{\rho}_a C_p} \right\} \quad [15.15f]$$

Quindi, l'effettivo flusso turbolento verticale di scalare passivo è pari a quello stimato quando la concentrazione è espressa in termini di densità a cui si somma un termine correttivo che dipende dal flusso verticale di vapor d'acqua e di calore sensibile.

Se, in particolare, lo scalare è il vapor d'acqua, il suo flusso turbolento verticale, cioè l'evapotraspirazione E , risulta ottenibile dal relativo flusso verticale quando la concentrazione è espressa in termini di densità applicando la relazione seguente:

$$E = (1 + \mu\sigma) \cdot \left[E_{no-WPL} + \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\bar{T}} \right) \cdot \frac{H_0}{\bar{\rho}_a C_p} \right] \quad [15.15g]$$

ed infine il flusso turbolento di calore latente H_E è dato da quando con λ si indica il calore latente di evaporazione:

$$H_E = \lambda \cdot E \quad [15.15h]$$

Con questa metodologia di correzione desunta dal lavoro di Webb e al. (1980) è possibile ottenere col metodo del gradiente i flussi corretti di scalare passivo quando la sua concentrazione è espressa in termini di densità o di *molar fraction*, oltre al flusso turbolento verticale di vapor d'acqua (l'evapotraspirazione) da cui si ottiene immediatamente il flusso turbolento di calore latente, tenendo conto sia delle fluttuazioni turbolente di vapor d'acqua che delle fluttuazioni di temperatura. Va sottolineato, però, che molto spesso nei lavori di ricerca in cui si stima col *GM* il flusso turbolento di alcune sostanze gassose, soprattutto quelle di interesse agrometeorologico, tali correzioni non vengono applicate, anche se a nostro avviso lo dovrebbero essere.

Questa metodologia è stata tra l'altro ampiamente impiegata per stimare velocità di deposizione secca v_d e la sua variazione con il livello di turbolenza. Va tuttavia rilevato che essa presenta alcune criticità operative da tenere in conto. In primo luogo è necessario che il sito di misura rispetti le condizioni per cui risulta valida la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov e quindi è necessario che il suolo presenti una elevata omogeneità orizzontale. Inoltre è necessario che la situazione meteorologica sia almeno quasi-stazionaria. Inoltre, la Teoria della Similarità richiederebbe che la sostanza scalare non sia reattiva chimicamente e ciò precluderebbe la stima della velocità di deposizione v_d per NO_2 e per O_3 . Tuttavia si è visto sperimentalmente che se le quote di misura sono molto prossime al suolo e tra loro, il tempo caratteristico delle reazioni chimiche risulta molto maggiore del tempo caratteristico della turbolenza e ciò consente di trattare la sostanza reattiva come se non lo fosse (Watt e al. 2004).

15.2.2 IL METODO DEI PROFILI

Il metodo dei profili (*PM*) utilizza per la stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* i profili verticali del valor medio delle principali variabili meteorologiche e non solo due loro misure come fa il metodo *GM*. L'obiettivo del metodo è quello di ridurre il principale limite del metodo *GM*, cioè la sua estrema dipendenza dagli errori di misura delle variabili medie. Ciò, però, richiede strutture sperimentali più complesse ed impegnative come pali o torri meteorologiche di media altezza, strumentate a più livelli, anche se con sensori a risposta lenta che, comunque, devono essere caratterizzati da una buona ed elevata accuratezza. Inoltre, è assolutamente indispensabile che l'intero profilo si collochi all'interno del *SL*.

Come il metodo *GM*, anche il metodo dei profili è unico dal punto di vista *logico*, ma si presenta in forme differenti a seconda che sia disponibile il profilo verticale di una sola variabile o di più variabili e a seconda delle logiche algoritmiche utilizzate dai vari Autori. In Letteratura si trovano pochi lavori sull'argomento. A parte il lavoro pionieristico di Stearns (1970), altri lavori degni di nota sono quelli di Kramm (1989), Haenel (1993) e Sugita e al. (1995). Ciò che li accomuna è una certa complessità di esposizione ed un evidente disordine procedurale. Diverso è il lavoro di Nieuwstadt (1978) che ha discusso con sufficiente chiarezza un metodo di identificazione dei parametri del *SL* a partire dal profilo della velocità media del vento e dal profilo della temperatura potenziale, mentre in Lo (1979) è stato presentato un metodo analogo, basato sulla conoscenza del solo profilo verticale del vento. In Sozzi e al. (2000) è stato sviluppato un nuovo metodo per la stima dei parametri del *SL*, sempre basato sulla conoscenza del solo profilo della velocità media del vento, particolarmente specializzato al caso in esame e che può essere implementato anche in un sistema di acquisizione *in tempo reale*.

15.2.2.1 Utilizzo del solo profilo di velocità del vento

Nonostante sia possibile definire un algoritmo risolutivo in presenza di profili di diverse variabili di interesse micrometeorologico, qui di seguito si inizierà presentando un algoritmo dedicato al caso in cui sia disponibile il solo profilo verticale della velocità media del vento. A differenza di quanto proposto nei lavori citati, qui si cercherà di adottare un procedimento matematico suggerito dalla generale Teoria dell'Ottimizzazione non Lineare per basare il tutto su solide basi matematiche (Sozzi e al. 2000). Premesso ciò, supponiamo che:

- siano disponibili N misure U_i , con $i = 1, \dots, N$ e $N > 2$, della velocità media del vento, ottenute con la maggior accuratezza possibile alle quote z_i poste entro il *SL*. Questa condizione è molto restrittiva e difficile da verificare a causa della indeterminazione insita nella definizione stessa dell'estensione verticale del *SL* ed alla sua continua variabilità durante la giornata. L'esperienza mostra che la cosa più sicura è realizzare le misure a quote non superiori a poche decine di metri dal suolo;
- si conosca a priori la rugosità superficiale z_0 . In teoria questa variabile potrebbe essere determinata assieme alle altre incognite del problema, tuttavia la forma funzionale della relazione che descrive il profilo ed il fatto che z_0 dipenda dalla direzione di provenienza del vento non consigliano tale procedimento;
- il periodo di mediazione utilizzato per il calcolo delle velocità medie del vento sia maggiore del tempo di scala caratteristico della turbolenza atmosferica. Dato che in condizioni fortemente convettive questo tempo di scala è maggiore di 15 minuti, per sicurezza è conveniente utilizzare tempi di mediazione di 30-60 minuti.

Se è applicabile la Teoria della Similarità, la relazione (15.2a) dovrebbe essere in accordo con i dati di velocità del vento misurati, una volta noti i valori di u^* e L , e quindi è evidente che il funzionale:

$$F(u_*, L) = \sum_{i=1}^N \left\{ U_i - \frac{u_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z_i}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z_i}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_0}{L} \right) \right] \right\} \quad [15.16]$$

somma degli errori quadratici tra i valori misurati della velocità del vento e le stime fatte con la Similarità, deve necessariamente diminuire con l'aumentare della precisione di stima di u_* e L . Per mostrare come sia possibile ottenere una soluzione (cioè quali valori di u_* e L ottimizzano la funzione quadratica F), conviene formulare in maniera generale questo problema che è un problema di Ottimizzazione non Lineare ai Minimi Quadrati (McKeown, 1980a, b; Bard, 1974).

Ipotizziamo, come nel caso che stiamo trattando, che tra una variabile dipendente y (nel nostro caso la velocità media del vento) ed una variabile indipendente x (nel nostro caso la quota a cui viene realizzata una misura di velocità del vento) valga una relazione, non necessariamente lineare, del tipo:

$$y = g(x; \mathbf{a}) \quad [15.17]$$

dove con $\mathbf{a}$ si è indicato un vettore di parametri che sono effettivamente le incognite del problema. Nel caso in esame, gli elementi del vettore $\mathbf{a}$ sono per ora u_* e L . Inoltre, sperimentalmente, in corrispondenza degli N valori della variabile indipendente x_i siano disponibili N misure y_i . Se il modello fosse perfetto e se il vettore dei parametri $\mathbf{a}$ fosse esatto, le previsioni del modello dovrebbero coincidere con i valori misurati. In generale, invece, una volta fissato il vettore dei parametri $\mathbf{a}$ e dati N valori della variabile indipendente x (cioè dati x_i , $i = 1, \dots, N$), utilizzando il modello (15.17) si otterranno in corrispondenza N valori per la variabile indipendente y definiti come:

$$\hat{y}_i = g(x_i; \mathbf{a}) \quad [15.18a]$$

In pratica, dato un ben preciso vettore dei parametri $\mathbf{a}$, il modello fornirà in corrispondenza di N quote diverse, altrettanti valori per la velocità media del vento che, in generale, non coincideranno coi valori misurati y_i . Quindi, la differenza tra il valore previsto dal modello ad una generica quota z_i ed il valore effettivamente misurato quando la variabile indipendente assume il valore x_i è:

$$f_i(\mathbf{a}) = y_i - g(x_i; \mathbf{a}) \quad [15.18b]$$

che sarà in genere diversa da zero e funzione solo del vettore dei parametri $\mathbf{a}$. L'errore quadratico complessivo commesso dal modello sarà quindi pari a:

$$F(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N f_i^2(\mathbf{a}) \quad [15.18c]$$

e anch'esso dipenderà solo dal vettore dei parametri $\mathbf{a}$. Il problema che ci poniamo è quello di individuare quel vettore dei parametri $\mathbf{a}$ per cui la funzione errore F risulta minima, quindi il problema di Ottimizzazione da risolvere è il seguente:

$$\min_{\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m} F(\mathbf{a}) = \min_{\mathbf{a} \in \mathbb{R}^m} \left(\sum_{i=1}^N f_i^2(\mathbf{a}) \right) \quad [15.18d]$$

Nel nostro caso, il vettore dei parametri $\mathbf{a}$ da determinare è il vettore (m -dimensionale, in questo caso $m = 2$ ed i parametri sono, per il momento, $x_1 = u_*$ e $x_2 = 1/L$) e la discussione si limiterà al caso in cui il numero di misure della velocità media del vento N (pari ovviamente al numero di quote cui sono posti i diversi anemometri) è maggiore del numero m di parametri da stimare.

Per far comprendere meglio la logica matematica su cui si basa l'algoritmo, ignoriamo per il momento la reale forma funzionale di f . In generale, indichiamo con $\mathbf{f}$ il vettore colonna:

$$[f_1(\mathbf{a}), f_2(\mathbf{a}), \dots, f_M(\mathbf{a})]^T \quad [15.19a]$$

che rappresenta, nel caso in esame (e in ogni tipico caso di problema ai minimi quadrati), la differenza tra il valore misurato di una certa variabile (in questo caso la velocità media del vento) e la stima prodotta da un modello (in questo caso il modello è rappresentato dalla Relazione di

Similarità). È evidente che:

$$F = \mathbf{f}^T \cdot \mathbf{f} \quad [15.19b]$$

cosa che si verifica immediatamente applicando le regole del prodotto scalare e confrontando il risultato ottenuto con la (15.18c). Il problema è ora quello di determinare il valore del vettore gradiente e della matrice Hessiana di F . Per fare ciò, se deriviamo F rispetto al generico parametro a_j otteniamo:

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} = 2 \sum_{j=1}^N f_j \frac{\partial f_j}{\partial a_i} \quad [15.19c]$$

e quindi il vettore gradiente $\mathbf{q}$ della funzione obiettivo F risulta, in termini generali, pari a:

$$\nabla F(\mathbf{a}) = 2\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{f} \quad [15.1d]$$

in cui $\mathbf{J}$ è la matrice Jacobiana (di dimensioni $N \times m$) associata al funzionale F i cui elementi sono dati da:

$$J_{pq} = \frac{\partial f_p}{\partial a_q} \quad [15.19e]$$

Derivando nuovamente si ottiene:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial a_i \partial a_k} = 2 \left\{ \sum_{j=1}^N \left[\frac{\partial f_j}{\partial a_k} \cdot \frac{\partial f_j}{\partial a_i} + f_j \frac{\partial^2 f_j}{\partial a_i \partial a_k} \right] \right\} \quad [15.19f]$$

e quindi la matrice Hessiana $\mathbf{H}$, cioè la matrice delle derivate seconde del funzionale F , risulta data dalla relazione seguente che la lega alla matrice Jacobiana $\mathbf{J}$:

$$\mathbf{H} = \nabla^2 F(\mathbf{a}) = 2(\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \mathbf{B}) \quad [15.19g]$$

Come si sa, un punto $\mathbf{P} = P(\mathbf{a})$ dello spazio dei parametri corrisponde ad un *minimo globale* se il valore della funzione obiettivo in tale punto risulta minore o uguale al valore che detta funzione assume in qualsiasi altro punto ammissibile dello spazio. Se invece tale comportamento si ha solo in un intorno di P , allora questo punto si chiamerà *minimo locale*. Senza entrare nei dettagli delle condizioni di ottimalità (che si possono trovare per esempio in Archetti e al., 1984,) si può affermare che:

- una condizione necessaria perché un punto $\mathbf{P}$ sia un ottimo locale di un problema di ottimizzazione non lineare è che:

$$\nabla F(\mathbf{P}) = 0 \quad [15.20a]$$

cioè che il vettore gradiente di F nel punto $\mathbf{P}$ sia identicamente nullo;

- una condizione necessaria e sufficiente perché un punto P sia un *minimo locale* del problema dato è che, oltre alla condizione precedente, sia soddisfatta anche la condizione che la matrice delle derivate seconde del funzionale F :

$$\nabla^2 F(\mathbf{P}) \quad [15.20b]$$

sia una matrice definita positiva. Se questa condizione è soddisfatta in ogni punto ammissibile dello spazio dei parametri, la funzione obiettivo sarà convessa e il punto $\mathbf{P}$ è un *minimo globale*.

A priori non è possibile dimostrare che la condizione di ottimalità globale sia soddisfatta per il problema posto dal metodo dei profili. In effetti si può solo dire che la matrice Jacobiana $\mathbf{J}$ è, nel caso peggiore, semidefinita positiva e che la matrice $\mathbf{B}$ è simmetrica, però a priori non si può affermare che sia definita positiva o semidefinita positiva. Pertanto, non è possibile dimostrare l'esistenza di un minimo globale ma è comunque sempre possibile cercare un minimo locale (come spesso si fa nelle applicazioni pratiche).

Rimandando a Murray (1972) e McKeown (1980a) per una rassegna esaustiva sui possibili algoritmi risolutivi del problema generale, qui consideriamo solo l'algoritmo di Newton basato sull'approssimazione quadratica della funzione obiettivo $F(\mathbf{a})$ nell'intorno del minimo *locale* $\mathbf{a}^*$. Infatti, secondo tale ipotesi:

$$F(\mathbf{a}) \cong F(\mathbf{a}^*) + \mathbf{q}^T (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) + \frac{1}{2} (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*)^T \cdot \mathbf{H} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) \quad [15.21a]$$

quindi l'applicazione della condizione necessaria per l'esistenza di un minimo locale comporta che:

$$\mathbf{q} + \mathbf{H} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) = 0 \quad [15.21b]$$

cioè:

$$(\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) = -\mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{q} \quad [15.21c]$$

Sulla base di queste constatazioni, l'algoritmo iterativo di Newton al passo k -esimo aggiorna la stima del vettore dei parametri $\mathbf{a}$, fatta al passo $k-1$ sulla base del valore assunto dal vettore gradiente $\mathbf{q}$ e dalla matrice Hessiana $\mathbf{H}$ ottenute al passo precedente, nel modo seguente:

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{k-1} - \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{q} \quad [15.22a]$$

Spesso nei problemi pratici di stima parametrica non si usa direttamente la matrice $\mathbf{H}$ nella relazione precedente, ma una sua forma semplificata. In questo caso si è scelta la semplificazione seguente:

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} \quad [15.22b]$$

Se il metodo iterativo espresso dalla relazione (15.21) fa uso della semplificazione (15.22b), allora tale metodo prende il nome di metodo di Gauss-Newton. Su questa semplificazione si basa anche il metodo Levenberg-Marquardt (Bard, 1974), frequentemente usato nella stima parametrica non lineare. In pratica, la semplificazione (15.22b) esprime gli elementi della matrice $\mathbf{H}$ solo mediante le derivate prime del funzionale. Le motivazioni che portano a trascurare la matrice $\mathbf{B}$ in un problema di identificazione parametrica fondato su un modello realistico (come è il caso in esame) è discusso in Press e al. (1992).

Nel caso dell'applicazione di questo metodo alla stima dei parametri del *SL* sulla base della conoscenza del solo profilo verticale della velocità media del vento si possono fare le seguenti affermazioni. Innanzitutto è immediato vedere che il metodo si presenterà in una forma differente a seconda che si stiano considerando situazioni convettive o stabili, dato che le Funzioni Universali di Similarità presenti nella funzione obiettivo nei due casi sono differenti. Come sia possibile tener conto di ciò sarà chiaro nel seguito. Questa differenza si riscontra anche nella scelta dei parametri che si vuol ottimizzare. In particolare, considerazioni di stabilità numerica dell'algoritmo consigliano che:

- nelle situazioni convettive è conveniente effettuare la seguente scelta dei parametri da ottimizzare:

$$\mathbf{x}^T = [a, b] = \left[\frac{u_*}{k}, -\frac{16}{L} \right] \quad [15.23a]$$

- nelle situazioni stabili invece la scelta dei parametri conviene che sia la seguente:

$$\mathbf{x}^T = [a, b] = \left[\frac{u_*}{k}, \frac{1}{L} \right] \quad [15.23b]$$

In generale, le due componenti del vettore gradiente saranno definite come:

$$q_a = \frac{\partial F}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^N \left[\Delta u_i \cdot \left(\ln \left(\frac{z_i}{z_0} \right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0) \right) \right] \quad [15.24a]$$

$$q_b = \frac{\partial F}{\partial b} = +2 \sum_{i=1}^N \left[\Delta u_i \cdot \left(\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b} \right) \right] \quad [15.24b]$$

in cui:

$$\Delta u_i = u_i - a \left[\ln \left(\frac{z_i}{z_0} \right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0) \right] \quad [15.24c]$$

Nelle *situazioni convettive*, utilizzando per Ψ_M la forma (15.3a), si ha che:

$$\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} = \frac{z}{x \cdot (1+x) \cdot (1+x^2)} \quad [15.25a]$$

dove:

$$x = \left(1 - 16 \frac{z}{L} \right)^{1/4} \quad [15.25b]$$

mentre nelle *situazioni stabili*, utilizzando la forma funzionale (15.4c), si ha che:

$$\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} = -a_1 z - a_2 [z + a_3 z - a_4 b z^2] \cdot \exp(-a_4 b z) \quad [15.25c]$$

La matrice $\mathbf{H}$, nella *la forma semplificata* riportata nella relazione (15.22) tipica di un metodo di Gauss-Newton, è una matrice simmetrica le cui componenti sono così espresse:

$$h_{11} = 2 \sum_{i=1}^N \left[\ln \left(\frac{z_i}{z_0} \right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0) \right]^2 \quad [15.26a]$$

$$h_{12} = h_{21} = 2a \sum_{i=1}^N \left[\left(\ln \left(\frac{z_i}{z_0} \right) - \Psi_M(bz_i) + \Psi_M(bz_0) \right) \cdot \left(\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b} \right) \right] \quad [15.26b]$$

$$h_{22} = 2a^2 \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial \Psi_M(bz_i)}{\partial b} - \frac{\partial \Psi_M(bz_0)}{\partial b} \right]^2 \quad [15.26c]$$

Come conseguenza di tutto ciò, l'algoritmo iterativo proposto è quello della relazione (15.21), cioè:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}_k^{-1} \cdot \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \end{bmatrix}_k \quad [15.27]$$

Ricordando però che:

$$\text{Det}(\mathbf{H}) = h_{11}h_{22} - (h_{12})^2 \quad [15.28a]$$

e che:

$$\mathbf{H}^{-1} = \frac{1}{\text{Det}} \begin{bmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix} \quad [15.28b]$$

la stima dei parametri al passo k -esimo si ottiene con le relazioni seguenti:

$$\begin{cases} a_{k+1} = a_k - \frac{h_{22} \cdot q_a - h_{12} \cdot q_b}{\text{Det}} \\ b_{k+1} = b_k - \frac{h_{11} \cdot q_b - h_{12} \cdot q_a}{\text{Det}} \end{cases} \quad [15.29]$$

Questo è l'algoritmo iterativo che risolve il problema di stima dei parametri a partire dalla conoscenza di z_0 e del solo profilo verticale della velocità media del vento. Tale processo si conclude quando il valore stimato dei parametri raggiunge l'equilibrio, cioè quando la variazione percentuale massima di un parametro tra due iterazioni successive risulta inferiore ad un valore prefissato ε (per esempio 0.1%). Una volta stimati a e b , dalle relazioni (15.29) è immediato stimare u^* e L e, quindi, anche T^* . Sebbene non sia semplice determinare analiticamente la velocità di convergenza di un metodo come questo, sperimentalmente si è visto che normalmente la si raggiunge

con un numero molto limitato di iterazioni, ciò che permette il suo impiego anche in un sistema di acquisizione ed elaborazione *real-time*.

Ogni metodo iterativo ha bisogno di una inizializzazione. In questo caso si procede nel modo seguente:

- *Consideriamo inizialmente u_** . Per definizione, questo parametro è sempre positivo. Se si considera la velocità media del vento U ad una quota z , u_* sarà dato da:

$$u_* = \frac{kU}{\ln(z/z_0) - \Psi_M(z/L) + \Psi_M(z_0/L)} \quad [15.30a]$$

Se la situazione analizzata fosse adiabatica, Ψ_M sarebbe nullo e la relazione precedente si ridurrebbe a:

$$u_*^{ad} = \frac{kU}{\ln(z/z_0)} \quad [15.30b]$$

È semplice vedere che:

- nelle situazioni **convettive** $u_* \geq u_*^{ad}$
- nelle situazioni **stabili** $u_* \leq u_*^{ad}$

Da tutto ciò risulta che una buona stima iniziale per u_* potrebbe essere la seguente:

$$u_* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{kU_i}{\ln(z_1/z_0)} \quad [15.31]$$

- *Consideriamo ora L* . Dato che a priori, quando si analizza un profilo verticale della velocità del vento, non si conosce quale sia la stabilità, la migliore stima iniziale per L è il valore infinito, cioè $1/L$ uguale a zero.

A questo punto abbiamo tutti gli elementi per definire la struttura di un possibile metodo di calcolo che si comporrà dei passi seguenti:

1. si leggano i dati di velocità del vento alle differenti quote di misura e si stimi il valore di z_0 in accordo con la direzione di provenienza del vento;
2. si calcolino i valori iniziali per u_* e L e, quindi per a e b ;
3. si risolva il problema di stima parametrica utilizzando il metodo descritto con le relazioni (15.29) in cui si pongono i valori delle componenti del gradiente e della matrice Hessiana calcolate mediante le (15.24) e (15.26) facendo l'ipotesi che la situazione analizzata sia convettiva. Una volta noto il risultato, si calcola il residuo mediante la (15.18d);
4. si ripeta il passo precedente, questa volta facendo l'ipotesi di essere in una situazione stabile. Anche questa volta si calcoli il residuo;
5. la situazione che si sta analizzando sarà quella che presenterà il residuo minimo e quindi i valori dei parametri a e b saranno quelli che si riferiscono a tale situazione;
6. utilizzando quella delle relazioni (15.23) che si riferisce alla condizione di stabilità individuata, si ottiene il valore definitivo per u_* e L e da questi è semplice stimare T_* e H_0

È importante sottolineare un elemento importante: il metodo presentato ha un'ottima convergenza locale, ma una non altrettanto ottima convergenza globale e ciò sta a significare che i valori con cui si inizializzano i parametri devono essere *sufficientemente vicini* al valore ottimo, da qui la cura posta nell'individuareli.

Questo metodo può essere facilmente esteso anche alla stima della rugosità superficiale z_0 . In questo caso i parametri da stimare saranno tre: la *friction velocity* u_* , la lunghezza di Monin-Obukhov L e z_0 (o parametri da essi derivati). Non è difficile ripercorrere la strada algoritmica precedente estendendola alla stima di questi tre parametri: è solo formalmente un po' più complessa, visto che vettori e matrici sono di ordine tre. Un discorso a parte vale la pena riservarlo al valore di inizializzazione per z_0 . Una sua possibile scelta potrebbe essere il valore che si otterrebbe se si ipotizzasse una situazione adiabatica. Consideriamo la Relazione di Similarità (15.2a). In condizioni adiabatiche essa si trasformerà nel modello linearizzabile seguente:

$$u = \frac{u_*}{k} \ln(z) - \frac{u_*}{k} \ln(z_0) \quad [15.32]$$

Se si applica il metodo dei Minimi Quadrati Lineari alle misure del profilo della velocità media del vento (15.32), si ottiene immediatamente una stima *adiabatica* sia di u_* che di z_0 che possono essere utilizzati per inizializzare il processo iterativo.

15.2.2.2 Utilizzo di più profili verticali

Nell'allestimento più comune di una torre meteorologica (o di un palo meteorologico di media altezza) si prevede normalmente di collocare ad un certo numero N di quote prefissate (almeno tre) un insieme standard di sensori, normalmente costituito da un anemometro e da un termoisigrometro. Questi sensori non è necessario che siano a risposta rapida, ma è sufficiente che siano altamente precisi ed accurati. Quindi è piuttosto comune poter disporre non solo di un profilo di velocità media del vento, ma anche del profilo di temperature e di umidità relativa media. Risulta quindi utile poter mettere a punto un metodo di stima che, partendo dai profili medi misurati, sia in grado di stimare u_* , H_0 , L e, vista la presenza del profilo di umidità, anche del flusso turbolento di calore latente H_E . Pur non abbandonando la logica seguita dall'algoritmo iterativo basato solo sul profilo della velocità media del vento, è opportuno rivisitarlo alla luce delle nuove informazioni disponibili.

Per prima cosa bisogna fare alcune scelte per la lunghezza di rugosità z_0 e z_{0h} , per la temperatura all'interfaccia aria-suolo θ_0 e per il *displacement height* d . Anche se sarebbe ipotizzabile in qualche modo comprendere questi parametri nell'insieme dei parametri da stimare, è più conveniente determinarli separatamente con altri metodi (come si vedrà successivamente). Quindi, partiamo dal presupposto che essi siano noti a priori. Inoltre, per il momento, ignoriamo la presenza del profilo di umidità.

Seguendo la logica precedente, è possibile anche in questo caso scrivere un funzionale quadratico che esprime lo scostamento quadratico medio tra le misure di velocità media del vento e di temperatura potenziale media (deducibile dai valori di temperatura impiegando le trasformazioni descritte al Cap.1) dai valori previsti dalle Relazioni di Similarità note. Si otterrà quindi:

$$F(u_*, T_*) = W_u \cdot F_u(u_*, L) + W_\theta \cdot F_\theta(T_*, L) \quad [15.33a]$$

dove le funzioni $F_u(u_*, L)$ e $F_\theta(T_*, L)$ rappresentano gli scarti quadratici medi tra il valore misurato della velocità media del vento e della temperatura potenziale media dalle rispettive stime di Similarità, cioè:

$$F_u(u_*, L) = \sum_{i=1}^N \left\{ U_i - \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_i}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z_i}{L}\right) + \Psi_M\left(\frac{z_0}{L}\right) \right] \right\}^2$$

$$F_\theta(T_*, L) = \sum_{i=1}^N \left\{ \theta_i - \theta_0 - \frac{T_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_i}{z_{0h}}\right) - \Psi_H\left(\frac{z_i}{L}\right) + \Psi_H\left(\frac{z_{0h}}{L}\right) \right] \right\}^2 \quad [15.33b]$$

dove con Θ si è indicato il valore medio della temperatura potenziale. Apparentemente il funzionale (15.33a) dipenderebbe da tre parametri che però non sono tra loro indipendenti. Per il momento ipotizziamo che tra di essi valga la relazione:

$$\frac{1}{L} = \frac{kg}{T} \cdot \frac{T_*}{u_*^2} \quad [15.33c]$$

che ignora il contributo derivante dal flusso turbolento di calore latente. Quindi il funzionale in questione dipende solo da due variabili, per esempio u_* e T_* . Nel funzionale (15.33a) sono presenti due pesi W_u e W_θ , sostanzialmente arbitrari. Seguendo Nieuwstandt (1978), se Δu è l'incertezza intrinseca alla misura della velocità media del vento e $\Delta \theta$ è l'analoga incertezza insita nella misura della temperatura potenziale media dell'aria, questi due pesi possono essi definiti come:

$$W_u = \frac{1}{\Delta u^2} \quad W_\theta = \frac{1}{\Delta \theta^2} \quad [15.33d]$$

Il valore iniziale per u_* può ancora essere dedotto dalla relazione (15.31) ipotizzando di trascurare i termini della Relazione di Similarità dipendenti da L . Ragionando in modo analogo anche per il profilo della temperatura potenziale media, dal gradiente medio di temperatura registrato si desume facilmente una stima *adiabatica* iniziale anche per T_* che è data dalla relazione:

$$T_*^{ad} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N \frac{k \cdot (\theta_i - \theta_1)}{\ln(z_i/z_1)} \quad [15.34]$$

La cosa interessante è che dal segno di questa stima si è immediatamente in grado di stabilire se si è in condizioni convettive (segno negativo) o stabili (segno positivo). Ciò permette di selezionare subito la forma funzionale adatta per le funzioni Universali di Similarità presenti nel funzionale (15.33a).

A questo punto si riscrive il vettore gradiente e la matrice Hessiana per il nuovo funzionale e si applica il procedimento iterativo (15.22a). Al termine della procedura si ottiene una stima di u_* e T_* e, quindi anche di L , per come è stato definito alla (15.33d). Ma questa non è la stima definitiva, visto che, per definizione, si ha che:

$$L = -\frac{T}{kg} \cdot \frac{u_*^3}{w'\theta' + 0.61 \cdot T \cdot \overline{w'q'}} \quad [15.35a]$$

(q' è la fluttuazione dell'umidità specifica), mentre la (15.33d) è equivalente alla relazione:

$$L = -\frac{T}{kg} \cdot \frac{u_*^3}{w'\theta'} \quad [15.35b]$$

e quindi ora è arrivato il momento di considerare anche il profilo di umidità specifica Q . Ricordando che vale la Relazione di Similarità:

$$Q_i = Q_0 + \frac{q_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z_i}{z_{0h}}\right) - \Psi_H\left(\frac{z_i}{L}\right) + \Psi_H\left(\frac{z_{0h}}{L}\right) \right] \quad [15.36a]$$

è quindi possibile ottenere dalle misure di profilo della umidità specifica media una stima abbastanza buona di q_* la cui definizione è:

$$q_* = -\frac{\overline{w'q'}}{u_*} \quad [15.36b]$$

Infatti, mediando tra loro i vari gradienti verticali che possono essere formati rispetto alla misura di umidità specifica relativa alla prima quota, si ottiene la stima di q_* seguente:

$$q_* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N \frac{k \cdot (Q_i - Q_1)}{\left[\ln\left(\frac{z_i}{z_{0h}}\right) - \Psi_H\left(\frac{z_i}{L}\right) + \Psi_H\left(\frac{z_{0h}}{L}\right) \right]} \quad [15.36c]$$

Utilizzando per L la stima appena ottenuta considerando i profili medi di velocità del vento e di temperatura, a questo punto si ottiene una stima della covarianza tra componente verticale del vento e umidità specifica e una stima più realistica di L mediante la relazione (15.35a). Volendo,

si può proseguire il processo iterativo.

Il metodo proposto è molto elegante dal punto di vista matematico ma piuttosto *impegnativo* dal punto di vista computazionale. In realtà è possibile mettere a punto un metodo iterativo che giunge al medesimo risultato impiegando solamente i metodi di *Fitting Lineare*, senza utilizzare all'apparenza nulla dei metodi di *Ottimizzazione non Lineare*. Questo metodo nasce dalle considerazioni seguenti. Se consideriamo le Relazioni di Similarità (15.2) e le riscriviamo nella forma seguente:

$$U'(z) = U(z) + \frac{u_*}{k} \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right) - \frac{u_*}{k} \Psi_M\left(\frac{z_0}{L}\right) = \frac{u_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \right] \quad [15.37a]$$

$$\Theta'(z) = \Theta(z) + \frac{T_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z}{L}\right) - \frac{T_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z_{0h}}{L}\right) = \Theta(z_{0h}) + \frac{T_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_{0h}}\right) \right] \quad [15.37b]$$

$$Q'(z) = Q(z) + \frac{q_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z}{L}\right) - \frac{q_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z_{0q}}{L}\right) = Q(z_{0q}) + \frac{q_*}{k} \left[\ln\left(\frac{z}{z_{0q}}\right) \right] \quad [15.37c]$$

notiamo una circostanza interessante. Se le misure dei profili medi della velocità del vento, della temperatura potenziale e dell'umidità specifica fossero *prive di errore* e se le *correggessimo* in maniera opportuna in funzione della stabilità (impiegando le Funzioni di Similarità Ψ_M, Ψ_H e Ψ_Q), otterremmo le analoghe variabili $U'(z)$, $\Theta'(z)$ e $Q'(z)$ che, se vale effettivamente la Similarità di Monin-Obukhov, devono avere una dipendenza perfettamente logaritmica con la quota (ovviamente entro il *SL*). Ma le misure non sono perfette! Consideriamo, per fissare le idee, una torre meteorologica strumentata a N livelli z_i e, in corrispondenza a ciascun livello, siano disponibili le misure del valor medio della velocità del vento U_i , della temperatura potenziale Θ_i e dell'umidità specifica Q_i . Inoltre, per semplificare la trattazione, trascuriamo i termini $\Psi_M(z_0/L)$ e $\Psi_H(z_0/L)$, $\Psi_Q(z_0/L)$ e poniamo identiche $\Psi_H(\zeta)$ e $\Psi_Q(\zeta)$. Esisterà un valore della lunghezza di Monin-Obukhov L tale da far sì che le variabili:

$$\begin{aligned} U'_i &= U_i + \frac{u_*}{k} \Psi_M\left(\frac{z_i}{L}\right) \\ \Theta'_i &= \Theta_i + \frac{T_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z_i}{L}\right) \\ Q'_i &= Q_i + \frac{q_*}{k} \Psi_H\left(\frac{z_i}{L}\right) \end{aligned} \quad [15.38]$$

si distribuiscano *tutte* il più vicino possibile ad un profilo logaritmico con la quota. Per ottenere ciò, è possibile utilizzare l'algoritmo iterativo seguente:

Passo 1. È il passo iniziale dell'algoritmo iterativo. Ipotizziamo di porre $1/L = 0$. In questo caso, dalle relazioni (15.37) si ha che:

$$U'_i = U_i = \frac{u_*}{k} \ln(z_i) - \frac{u_*}{k} \ln(z_0) = a \ln(z_i) + b \quad [15.39a]$$

$$\Theta'_i = \Theta_i = \frac{T_*}{k} \ln(z_i) - \frac{T_*}{k} \ln(z_{0h}) + \Theta_{z_{0h}} = c \ln(z_i) + d \quad [15.39b]$$

$$Q'_i = Q_i = \frac{q_*}{k} \ln(z_i) - \frac{q_*}{k} \ln(z_{0q}) + Q_{z_{0q}} = e \ln(z_i) + f \quad [15.39c]$$

Col metodo dei Minimi Quadrati Lineari si ottiene il valore ottimale per i coefficienti a , b , c , d , e ed f . Quindi si ha una prima stima di u_* , T_* e q_* sulla base delle relazioni seguenti:

$$u_* = ka \quad T_* = kc \quad q_* = ke \quad [15.39d]$$

e quindi, per la (15.35a) avremo anche una prima stima di L ;

Passo 2. Conoscendo il valore di L dall'iterazione precedente, si calcolano i nuovi valori per le

variabili U'_i , Θ'_i e Q'_i :

$$U'_i = U_i + \frac{u_*}{k} \Psi_M \left(\frac{z_i}{L} \right) = \frac{u_*}{k} \ln(z_i) - \frac{u_*}{k} \ln(z_0) = a \ln(z_i) + b \quad [15.40a]$$

$$\Theta'_i = \Theta_i + \frac{T_*}{k} \Psi_H \left(\frac{z_i}{L} \right) = \frac{T_*}{k} \ln(z_i) - \frac{T_*}{k} \ln(z_{0h}) + \Theta_{z_{0h}} = c \ln(z_i) + d \quad [15.40b]$$

$$Q'_i = Q_i + \frac{q_*}{k} \Psi_H \left(\frac{z_i}{L} \right) = \frac{q_*}{k} \ln(z_i) - \frac{q_*}{k} \ln(z_{0h}) + Q_{z_{0h}} = e \ln(z) + f \quad [15.40c]$$

Sempre col metodo dei Minimi Quadrati Lineari si ottiene il nuovo valore ottimale per i coefficienti a , b , c , d , e ed f , sulla base delle relazioni (15.39d) e (15.39e) otteniamo un nuovo valore per u_* , T_* , q_* e L .

Passo 3. Si ripeta il Passo 2 fino ad ottenere la convergenza, cioè fino a quando il valore di L varia da iterazione ad iterazione meno di un valore prefissato.

Naturalmente, ai parametri stimati u_* , T_* , L e H_0 sarà associata un'incertezza intrinseca la cui determinazione potrà essere ottenuta tenendo conto del fatto sono stati stimati in ultima analisi col metodo dei minimi quadrati lineari. Infatti, Se si ipotizza che una variabile stocastica y dipende da una variabile deterministica x in maniera lineare, cioè se vale il modello

$$y = a + bx \quad [15.41a]$$

il Metodo di Regressione Lineare permette di effettuare una stima α del parametro a e β del parametro b a partire dalla conoscenza di N coppie di dati (x_i, y_i) $i = 1, \dots, N$. I dettagli del metodo possono essere trovati nei normali libri di statistica, come per esempio in Draper e Smith (1981). La Teoria su cui si fonda il Metodo dei Minimi Quadrati Lineari permette anche di individuare la varianza σ_α^2 e σ_β^2 dei due parametri di regressione sulla base delle N coppie (x_i, y_i) utilizzate per la Regressione e le relative deviazioni standard σ_α e σ_β , che rappresentano l'incertezza standard connessa alla stima dei due parametri:

$$\sigma_\alpha^2 = s^2 \left[\frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right] \quad \sigma_\beta^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad [15.41b]$$

dove la quantità s^2 è la stima non distorta dello scarto quadratico medio, cioè:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [y_i - (\alpha + \beta x_i)]^2 \quad [15.41c]$$

Come si è visto, il Metodo dei Profili modificato prevede che ad ogni iterazione, anche in quella finale, tra la grandezza:

$$y_i = U_i + \frac{u_*}{k} \Psi_M \left(\frac{z_i}{L} \right) \quad [15.41d]$$

e la variabile:

$$x_i = \ln(z_i) \quad [15.41e]$$

esiste la relazione lineare:

$$y_i = \alpha_u + \beta_u x_i \quad [15.41f]$$

dove:

$$\beta_u = \frac{u_*}{k} \quad [15.41g]$$

Sulla base di tutto ciò, l'intervallo di incertezza associato al parametro β_u è immediatamente stimabile come:

$$\beta_u \pm \sigma_{\beta_u} \quad [15.41h]$$

e quindi l'intervallo di incertezza della *friction velocity* u_* risulta pari a:

$$u_* \pm k\sigma_{\beta_u} = u_* \pm \delta u_* \quad [15.41i]$$

Analoghi ragionamenti si possono fare sia per la temperatura potenziale che per l'umidità specifica media, giungendo ai seguenti intervalli di incertezza tipo:

$$T_* \pm k\sigma_{\beta_\Theta} = T_* \pm \delta T_* \quad q_* \pm k\sigma_{\beta_Q} = q_* \pm \delta q_* \quad [15.42]$$

Inoltre, la Teoria degli errori si incarica di individuare l'incertezza intrinseca ad una variabile stocastica z legata funzionalmente ad altre due variabili stocastiche x e y (tra loro statisticamente indipendenti):

$$z = f(x, y) \quad [15.43a]$$

Infatti, se σ_x e σ_y sono rispettivamente le incertezze standard per le due variabili x e y , allora l'incertezza standard legata alla variabile z risulta pari a:

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y^2 \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \quad [15.43b]$$

Sfruttando ciò, possiamo individuare l'incertezza intrinseca alla stima di H_0 . Infatti, la relazione che lega H_0 a u_* e T_* è la seguente:

$$H_0 = -\rho C_p u_* T_* \quad [15.43c]$$

e quindi allora l'incertezza intrinseca alla stima di H_0 è:

$$H_0 \pm \delta H_0 = H_0 \pm \rho C_p \sqrt{T_*^2 \delta u_*^2 + u_*^2 \delta T_*^2} \quad [15.43d]$$

È possibile individuare anche l'incertezza intrinseca alla stima del parametro $\zeta = 1/L$. Infatti, ricordando la definizione, si ha che:

$$\delta \zeta = \left(\frac{kzg}{T} \right) \sqrt{\frac{4T_*^2}{u_*^3} \delta u_*^2 + \frac{1}{u_*^2} \delta T_*^2} \quad [15.43e]$$

Esercizio 15.3

Per illustrare le capacità che il metodo dei profili modificato appena descritto ha di stimare i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*, conviene presentare in questo Esercizio una sua applicazione (in cui però non si considera il profilo verticale dell'umidità) a dei profili realmente ottenuti durante le ore di uno dei giorni della celebre campagna di Wangara.

Questa grandiosa campagna sperimentale è stata realizzata dal 15 luglio al 27 agosto del lontano 1967 ad Hay, una località in Australia caratterizzata dall'essere in una situazione effettivamente paradigmatica (omogeneità orizzontale, assenza di orografia, ecc.). Nonostante la sua età, questa è sicuramente una delle campagne micrometeorologiche più complete e significative.

Tra la diversa strumentazione presente a Wangara, qui consideriamo solo una torre meteorologica strumentata con anemometri e termometri. In particolare a 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0 e 16 metri sono stati collocati degli anemometri a coppe ad alta precisione, mentre, oltre alla temperatura a 1 m, sono state rilevate le differenze di temperatura potenziale tra 2 e 1 metri e tra 4 e 2 metri. In Clarke e al. (1971) è riportata una descrizione completa e dettagliata della campagna e sono raccolte praticamente tutte le misure ottenute (naturalmente disponibili in forma tabellare). Di tutte le giornate della campagna considereremo solo il giorno 29 (cioè il 12 agosto 1967) ed i dati considerati sono riportati nella tabella seguente. In essa con i simboli $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$ sono indicate le velocità medie del vento ($m \cdot s^{-1}$) rilevate nelle diverse ore del giorno alle quote indicate, mentre con T_1 si è indicata la temperatura a 1 m e con DT_1 e DT_2 la differenza di temperatura potenziale rispettivamente tra 2 e 1 m e tra 4 e 2 metri.

15. STIMA INDIRETTA DEI PARAMETRI DEL PBL

Profili orari medi di velocità media del vento e di temperatura

Ore	U1	U2	U3	U4	U5	U6	T1	DT1	DT2
0	2,45	2,77	3,12	3,66	4,4	5,38	8,7	0,22	0,23
1	2,76	3,1	3,5	4,03	4,82	6,06	8,7	0,24	0,25
2	1,96	2,26	2,62	3,19	4,04	5,22	7,4	0,32	0,39
3	1,81	2,08	2,43	3,05	4,01	5,16	6,7	0,33	0,4
4	2,42	2,72	3,06	4,59	4,37	5,46	6,7	0,26	0,27
5	2,83	3,2	3,55	3,97	4,49	5,29	7,8	0,16	0,11
6	2,39	2,72	3,06	3,54	4,25	5,12	7,8	0,21	0,19
7	2,57	2,88	3,23	3,72	4,43	5,31	7,8	0,22	0,21
8	3,16	3,62	4,02	4,38	4,82	5,45	8,3	0,05	0,07
9	3,67	4,15	4,56	4,91	5,19	5,47	10,6	-0,33	-0,18
10	4,71	5,17	5,72	6,16	6,5	6,78	13,4	-0,42	-0,26
11	5,98	6,63	7,29	7,88	8,37	8,76	15,7	-0,52	-0,43
12	6,86	7,62	8,39	9,11	9,69	10,18	17,2	-0,47	-0,36
13	8,95	10,1	11,09	12,02	12,83	13,61	17,8	-0,61	-0,46
14	8,12	9,14	10,01	10,86	11,53	12,27	18,4	-0,55	-0,47
15	6,83	7,65	8,41	9,14	9,77	10,37	16,7	-0,34	-0,25
16	6,84	7,55	8,32	9,04	9,72	10,44	16,8	-0,25	-0,15
17	5,63	6,4	7,12	7,76	8,4	9,09	16,9	-0,13	-0,07
18	4,22	4,76	5,33	5,86	6,5	7,28	15,7	0,07	0,16
19	2,5	2,85	3,24	3,82	4,66	5,78	13,5	0,11	0,34
20	3,95	4,4	4,94	5,53	6,27	7,2	13,3	0,24	0,31
21	3,78	4,16	4,7	5,33	6,16	7,3	12	0,11	0,29
22	4,3	4,84	5,41	6,05	6,79	7,76	11,7	0,25	0,27
23	4,69	5,13	5,72	6,38	7,1	8,1	11,3	0,11	0,2

Risultati ottenuti dell'algoritmo dei profili modificato

Ora	u^*	σ_{u^*}	T^*	σ_{T^*}	$1/L$	H_0	σ_{H_0}
0	0,19	0,012	0,092	0,005	0,035	-21	1,7
1	0,228	0,026	0,106	0,004	0,028	-29	3,5
2	0,166	0,011	0,12	0,004	0,061	-23,9	1,8
3	0,182	0,021	0,13	0,003	0,055	-28,4	3,3
4	0,202	0,091	0,107	0,006	0,037	-26,1	11,8
5	0,172	0,004	0,059	0,011	0,028	-12,1	2,2
6	0,174	0,008	0,081	0,009	0,037	-16,8	2
7	0,166	0,007	0,083	0,008	0,042	-16,6	1,8
8	0,208	0,01	0,031	0,002	0,01	-7,7	0,7
9	0,272	0,006	-0,227	0,015	-0,042	73,9	5,1
10	0,319	0,009	-0,297	0,014	-0,04	113,8	6,3
11	0,411	0,007	-0,39	0,001	-0,031	192,3	3,2
12	0,462	0,009	-0,307	0,008	-0,019	170,2	5,6
13	0,613	0,012	-0,371	0,014	-0,013	272,9	11,7
14	0,554	0,011	-0,364	0,003	-0,016	242	5,3
15	0,466	0,005	-0,203	0,009	-0,013	113,6	5,2
16	0,459	0,009	-0,131	0,013	-0,008	72	7,1
17	0,42	0,008	-0,062	0,008	-0,005	31,4	4,2
18	0,284	0,006	0,059	0,012	0,01	-20,2	4,2
19	0,247	0,025	0,102	0,03	0,023	-30,4	9,3
20	0,219	0,015	0,115	0,003	0,033	-30,1	2,2
21	0,301	0,025	0,098	0,024	0,015	-35,4	9,1
22	0,258	0,013	0,117	0,003	0,024	-36,2	2
23	0,312	0,014	0,079	0,012	0,011	-29,6	4,5

Le stime orarie di u^* , T^* , $1/L$ e H_0 per il giorno 29 di Wangara ottenute sono riportate nella Tabella precedente dove sono pure indicate le incertezze intrinseche alle stime per la friction velocity, per la temperatura di scala e per il flusso turbolento di calore sensibile. Come si nota, l'incertezza della friction velocity è notevolmente bassa, mentre l'incertezza del flusso turbolento di calore sensibile è bassa di giorno e non trascurabile la notte. Nelle **Figg. 15.1** e **15.2** viene poi mostrato rispettivamente l'andamento orario di u^* e di H_0 e da tali andamenti emerge immediatamente il classico ciclo giornaliero che caratterizza sia il parametro che quantifica la turbolenza meccanica (u^*) che il parametro che caratterizza la turbolenza convettiva (H_0).

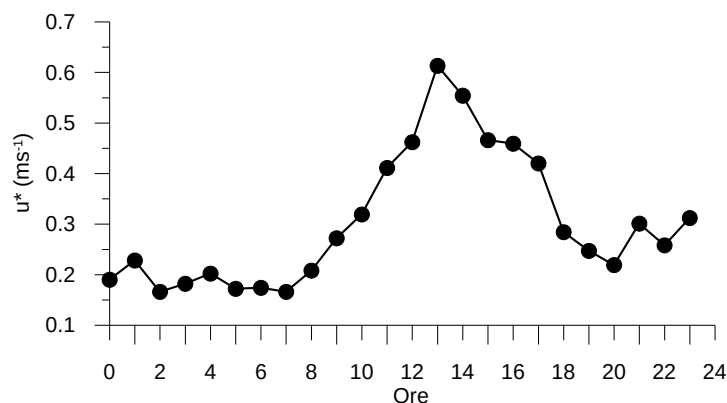


Fig. 15.1: andamento orario della friction velocity per il giorno 29 di Wangara stimata col metodo dei profili modificato

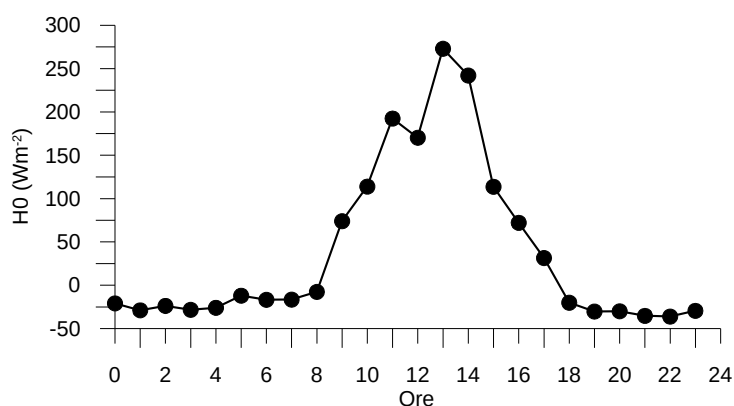


Fig. 15.2: andamento orario del Flusso Turbolento di calore Sensibile per il giorno 29 di Wangara stimata col metodo dei profili modificato.

15.3 I METODI DEL BILANCIO ENERGETICO SUPERFICIALE

Frequentemente si è nella necessità di dover stimare i parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* senza poter disporre di stazioni meteorologiche adatte. Spesso ciò capita quando si ha la necessità di dover usare modelli per lo studio della dispersione degli inquinanti in aria avendo a disposizione solo misure realizzate di *routine* nelle normali stazioni meteorologiche di tipo aeronautico. La situazione non è disperata e la soluzione sta nell'utilizzo del Bilancio Radiativo Superficiale e del Bilancio Energetico Superficiale che descrivono compiutamente quanta energia radiante è disponibile all'interfaccia aria-suolo e come essa viene ripartita tra il Flusso di Calore nel Suolo G_0 , il Flusso Turbolento di Calore Sensibile H_0 ed il Flusso Turbolento di Calore Latente H_E . Come si ricorda dal Paragrafo 6.7, il Bilancio Radiativo Superficiale definisce la Radiazione Netta R_N che costituisce l'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo per la generazione di G_0 , H_0 e H_E . Come si è visto, questa misura spesso è presente nell'insieme delle variabili disponibili di *routine* nelle postazioni di misura di una normale rete meteorologica o agrometeorologica e se non lo fosse, quanto detto precedentemente ci assicura che anche la robusta misura della Radiazione Solare Globale e, al limite, della sola frazione di cielo coperto, ne consentono una stima adeguata. Infatti, nel Capitolo 6 sono stati riportati nel dettaglio i metodi di stima di R_N qualora essa non fosse misurata nel sito di interesse. In particolare, vale la pena ricordare brevemente il metodo di stima valido per le ore diurne proposto nei lavori di Holtslag e van Ulden (1983) e Van

Ulden e Holtslag (1985) che è costituito dalla relazione seguente:

$$R_N = \frac{(1-r)R_g + c_1 T^6 - \sigma_B T^4 + c_2 N}{1 + c_3} \quad [15.44a]$$

in cui R_g è la Radiazione Globale, r è il coefficiente di albedo globale, T è la temperatura dell'aria nei pressi del suolo (K), N è la frazione di cielo coperto, σ_B è la costante di Stefan-Boltzmann ($5.67 \cdot 10^{-8}$) e c_1 , c_2 sono costanti pari rispettivamente a $5.31 \cdot 10^{-13}$ e 60. Per quanto riguarda la costante c_3 , il riferimento citato propone la relazione:

$$c_3 = 0.38 \left[\frac{(1-\alpha) + \gamma/s}{1 + \gamma/s} \right] \quad [15.44b]$$

in cui γ è la costante psicrometrica, s è la derivata dell'umidità specifica rispetto alla temperatura ed α è un parametro legato al grado di umidità del suolo e di cui si parlerà nel seguito. In pratica il rapporto γ/s può essere ottenuto dalla relazione:

$$\gamma/s = \exp[-0.055 \cdot (T - 279)] \quad [15.44c]$$

Spesso, però, per semplicità, si pone c_3 pari a 0.12. L'impiego pratico della (15.44a) può presentare anche altri problemi. Si potrebbe essere, per esempio, nella situazione di non conoscere la Radiazione Solare Globale R_g , ma di disporre della sola frazione di cielo coperto N . In questo caso R_g potrà essere stimato impiegando una delle relazioni presentate al Punto 6.5.3. La ricostruzione di R_g e di R_N mediante questa tecnica è normalmente molto accurata, come si può vedere in Sozzi e al. (1999).

Nelle ore notturne la relazione (15.44a) risulta eccessivamente approssimata e conviene fare riferimento, in alternativa, al modello proposto da Nielsen e al. (1981) costituito dalla relazione seguente:

$$R_N = a_0(N) + a_1(N) \cdot U + a_2(N) \cdot U^2 + a_3(N) \cdot T^6 \quad [15.44d]$$

N (ottavi)	a_0	a_1	a_2	a_3
1	-101.5	-16.4	1.35	$100 \cdot 10^{-15}$
2	-76.1	-12.6	0.99	$104 \cdot 10^{-15}$
3	-80.1	-13.0	1.16	$66 \cdot 10^{-15}$
4	-53.5	-9.8	0.9	$72 \cdot 10^{-15}$
5	-45.3	0	0	0
6	-35.5	0	0	0
7	-23.0	0	0	0
8	-9.9	0	0	0

Tab.15.1: dipendenza dei coefficienti della (15.41d) con la frazione di cielo coperto N .

La stima di R_N in una situazione notturna può quindi essere ottenuta da un modello completamente semiempirico basato sulla conoscenza della velocità media del vento U , della frazione di cielo coperto N e della temperatura media dell'aria T . La dipendenza con la copertura del cielo dei coefficienti a_0 , a_1 , a_2 e a_3 è riportata nella **Tab.15.1**.

Il punto di partenza comune a tutti i metodi che ora tratteremo è il Bilancio Energetico Superficiale espresso come (Garratt, 1992):

$$R_N - G_0 = H_0 + H_E \quad [15.45]$$

dove R_N è la radiazione netta, G_0 è il flusso di calore nel terreno, e H_E è il flusso latente di calore. Tutti questi termini radiativi sono espressi in (Wm^{-2}). Impiegando la (15.45) e la Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità del vento, sono stati messi a punto diversi metodi capaci di stimare H_0 e successivamente u^* e gli altri parametri caratteristici del SL . Esempi di ciò

si possono trovare in (Holtslag e van Ulden, 1983) ed in vari programmi US-EPA come METPRO (preprocessore meteorologico di CTDMPPLUS), AIRMET (preprocessore di AERMOD), CALMET (preprocessore di CALPUFF) ed in molti altri. In Holtslag e van Ulden (1983) ed in Galinski e Thomson (1992) sono presentati i risultati di alcuni confronti fatti tra le previsioni effettuate da alcuni dei metodi di questo tipo proposti e le misure dirette dei parametri caratteristici della turbolenza atmosferica alle medie latitudini, mentre in Tirabassi et al. (1997) sono presentati i risultati di tali tecniche applicate ad una situazione antartica. Da questi riferimenti emerge come tali stime siano decisamente realistiche, soprattutto nelle situazioni convettive e in situazioni caratterizzate da terreno omogeneo e piatto. La buona realistica delle previsioni e la povertà dei dati meteorologici impiegati li ha resi adatti all'impiego in tutte quelle situazioni in cui si abbiano a disposizione solo misure meteorologiche di tipo aeronautico. Qui di seguito vengono esposti nel dettaglio i metodi principali impiegati nella pratica corrente: il modello di Priestley-Taylor, più semplice e molto usato, il modello del Rapporto di Bowen ed il modello di Penman-Monteith che, dopo un lungo periodo di uso esclusivo nell'ambito dell'agrometeorologia, ridiventa un protagonista indiscusso ed affidabile.

15.3.1 IL MODELLO DI PRIESTLEY-TAYLOR

Van Ulden e Holtslag, (1985) e Hanna e Chang (1992) hanno per primi adottato una versione modificata e generalizzata del modello di Priestley-Taylor secondo cui il flusso turbolento di calore sensibile risulta linearmente proporzionale all'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo ($R_N - G_0$) secondo la relazione:

$$H_0 = \frac{(1 - \alpha) + \gamma/s}{1 + \gamma/s} (R_N - G_0) - \beta\alpha \quad [15.46a]$$

in cui compaiono sia la costante psicrometrica γ , definita come C_p/λ (λ è il calore latente di evaporazione), che la derivata della tensione di vapore alla saturazione rispetto alla temperatura s . Come è evidente, tutti i complessi meccanismi che sovrintendono alla ripartizione dell'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo sono completamente condensati nelle due costanti α e β . Mentre il parametro β risulta ragionevolmente *universale* e pari a 20 Wm^{-2} , nel parametro α viene concentrata la dipendenza dalle caratteristiche geomorfologiche e fisiche del suolo, dal suo contenuto di umidità e dalla sua copertura vegetale. È evidente che il prezzo da pagare nell'adozione di un modello così semplice è la difficoltà nell'individuare un valore adeguato per il parametro α che non solo varia da sito a sito, ma in un medesimo sito varia in funzione di come varia lo stato della superficie nel tempo. Nella **Tab. 15.2** vengono riportati alcuni valori caratteristici di tale parametro che possono essere impiegati nei casi pratici.

Tipo di Suolo	α
Deserto secco senza pioggia per mesi	0.0 ÷ 0.2
Zone rurali aride	0.2 ÷ 0.4
Campi coltivati o meno, in periodi secchi	0.4 ÷ 0.6
Ambiente urbano	0.5 ÷ 1.0
Campi coltivati nei periodi umidi e foreste	0.8 ÷ 1.2
Laghi e oceani	1.2 ÷ 1.4

Tab. 15.2: valori caratteristici per il parametro α (Hanna e Chang, 1992)

Va rilevato che in molti processori meteorologici EPA il modello di Van Ulden e Holtslag è stato modificato per poter evitare l'uso dei parametri α e β . In effetti, se si definisce il *Rapporto di Bowen* come:

$$B = \frac{H_0}{H_E} \quad [15.46b]$$

è semplice verificare che la (15.46a) può essere riscritta come:

$$H_0 = \frac{B}{1+B} (R_N - G_0) \quad [15.46c]$$

L'apparente vantaggio sta nel fatto che i due parametri numerici di non semplice interpretazione fisica vengono sostituiti da un solo parametro con un ben preciso significato fisico. In realtà non è semplice individuare un valore di B appropriato per ogni situazione operativa di interesse. Come è noto, un valore appropriato di B per superfici marine è 0.1, per prati e foreste 0.5, per zone aride o semiaride 5. Spesso sono disponibili valori tabulati medi appropriati per varie tipologie di terreno e per le diverse stagioni, tuttavia le difficoltà restano comunque sempre elevate.

Una volta stimato H_0 , la stima della *friction velocity* u_* e della Lunghezza di Monin-Obukhov la si ottiene utilizzando il profilo verticale della velocità media del vento nel SL proposto dalla Teoria della Similarità.

Una stazione meteorologica di osservazione aeronautica rende disponibili la velocità media del vento U , la pressione atmosferica P , la temperatura media dell'aria T e l'umidità relativa Rh , ma da essa non è immediatamente disponibile il flusso di calore nel suolo G_0 . Per ottenere H_0 si dovrebbe stimare, come anticipato, sia la radiazione solare Globale R_g che la radiazione netta R_N e per G_0 si dovrebbero adottare le parametrizzazioni discusse al punto 6.8.2. Se la stazione meteorologica possiede anche la misura di R_N ed è dotata di una o più piastre di flusso per la misura del flusso di calore nel terreno ad una profondità z , potremmo adottare con mediocre approssimazione la misura della piastra come G_0 oppure correggere tale misura come verrà indicato successivamente.

15.3.1.1 Lo schema diurno

Se si considera un'ora diurna per cui R_N è noto e positivo, il primo problema che si deve affrontare è la determinazione del flusso di calore G_0 all'interfaccia suolo-aria. Per la sua determinazione da misure ottenute con piastre di flusso posizionate appena sotto la superficie o per la sua stima in mancanza di qualsiasi tipo di misura, si rimanda a quanto si dirà nel seguito del Capitolo. Una volta noto G_0 , è nota anche l'energia $(R_N - G_0)$ disponibile all'interfaccia suolo-aria ed il problema ora diventa lo stabilire come il suolo ripartisca tale ammontare di energia nel flusso turbolento sensibile ed in quello latente. A tale proposito, si utilizza il modello di Priestley-Taylor modificato (15.46a) seguendo la procedura seguente:

- Passo 1:** si determina il tipo di suolo prevalente nell'area di studio e si seleziona un valore appropriato per il coefficiente α e per il coefficiente di albedo;
- Passo 2:** se non si dispone della misura di R_N , la si stima impiegando le relazioni presentate al Punto 6.7, selezionandole a seconda che si disponga o meno di R_g ;
- Passo 3:** si determini G_0 o partendo da una misura di flusso di calore nel terreno o dalle parametrizzazioni presentate;
- Passo 4:** si applichi la (15.46a) ottenendo H_0 .

H_0 può quindi essere anche stimato disponendo unicamente della misura della temperatura dell'aria e della frazione di cielo coperto, anche se la disponibilità della misura di R_g ed ancor di più di R_N migliorano sensibilmente la precisione della stima. Se poi H_0 risultasse negativo, saremmo in una situazione non convettiva e la stima appena realizzata risulterebbe decisamente troppo approssimata; è quindi conveniente interrompere a questo punto la procedura e ricominciare con la modalità operativa notturna.

Noto H_0 , il problema si sposta ora alla stima di u_* per la quale è necessaria la conoscenza della velocità media del vento U ad una quota z (nel SL , naturalmente). Da questo valore di velocità e della Relazione di Similarità di Monin-Obukhov per il profilo verticale della velocità del

vento nel *SL* si può definire la seguente procedura iterativa che converge al valore cercato di u_* :

Passo 1: si scelga un valore di z_0 appropriato per la località in cui si sta operando. In base alla temperatura dell'aria, si determini poi il valore corretto per ρC_p e con esso si avrà quindi che $\overline{w'\theta'} = H_0/\rho C_p$. Si determini, inoltre un valore di primo tentativo per u_* , che si ottiene dalla Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità media del vento ipotizzando che $z/L = 0$. Tale stima sarà quindi data da:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0)} \quad [15.47a]$$

Passo 2: si determini il valore di z/L , pari a:

$$z/L = -\frac{kgz}{T} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \quad [15.47b]$$

e si calcoli il valore assunto dalla Funzione universale di Similarità $\Psi_M(z/L)$. A questo punto è possibile ottenere una nuova stima di u_* , più accurata della precedente e pari a:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0) - \Psi_M(z/L)} \quad [15.47c]$$

Passo 2: si iteri il Passo 1, finché la differenza riscontrata tra due stime successive di u_* non diviene inferiore (percentualmente) ad un valore prefissato. Se ciò accade, l'ultima stima di u_* è quella definitiva e la (15.43b) consente la determinazione finale del parametro di stabilità z/L .

In Hanna e Chang (1992) è presentato *un metodo non iterativo* che velocizza la stima di u_* . Secondo questo metodo:

$$u_* = \frac{ku}{\ln(z/z_0)} \cdot \{1 + d_1 \ln[1 + d_2 d_3]\} \quad [15.47d]$$

dove:

$$d_1 = \begin{cases} 0.128 + 0.005 \cdot \ln(z_0/z) & \text{se } z_0/z \leq 0.01 \\ 0.107 & \text{se } z_0/z > 0.01 \end{cases} \quad [15.47e]$$

$$d_2 = 1.95 + 32.6(z_0/z)^{0.45} \quad [15.47f]$$

$$d_3 = \frac{H_0}{\rho C_p} \frac{kgz}{Tu_*^3} \quad [15.47g]$$

$$u_{*n} = ku/\ln(z/z_0) \quad [15.47h]$$

Dato che il metodo iterativo converge normalmente in poche iterazioni, l'utilità di questo metodo diretto è abbastanza limitata.

15.3.1.2 Lo schema notturno

La trattazione delle situazioni notturne, o meglio delle situazioni in cui H_0 è negativo, è decisamente complessa e per essa sono stati messi a punto schemi operativi diversi. Va comunque sottolineato che i risultati che si ottengono sono relativamente buoni nelle situazioni di debole stabilità, mentre nelle situazioni di stabilità estrema i risultati che si ottengono dal metodo sono decisamente poco soddisfacenti. Ciò è stato mostrato chiaramente da Luhar e Rayner (2009) e da Luhar e al. (2009) e la causa principale di ciò è costituita dalla Natura Duale del flusso turbolento di calore sensibile nelle situazioni stabili a cui abbiamo dedicato il Punto 7.8.3.

Il primo schema, discusso da Hanna e Chang (1992), parte dalla constatazione che il flusso turbolento di calore sensibile può essere espresso come:

$$H_0 = -\rho C_p u_* T_* \quad [15.48a]$$

e che la friction velocity u_* può essere espressa indirettamente dalla Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità media del vento:

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) \right\} \quad [15.48b]$$

Essendo in condizioni stabili, una possibile scelta per la Funzione di Similarità è:

$$\Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) = -C \cdot \frac{z}{L} \quad [15.48c]$$

dove la costante C può essere posta pari a 5. Dalla definizione di z/L , impiegando le relazioni precedenti ed ipotizzando nota la temperatura di scala T_* , si giunge ad una relazione quadratica in u_* , la cui soluzione risulta essere la seguente:

$$u_* = \frac{kU}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \left\{ 1 + \left[1 + 4 \left(\frac{CgzT_* \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)}{kTU^2} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad [15.48d]$$

Ovviamente T_* , contrariamente all'ipotesi fatta, non è una grandezza nota e quindi va stimata in modo appropriato. Una prima stima T_{*1} la si ottiene dalla relazione seguente (Holtslag e Van Ulden, 1983):

$$T_{*1} = 0.09 \cdot (1 - 0.5N^2) \quad [15.48e]$$

Comunque, perché esista una soluzione reale (15.48d) è necessario che T_* non superi il valore T_{*2} dato da:

$$T_{*2} = \frac{kTU^2}{4Cgz \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \quad [15.48f]$$

Pragmaticamente, Hanna e Chang (1992) consigliano di adottare per T_* il minimo tra T_{*1} e T_{*2} e di verificare che T_* comunque sia inferiore a $0.05/u_*$. La quasi totalità dei processori meteorologici a supporto della dispersione degli inquinanti in aria preferisce impiegare invece un metodo proposto da Venkatram (1980), il cui punto di partenza sta nella constatazione che normalmente è ben verificata la relazione seguente per la Lunghezza di Monin-Obukhov:

$$L = Au_*^2 \quad [15.49a]$$

Sperimentalmente Venkatram (1980) ha individuato per la costante A il valore $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^2 \text{m}^{-1}$. D'altro canto, per definizione deve valere la relazione:

$$A = T/(gkT_*) \quad [15.49b]$$

Se si assume che la Funzione Universale di Similarità per il profilo medio della velocità del vento sia $\Psi_M = -5z/L$ (come consueto nelle situazioni stabili), allora u_* è data da:

$$u_* = C_{DN} U \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{2U_0}{C_{DN}^{1/2} U} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad [15.49c]$$

dove:

$$C_{DN} = k / \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad U_0^2 = 5z/(kA) \quad [15.49d]$$

In Van Ulden e Holtslag (1985), tuttavia, è stato suggerito un metodo differente secondo cui, nelle situazioni notturne, la procedura per la determinazione di H_0 e u_* resta del tutto inalterata rispetto alla situazione diurna; l'unica variante sta nella stima di G_0 per cui consigliano di impiegare direttamente la relazione seguente:

$$G_0 = -A_G(T - T_0) \quad [15.49e]$$

dove A_G è un coefficiente empirico pari a $5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, T è la temperatura dell'aria e T_0 è la temperatura alla lunghezza di rugosità z_{0h} . Questa differenza di temperatura può essere ottenuta dalla Relazione di Similarità che nelle situazioni stabili conduce alla relazione:

$$T - T_0 = \frac{T_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_{0h}} \right) + 5 \frac{z}{L} \right] - 0.0098 z_T \quad [15.49f]$$

dove z_T è la quota di misura della temperatura e z_{0h} è la lunghezza di rugosità per la temperatura che, almeno in prima approssimazione può essere posta pari ad $1/10 z_0$. Chiaramente in questo caso non è più possibile ottenere in un passo H_0 e quindi un algoritmo percorribile è il seguente:

Passo 0: si determini il tipo di suolo relativo all'area di studio e si selezioni un valore appropriato per il coefficiente α , per il coefficiente di albedo, per z_0 e z_{0h} e si ponga $z/L=0$;

Passo 1: col valore disponibile di z/L , dalla (15.49e) si stimi $T-T_0$ e quindi G_0 . Con la (15.45) si ottiene immediatamente H_0 .

Passo 2: con questo valore per H_0 , usando il procedimento iterativo o il metodo diretto di (Hanna e Chang, 1992), si determini il corrispondente valore di u^* e quindi un nuovo z/L ;

Passo 3: si iterino i Passi 1 e 2 finché il valore di H_0 non si stabilizza attorno ad un valore circa costante.

Per concludere, val la pena citare il metodo proposto da Holtslag (1984). In primo luogo si constata che la temperatura di scala T^* può essere stimata in modo ragionevolmente accurato una volta nota la copertura del cielo N con la relazione (15.48e). Noto ciò e la velocità media del vento U alla quota di misura z , dalle Relazioni di Similarità si ha che la lunghezza di Monin-Obukov è data dalla relazione:

$$L = (L_n - L_0) + [L_n(L_n - 2L_0)]^{1/2} \quad [15.49g]$$

Se $\alpha = 5.0$, g e k sono rispettivamente l'accelerazione di gravità e la costante di von Karman e T (K) è la temperatura media dell'aria:

$$L_0 = \frac{\alpha z}{\ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \quad L_n = \frac{k U^2 T}{2 g T_* \ln^2 \left(\frac{z}{z_0} \right)} \quad [15.49h]$$

La (15.49g) è valida solo se $L_n \geq 2L_0$. Se così non è, pragmaticamente si può porre $L = L_0$.

15.3.1.3 Considerazioni conclusive

Il metodo di Holtslag e Van Ulden può essere applicato praticamente sempre e dovunque, anche disponendo di misure meteorologiche di tipo aeronautico. Ovviamente l'accuratezza di stima del metodo non è elevatissima, soprattutto se paragonata alla stima diretta col metodo *EC*, anche se le sue stime sono decisamente realistiche, come evidenziato dalle verifiche sperimentali citate in precedenza.

15.3.2 IL METODO DEL RAPPORTO DI BOWEN

Questo metodo, celebre soprattutto nella comunità degli agrometeorologi, attualmente ha perso molta della sua importanza pratica originaria e lo presentiamo solo per motivi storici. Una volta nota la disponibilità energetica all'interfaccia suolo-aria ($R_N - G_0$), la sua ripartizione tra flusso sensibile e flusso latente è determinato dal Rapporto di Bowen:

$$B = \frac{H_0}{H_E} = \gamma \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'q'}} \quad [15.50a]$$

in cui q è l'umidità specifica e $\gamma = C_p/L_w$, (C_p calore specifico dell'aria e L_w calore di vaporizzazione dell'acqua) è la costante psicrometrica. Se q è misurata in ($g_{\text{acqua}} \cdot g_{\text{aria}}^{-1}$), γ è pari a 0.0004 ($g_{\text{acqua}} \cdot g_{\text{aria}}^{-1} \text{ K}$). Messa in questi termini, non si capisce l'utilità pratica della (15.50a).

Se però si adotta una chiusura di tipo K per esprimere i flussi, B può essere espresso anche come:

$$B = \gamma \frac{d\theta/dz}{dq/dz} \quad [15.50b]$$

Cioè B può essere determinato solo dai gradienti verticali di temperatura potenziale e di umidità specifica media. Almeno in teoria, realizzando misure di temperatura e di umidità specifica a due quote diverse è possibile determinare sperimentalmente B tenendo conto però delle osservazioni di Arya (1991) relative alla stima dei gradienti verticali da due sole misure medie. In pratica è necessario porre attenzione al fatto che tali misure dovrebbero essere realizzate con una precisione estremamente elevata, spesso incompatibile con la strumentazione normalmente impiegata. I costi di strumentazione con un tale livello di precisione sono ormai comparabili al costo dell'anemometro sonico.

Una volta misurato il Rapporto di Bowen B e se si conosce $(R_N - G_0)$, eventualmente stimato con le correlazioni indicate a proposito del metodo di Holtslag e Van Ulden, il flusso turbolento di calore sensibile ed il flusso turbolento di calore latente sono dati rispettivamente dalle relazioni seguenti:

$$H_0 = \frac{B \cdot (R_N - G_0)}{1 + B} \quad H_E = \frac{(R_N - G_0)}{1 + B} \quad [15.50c]$$

Ovviamente esiste un caso particolare, costituito dalla situazione in cui il gradiente verticale di q è nullo. In questo caso H_E è nullo e $H_0 = R_N - G_0$. Una volta noto H_0 , per la stima di u_* e degli altri parametri della turbolenza del SL si procede con la procedura iterativa seguente, valida sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili:

Passo 0: si scelga un valore di z_0 appropriato ed in base alla temperatura dell'aria si determini il valore di ρC_p da cui $\overline{w'\theta'} = H_0 / \rho C_p$. Si determini, poi, un valore di primo tentativo per u_* dalla Relazione di Similarità del profilo verticale della velocità media del vento ipotizzando inizialmente che $z/L = 0$:

$$u_* = \frac{ku}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad [15.50d]$$

Dal segno del gradiente della temperatura potenziale è immediato stabilire se ci si trova in una situazione convettiva o stabile e per questo è possibile selezionare senza ombra di dubbio la forma funzionale di Ψ_m adeguata alla situazione in esame.

Passo 1: con i valori così individuati, si determini un nuovo valore per il parametro di stabilità z/L , pari a:

$$z/L = -\frac{kgz}{T} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \quad [15.50e]$$

e si calcoli il valore assunto dalla Funzione Universale di Similarità $\Psi_M(z/L)$. A questo punto è possibile ottenere una nuova stima di u_* , più accurata della precedente e pari a:

$$u_* = ku / \left(\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M(z/L) \right) \quad [15.50f]$$

Passo 2: si iteri il Passo 1, finché la differenza tra due stime successive di u_* non diviene inferiore (percentualmente) ad un valore prefissato. Se ciò accade, l'ultima stima di u_* è quella

definitiva e la (15.50e) consente la determinazione finale del parametro di stabilità z/L .

15.3.3 IL MODELLO DI PENMANN-MONTEITH

La difficoltà operativa riscontrata nell'attribuire valori realistici al parametro non universale α è stata la causa che ha spinto all'abbandono del metodo di Priestley-Taylor nelle più recenti applicazioni operative. È stato proprio il lavoro presentato da De Roy e Holtslag (1999) a discutere nel dettaglio questo problema e ad individuarne una soluzione possibile. Tutto ciò è stato poi confermato, anche se in termini formalmente differenti, da Crawford e Bluestein (2000). In sintesi, ciò che ci si propone è il ritorno all'impiego diretto del celebre e storico modello di Penmann-Monteith, semplificandone alcuni aspetti per renderlo effettivamente operativo nel contesto di una rete meteorologica. Senza entrare nel dettaglio della sua deduzione analitica (a tal proposito si faccia riferimento a quanto esposto da Garratt 1992), il metodo asserisce che tra l'energia disponibile all'interfaccia aria-suolo ($R_N - G_0$) ed il flusso turbolento di calore sensibile H_0 e latente H_E esistono le seguenti relazioni di proporzionalità:

$$H_0 = \frac{\gamma(R_N - G_0)}{s + \gamma} - \frac{\rho C_p (\Delta q_a - q)}{(s + \gamma) \cdot r_a} \quad [15.51a]$$

$$H_E = \frac{s(R_N - G_0)}{s + \gamma} + \frac{\rho C_p (\Delta q_a - q)}{(s + \gamma) \cdot r_a} = \lambda E \quad [15.51b]$$

dove ρ è la densità dell'aria, C_p è il calore specifico dell'aria a pressione costante, γ è la costante psicrometrica C_p/λ (λ è il calore latente di evaporazione), s è pari a $\partial q_{sat}/\partial T$ e Δq_a e Δq_0 sono rispettivamente il deficit di umidità alla quota di 2 m (immediatamente calcolabile senza difficoltà) ed al suolo ed E è l'evapotraspirazione. Mentre la costante psicrometrica presenta una dipendenza dalla temperatura molto debole per cui, agli effetti pratici, può essere ritenuta effettivamente costante e pari a $4.08 \cdot 10^{-4} (\text{g}_{\text{water}}/\text{g}_{\text{air}}) \cdot \text{K}^{-1}$, il parametro s risulta fortemente dipendente dalla temperatura e dalla pressione p e può essere dedotto ricordando che:

$$\begin{aligned} q_{sat} &= 0.622 \cdot e_{sat}/p \\ e_{sat} &= 6.1 + 0.475T + 0.0095T^2 + 0.0005T^3 \\ s &= \frac{0.622}{p} \cdot (0.475 + 0.019T + 0.0015T^2) \end{aligned} \quad [15.51c]$$

Va sottolineato che in queste relazioni la temperatura dell'aria è misurata in ($^{\circ}\text{C}$). In pratica, il calcolo del deficit di umidità Δq_a è semplicemente dato dalla relazione:

$$\Delta q_a = \frac{0.622}{p} \cdot e_{sat} \cdot (1 - R_h/100) \quad [15.51d]$$

dove R_h è l'umidità relativa (%) dell'aria.

Uno dei parametri presenti nelle (15.51a) e (15.51b) è la resistenza aerodinamica r_a definita formalmente dalla relazione:

$$H_0 = -\rho C_p \cdot (\theta_a - \theta_0)/r_a \quad [15.52a]$$

dove:

$$\rho C_p = 350.14 \cdot p/T \quad [15.52b]$$

In base alla Teoria della Similarità di Monin-Obukhov è facile mostrare che:

$$r_a = \frac{1}{ku_*} \left[\ln \left(\frac{z_a}{z_{oh}} \right) - \Psi_H \left(\frac{z_a}{L} \right) \right] \quad [15.52c]$$

dove k è la costante di Von Karman (pari a 0.4), z_a è la quota di misura della temperatura e dell'umidità dell'aria (normalmente pari a 2 m), z_{oh} è la lunghezza di rugosità relativa al

trasferimento di calore (posta pari a 10^{-3}m), u_* è la *friction velocity* ed L è la lunghezza di Monin-Obukhov. Con Ψ_H si è indicata poi la Funzione Universale di Similarità per il profilo verticale di temperatura potenziale pari a:

$$\Psi_H\left(\frac{z}{L}\right) = \begin{cases} 2 \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1 - 16z/L}}{2} \right] & z/L < 0 \\ -17(1 - \exp(-0.29z/L)) & z/L \geq 0 \end{cases} \quad [15.52d]$$

Noto u_* , la determinazione di r_a non costituisce certo un problema pratico. L'elemento chiave di tutto il metodo sta invece nella determinazione di Δq_0 . Per prima cosa va ricordato che:

$$H_E = \rho \cdot \lambda \frac{\Delta q_0}{r_s} \quad [15.52e]$$

dove λ è il calore latente di evaporazione e r_s è la resistenza al trasferimento di vapor d'acqua ed il loro prodotto è ben parametrizzato da:

$$\rho\lambda = 0.34837 \cdot \frac{p}{T} \cdot [2.5 \cdot 10^6 - 2250 \cdot (T - 273.15)] \quad [15.52f]$$

È evidente che tutta la complessità fisica del metodo è concentrata nella resistenza r_s . Esiste una sterminata letteratura, soprattutto di tipo agrometeorologico, che si occupa delle differenti parametrizzazioni di r_s e dal suo esame si ottiene un quadro veramente sconcertante. Il merito dei lavori citati e di altri che si citeranno nel seguito è stato proprio quello di rianalizzarla pervenendo a semplici parametrizzazioni che da un lato fossero ragionevolmente realistiche e dall'altro applicabili routinariamente anche non disponendo di informazioni di difficile accesso e misura. Di tutto ciò si parlerà nel seguito. Per il momento si ipotizzi che tale resistenza possa essere individuata una volta note le principali variabili meteorologiche disponibili da una postazione di tipo convenzionale.

A questo punto, se sono note la radiazione netta R_N , il flusso di calore nel suolo G_0 , la temperatura e l'umidità relativa dell'aria T e R_h misurate ad una quota z_a e la velocità del vento U alla quota z_r , le relazioni (15.51a), (15.51b), (15.52c), (15.52e) e la relazione di Similarità:

$$u_* = \frac{kU}{\ln(z_r/z_0) - \Psi_M(z_r/L)} \quad [15.53a]$$

con:

$$\Psi_M\left(\frac{z}{L}\right) = \begin{cases} \ln \left[\left(\frac{1+x^2}{2} \right) \cdot \left(\frac{1+x}{2} \right)^2 \right] - 2 \tan^{-1}(x) + \pi/2 & \text{se } \frac{z}{L} < 0 \\ -17 \cdot [1 - \exp(-0.29 \cdot z/L)] & \text{se } \frac{z}{L} > 0 \end{cases} \quad [15.53b]$$

dove $x = (1 - z/L)^{1/4}$, formano un sistema di 5 equazioni non lineari nelle 5 variabili H_0 , H_E , r_a , Δq_0 e u_* . Per la risoluzione di questo sistema è conveniente adottare ancora una volta un metodo iterativo che parte dal presupposto di conoscere un valore di primo tentativo per u_* e H_0 . Da tale conoscenza deriva immediatamente la possibilità di stimare z/L e quindi dalla (15.52c) anche r_a . Eguagliando la (15.51b) con la (15.52e) si ha:

$$\Delta q_0 = \frac{A(R_N - G_0) + B\Delta q_a}{B + C} \quad [15.54a]$$

dove:

$$A = \frac{s}{s + \gamma} \quad B = \frac{\rho C_p}{(s + \gamma) \cdot r_a} \quad C = \frac{\rho \lambda}{r_s} \quad [15.54b]$$

Noto Δq_0 , dalle (15.52a) e (15.52b) si ottengono i valori aggiornati per i flussi H_0 e H_E . In particolare, dal nuovo valore di H_0 è possibile ottenere un nuovo valore di $1/L$ e quindi di u_* . Iterando questa procedura, che ha inizio ipotizzando di essere in condizioni adiabatiche ($1/L=0$), si giunge facilmente alla conoscenza di u_* , H_0 e H_E , scopo finale dell'algoritmo.

Il metodo qui presentato segue la formulazione data da De Roy e Holtslag (1999). Si può facilmente dimostrare che la formulazione proposta da Crawford e Bluestein (2000):

$$H_0 = \frac{(R_N - G) \cdot (r_a + r_s) - \rho C_p / \gamma \cdot (e_{sat} - e)}{r_s + (1 + s/\gamma) \cdot r_a}$$

$$H_E = \frac{(R_N - G) \cdot r_a \cdot s/\gamma + \rho C_p / \gamma \cdot (e_{sat} - e)}{r_s + (1 + s/\gamma) \cdot r_a}$$
[15.55]

(e è la tensione di vapore dell'aria) è del tutto equivalente a quella precedentemente adottata.

Tutto il metodo proposto si basa sull'ipotesi di poter determinare con sufficiente realismo un valore appropriato per la resistenza superficiale r_s . Dato che ciò che si sta mettendo a punto è un metodo operativo da utilizzarsi in una stazione meteorologica tradizionale priva di misure non convenzionali, come per esempio il deficit di umidità, la temperatura o il potenziale d'acqua del suolo, sono state escluse dall'analisi tutte quelle parametrizzazioni che facevano uso di tali parametri e di osservazioni sul tipo e sullo stato della vegetazione presente. Gli schemi di parametrizzazione adottati sono stati poi provati in condizioni controllate in siti aventi caratteristiche molto differenti, come riportato nel lavoro di Lussana (2003).

Il primo schema è quello proposto in De Roy e Holtslag (1999) secondo cui la resistenza superficiale r_s dipende dal solo deficit di umidità dell'aria secondo la relazione lineare:

$$r_s = a + b\Delta q_a$$
[15.56a]

dove a e b valgono rispettivamente 15 e 7. I risultati ottenuti da Lussana (2003) nella sua applicazione in siti di differente morfologia (urbani, suburbani e rurali) hanno evidenziato come tra i valori misurati e quelli calcolati con tale schema esista effettivamente una notevole correlazione, anche se la dispersione molto elevata fa sospettare una *non universalità del metodo*.

Un secondo schema, ipotizzato e sperimentato da Lussana (2003) e basato su osservazioni fatte in De Roy e Holtslag (1999) e Jarvis (1976), è una parametrizzazione lineare che coinvolge Δq_a , R_g e T :

$$r_s = a\Delta q_a + bR_g + cT$$
[15.56b]

dove a , b e c valgono rispettivamente 10, -0.17 e 2.85. La verifica effettuata da Lussana (2003) evidenzia una buona correlazione tra valori calcolati e misurati, con una notevole dispersione associata. Anche in questo caso si è abbastanza lontani da una *universalità*.

Un ulteriore schema considerato è quello proposto da Crawford e Bluestein (2000) che ipotizza la resistenza superficiale come la somma di tre resistenze, una legata Δq_a , un'altra legata a R_N e l'ultima a T , cioè:

$$r_s = r_{s1} + r_{s2} + r_{s3}$$
[15.56c]

dove:

$$r_{s1} = 10\Delta q_a$$

$$r_{s2} = \begin{cases} 50 - bR_N & \text{se } \Delta q_a \geq 6 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$r_{s3} = \begin{cases} c \cdot (T - 303.15) & \text{se } T \geq 303.15 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
[15.56d]

L'analisi effettuata da Lussana (2003) ha evidenziato una buona universalità del parametro b (pari a circa 0.14), mentre il parametro c presenta notevoli variazioni.

Di notevole interesse è l'ultimo schema proposto, soprattutto se si fa riferimento a situazioni non completamente rurali. Esso si rifà al lavoro di Grimmond e Oke (1991) e, come evidenziato dagli Autori, ha lo scopo non tanto di creare un modello per l'evapotraspirazione dipendente da un tempo o da un luogo particolari, bensì quello di sviluppare un metodo per modellizzare in continuo i flussi turbolenti in un'ampia gamma di condizioni meteorologiche e su di un terreno urbanizzato. Va sottolineato, inoltre, che non c'è stato alcun tentativo da parte degli Autori di calibrare il modello sui dati misurati. Inoltre, le buone prestazioni del modello (confermata

dall'indagine di Lussana 2003) ottenute usando dei valori fisicamente realistici riportati in Letteratura per i vari coefficienti presenti, garantisce un buon grado di universalità del metodo. Secondo tale approccio la resistenza superficiale viene espressa come:

$$r_s = \frac{F_1(R_N) \cdot F_2(\Delta q_a) \cdot F_3(T)}{c_1} \quad [15.56e]$$

La funzione F_1 , dipendente dalla Radiazione Netta, risulta data dalla relazione:

$$F_1 = \frac{725 \cdot (R_N + c_2)}{R_N \cdot (725 + c_2)} \quad [15.56f]$$

dove la c_2 , in base al lavoro di Lussana (2003), è poco variabile nelle diverse situazioni sperimentali verificate e risulta pari a circa 104.4. La funzione F_2 , invece, dipendente dal deficit di umidità nell'aria, ed è data da:

$$F_2 = \begin{cases} 1/(1 - c_3 \cdot \Delta q_a) & \text{se } 0 < \Delta q_a < 8.91 \\ 1/(1 - 8.91 \cdot c_3) & \text{se } \Delta q_a \geq 8.91 \end{cases} \quad [15.56g]$$

in cui la costante c_3 risulta pari a 0.0821. La funzione F_3 , dipendente invece dalla temperatura dell'aria, è pari a:

$$F_3 = \frac{(c_5 - T_L) \cdot (T_H - c_5)^\omega}{(T - T_L) \cdot (T_H - T)^\omega} \quad [15.56h]$$

dove T_H è pari a 40°C, T_L a 0°C, T è espressa in (°C), c_5 vale 18.88 e ω risulta pari a:

$$\omega = \frac{T_H - c_5}{c_5 - T_L} \quad [15.56i]$$

Resta da definire il valore del parametro c_1 . Le indagini condotte da Lussana (2003) consentono di attribuire a tale parametro il valore 53.55.

15.4 I METODI FLUX-VARIANCE

L'*Eddy-Covariance* è stato ed è sicuramente il metodo principale impiegato per la stima diretta dei parametri della turbolenza del *SL*, cioè del flusso di quantità di moto, di calore sensibile e latente e dei flussi verticali delle principali sostanze passive di interesse ambientale ed agrometeorologico (CO₂, ozono, metano, ammoniaca ecc.), ma non sono rari i casi in cui gli strumenti necessari a questa tecnica, cioè l'anemometro ultrasonico triassiale ed eventualmente i sensori veloci per la rilevazione della concentrazione dei vari gas, risultano indisponibili o impossibili da installare. Fino alla seconda metà degli anni '90 la strumentazione richiesta per l'*Eddy-Covariance* era notevolmente costosa ed il suo utilizzo richiedeva uno sforzo organizzativo e tecnico non indifferente, accettabile solo per campagne sperimentali limitate nel tempo. Normalmente in queste campagne operava in maniera più o meno continua, ma per periodi limitati, una stazione *Eddy-Covariance* ed era praticamente impensabile pensare ad una rete di stazioni *Eddy-Covariance* funzionanti in continuo, come una normale rete meteorologica. Tuttavia l'esigenza, da un lato, di estendere sempre più nel tempo le campagne micrometeorologiche e, dall'altro, di poter ottenere una visione spaziale sempre più dettagliata dei flussi turbolenti ha reso necessario mettere a punto metodiche differenti, potremmo dire *metodiche povere*, che, pur basandosi su strumentazione meno costosa e meno complessa di quella richiesta dall'*Eddy Covariance*, fossero comunque in grado di realizzare una stima affidabile e realistica dei flussi turbolenti nel *SL*. E da questa esigenza è nata la metodica *Flux-Variance*, molto meno definita rispetto ai metodi basati sui profili e sui gradienti delle variabili medie (velocità del vento, temperatura, umidità), ma facilmente adattabile alle esigenze ed alla strumentazione disponibile.

Oggi gli anemometri ultrasonici triassiali hanno raggiunto una completa maturità

tecnologica ed i loro costi sono notevolmente diminuiti, pertanto è ormai una realtà poter disporre di reti di stazioni *Eddy-Covariance*, tuttavia l'interesse alle tecniche *Flux-Variance* ritorna ad essere attuale in molte situazioni di pratico interesse. Una situazione tipica è quella in cui non sia disponibile un'adeguata alimentazione elettrica, cosa che è la regola quando si realizzano campagne sperimentali in siti particolarmente disagiati oppure nella sorveglianza di estese coltivazioni agricole. Un secondo caso tipico di impossibilità dell'applicazione del metodo *Eddy-Covariance* è costituito da campagne sperimentali che richiedono molti punti di misura per poter fotografare la variabilità spaziale dei flussi turbolenti. Equipaggiare tutti questi punti di misura potrebbe richiedere uno sforzo finanziario incompatibile con le risorse disponibili. Inoltre, l'attuale disponibilità di anemometri ultrasonici biassiali di costo relativamente contenuto, ma tecnologicamente ben superiori alla gloriosa coppia *cup-vane* di cui sono il naturale sostituto nelle stazioni meteorologiche convenzionali, ha dato l'opportunità di trasformare queste ultime in punti di osservazione della turbolenza del *SL* affidabili e realistici, anche se meno sofisticati delle stazioni *Eddy-Covariance* (De Bruin e Hartogensis, 2005). Tutto ciò spinge quindi ad individuare tecniche alternative che abbiano le seguenti caratteristiche:

- siano basate su sensori relativamente economici,
- richiedano un'alimentazione elettrica molto contenuta,
- producano una stima affidabile dei parametri del *SL*.

Da queste esigenze (nel passato recente ed ancora oggi) sono nate le diverse tecniche note col nome di *Flux-Variance*, spesso differenti tra loro, ma tutte accomunate da una unica filosofia: *sfruttare, per la determinazione di H_0 e u^* (e non solo) le Relazioni di Similarità del MOST di alcune variabili meteorologiche, soprattutto ma non esclusivamente quelle relative alle varianze*. Inoltre, queste tecniche consentono una stima ragionevolmente accurata dei flussi di vapor d'acqua, di CO_2 e di altre sostanze scalari di ancor difficile determinazione.

15.4.1 LA FILOSOFIA DI BASE

Il punto di partenza logico di queste metodologie è la constatazione che uno degli indicatori principali della turbolenza del *PBL* è proprio la varianza delle differenti grandezze che lo descrivono. Per la varianza delle tre componenti del vento, della temperatura potenziale ed anche degli altri scalari passivi sono disponibili adeguate Relazioni di Similarità, tutte ottenute nell'ambito della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov (il *MOST*) e valide per un *SL* in condizioni stazionarie caratterizzato da una completa omogeneità orizzontale, quindi per un *SL* paradigmatico. L'idea base di queste tecniche è dunque quella di sfruttare queste Relazioni di Similarità, estraendo da esse una stima dei principali parametri della turbolenza. Tuttavia, prima di entrare nel merito, è necessario fare una riflessione approfondita sul significato delle Relazioni di Similarità e sulla loro reale applicabilità.

I vari momenti di interesse (medie, varianze, covarianze, ecc.) vengono stimati sulla base di un insieme di serie storiche impiegando inevitabilmente il metodo campionario e proprio per questo tali grandezze presentano un'incertezza intrinseca inevitabile. La fonte primaria di tutte queste incertezze è proprio lo strumento di misura. È ovvio che per queste tecniche dovranno essere utilizzati sensori al peggio del primo ordine, il cui impiego inevitabilmente comporterà errori dovuti alla loro azione di attenuazione delle alte frequenze presenti nel segnale micrometeorologico originario. Sarà quindi opportuno correggere, come si è fatto per l'*Eddy Covariance*, le varianze impiegando i metodi spettrali esposti al Punto 13.4. E questo è il problema legato all'attenuazione più o meno rilevante dei contributi ad alta frequenza del segnale meteorologico, attenuazioni che sono più rilevanti quanto maggiore è il tempo caratteristico del sensore. Tuttavia non vanno trascurati anche i problemi legati all'attenuazione dei contributi spettrali alle basse frequenze determinati dal tempo di mediazione adottato, necessariamente finito. Anche in questo caso è opportuno impiegare le tecniche di correzione appropriate. Il risolvere questi problemi

legati all'incertezza della stima delle varianze è fondamentale proprio per poter giudicare le *performances* del metodo *Flux-Variance*. In effetti, questi metodi si basano, in una maniera o nell'altra, nella *manipolazione* di alcune Relazione di Similarità e quindi il primo limite del metodo risiede proprio nel fatto che ci deve essere una stretta congruenza tra il modo con cui si stimano le varianze (e le medie se necessario) nell'ambito di questo metodo ed il modo con cui sono state stimate per ottenere le Relazioni di Similarità utilizzate. Per essere più precisi:

- si ipotizzi di eseguire una campagna di osservazioni col metodo *Eddy-Covariance* da cui si ottengono serie storiche di u^* , H_0 , z/L , σ_w , σ_T e delle altre grandezze caratteristiche della turbolenza del *SL*, una volta definito il periodo di mediazione, la frequenza di campionamento dei vari sensori e le varie correzioni spettrali per ridurre l'incertezza della stima legate alle attenuazioni a bassa ed alta frequenza,
- da queste serie storiche dei parametri della turbolenza si ottengono le diverse Relazioni di Similarità, per esempio quelle per σ_w e σ_T ipotizzando, in modo sostanzialmente arbitrario, la forma funzionale delle diverse Funzioni Universali ed impiegando metodi di *best-fitting* per ottenere i parametri numerici in esse contenuti. Naturalmente ricordiamo dal Capitolo 8 che queste grandezze, scalate in maniera appropriata per renderle adimensionali, sono Funzioni Universali del solo parametro di stabilità ζ , ma il *MOST* non indica la forma analitica delle Funzioni Universali, ma solo, al più, il loro comportamento asintotico. In teoria, per il *MOST* tutte le relazioni di Similarità e tutte le Funzioni Universali devono essere *naturalmente* congruenti fluidodinamicamente tra loro, anche se il *MOST* non fornisce strumenti con cui verificare che una forma funzionale per una determinata Funzione Universale sia quella *vera* cioè quella che, assieme a tutte le altre Funzioni Universali *vere*, non contraddice le leggi di conservazione della Fluidodinamica nel *SL*. Nella realtà, le forme funzionali delle varie Funzioni Universali individuate derivano esclusivamente dall'analisi dei dati disponibili, quindi sono una scelta arbitraria dei vari Autori, e certamente esse sono congruenti con i dati sperimentali da cui derivano, ma non necessariamente si comportano in tutto il campo di esistenza del parametro ζ come quelle *vere* che però per noi sono irraggiungibili.

Se però, in seguito impiegheremo nell'ambito di uno dei metodi *Flux-Variance* queste Relazioni di Similarità, dovremo adottare le medesime condizioni operative (medesimo periodo di mediazione e frequenza di campionamento, oppure le medesime correzioni spettrali) e tener conto del fatto che la loro congruenza fluidodinamica non è garantita. È vero che *filosoficamente* le relazioni di Similarità sono *universali*, tuttavia concretamente le costanti numeriche in esse presenti e addirittura la loro forma funzionale sono inevitabilmente figlie dei dati che le hanno generate.

Il problema pratico è che spesso si applicano i metodi *Flux-Variance* impiegando Relazioni di Similarità di cui non è completamente nota la metodica con cui sono stati acquisiti ed elaborati i dati che le hanno prodotte e ciò determina un'incongruenza logica intrinseca che alla fine influenza le *performances* del metodo. In effetti in Letteratura coesistono lavori in cui si evidenzia come le *performances* dei metodi *Flux-Variance* siano mediocri con altri in cui le *performances* risultano ottime e ciò a prima vista sembrerebbe inspiegabile. Di ciò i vari Autori hanno dato spiegazioni spesso poco condivisibili, come per esempio il fatto che le Relazioni di Similarità siano solo un'approssimazione della realtà, cosa vera, e che i coefficienti numerici presenti nelle Funzioni Universali siano sito specifici, cosa che contraddice l'universalità della Similarità stessa. A parte la violazione più comune ed inevitabile delle condizioni di stazionarietà e di omogeneità spaziale, la maggior fonte di errore è probabilmente dovuta all'incongruenza tra la metodologia impiegata per la stima delle varianze nelle serie storiche che hanno originato le Relazioni di Similarità e la metodologia impiegata per il calcolo delle varianze nei metodi *Flux-Variance* (Panofsky e Dutton 1983, Pasquill e Smith 1983 e Wollenweber e Panofsky 1989). Inoltre, altre possibili spiegazioni di questo paradosso possono essere l'influenza imprevedibile della *self-correlation* e la scelta delle forme funzionali adottate per le Funzioni Universali.

Oltre alle varianze, nel dominio del tempo possono essere determinate anche le Funzioni di Struttura per le quali, come si è visto, sono disponibili apposite Relazioni di Similarità. L'impiego di esse in combinazione con le Relazioni di Similarità per varianze e valori medi può portare alla stima indiretta dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*. Questa metodologia ha le stesse caratteristiche filosofiche del *Metodo Flux-Variance* e può essere vista a buon diritto come una sua estensione logica.

Per comodità ed anche per tentare di dare un quadro logico e sistematico di queste tecniche, inizialmente illustreremo in maniera approfondita le tecniche *Flux-Variance* dedicate alla stima della *friction velocity* e del flusso turbolento di calore sensibile e successivamente estenderemo queste tecniche al flusso di altre sostanze gassose passive come l'umidità e le differenti specie gassose per cui risultano disponibili strumenti a risposta ragionevolmente veloce.

15.4.2 ALCUNE APPLICAZIONI

Le più tipiche applicazioni di questo metodo di stima dei parametri caratteristici della turbolenza del *SL* vedono la temperatura, per varie ragioni, come la grandezza meteorologica che più si presta ad essere impiegata in questa tecnica. La prima ragione sta nel fatto che una termocoppia (o una termoresistenza), anche a risposta estremamente rapida, ha un costo relativamente basso. La seconda risiede nel fatto che essa può essere facilmente collegata a Data Logger che richiedono un'alimentazione elettrica ridottissima (bastano poche batterie per assicurare il funzionamento per lunghi periodi) e che garantiscono una frequenza di campionamento adeguata al calcolo della varianza. Molto spesso, al sensore veloce di temperatura si affiancano i normali sensori di una stazione meteorologica convenzionale tra cui è desiderabile che ci sia un radiometro netto da cui è possibile, almeno in prima approssimazione, determinare se si sta operando in situazioni convettive o stabili. In pratica, a tale scopo, è possibile impiegare il semplice metodo di Priestley-Taylor (Paragrafo 15.3.1) e calcolare in prima approssimazione H_0 dal cui segno si individua il regime di stabilità in cui si opera. Se poi la stazione è dotata di una misura di temperatura media a due livelli (distanziati una decina di metri o anche meno) allora dal segno del gradiente di temperatura potenziale risulta immediatamente noto il regime di stabilità.

Un discorso a parte va fatto per l'anemometro ultrasonico biassiale. Nato come solida alternativa alla storica coppia *cup-vane*, esso si presenta come il sensore ideale nelle applicazioni *Flux-Variance* potendo da esso ottenere oltre al valor medio della velocità del vento e della temperatura, anche la varianza delle due componenti orizzontali del moto, la varianza della temperatura ed il parametro di struttura della velocità e della temperatura.

I metodi *Flux-Variance* utilizzati in pratica ed utilizzabili in teoria sono relativamente numerosi e dipendono sostanzialmente solo dalla fantasia del ricercatore e dalla disponibilità strumentale e per questo la Letteratura in proposito è vastissima e difficilmente sintetizzabile. Qui di seguito si presentano solo alcuni metodi che illustrano la filosofia del metodo.

15.4.2.1 Disponibilità delle varianze e dei valori medi

L'applicazione più comune del metodo *Flux-Variance*, la più utilizzata nel passato, è quella in cui sono disponibili alcune delle varianze e alcuni dei valori medi. In particolare, ipotizziamo di disporre di una stazione di misura in cui sia misurato in maniera standard il valor medio della velocità del vento U e della temperatura potenziale θ e sia presente un sensore ragionevolmente veloce che consente la stima della deviazione standard della componente verticale del vento o della temperatura potenziale. Nel primo caso la stazione disporrà di un anemometro ultrasonico mono-assiale (che misura solo la componente w del moto) e nel secondo sarà presente una termocoppia (o termoresistenza) veloce. Potrebbe essere presente anche un anemometro triassiale tri-propeller ed in questo caso sarebbero disponibili le deviazioni standard di tutte le componenti del moto oltre al valor medio U e θ .

La Teoria della Similarità di Monin-Obukhov prevede che per le deviazioni standard delle

tre componenti del vento esista una relazione del tipo:

$$\frac{\sigma_\alpha}{u_*} = \Phi_{\alpha\alpha}(\zeta) \quad [15.57a]$$

dove con α si è indicata una delle tre componenti cartesiane del vento (u , v , w). Al Punto 8.3.3 si è discusso diffusamente delle forme funzionali attribuite, sulla base delle misure disponibili, alle varie Funzioni di Similarità $\Phi_{\alpha\alpha}$. Sia nelle situazioni convettive che nelle situazioni stabili, l'esistenza di una relazione di questo tipo per la componente verticale w del moto è universalmente accettata, mentre ancora c'è un vivace dibattito sull'esistenza o meno delle analoghe relazioni per le due componenti orizzontali. Inoltre, è universalmente accettato che valga una relazione analoga per la deviazione standard della temperatura o della temperatura potenziale virtuale:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = \Phi_{TT}(\zeta) \quad [15.57b]$$

Al Punto 8.3.4 sono state presentate le forme funzionali attribuite alla funzione di Similarità Φ_{TT} sia nelle situazioni convettive che nelle situazioni stabili. Va comunque ribadito, come fatto al Capitolo 8, che sulle forme funzionali $\Phi_{\alpha\alpha}(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ incombe sempre minacciosa l'ombra della *self-correlation*. Comunque, in queste relazioni, tenendo conto della quota di misura z e della possibile presenza del *displacement height* d , (che si suppone sempre noto *a priori*), con ζ si intende per brevità la variabile:

$$\zeta = \frac{z-d}{L} = -\frac{kg(z-d)}{T_0} \cdot \frac{\overline{w'\theta'_v}}{u_*^3} = \frac{kg(z-d)}{T_0} \cdot \frac{T_*}{u_*^2} \quad [15.57c]$$

dove g è l'accelerazione di gravità, k è la costante di von Karman (0.4) e T_0 è la temperatura media del *SL*. Anche per i valori medi della velocità del vento U e della temperatura potenziale θ la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov prevede delle Relazioni di Similarità che presentano la forma seguente:

$$U = \frac{u_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z-d}{z_0} \right) - \Psi_M(\zeta) \right] \quad [15.58a]$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{T_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z-d}{z_{0h}} \right) - \Psi_H(\zeta) \right] \quad [15.58b]$$

dove z_0 e z_{0h} sono rispettivamente le lunghezze di rugosità per il trasferimento della quantità di moto e per il calore e θ_0 è la temperatura all'interfaccia aria-suolo. Tutte queste grandezze si intendono note *a priori* (e quindi ottenute con metodi di stima differenti). Al Punto 8.3.2 si è discusso approfonditamente della forma funzionale attribuita alle Funzioni di Similarità Ψ_M e Ψ_H sia nelle situazioni convettive che nelle situazioni stabili. Come si nota, nelle due relazioni precedenti sono stati trascurati i termini $\Psi_M(\zeta_0)$ e $\Psi_H(\zeta_0)$ perché ritenuti irrilevanti ai fini pratici.

La logica su cui si fonda il Metodo *Flux-Variance* in questo caso è quella di combinare tra loro due qualsiasi di queste Relazioni di Similarità per una deviazione standard ed un valore medio, al fine di ottenere una relazione funzionale implicita o esplicita del tipo $F(\zeta) = 0$ o, che è lo stesso, $\zeta = G(\zeta)$. La soluzione di una di queste due equazioni (in generale entrambe non lineari) permette di conoscere il valore assunto dal parametro di stabilità ζ e dalla conoscenza di una deviazione standard ed un valore medio si ottengono immediatamente le rimanenti grandezze che quantificano la turbolenza del *SL* (u_* e H_0). In realtà è indispensabile, come sarà più chiaro nell'esposizione seguente, conoscere con esattezza se la situazione che si sta considerando è convettiva o stabile perché la forma funzionale delle Funzioni Universali di Similarità è differente nelle due situazioni. Questo è ovviamente un grosso limite del metodo, facilmente superabile però impiegando metodi diversi, come la misura di un gradiente di temperatura (anche se poco preciso) o della radiazione netta. Ci si potrebbe porre il problema matematico dell'esistenza di una soluzione reale di segno appropriato per la relazione $F(\zeta) = 0$, ma rispondere matematicamente a questo quesito normalmente è decisamente arduo. La risposta fisica al quesito è, invece, una sola:

se in *SL* paradigmatico sono stati misurati il valor medio e la varianza considerate, per congruenza fluidodinamica e in accordo col Teorema di Buckingham, inevitabilmente deve esistere in corrispondenza un ben preciso valore di ζ .

Una situazione sperimentale tipica è quella in cui sia noto il valor medio θ della temperatura potenziale e la relativa varianza σ_T , entrambe ottenute da una termocoppia sottile campionata ad elevata frequenza, ed il valor medio U della velocità del vento ottenuta da un normale anemometro. Un esempio di ciò è dato in Hsieh e al. (1996). Siano note la quota di misura z per la velocità media del vento e per la deviazione standard della temperatura (che per semplicità ipotizziamo uguali) ed il parametro d e z_0 . Dalle relazioni (15.57b) e (15.58a) si ottiene:

$$|T_*| = \frac{\sigma_T}{\Phi_{TT}(\zeta)} \quad u_* = \frac{kU}{\ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta)} \quad [15.59]$$

da cui si giunge immediatamente alla relazione:

$$|\zeta| = \frac{\sigma_T \cdot \left[\ln\left(\frac{z-d}{z_0}\right) - \Psi_M(\zeta) \right]}{kU \cdot \Phi_{TT}(\zeta)} \quad [15.60]$$

che è una relazione implicita del solo parametro di stabilità ζ il cui segno è noto, come detto, da osservazioni aggiuntive, come per esempio dal segno di un gradiente di temperatura (anche se determinato con poco accuratezza). Una volta noto ζ , la sua introduzione nelle (15.59) consente di ottenere u_* e T_* e quindi H_0 .

In termini generali, il problema si riduce all'individuazione della radice dell'equazione non lineare (15.60) che può essere ottenuta con i ben noti metodi dell'Analisi Numerica. Tuttavia, se si è in grado di stimare la rugosità superficiale z_0 (e d se rilevante nel sito in cui si opera) e se, con metodi differenti, si è in grado di determinare se si sta operando in situazioni convettive o stabili, allora è possibile utilizzare il metodo iterativo seguente:

Passo 1: posto $z/L=0$ come valore di innesco, dalla (15.59) si ottiene $|T_*|$ e u_* ,

Passo 2: con valori correnti di $|T_*|$ e u_* si determina una stima di z/L che, introdotta nelle (15.59), consente di stimare i valori aggiornati per questi due parametri,

Passo 3: si ripete il Passo 2 finché $|T_*|$ e u_* non raggiungono un valore di equilibrio. Questi saranno i valori finali. Da essi si realizzerà la stima definitiva per z/L . H_0 risulterà quindi pari a $\rho C_p u_* |T_*|$.

Il *caso stabile* non è molto differente. Varrà ancora la (15.58a) solo che la forma funzionale per Ψ_M sarà quella relativa alle situazioni stabili (si veda Cap.8).

In realtà, nelle situazioni convettive è possibile evitare la ricerca diretta della soluzione dell'equazione precedente. Infatti è noto che nelle situazioni prossime alla *free convention*, che secondo Sorbjan (1989) si instaurano per $|\zeta| > 0.1$, si ha che:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = A \cdot |\zeta|^{-1/3} \quad [15.61a]$$

È facile mostrare che, con alcuni passaggi algebrici, si giunge a determinare direttamente H_0 che risulta dato dalla relazione:

$$H_0 = \rho C_p \cdot \sqrt{\frac{kzg}{T} \cdot \frac{\sigma_T^3}{A^3}} \quad [15.61b]$$

quindi nelle situazioni convettive, prossime alla *free convention*, la sola misura del valor medio e della deviazione standard della temperatura potenziale è sufficiente per determinare il flusso turbolento di calore sensibile H_0 . La conoscenza aggiuntiva del valor medio della velocità del vento

ad una quota z e della rugosità superficiale z_0 consente, poi, di individuare un metodo iterativo con cui stimare u^* e L . Questa tecnica è stata molto usata ed esempi di impiego si possono trovare in Lloyd e al. (1991), Padro (1993) e Katul e al. (1995a). Il suo ovvio limite è che si può applicare solo nelle situazioni convettive (lontane dall'adiabaticità).

Concettualmente simile è il caso in cui si consideri la deviazione standard della temperatura σ_T ed una misura θ del suo valore medio. Bisogna, però, che siano noti (con notevole accuratezza) anche z_{0h} e la temperatura all'interfaccia aria-suolo θ_0 . In questo caso, combinando le relazioni (15.57b) e (15.58b) si ottiene:

$$\frac{k \cdot \Phi_{TT}(\zeta) \cdot (\theta - \theta_0)}{\sigma_T} = \left[\ln \left(\frac{z - d}{z_{0h}} \right) - \Psi_H(\zeta) \right] \quad [15.62a]$$

che è una relazione implicita da cui, in maniera numerica, si ottiene ζ che, inserito nella (15.59), fornisce il valore di T^* . Noto ζ e T^* è immediato ottenere u^* . Questo metodo potenzialmente utilizzabile presenta vantaggi e svantaggi. I vantaggi stanno nel fatto che, almeno in teoria, non sarebbe necessario avere a disposizione un anemometro per poter giungere ad una stima della *friction velocity*, mentre gli svantaggi stanno nel fatto che, oltre a dover conoscere il valore di z_{0h} , è pure necessaria la conoscenza della temperatura θ_0 all'interfaccia aria-suolo, grandezze di difficile determinazione diretta. In pratica si potrebbe porre $z_{0h} = z_0/10$ e ottenere θ_0 dalla conoscenza della radiazione infrarossa terrestre L_{up} e dalla radiazione infrarossa atmosferica L_{dn} con la relazione seguente che esprime il fatto che la radiazione terrestre deve essere descritta dalla Legge di Stefan-Boltzmann:

$$\theta_0 \cong \left[\frac{L_{up}}{\sigma_B \varepsilon_a (1 - \varepsilon_a) \cdot L_{dn}} \right]^{1/4} \quad [15.62b]$$

dove ε_a è l'emissività all'infrarosso della superficie e σ_B è la costante di Stefan-Boltzmann. A questo punto è necessario introdurre un'importante osservazione che sarà sviluppata anche nei punti successivi. La (15.62a) può essere riscritta come:

$$\frac{k \cdot (\theta - \theta_0)}{\sigma_T} = \frac{\left[\ln \left(\frac{z - d}{z_{0h}} \right) - \Psi_H(\zeta) \right]}{\Phi_{TT}(\zeta)} = \mathcal{D}(z, z_{0h}, d, \zeta) \quad [15.62c]$$

quindi il rapporto adimensionale di sinistra, composto solo da parametri termici, una volta noto z , z_{0h} e d è una Funzione Universale del solo parametro di stabilità ζ e ciò è necessariamente vero se è vero il *MOST*. Ma ciò è vero se nel membro di destra della relazione, cioè nella Funzione Universale $\mathcal{D}(z, z_{0h}, d, \zeta)$, vengono utilizzate le forme *vere* per le funzioni universali $\Psi_H(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ ma esse sono per noi inaccessibili. Quindi nella pratica, utilizzando la forma adottata dalla Letteratura per queste due ultime Funzioni Universali $\Psi_H(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ non abbiamo la certezza di ottenere il valore cercato di ζ anche se fisicamente esso deve esistere.

15.4.2.2 Disponibilità di due varianze

La disponibilità ad una quota di misura z di due deviazioni standard consentirebbe, almeno teoricamente, anche in questo caso l'implementazione di un metodo *Flux-Variance*. Non conosciamo lavori in cui sia stato sviluppato un metodo *Flux-Variance* di questo tipo, ma ci sembra importante trattare a fondo comunque l'argomento per la sua importanza teorica.

Inizialmente si può considerare il classico caso in cui si disponga della deviazione standard della temperatura σ_T e della velocità verticale del vento w che possono derivare, per esempio, dall'impiego congiunto di una termocoppia sottile e di un anemometro ultrasonico mono-assiale. Tale strumento, sostanzialmente ed ingiustamente ignorato negli ultimi due decenni, viene reso ora disponibile in versioni altamente ingegnerizzate, da alcuni costruttori. Se consideriamo la componente verticale del moto, dalla (15.57a) si ha che:

$$u_* = \frac{\sigma_w}{\Phi_{ww}(\zeta)} \quad [15.63a]$$

che, assieme alla (15.59), porta alla relazione implicita per il parametro di stabilità ζ :

$$|\zeta| = \frac{kg(z-d)}{T_0} \frac{\sigma_T}{\sigma_w^2} \frac{\Phi_{ww}^2(\zeta)}{\Phi_{TT}(\zeta)} \quad [15.63b]$$

Ottenuta la radice di questa equazione e attribuito a ζ il segno derivato dalla conoscenza per esempio del gradiente di temperatura, è immediato ottenere u_* dalla relazione (15.63a), T_* dalla (15.59) e quindi H_0 . In realtà la (15.63b) ha un significato decisamente più profondo. Infatti tale relazione può essere riscritta come:

$$\frac{kg(z-d)}{T_0} \frac{\sigma_T}{\sigma_w^2} = |\zeta| \cdot \frac{\Phi_{TT}(\zeta)}{\Phi_{ww}^2(\zeta)} = \mathfrak{S}_{wT}(\zeta) \quad [15.63c]$$

che è, a tutti gli effetti, una Relazione di Similarità del *MOST*. In termini puramente teorici la Funzione Universale $\mathfrak{S}_{wT}(\zeta)$ è completamente definita una volta note le *vere* Funzioni Universali $\Phi_{ww}(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ la cui conoscenza, però, ci è preclusa. Se conoscessimo in termini analitici le due Funzioni Universali, la soluzione della (15.63c) porterebbe effettivamente al valore desiderato per il parametro di stabilità ζ una volta noto per altra via il suo segno. Viceversa, in termini pratici, siamo tentati di utilizzare le forme di Letteratura per $\Phi_{ww}(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ e ciò può portare ad una funzione $\mathfrak{S}_{wT}(\zeta)$ ben lontana dal valore vero visto che, ottenuta in questo modo, combina in maniera non prevedibile le incertezze intrinseche alla forma funzionale di $\Phi_{ww}(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$ ed ai parametri numerici in esse presenti. Viceversa, la determinazione del parametro di stabilità dalla (15.63c) dovrebbe diventare possibile se prima dell'applicazione del metodo, si determinasse (sperimentalmente) la funzione universale $\mathfrak{S}_{wT}(\zeta)$ senza passare dalla conoscenza (sperimentale) di $\Phi_{ww}(\zeta)$ e $\Phi_{TT}(\zeta)$. Si noti, per inciso, che la determinazione sperimentale diretta della $\mathfrak{S}_{wT}(\zeta)$ non presenta problemi di *self-correlation*.

Disponendo, invece, delle deviazioni standard σ_u e σ_w , si nota che, oltre a poter scrivere la relazione (15.63a), è possibile anche scrivere la relazione seguente:

$$u_* = \frac{\sigma_u}{\Phi_{uu}(\zeta)} \quad [15.63d]$$

Questa situazione è una realtà quando si dispone di misure derivanti da un tri-propeller, altro sensore glorioso, ma dimenticato negli ultimi decenni. Quindi, dalle relazioni (15.63a) e (15.63d) si ottiene la seguente relazione implicita nel parametro di stabilità ζ :

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_w} = \frac{\Phi_{uu}(\zeta)}{\Phi_{ww}(\zeta)} \quad [15.63e]$$

la cui radice è il valore di ζ cercato e con esso da una delle relazioni (15.63c) o (15.63a) si ottiene u_* . Si nota immediatamente come la (15.63d) sia a tutti gli effetti una Relazione di Similarità del *MOST* che, ovviamente soffre dell'incertezza sull'esistenza o meno di una relazione di Similarità per la varianza delle componenti orizzontali del moto. Comunque anche in questo caso si applicano le considerazioni fatte per il caso in cui erano disponibili le deviazioni standard della componente verticale del moto e della temperatura.

15.4.2.3 Disponibilità della varianza di temperatura e della covarianza tra componente verticale del vento e temperatura

Questo metodo è curioso ed a prima vista insolito. Abbastanza frequentemente nelle campagne sperimentali del recente passato è stata impiegata la coppia costituita da un termometro a risposta rapida (una termocoppia sottile) e da un anemometro sonico mono-assiale da cui è immediato conoscere σ_T e $\overline{w'\theta'}$. In realtà da tale sensore si può ottenere anche σ_w , e ciò consentirebbe l'impiego del metodo alternativo che si vedrà al Punto seguente. La disponibilità, anche attuale, del

sonico mono-assiale giustifica la ricerca di un metodo di stima di tutti i parametri che quantificano il livello di turbolenza del *SL*.

Il *MOST* ci garantisce senza ombra di dubbio che, sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili, esiste la relazione:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = \Phi_{TT}(\zeta) \quad [15.64a]$$

in cui compare la Funzione Universale $\Phi_{TT}(\zeta)$ *vera* che deve essere fluidodinamicamente compatibile con tutte le altre Funzioni Universali previste dal *MOST*. Inoltre si ha che per definizione:

$$\overline{w'\theta'} = -u_* T_* \quad [15.64b]$$

Dopo alcuni passaggi di semplice algebra si ottiene immediatamente la seguente Relazione di Similarità che, a tutti gli effetti appartiene al *MOST*:

$$\frac{kg(z-d)}{T_0} \frac{\sigma_T^3}{\overline{w'\theta'}^2} = \zeta \cdot \Phi_{TT}^3(\zeta) = \mathfrak{Z}_{wT,T}(\zeta) \quad [15.64c]$$

Se fosse nota con certezza la *vera* Funzione Universale $\Phi_{TT}(\zeta)$, sarebbe immediatamente nota anche la Funzione Universale $\mathfrak{Z}_{wT,T}(\zeta)$. Dato che ciò non è possibile, per ottenere dalla (15.64c) il valore desiderato del parametro di stabilità (che inevitabilmente deve esistere), il cui segno è noto a priori dal segno di $\overline{w'\theta'}$, è conveniente stimare dai dati sperimentali disponibili direttamente la Funzione Universale $\mathfrak{Z}_{wT,T}(\zeta)$ prima di usarla per la stima indiretta di ζ .

Verrebbe spontaneo, invece, procedere nel modo seguente utilizzando le informazioni note dalla Letteratura sul *MOST*. Consideriamo separatamente il caso convettivo dal caso stabile, che possiamo distinguere senza ambiguità dal segno della covarianza tra w e la temperatura potenziale, senza bisogno di informazioni aggiuntive. Va ricordato che nelle condizioni convettive per σ_T dovrebbe valere (con tutte le incertezze del caso sia sulla forma funzionale che sui parametri numerici in essa presenti) la Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = a \cdot (1 + b|z/L|)^{-1/3} \quad [15.64d]$$

dove a e b sono delle costanti. Dato che $\overline{w'\theta'}$ è noto, dopo alcuni noiosi passaggi algebrici si giunge alla relazione seguente:

$$u_* = \left(a^3 \frac{\overline{w'\theta'}^3}{\sigma_T^3} - b \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} \right)^{1/3} \quad [15.64e]$$

Una volta noto u_* , è immediata la stima di ζ . Naturalmente, perché il metodo sia applicabile bisogna che quanto è contenuto in parentesi tonda sia una quantità positiva cosa di cui non abbiamo alcuna garanzia. In pratica bisogna che:

$$a^3 \frac{\overline{w'\theta'}^3}{\sigma_T^3} \geq b \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} \quad [15.64f]$$

Nel caso stabile, invece, dovrebbe valere la Relazione di Similarità seguente, pur con tutte le incertezze già discusse:

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = a \cdot (1 + d z/L)^{-1} \quad [15.64g]$$

ottenendo l'equazione algebrica seguente:

$$u_*^3 - a \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_T} u_*^2 + d \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} = 0 \quad [15.64h]$$

Perché il metodo sia applicabile bisogna che la radice dell'equazione cubica sia positiva. Ma non abbiamo certezze sul fatto che delle tre radici dell'equazione cubica solo una sia reale e per giunta

positiva. Come si vede, se non si realizza un *passo preliminare* che consente la determinazione sperimentale direttamente della Funzione Universale $\mathfrak{Z}_{wT,w}(\zeta)$ sia nelle condizioni convettive che nelle situazioni stabili, la stima indiretta del parametro di stabilità dalla misura diretta di σ_T e $\overline{w'\theta'}$ potrebbe portare al paradosso della non esistenza di un valore di ζ per l'evento in cui sono state misurate σ_T e $\overline{w'\theta'}$, ciò che comporta in ultima analisi la non validità del *MOST*. Ma è inevitabile che l'evento in cui sono state misurate σ_T e $\overline{w'\theta'}$, se reale, sia caratterizzato da un ben preciso valore di ζ .

15.4.2.4 Disponibilità della varianza della componente verticale del moto e della covarianza tra la componente verticale del moto e la temperatura

Come abbiamo notato poco sopra, un'alternativa all'impiego di σ_T quando si abbia a disposizione un anemometro sonico mono-assiale (equipaggiato con una termocoppia veloce) è quella di impiegare σ_w , anch'essa disponibile. In tal caso si possono fare le considerazioni seguenti. Il *MOST* garantisce che esiste la Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \Phi_{ww}(\zeta) \quad [15.65a]$$

Tenendo conto della (15.64b), è immediato giungere alla Relazione di Similarità seguente che a tutti gli effetti deve esistere per il *MOST*:

$$\frac{kg(z-d)}{T_0} \frac{\overline{w'\theta'}}{\sigma_w^3} = \zeta \cdot \Phi_{ww}^{-3}(\zeta) = \mathfrak{Z}_{wT,w}(\zeta) \quad [15.65b]$$

Anche in questo caso, se fosse nota con certezza la *vera* Funzione Universale $\Phi_{ww}(\zeta)$, sarebbe immediatamente nota anche $\mathfrak{Z}_{wT,w}(\zeta)$. Dato che ciò non è possibile, per ottenere dalla (15.65b) il valore desiderato del parametro di stabilità (che inevitabilmente deve esistere) e il cui segno è noto a priori dal segno di $\overline{w'\theta'}$, è conveniente stimare dai dati sperimentali disponibili direttamente la Funzione Universale $\mathfrak{Z}_{wT,w}(\zeta)$ prima di usarla per la stima indiretta di ζ ottenibile dalla relazione (15.65b).

Verrebbe spontaneo, però, sfruttare le conoscenze di Letteratura sul *MOST* e procedere nel modo seguente. Se consideriamo le *situazioni convettive*, dalla Relazione di Similarità per la deviazione standard della componente w del vento vale la Relazione di Similarità:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \gamma(1 + \delta|z/L|)^{1/3} \quad [15.65c]$$

ed è facile mostrare che dopo alcuni passaggi algebrici si ha che:

$$\sigma_w^3 = \gamma^3 u_*^3 + \gamma^3 \delta \frac{kzg}{T} \overline{w'\theta'}, \quad [15.65d]$$

da cui si ottiene immediatamente che:

$$u_* = \left(\frac{\sigma_w^3 - \gamma^3 \delta \frac{kzg}{T} \overline{w'\theta'}}{\gamma^3} \right)^{1/3} \quad [15.65e]$$

Va notato che il metodo è applicabile solo se la relazione precedente fornisce un valore positivo per u_* , cioè se è valida la disequazione seguente:

$$\sigma_w^3 \geq \gamma^3 \delta \frac{kzg}{T} \overline{w'\theta'} \quad [15.65f]$$

cosa non garantita a priori. Nelle *situazioni stabili*, invece, la relazione di Similarità da considerare è la seguente:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \gamma(1 + \eta|z/L|) \quad [15.65g]$$

che conduce all'equazione di terzo grado:

$$\gamma u_*^3 - \sigma_w u_*^2 + \gamma \eta \frac{kgz}{T} \overline{w'\theta'} = 0 \quad [15.65h]$$

La realtà fisica dei fatti asserisce che deve esistere almeno un valore reale e positivo della *friction velocity*, ma non è assolutamente certo che ciò sia ottenibile dall'equazione cubica.

Per concludere, se si intende applicare il metodo proposto per la stima indiretta del parametro di stabilità ζ e degli altri parametri che quantificano la turbolenza del *SL*, è certamente consigliabile ottenere prima, da una o più campagne sperimentali affidabili e realizzate in una situazione paradigmatica, la Funzione Universale $\mathfrak{S}_{wT,w}(\zeta)$ e successivamente stimare dalla relazione (15.65b) ζ impiegando le misure di σ_w e $\overline{w'\theta'}$ prodotte dall'anemometro sonico mono-assiale e dalla termocoppia veloce senza utilizzare per la $\mathfrak{S}_{wT,w}(\zeta)$ le funzioni proposte in Letteratura per $\Phi_{ww}(\zeta)$.

15.4.2.5 Disponibilità di u_* e della varianza della temperatura

Questo potrebbe essere il caso che si presenta quando si ha a disposizione un anemometro triassiale meccanico ad elica (*tripropeller*, per esempio) ed una termocoppia o una termoresistenza a risposta rapida. Applicare direttamente il metodo *Eddy-Covariance* tra la componente verticale del vento e la temperatura potrebbe non essere semplice in termini pratici e comunque richiederebbe una buona dose di correzioni spettrali per tener conto dell'errore commesso nella stima del flusso verticale di calore sensibile a causa dell'effetto *passa-basso* indotto dall'elica verticale dell'anemometro e a causa dell'inevitabile distanziamento orizzontale e/o verticale esistente tra la termocoppia ed il centro del volume di misura del *tripropeller*. Una procedura alternativa potrebbe essere invece quella di stimare direttamente col metodo *Eddy-Covariance* u_* (eseguendo agevolmente le prescritte rotazioni degli assi) e di stimare separatamente σ_T in modo campionario. In questo caso si possono fare le considerazioni seguenti, tutte nell'ambito del *MOST*.

Tenendo conto della Relazione di Similarità (15.64a) che il *MOST* prevede per la deviazione standard della temperatura e della definizione del parametro di stabilità ζ , si giunge facilmente alla seguente Relazione di Similarità a tutti gli effetti facente parte del *MOST*:

$$\frac{kg(z-d)\sigma_T}{T_0 u_*^2} = \zeta \cdot \Phi_{TT}(\zeta) = \mathfrak{S}_{uu,T}(\zeta) \quad [15.66a]$$

Anche in questo caso, se fosse nota con certezza la *vera* Funzione Universale $\Phi_{TT}(\zeta)$, sarebbe immediatamente nota anche $\mathfrak{S}_{uu,T}(\zeta)$. Dato che ciò non è possibile, per ottenere dalla (15.66a) il valore desiderato del parametro di stabilità (che inevitabilmente *deve* esistere) e il cui segno non è noto a priori ma va determinato con metodi alternativi (per esempio, impiegando un gradiente di temperatura), è conveniente stimare dai dati sperimentali disponibili direttamente la Funzione Universale $\mathfrak{S}_{uu,T}(\zeta)$ prima di usarla per la stima indiretta di ζ ottenibile dalla (15.66a).

Naturalmente verrebbe spontaneo invece procedere nel modo seguente. Nelle condizioni convettive, dalla (15.64d), dopo alcuni passaggi algebrici, si ottiene la seguente equazione cubica in $|T_*|$:

$$|T_*|^3 \frac{a^3}{\sigma_T^3} - b \frac{kgz}{T} \cdot \frac{|T_*|}{u_*^2} - 1 = 0 \quad [15.66b]$$

da cui non abbiamo la certezza di ottenere una soluzione reale e positiva. Nel caso stabile, la procedura si basa sulla (15.64g) che conduce, dopo alcuni passaggi algebrici, alla relazione:

$$T_* = \frac{1}{\left(\frac{a}{\sigma_T} - d \frac{kgz}{T u_*^2}\right)} \quad [15.66c]$$

Naturalmente il segno di T^* dipende interamente dal segno che sta a denominatore della relazione precedente che, a sua volta, dipende completamente dal valore assunto dalle costanti numeriche a e d la cui determinazione è molto critica nelle situazioni stabili. Anche questo metodo è un metodo completo, a patto di poter disporre di un mezzo alternativo in grado di decidere se la situazione considerata è convettiva o meno. Al Punto 15.7.2, trattando il *Metodo Surface Renewal*, vedremo che dal segnale della funzione di struttura del terzo ordine, anch'essa deducibile dal segnale di temperatura, sarà possibile conoscere se si sta trattando una situazione convettiva o una situazione stabile.

15.4.2.6 Misure di temperatura ad una quota

Consideriamo il caso in cui sia possibile realizzare misure veloci di temperatura ad una generica quota z (entro il SL), da cui ottenere σ_T , e misure sempre veloci e sempre realizzate alla medesima quota z della differenza di temperatura ΔT tra due punti diversi distanti r . Ciò si può realizzare disponendo di due misure di temperatura veloce o meglio di una sola termocoppia con i due giunti di misura posti alla stessa quota, ma distanti r , per esempio una decina di centimetri. In tal caso alla quota z disporremo non solo di σ_T , ma anche del parametro di struttura C_T^2 che può essere ottenuto come:

$$C_T^2 = \frac{\overline{\Delta T^2}}{r^{2/3}} \quad [15.67a]$$

Va inoltre ricordato che, nel caso si disponga di una sola misura veloce di temperatura e del valore della velocità media del vento U , invocando l'ipotesi di Taylor *del congelamento della turbolenza*, è possibile comunque determinare il parametro di struttura mediante la relazione:

$$C_T^2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (T_i - T_{i+1})^2}{(U \cdot dt)^{2/3}} \quad [15.67b]$$

dove N è il numero di misure di temperatura rilevate nel periodo di mediazione e dt è l'intervallo temporale tra una misura e la successiva. Come è noto (si veda il Cap.8), C_T^2 ammette la seguente Relazione di Similarità:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = \Phi_{CT2}(\zeta) \quad [15.67c]$$

Da essa, dalla (15.64a) e dalla definizione di parametro di stabilità ζ si giunge facilmente alla relazione seguente:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{\sigma_T^2} = \frac{\Phi_{CT2}(\zeta)}{\Phi_{TT}^2(\zeta)} = \mathfrak{F}_{CT2,T}(\zeta) \quad [15.67d]$$

che è a tutti gli effetti una Relazione di Similarità del *MOST* caratterizzata dalla Funzione di Similarità $\mathfrak{F}_{CT2,T}(\zeta)$. Se si utilizza una base dati affidabile per definire sperimentalmente $\mathfrak{F}_{CT2,T}(\zeta)$, è possibile ottenere dalla relazione precedente il parametro di stabilità ζ senza dover utilizzare né $\Phi_{CT2}(\zeta)$ né $\Phi_{TT}(\zeta)$. Tra l'altro, la determinazione sperimentale di $\mathfrak{F}_{CT2,T}(\zeta)$ è immune dal problema della *self-correlation*. Noto ζ , dalla (15.64a) si ottiene T^* il cui segno deve essere stabilito con metodi alternativi (per esempio con un gradiente di temperatura).

Anche in questo caso verrebbe naturale utilizzare le Funzioni di Similarità presenti nella (15.67d) nella forma funzionale proposta in Letteratura, senza poter tener conto in alcun modo delle loro incertezze intrinseche. In pratica si utilizzerebbe la relazione:

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = a_T (1 + b_T |z/L|)^{-2/3} \quad \text{per } z/L < 0 \quad [15.67e]$$

$$\frac{C_T^2 z^{2/3}}{T_*^2} = a_T (1 + d_T z/L) \quad \text{per } z/L > 0 \quad [15.67f]$$

Se consideriamo le *situazioni convettive* (non necessariamente prossime al limite della *free convection*) è facile ottenere la relazione:

$$|z/L| = \frac{G - 1}{b_T - Gb} \quad [15.67g]$$

in cui:

$$G = \left(\frac{a_T}{a^2} \cdot \frac{\sigma_T^2}{C_T^2 z^{2/3}} \right)^{3/2} \quad [15.67h]$$

Sostituendo il valore trovato ora nella Relazione di Similarità per σ_T , si ottiene il valore di $|T_*|$ e dalla definizione di z/L alla fine si giunge anche alla stima di u_* e quindi di H_0 . Il metodo di stima quindi è diretto, nel senso che non richiede una procedura iterativa e completo, nel senso che è in grado di stimare tutti i parametri di interesse. Un procedimento analogo può essere realizzato nelle situazioni stabili.

15.4.2.7 Disponibilità del Parametro di Struttura della temperatura e della velocità del vento

Se la nostra stazione ha a disposizione un anemometro ultrasonico bi-assiale o un anemometro tradizionale, ma con una buona dinamica ed una termocoppia (o termoresistenza a risposta rapida) è possibile mettere a punto un metodo totalmente imperniato sui parametri di struttura. Immaginiamo, inoltre, che per semplicità le misure realizzate dal sonico bi-assiale (o dall'anemometro convenzionale dalla termocoppia veloce) siano fatte alla quota z e che presso la stazione sia possibile ottenere informazioni per discriminare le situazioni convettive da quelle stabili.

Dalle misure di temperatura è immediato ricostruire il parametro di struttura C_T^2 (si veda la relazione 15.67b), mentre per il vento il parametro di struttura C_V^2 sarà dato da:

$$C_V^2 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-1} (u_i - u_{i+1})^2}{(U \cdot dt)^{2/3}} \quad [15.68a]$$

in cui con u si è indicata la velocità istantanea del vento e con U la velocità media. Mentre per C_T^2 sono valide le Relazioni di Similarità (15.67c), per C_V^2 vale la Relazioni di Similarità:

$$\frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} = \Phi_{CV2}(\zeta) \quad [15.68b]$$

Da queste due Relazioni di Similarità e dalla definizione del parametro di stabilità ζ , dopo pochi passaggi algebrici si ottiene che:

$$\frac{kg(z-d)^{2/3}}{T_0} \frac{C_T^{1/2}}{C_V^2} = \zeta \cdot \frac{\Phi_{CT2}^{1/2}}{\Phi_{CV2}} = \mathfrak{Z}_{CV2,CT2}(\zeta) \quad [15.66c]$$

che a tutti gli effetti è una relazione di Similarità del *MOST*. Se si utilizza una base dati affidabile per definire sperimentalmente $\mathfrak{Z}_{CV2,CT2}(\zeta)$, è possibile ottenere dalla relazione precedente il parametro di stabilità ζ senza dover utilizzare né $\Phi_{CT2}(\zeta)$ né $\Phi_{CV2}(\zeta)$. Tra l'altro, la determinazione sperimentale di $\mathfrak{Z}_{CT2,T}(\zeta)$ è immune dal problema della *self-correlation*.

Naturalmente verrebbe spontaneo procedere nel modo seguente. Dalla letteratura si ha che:

$$\begin{aligned} \frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} &= a_V (1 + b_V z/L)^{2/3} \quad \text{per } z/L \leq 0 \\ \frac{C_V^2 z^{2/3}}{u_*^2} &= a_V (1 + d_V z/L)^{2/3} \quad \text{per } z/L \geq 0 \end{aligned} \quad [15.68d]$$

Consideriamo ora il caso convettivo. Dalla (15.67c) e dalla (15.68d) si ottiene:

$$u_* = \sqrt{\frac{C_V^2 z^{2/3}}{a_V(1 + b_V|z/L|)^{2/3}}} \quad [15.68e]$$

$$|T_*| = \sqrt{\frac{C_T^2 z^{2/3} \cdot (1 + b_T|z/L|)^{2/3}}{a_T}} \quad [15.68f]$$

A questo punto si può innescare una procedura iterativa composta dai passi seguenti:

Passo 1: posto $z/L=0$ come valore di innesco, dalla (15.68f) si ottiene $|T_*|$ e dalla (15.68e) u_* ;

Passo 2: con valori correnti di $|T_*|$ e u_* si determina una stima di z/L che, introdotta nella prima delle (15.68e) e nella (15.68f) consentono di stimare i valori aggiornati per questi due parametri;

Passo 3: si ripete il Passo 2 finché $|T_*|$ e u_* non raggiungono un valore di equilibrio. Questi saranno i valori finali. Da essi si realizzerà la stima definitiva per z/L e quindi anche per H_0 .

Per quanto riguarda il *caso stabile*, la procedura è la stessa, solo che nelle relazioni (15.68e) e (15.68f) comparirà a denominatore il parametro numerico d_v al posto di b_v .

15.4.3 ESTENSIONE DEL METODO AGLI SCALARI PASSIVI

La filosofia che sta alla base dei metodi *Flux-Variance*, fin dai lavori iniziali, faceva intuire che tale tecnica potesse essere estesa in modo da poter giungere alla stima del flusso verticale dei principali gas passivi di interesse micrometeorologico ed agrometeorologico come il vapor d'acqua, la CO_2 , l'ozono, il metano e l'ammoniaca. Al di là di ogni tipo di generalizzazione, l'idea di base può essere così riassunta:

- la determinazione del flusso turbolento di calore sensibile H_0 (e quindi della covarianza tra componente verticale del vento e temperatura potenziale) è il punto di partenza, visto che tale flusso risulta facilmente determinabile, almeno in linea di principio;
- se consideriamo un generico gas passivo (la cui concentrazione istantanea indichiamo con c), il relativo flusso turbolento verticale F_c può essere sicuramente espresso come:

$$F_c = \overline{w'c'} = R_{wc}\sigma_w\sigma_c \quad [15.69a]$$

utilizzando il coefficiente di correlazione R_{wc} tra la componente w del moto e la concentrazione c . Se anche la temperatura è considerata una grandezza passiva, allora:

$$\overline{w'\theta'} = R_{w\theta}\sigma_w\sigma_\theta \quad [15.69b]$$

- a questo punto, dalle relazioni precedenti si ottiene immediatamente che:

$$\frac{\overline{w'c'}}{\overline{w'\theta'}} = \frac{R_{wc}}{R_{w\theta}} \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_\theta} \quad [15.69c]$$

quindi:

$$F_c = \overline{w'\theta'} \cdot \frac{R_{wc}}{R_{w\theta}} \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_\theta} \quad [15.69d]$$

Questa relazione asserisce che il flusso turbolento di uno scalare lo si ottiene dal flusso turbolento di calore sensibile (espresso in termini cinematici) e dalla conoscenza della deviazione standard della temperatura potenziale e dello scalare stesso. Questa relazione è del tutto generale e coinvolge i coefficienti di correlazione R_{wc} e $R_{w\theta}$ che non sono di facile determinazione soprattutto nella loro variazione col parametro di stabilità ζ ;

- si può ipotizzare (Wesely 1988) che i meccanismi di scambio con la superficie che determinano il flusso turbolento di calore siano gli stessi che determinano il flusso di vapor d'acqua ed il flusso degli altri gas passivi. In particolare si può ipotizzare che entro il *SL* le fluttuazioni di temperatura e di umidità siano altamente correlate almeno in una banda spettrale in cui il cospetto tra la componente w del moto e la temperatura e la concentrazione di vapor d'acqua sia significativamente diverso da zero. È evidente, però, che questa ipotesi non può essere ragionevolmente applicata ad un gas caratterizzato da una cinetica di reazione chimica veloce come accade per l'ozono che reagisce con NO. Escludendo gas chimicamente reattivi, sulla base di queste ipotesi è inevitabile ritenere che, a parte il segno, i due coefficienti di correlazione siano in modulo uguali. Sotto questa ipotesi si ha che:

$$F_c = |\overline{w'\theta'}| \cdot \frac{\sigma_c}{\sigma_\theta} \quad [15.70]$$

Questa ipotesi è il punto cardine del metodo e la sua validità (se verificata) consentirebbe di ottenere facilmente il modulo del flusso di un generico gas passivo a partire dalla conoscenza del flusso turbolento di calore e dalla deviazione standard della concentrazione del gas e della temperatura potenziale.

Questa metodologia, basata sull'ipotesi di perfetta correlazione, è stata applicata da Wesely (1988), Weaver (1990), Padro (1993) ed ha prodotto stime sostanzialmente meno accurate rispetto alle analoghe stime di flusso turbolento di calore e ciò fa dubitare della validità dell'ipotesi di correlazione perfetta. È quindi opportuno approfondire tutto ciò, domandandosi, per prima cosa, se la temperatura potenziale sia veramente uno scalare passivo. Se lo fosse, ogni sua possibile variazione non dovrebbe perturbare il campo di moto entro il *SL*, tuttavia (Katul e Hsieh 1999) se consideriamo l'equazione di bilancio dell'energia cinetica turbolenta E (per semplicità scritta in condizioni di omogeneità orizzontale):

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{E'w'}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{p'w'}}{\partial z} + \frac{g}{T_0} \overline{w'\theta'} - \bar{\varepsilon} \quad [15.71]$$

vediamo immediatamente come ciò non sia vero a causa della presenza del termine di *buoyancy*. Quindi la temperatura non può essere considerata uno scalare passivo a tutti gli effetti.

Consideriamo ora il vapor d'acqua come il maggior rappresentante dei gas passivi di interesse. Katul et al. (1995a), Bink e Meesters (1997) e Katul e Hsieh (1997) hanno cercato di trovare una formulazione per il metodo *Flux-Variance* che non si basasse sull'ipotesi di correlazione perfetta, senza però giungere a conclusioni convincenti ed utilizzabili. Seguendo, però, i ragionamenti di Katul e Hsieh (1999), è possibile fare alcuni passi avanti significativi impiegando argomenti semiquantitativi appropriati soprattutto nelle situazioni convettive. Il punto di partenza è costituito dalle equazioni di bilancio per il flusso turbolento verticale di calore e di vapor d'acqua che, in situazioni stazionarie ed omogenee, trascurando i termini di divergenza verticale poco significativi nel *SL*, si riducono alla forma:

$$\frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial t} = 0 = -\overline{w'^2} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \overline{\theta' \frac{\partial p'}{\partial z}} + g\beta \overline{\theta'^2} \quad [15.72a]$$

$$\frac{\partial \overline{w'q'}}{\partial t} = 0 = -\overline{w'^2} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} - \frac{1}{\rho_0} \overline{q' \frac{\partial p'}{\partial z}} + g\beta \overline{\theta'q'} \quad [15.72b]$$

dove $\beta = g/T_0$. Si parametrizzi, poi, i termini contenenti le fluttuazioni di pressione nel modo seguente:

$$\frac{1}{\rho_0} \overline{c' \frac{\partial p'}{\partial z}} = \frac{C_s}{\tau} \overline{w'c'} \quad [15.72c]$$

dove C_s è un'opportuna costante. Inoltre, indicando con E l'energia cinetica turbolenta e con ε il

relativo tasso medio di dissipazione si ipotizza che $\tau = E/\varepsilon$. Introducendo questa parametrizzazione in entrambe le relazioni (15.72), si ottiene che:

$$\overline{\theta'^2} = \frac{1}{g\beta} \left[\overline{w'^2} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + C_s \frac{\overline{w'\theta'}}{\tau} \right] \quad [15.72d]$$

$$\overline{\theta'q'} = \frac{1}{g\beta} \left[\overline{w'^2} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} + C_s \frac{\overline{w'q'}}{\tau} \right] \quad [15.72e]$$

Dato che si sta operando nel *SL*, il gradiente di temperatura potenziale media e di concentrazione media di vapor d'acqua sono ben descritti dalle Relazioni di Similarità:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{T_*}{kz} \Phi_H(\zeta) \quad \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = -\frac{q_*}{kz} \Phi_Q(\zeta) \quad [15.72f]$$

Inoltre, per definizione:

$$\overline{w'\theta'} = -u_* T_* \quad \overline{w'q'} = -u_* q_* \quad [15.72g]$$

Si ha quindi che:

$$\overline{\theta'^2} = \frac{1}{g\beta} \left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_H(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_* T_*}{\tau} \right] \quad [15.72h]$$

$$\overline{\theta'q'} = \frac{1}{g\beta} \left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_Q(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_* q_*}{\tau} \right] \quad [15.72i]$$

Ricordando che:

$$\overline{\theta'q'} = R_{\theta q} \sigma_\theta \sigma_q \quad [15.72j]$$

si giunge facilmente alla relazione:

$$\sigma_q = \frac{\frac{\sigma_\theta}{T_*} \cdot \left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_Q(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_* q_*}{\tau} \right]}{R_{\theta q} \cdot \left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_H(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_* T_*}{\tau} \right]} \quad [15.72k]$$

Dividendo entrambi i membri di questa equazione per q_* e riarrangiandola, essa si semplifica nella forma seguente:

$$\frac{\sigma_q}{q_*} = \frac{1}{R_{\theta q}} \cdot \frac{\sigma_\theta}{T_*} \cdot \frac{\left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_Q(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_*}{\tau} \right]}{\left[-\overline{w'^2} \frac{\Phi_H(\zeta)}{kz} + C_s \frac{u_*}{\tau} \right]} \quad [15.72k]$$

che, come si vede immediatamente, è nella tipica forma *Flux-Variance*. Dopo vari decenni di ricerca sperimentale, ormai si può asserire con notevole sicurezza che le Funzioni Universali di Similarità $\Phi_H(\zeta)$ e $\Phi_Q(\zeta)$ sono identiche tra loro in ogni condizione di stabilità, quindi la relazione precedente si riduce alla semplice forma seguente:

$$\frac{\sigma_q}{q_*} = \frac{1}{R_{\theta q}} \cdot \frac{\sigma_\theta}{T_*} \quad [15.73a]$$

Il coefficiente di correlazione $R_{\theta q}$ a priori potrebbe variare con il parametro di stabilità ζ , tuttavia Andreas e al. (1998) hanno mostrato come nelle situazioni diurne convettive i dati sperimentali suggeriscano un valore positivo e costante per il coefficiente di correlazione pari a circa 0.76. Durante le situazioni notturne, come al solito, c'è maggior irregolarità nei dati sperimentali, tuttavia essi non contraddicono comunque un valore circa costante e negativo dell'ordine di -0.76.

Il lavoro di Andreas e al. (1998) ha inoltre evidenziato come i dati sperimentali supportino l'esistenza di una Relazione di Similarità sia per θ che per q del tipo:

$$\frac{\sigma_\theta}{|T_*|} = \Phi_{\theta\theta}(\zeta) \quad \frac{\sigma_q}{|q_*|} = \Phi_{qq}(\zeta) \quad [15.73b]$$

Inoltre, sperimentalmente si vede come le due Funzioni Universali abbiano la medesima forma funzionale, ma differiscano per una costante (Katul e Hsieh 1999), cioè:

$$\Phi_{\theta\theta}(\zeta) = C_\theta \Phi_{**}(\zeta) \quad \Phi_{qq}(\zeta) = C_q \Phi_{**}(\zeta) \quad [15.73c]$$

dove $C_\theta = 3.2$ e $C_q = 4.1$.

Per riassumere, il modulo del flusso di vapor d'acqua potrà essere stimato impiegando un metodo *Flux-Variance* basato sulle (15.73). Dato che per altri gas passivi non ci sono molte informazioni, conviene ipotizzare che per essi valga una relazione di Similarità del tipo:

$$\frac{\sigma_c}{|c_*|} = \Phi_{qq}(\zeta) \quad [15.73d]$$

dove:

$$\overline{w'c'} = -u_* c_* \quad [15.73e]$$

e che la Funzione Universale Φ_{qq} sia identica a quella individuata per il vapor d'acqua. A questo punto i metodi *Flux-Variance* messi a punto per la stima del flusso turbolento di calore sensibile, possono essere immediatamente estesi al flusso turbolento di calore latente ed al flusso di ogni sostanza passiva non reattiva chimicamente.

15.5 I METODI INERTIAL DISSIPATION

Anche se il metodo *EC* è il metodo di riferimento per la stima dei parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL*, come abbiamo visto non sempre è possibile utilizzarlo o per problemi economici o per problemi logistici. Una tipica situazione in cui l'impiego del metodo *EC* risulta problematica è quando si intende stimare la turbolenza sugli oceani o attraverso misure realizzate da boe strumentate o mediante misure fatte a bordo di navi. In questo caso i movimenti della struttura su cui sono ancorati gli strumenti, dovuti al movimento ondoso, rendono impossibile la verticalità costante dell'anemometro sonico triassiale che è lo strumento principale di ogni stazione *EC*. Se si volesse applicare questo metodo, si dovrebbe monitorare con precisione il movimento tridimensionale della stazione di misura e, con le misure raccolte, correggere le serie storiche dei dati sonici, impresa non impossibile ma indubbiamente complessa. Risulta quindi necessario individuare valide alternative al metodo *EC* in situazioni di questo tipo.

Abbiamo già accennato al fatto che oggi ha raggiunto la piena maturità tecnologica l'anemometro ultrasonico biassiale, strumento che, pur mancando della misura della componente verticale del moto, realizza misure delle componenti orizzontali e della temperatura con frequenze di campionamento molto elevate e con elevatissima accuratezza. Nato per sostituire la gloriosa coppia *cup/vane*, oggi viene realizzato in configurazioni di notevole robustezza e a basso costo. Viste le sue caratteristiche, la densità spettrale delle componenti orizzontali del moto e della temperatura che da esso si ottengono hanno le medesime caratteristiche qualitative e quantitative di quelle ottenute dall'anemometro ultrasonico triassiale, cosa di estrema importanza pratica. È inevitabile che la sua disponibilità commerciale suggerisca di individuarne un uso che in qualche modo sfrutti le proprie caratteristiche positive per la stima indiretta dei parametri che quantificano la turbolenza del *SL*.

Al precedente Capitolo 14 abbiamo studiato come stimare il tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta ϵ ed il tasso medio di dissipazione della semi-varianza N_T e si è concluso che, sia che si parta dalle densità spettrali che dalle funzioni di struttura (del secondo e del terzo ordine), per ottenere queste due grandezze sempre si analizzano le fluttuazioni turbolente all'interno dell'*Inertial Subrange (IS)* che non risultano apprezzabilmente perturbate dal movimento a bassa frequenza. Se ritorniamo come caso tipico a considerare le misure realizzate da una nave, vediamo come il movimento della stessa vada a perturbare la parte a bassa frequenza degli spettri, lasciando inalterata la parte ad alta frequenza dove è localizzato l'*IS*. Quindi la stima di ϵ e N_T non risulterebbero influenzate dal movimento a bassa frequenza della stazione di misura.

D'altro canto, al Capitolo 8 abbiamo visto come nel *SL* siano individuabili della Relazioni di Similarità che coinvolgono proprio queste grandezze, relazioni che correlano ε e N_T agli altri parametri che caratterizzano la turbolenza del *SL* (in particolare u_* , T^* e z/L). Tutto ciò ha motivato la ricerca di metodi di stima indiretta della turbolenza del *SL* basati sull'impiego delle Relazioni di Similarità che coinvolgono i tassi medi di dissipazione ε e N_T e che sono stati sviluppati soprattutto durante le campagne oceanografiche con lo scopo di stimare u_* , H_0 e z/L . Tali metodi che, come i metodi *Flux-Variance*, costituiscono una famiglia eterogenea dovuta alla disparità di strumenti utilizzati, prende il nome di *Metodi Inertial Dissipation*. Le basi teoriche dei Metodi Inertial Dissipation possono essere individuate, tra l'altro, nei lavori di Pond e al. (1971), Hicks e Dyer (1972) e di Champagne e al. (1977) e recentemente sono state ulteriormente indagate da Moroni e al. (1990), Henjes (1997, 1998, 1999), Bilotto (2001) e la loro applicazione pratica è stata illustrata da numerosi lavori tra cui quelli di Fairall e Larsen (1986), Fairall e al. (1980, 1990, 1997), Skupniewicz e Davidson (1991), Yelland e al. (1994), Frederickson e al. (1997), Hsieh e Katul (1997) e Sjoblom e Smedman (2004).

15.5.1 METODO TRADIZIONALE

Seguendo Hsieh e Katul (1997), il metodo tradizionale *Inertial Dissipation* prende le mosse dall'equazione di bilancio per l'energia cinetica turbolenta e dall'equazione di bilancio della semi-varianza di uno scalare, normalmente la temperatura, e le semplifica impiegando la teoria della Similarità di Monin-Obukhov. Ricordando quanto esposto nei capitoli precedenti, nelle condizioni stazionarie (la derivata temporale è nulla) e di omogeneità orizzontale (in cui ogni gradiente orizzontale è nullo), entro il *SL* il bilancio di energia cinetica turbolenta e quello della semi-varianza della temperatura potenziale prendono le forme seguenti quando l'asse delle x è orientato secondo la direzione del vento medio:

$$-\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{g}{T} \overline{w\theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{w'e^2}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{wp}}{\partial z} = \varepsilon \quad [15.74a]$$

$$-\overline{w\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{w\theta^2}}{\partial z} = N_T \quad [15.74b]$$

In queste equazioni, come consueto, con lettere maiuscole si è indicato il valor medio delle variabili e le relative fluttuazioni turbolente sono state, invece, indicate con lettere minuscole. In tali equazioni, poi, e rappresenta il valore istantaneo dell'energia cinetica turbolenta, ρ il valor medio della densità, ε il tasso medio di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta e N_T il tasso medio di dissipazione della semi-varianza della temperatura. Sulla base di considerazioni teoriche e sperimentali, è consueto semplificare ulteriormente queste equazioni trascurando i termini che rappresentano la divergenza dei flussi, giungendo così alle più semplici relazioni diagnostiche:

$$-\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{g}{T} \overline{w\theta} = \varepsilon \quad [15.75a]$$

$$-\overline{w\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = N_T \quad [15.75b]$$

Ricordando, poi, le Relazioni di Similarità valide nel *SL* per il profilo verticale del gradiente della velocità media del vento e della temperatura potenziale media, si giunge facilmente alle relazioni:

$$u_* = \left[\frac{\varepsilon k z}{\Phi_M(\zeta) - \zeta} \right]^{1/3} \quad [15.76a]$$

$$H_0 = \rho C_p \left[\frac{N_T k z u_*}{\Phi_h(\zeta)} \right]^{1/2} \quad [15.76b]$$

Queste due equazioni, assieme alla definizione di L e di T^* , costituiscono un sistema di equazioni

non lineari da cui è possibile ottenere, impiegando un opportuno metodo iterativo, la stima di u_* e H_0 una volta noti ε e di N_T . Ciò ovviamente è possibile una volta che si conoscano le forme funzionali per le due Funzioni di Similarità Φ_m e Φ_h di cui si è estesamente trattato al Cap. 8. Per completezza, val la pena ricordare che Hsieh e Katul (1997) consigliano di adottare nelle *situazioni convettive* le seguenti forme funzionali:

$$\Phi_M(\zeta) = \left[\frac{1 + 0.625|\zeta|^2}{1 + 7.5|\zeta|} \right]^{1/3} \quad [15.77a]$$

$$\Phi_H(\zeta) = 0.64 \cdot \left[\frac{3 + 2.5|\zeta|}{1 + 10|\zeta| + 50|\zeta|^2} \right]^{1/3} \quad [15.77b]$$

che ritengono più adatte nelle applicazioni pratiche. Nelle *situazioni stabili*, invece, in mancanza di informazioni ulteriori propongono l'utilizzo delle relazioni:

$$\Phi_M(\zeta) = 1 + 5z/L \quad [15.78a]$$

$$\Phi_H(\zeta) = 1 + 5z/L \quad [15.78b]$$

Il trascurare o meno le divergenze dei flussi (cosa che ha condotto alle relazioni precedenti) è sempre stata una questione aperta. Se tali termini non venissero trascurati, sarebbe possibile introdurre, come abbiamo visto, due ulteriori Funzioni di Similarità Φ_ε e Φ_N definite come:

$$\Phi_\varepsilon(\zeta) = \frac{\varepsilon k z}{u_*^3} \quad [15.79a]$$

$$\Phi_N(\zeta) = \frac{N_T k z}{u_* T_*^2} \quad [15.79b]$$

Da esse è immediato ottenere:

$$u_* = \left(\frac{\varepsilon k z}{\Phi_\varepsilon(\zeta)} \right)^{1/3} \quad [15.79c]$$

$$H_0 = \rho C_p \left[\frac{N_T k z u_*}{\Phi_N(\zeta)} \right]^{1/2} \quad [15.79d]$$

Confrontando le relazioni (15.79c) e (15.79d) con le (15.76a) e (15.76b) si giunge immediatamente a affermare che $\Phi_\varepsilon \approx \Phi_m - z/L$ e $\Phi_N \approx \Phi_h$. I risultati presentati nel lavoro di Hsieh e Katul (1997) evidenziano come nelle *condizioni convettive* l'ipotesi di trascurare le divergenze è buona solo per l'energia cinetica turbolenta, mentre non lo è per la semi-varianza della temperatura, mentre nelle *situazioni stabili* le conoscenze in proposito sono molto scarse e quindi non si può fare altro che accettarle.

In conclusione, Hsieh e Katul (1997) consigliano di adottare sempre le (15.79) utilizzando le Funzioni di Similarità seguenti:

- nelle condizioni convettive:

$$\Phi_\varepsilon = 0.4 \left[\frac{10 + 7.5|\zeta| + 6.25|\zeta|^2}{4 + 2.5|\zeta|} \right] \quad [15.79e]$$

$$\Phi_N = 0.4 \left[\frac{10 + 7.5|\zeta| + 6.25|\zeta|^2}{1 + 125|\zeta|^2 + 78.125|\zeta|^3} \right]^{1/3} \quad [15.79f]$$

- nelle condizioni stabili:

$$\Phi_\varepsilon = 1 + 4 \frac{z}{L} \quad [15.79g]$$

$$\Phi_N = 1 + 5 \frac{z}{L} \quad [15.79h]$$

Il problema principale legato all'applicazione pratica di questo metodo di stima, comune ai metodi Flux-Variance, è che deve essere noto se si sta operando in condizioni convettive o stabili. Anche in questo caso l'uso del segno della radiazione netto o di un valore attendibile di gradiente verticale di temperatura potenziale è sufficiente allo scopo.

Per ottenere u_* e H_0 dalle relazioni (15.79) si dovrebbe risolvere un sistema di equazioni non lineari. Anche in questo caso ciò può essere evitato impiegando un approccio iterativo che parte ipotizzando $z/L = 0$ e procede con stime di u_* e H_0 sempre più vicine al valore reale. L'applicazione pratica di questo metodo iterativo ne ha dimostrato la convergenza.

Hsieh e Katul (1997), oltre che un numero notevolmente elevato di altri Autori, hanno evidenziato le *performances* del metodo *Inertial Dissipation* rispetto al metodo *EC* preso come riferimento. Dai risultati ottenuti si può affermare che:

- nelle *situazioni convettive* i valori di u_* e H_0 ottenuti col metodo *Inertial Dissipation* non solo sono in ottima correlazione con i rispettivi valori ottenuti col metodo *EC*, ma la differenza reciproca è estremamente limitata e ciò probabilmente è dovuto alla buona conoscenza che ormai si ha delle funzioni di Similarità Φ_ε e Φ_N ;
- nelle *situazioni stabili* invece, pur esistendo un'ottima correlazione tra i valori di u_* e H_0 ottenuti col metodo *Inertial Dissipation* e quelli ottenuti col metodo *EC*, si nota come i valori di u_* prodotti tra i due metodi siano molto vicini tra loro, mentre i valori di H_0 prodotti dal metodo *Inertial Dissipation* risultino meno accurati di quelli prodotti dal metodo *EC*. Ciò probabilmente è causato dalle scarse conoscenze che si hanno della funzione di similarità Φ_N in queste situazioni.

15.5.2 IL METODO DI ALBERTSON

Hsieh e Katul (1997) descrivono una interessante semplificazione del metodo *Inertial Dissipation* applicabile alle sole situazioni convettive e attribuito a Albertson. Esso parte dalla constatazione del tutto generale che il tasso di dissipazione della semi-varianza della temperatura N_T deve essere indipendente da u_* . Questa affermazione, oltre che essere un'ipotesi del tutto ragionevole, è anche confermata dalla Teoria di Kader e Yaglom (1990) della Similarità Direzionale. Se ciò è vero, per ragioni di Similarità, deve valere la relazione:

$$\Phi_N = A(-z/L)^{-1/3} \quad [15.80a]$$

dove A è una costante che gli Autori hanno stimato essere pari a 0.19. Da ciò si ha immediatamente che:

$$H_0 = A^{-3/5} \rho C_p \left(\frac{g}{T}\right)^{1/5} (kz)^{4/5} N_T^{3/5} \quad [15.80b]$$

Questo metodo è semplice, algebrico e del tutto non iterativo e non richiede la conoscenza di Funzioni di Similarità di sorta. Ovviamente dipende dalla conoscenza della costante A , ma la sua principale limitazione sta nel fatto che può essere utilizzato solo in condizioni convettive.

15.5.3 IL METODO DI HSIEH

I lavori di Hsieh e al. (1996) e di Hsieh e Katul (1997) presentano una curiosa variante del metodo *Inertial Dissipation* standard, quello presentato in precedenza, particolarmente adatta alla stima di u_* e H_0 quando siano disponibili le misure prodotte da un anemometro ultrasonico biassiale. Partendo dalle misure ad alta frequenza delle componenti orizzontali del moto e della temperatura potenziale è immediato ottenere σ_u (deviazione standard della componente longitudinale del moto), σ_T (deviazione standard della temperatura sonica), ε ed N_T . Ovviamente, per ottenere σ_u è necessario ruotare le misure delle componenti orizzontali del vento in un sistema di riferimento

con l'asse x parallelo al vento medio. Con queste grandezze note, gli Autori hanno individuato una relazione di Similarità che non dipende dalla stabilità del SL ed è espressa come:

$$H_0 = \rho C_p \frac{k_T N_T z}{\sigma_T} \quad [15.81a]$$

dove k_T è una costante. Inoltre, sulla base dell'equazione di conservazione dell'energia cinetica turbolenta e utilizzando opportune considerazioni di Similarità, si può anche giungere alla relazione:

$$u_*^2 = \frac{k_u \left(\varepsilon - \frac{g}{T} \overline{w\theta} \right) z}{\sigma_u} \quad [15.81b]$$

dove k_u è un'altra costante. Le due costanti di Similarità sono fondamentali e Hsieh e Katul (1997) hanno cercato di determinarne il valore che meglio rappresentasse le misure disponibili. Il risultato di questa ricerca può essere così riassunto:

- in condizioni stabili, k_T e k_u sono delle costanti pari rispettivamente a 1.66 e 1.1
- nelle situazioni convettive k_u può ancora essere considerata una costante pari a 1.1, mentre k_T dipende dal parametro di stabilità $\zeta = -z/L$ secondo la relazione:

$$k_T = \rho 1.66 \cdot \delta(\zeta) \quad [15.81c]$$

dove

$$\delta = 1.6 \cdot \left[\frac{(3 + 2.5\zeta) \cdot (1 + 1.25\zeta^2 + 78.125\zeta^3)}{(1 + 10\zeta + 50\zeta^2) \cdot (10 + 7.5\zeta + 6.25\zeta^2)} \right]^{1/3} \quad [15.81d]$$

Questo metodo può essere applicato sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili purché si utilizzi un metodo indipendente per stabilire in quale situazione si sta operando (il segno della radiazione netta o il segno del gradiente verticale della temperatura potenziale). Nel caso in cui $z/L < 0$ (cioè in cui si operi in una situazione convettiva) la relazione per H_0 (15.81a) manterrà il segno positivo, mentre se si è in situazioni convettive alla (15.81a) è necessario porre il segno negativo. Va infine sottolineato come questo metodo fornisca stime di u_* e H_0 molto prossime a quelle ottenute col metodo *EC* (Hsieh e Katul, 1997).

15.5.4 ULTERIORI CONSIDERAZIONI

Nel passato il metodo *Inertial Dissipation* è stato applicato impiegando solo le misure della componente longitudinale del vento acquisita ad alta frequenza ed ottenute da anemometri *cup* o *propeller* oltre a una stima della rugosità superficiale z_0 . In questo caso è ancora possibile mettere a punto un metodo *Inertial Dissipation* che utilizzi ε e la velocità media del vento U . Infatti, per la Similarità, nel SL deve valere la relazione di profilo da cui si ottiene la relazione:

$$u_* = \frac{kU}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right)} \quad [15.82a]$$

mentre è sempre valida la relazione:

$$u_* = \left(\frac{\varepsilon k z}{\Phi_\varepsilon} \right)^{1/3} \quad [15.82b]$$

Quindi da queste due relazioni si ha:

$$\frac{kU}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right)} = \left(\frac{\varepsilon k z}{\Phi_\varepsilon} \right)^{1/3} \quad [15.82c]$$

che è una relazione implicita nel parametro di stabilità z/L . Una misura indipendente di radiazione netta o di gradiente verticale di temperatura potenziale consente di sapere se si è in una situazione convettiva o stabile e quindi permette di selezionare la forma appropriata per la funzione di Similitudine Φ_ϵ (di cui si è detto precedentemente) e della funzione Ψ_M (per la quale si rimanda a quanto detto al Cap. 8). Nota la forma funzionale delle due Funzioni di Similitudine, z/L lo si ottiene individuando con un metodo numerico standard la radice dell'equazione non lineare (15.82c) e u_* dalla (15.82a). Impiegando infine la definizione di z/L si ottiene H_0 .

Kader (1992) ha infine proposto una complessa variante del metodo *Inertial Dissipation* da applicarsi alle situazioni convettive che impiega non solo la parte inerziale dello spettro della componente longitudinale del moto e della temperatura, ma anche una porzione a media frequenza degli spettri. Questo metodo si basa completamente sull'estensione nel dominio delle frequenze della teoria della *Directional Similarity* trattata compiutamente in Katul e al. (1995b), Kiely e al. (1996) e Albertson e al. (1997). Vista la complessità del metodo, per la sua formulazione si rimanda a Kader (1992).

15.6 IL METODO VARIAZIONALE

15.6.1 GENERALITÀ

Ogni postazione di misura micrometeorologica che opera in una campagna sperimentale o in una rete fissa di osservazione, come abbiamo visto, è piuttosto complessa ed è dotata di parecchi strumenti meteorologici. Se consideriamo, per esempio, una stazione dedicata all'*EC*, oltre all'anemometro ultrasonico triassiale ed eventualmente a sensori a risposta rapida per la misura della concentrazione di vapor d'acqua, di CO_2 o di altri gas, essa spesso comprende anche uno o più termoigrometri convenzionali, un barometro, un radiometro globale, un radiometro netto, un pluviometro ed altri strumenti ancora. Tuttavia il metodo *EC* stima i flussi turbolenti solo sulla base delle misure dell'anemometro ultrasonico triassiale, anche se in una postazione di questo tipo u_* , H_0 e H_E potrebbero essere stimati anche con altri metodi indiretti come, per esempio, col metodo del bilancio energetico superficiale. Addirittura, se nella postazione di misura fossero presenti due termoigrometri a due quote diverse, gli stessi parametri potrebbero essere stimati col metodo del gradiente. In sostanza questa postazione di misura *EC* non trae profitto dalla strumentazione *ridondante* che consentirebbe altre stime dei flussi turbolenti con metodi differenti.

Ipotizziamo, invece, di sfruttare tutti i sensori presenti in questa stazione e di stimare u_* , H_0 e H_E impiegando non solo il metodo *EC*, ma anche tutti i metodi indiretti che risultano utilizzabili sulla base della strumentazione presente. Per fissare le idee, la presenza di un radiometro netto, di due termoigrometri a due livelli e di una piastra di flusso può consentire di ottenere i parametri che caratterizzano la turbolenza nel *SL* non solo col metodo *EC*, ma anche col metodo *Flux-Variance*, col metodo *Inertial Dissipation*, col metodo dei *Gradienti* e col metodo del *Bilancio Energetico Superficiale*. E operando in questo modo avremmo differenti stime di u_* , H_0 e H_E , ognuna derivante da ciascuno dei metodi impiegati. Ovviamente, a priori, queste diverse stime non coincidono, ma differiranno più o meno profondamente, dato che ogni metodo impiegato sfrutta aspetti diversi del fenomeno fisico ed è soggetto a differenti tipi di errori che si propagano diversamente nelle stime realizzate. Se ci fermassimo qui, avremmo stime diverse che teoricamente dovrebbero coincidere, ma che in pratica differiscono profondamente senza consentirci di realizzare una stima *robusta* dei parametri di interesse. L'ideale sarebbe *assimilare* tutte queste stime, ciascuna col proprio peso, per ottenere una stima robusta della turbolenza del *SL*. Il *Metodo Variazionale*, che anche in questo caso più che un metodo vero e proprio è una filosofia operativa, si pone proprio l'obiettivo di realizzare in maniera matematicamente rigorosa questa *assimilazione*. Va detto che non sono molti i lavori di ricerca pubblicati sull'argomento e per questo è poco noto. Vale la pena ricordare i lavori di Xu e Qiu (1997), di Xu e al. (1999), di Zhou e Xu (1999) e di Cao e Ma (2005 e 2009) che nel complesso non sono di facile lettura. Rimandando

per le diverse varianti del metodo ai riferimenti citati, qui di seguito presenteremo una semplice applicazione del Metodo Variazionale che ricalca sostanzialmente il lavoro di Xu e Qiu (1997) e che dovrebbe chiarire la *filosofia* del metodo.

15.8.2 UN'IMPLEMENTAZIONE DEL METODO

Consideriamo una stazione meteorologica priva di anemometro ultrasonico triassiale in cui siano stati però collocati su un palo meteorologico due termoigrometri alle quote z_1 e z_2 ($z_1 < z_2$) ed in cui sia presente alla quota z un anemometro convenzionale, un radiometro netto ed una piastra di flusso. Ad ogni intervallo di mediazione (normalmente orario) saranno quindi disponibili alle quote di misura z_1 e z_2 le temperature potenziali medie θ_1 e θ_2 e le umidità specifiche medie q_1 e q_2 , oltre alla velocità media del vento U alla quota z , alla radiazione netta R_N ed al flusso di calore nel suolo G_0 . Sia noto, inoltre, in maniera indipendente, il parametro di rugosità superficiale z_0 .

Le misure disponibili suggeriscono, in primo luogo, l'utilizzo delle Relazioni di Similitudine seguenti:

$$\begin{aligned} U &= \frac{u_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \Psi_M \left(\frac{z}{L} \right) + \Psi_M \left(\frac{z_0}{L} \right) \right] \\ \Delta\theta &= \theta_2 - \theta_1 = \frac{T_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_H \left(\frac{z_2}{L} \right) + \Psi_H \left(\frac{z_1}{L} \right) \right] \\ \Delta q &= q_2 - q_1 = \frac{q_*}{k} \left[\ln \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - \Psi_q \left(\frac{z_2}{L} \right) + \Psi_q \left(\frac{z_1}{L} \right) \right] \end{aligned} \quad [15.83a]$$

che, come abbiamo visto precedentemente, stanno alla base del metodo dei Gradienti. In queste relazioni sono presenti le Funzioni di Similitudine Ψ_m e Ψ_h studiate a fondo al Capitolo 8 e si è, inoltre, ipotizzato, come consueto, che $\Psi_q = \Psi_h$. Ricordiamo, poi che per definizione valgono le due relazioni seguenti:

$$H_0 = -\rho C_p \cdot u_* T_* \quad H_E = -\lambda \rho \cdot u_* q_* \quad [15.83b]$$

dove λ è il calore latente di evaporazione. Se procedessimo col metodo dei Gradienti, a causa delle inevitabili approssimazioni insite nelle relazioni (15.83a) e della limitata accuratezza delle misure impiegate, $H_0 + H_E$ stimato col metodo dei Gradienti potrebbe essere significativamente differente da $R_N - G_0$, contraddicendo il Bilancio Energetico Superficiale.

Consideriamo ora la radiazione netta ed il flusso di calore nel suolo. Tali grandezze sono legate ai flussi turbolenti dalla relazione del bilancio energetico superficiale:

$$R_N - G_0 = H_0 + H_E \quad [15.84a]$$

Se introduciamo il *Rapporto di Bowen* definito come $B = H_0/H_E$, la relazione precedente si trasforma nella forma seguente:

$$H_E = \frac{R_N - G_0}{1 + B} \quad [15.84b]$$

Le relazioni di Similitudine del *MOST* ci consentono, poi, di esprimere il rapporto di Bowen nella maniera seguente:

$$B = \frac{C_p}{\lambda} \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta q} \quad [15.84c]$$

e quindi risulta noto una volta noti i gradienti di temperatura e umidità.

A differenza degli altri metodi di stima indiretta, il Metodo Variazionale risolve il seguente Problema di Ottimizzazione: individuare i valori di u_* , T_* e q_* tali per cui la differenza quadratica tra:

- la velocità media del vento osservata e quella prevista dalla Similitudine,
- la differenza di temperatura potenziale osservata e quella prevista dalla Similitudine $\Delta\theta$,

- la differenza di umidità specifica osservata e quella prevista dalla Similarità Δq
- la differenza δ tra $R_N - G_0$ osservati e $H_0 + H_E$ prevista

sia la minima possibile. In termini matematici, il problema posto si riduce alla minimizzazione del funzionale quadratico seguente:

$$J(u_*, T_*, q_*) = \frac{1}{2} [w_u (U - U^{ob})^2 + w_T (\Delta\theta - \Delta\theta^{ob})^2 + w_q (\Delta q - \Delta q^{ob})^2 + w_r \delta^2] \quad [15.85a]$$

Come si vede, questo funzionale è la semi-somma pesata (i pesi sono w_u , w_T , w_q) dello scarto quadratico tra la velocità media del vento osservata e quella stimata dalla Similarità, dello scarto quadratico tra il gradiente di temperatura potenziale osservato e quello stimato dalla Similarità, dallo scarto quadratico tra il gradiente osservato di umidità specifica e quello stimato dalla Similarità, cui si aggiunge il quadrato della grandezza seguente:

$$\delta = R_N - G_0 - H_0 - H_E \quad [15.85b]$$

pesato con peso w_r . In condizioni ideali in cui vale il Bilancio Energetico Superficiale, δ dovrebbe essere identicamente nullo, ma in condizioni reali non lo è. Anche se non è immediato determinare il valore appropriato per tutti questi pesi, una scelta opportuna è quella di porli pari all'inverso dell'errore che tipicamente è associato alla misura delle diverse variabili.

Il problema matematico cui si riduce il Metodo Variazionale è un classico *problema di Ottimizzazione Non Lineare non vincolata*. In pratica, se si indica col vettore θ il vettore dei parametri, definito come:

$$\theta = \begin{bmatrix} u_* \\ T_* \\ q_* \end{bmatrix} \quad [15.86a]$$

il problema di ottimizzazione si riduce alla ricerca del vettore θ^* tale che per ogni altro θ sia vero che:

$$J(\theta^*) < J(\theta) \quad [15.86b]$$

Il vettore dei parametri ottimale θ^* lo si ottiene impiegando i metodi dell'Ottimizzazione non lineare. A titolo semplicemente indicativo, qui di seguito possiamo presentare a sommi capi il classico *Metodo di Newton* secondo cui la funzione $J(\theta)$ può essere approssimata quadraticamente nell'intorno del suo valore minimo come:

$$J(\theta) = J(\theta^*) + \mathbf{q}^T (\theta - \theta^*) + \frac{1}{2} (\theta - \theta^*)^T \mathbf{H} (\theta - \theta^*) \quad [15.86c]$$

dove con $\mathbf{q}$ si è indicato il vettore gradiente (cioè il vettore delle derivate parziali prime del funzionale J) e con $\mathbf{H}$ si è indicata la matrice Hessiana (cioè la matrice delle derivate parziali seconde del funzionale J) e l'apice $(..)^T$ è il vettore trasposto. Da questa approssimazione quadratica è immediato ottenere un algoritmo iterativo che risulta sintetizzabile nel modo seguente:

- inizialmente si determini un valore θ^0 che rappresenta la prima stima dei parametri. Per esempio θ^0 potrebbe contenere la stima ottenuta impiegando solo il metodo dei gradienti. Anche se gli errori di misura delle temperature e umidità specifiche medie hanno sicuramente perturbato queste stime, esse comunque saranno abbastanza prossime al valore ottimale;
- ad un generico passo i -esimo il vettore dei parametri θ^i sarà una correzione dell'analogo vettore ottenuto al passo precedente e sarà dato dalla relazione seguente:

$$\theta^i = \theta^{i-1} - \mathbf{H}_{i-1}^{-1} \mathbf{q}^{i-1} \quad [15.86d]$$

dove il vettore gradiente e la matrice Hessiana vengono calcolati sulla base di θ^{i-1} ;

- il processo iterativo termina quando il vettore dei parametri si stabilizza ad un valore sostanzialmente costante.

Le derivate prime e seconde del funzionale J rispetto ai parametri u^* , T^* e q^* , che costituiscono gli elementi del vettore gradiente e della matrice Hessiana, sono calcolabili analiticamente in modo ragionevolmente semplice sulla base delle relazioni (15.83) e (15.84), anche se la loro forma funzionale risulta piuttosto complessa come si vede in (Xu e Qiu, 1997). E quindi determinarne il valore per un ben preciso vettore dei parametri non è certamente un problema.

Il risultato che si ottiene da questo metodo è l'insieme dei parametri u^* , T^* e q^* che meglio rappresentano tutte le misure ottenute dalla stazione meteorologica, tenendo conto degli errori di cui sono affette. Di fatto è la stima dei parametri che cerca di sfruttare nella maniera più efficace e più completa possibile tutte le informazioni disponibili: misure, errori di misura e relazioni fisiche. E in questo sta la potenza e l'importanza del metodo.

15.6.3 ESTENSIONI DEL METODO

L'esempio utilizzato per illustrare la filosofia del Metodo Variazionale prendeva in considerazione una situazione sperimentale caratteristica di una stazione meteorologica di media complessità, in cui erano presenti solo sensori meteorologici a risposta lenta con cui era possibile ottenere i gradienti verticali, la radiazione netta e il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo. Tuttavia sono state considerate anche situazioni più complesse in cui erano presenti anche sensori a risposta rapida da cui era possibile ottenere, per esempio, la deviazione standard della velocità del vento e della temperatura. Per esempio, se una stazione è dotata di misure medie a più livelli e della misura di deviazioni standard ad un livello, oltre alle normali misure di radiazione netta, allora accanto alle Relazioni di Similarità per i profili medi potevano essere prese in considerazione anche le Relazioni di Similarità per le deviazioni standard aumentando di fatto l'informazione disponibile.

Se l'informazione disponibile aumenta, aumenta anche il numero di parametri che possono essere ottenuti dal metodo variazionale. Senza entrare nei dettagli e rimandando, per esempio, ai lavori di Xu e al. (1999), di Zhou e Xu (1999), di Ma e Daggupaty (2000), di Cao e Ma (2005 e 2009) e di Li e al. (2014), si può vedere come sia stato possibile nelle diverse situazioni pratiche mettere a punto varianti del Metodo Variazionale con cui si è ottenuta una stima *robusta* di u^* , T^* , q^* , ma anche di z_0 , z_{0h} e della temperatura T_0 all'interfaccia aria-suolo.

15.7 IL METODO SURFACE RENEWAL

La ricerca di metodi per determinare il flusso turbolento di calore sensibile prevalentemente dalla sola misura della temperatura realizzata con sensori a risposta rapida e ad elevata frequenza di campionamento non si esaurisce con il metodo *Flux-Variance*. Infatti, nella comunità degli agrometeorologi è stato proposto ed impiegato un metodo curioso che ha mostrato risultati incoraggianti e che passa sotto il nome di *Surface Renewal*. La base fenomenologica su cui si fonda tale metodo è la constatazione, già fatta al Capitolo 7, che l'andamento temporale della temperatura e della concentrazione delle altre sostanze scalari (per esempio vapor d'acqua, CO_2 , ecc.), a differenza delle tre componenti del vento, è di tipo *fortemente anisotropo* in cui compare il caratteristico andamento a *dente di sega* cui si sovrappongono irregolarità tipicamente *turbolente* come ben si può vedere nella **Fig. 15.3**. Questo andamento temporale delle grandezze scalari ha sempre suscitato grande interesse da parte dei ricercatori che hanno realizzato osservazioni sistematiche per definirne le caratteristiche e per cercare di comprenderne le cause (Van Atta, 1977; Antonia e Van Atta, 1978; Antonia e al. 1979 e 1982; Kikuchi e Chiba, 1985; Shaw e al. 1989). Il risultato ottenuto è che questo caratteristico andamento a dente di sega con sovrapposte fluttuazioni

apparentemente stocastiche è presente sia nelle situazioni convettive che nelle situazioni stabili ed è una caratteristica peculiare di tutte le grandezze scalari come la temperatura, il vapor d'acqua e gli altri gas di interesse agrometeorologico. Probabilmente tali andamenti temporali rappresentano proprio l'impronta lasciata dalle strutture termiche coerenti presenti nel PBL.

L'idea base su cui si fonda il Metodo *Surface Renewal* (SR), ipotizzata inizialmente da Paw U e Brunet (1991), è stata quella di utilizzare proprio queste caratteristiche curiose dei segnali meteorologici di temperatura, di vapor d'acqua e degli altri gas atmosferici per stimarne il flusso turbolento.

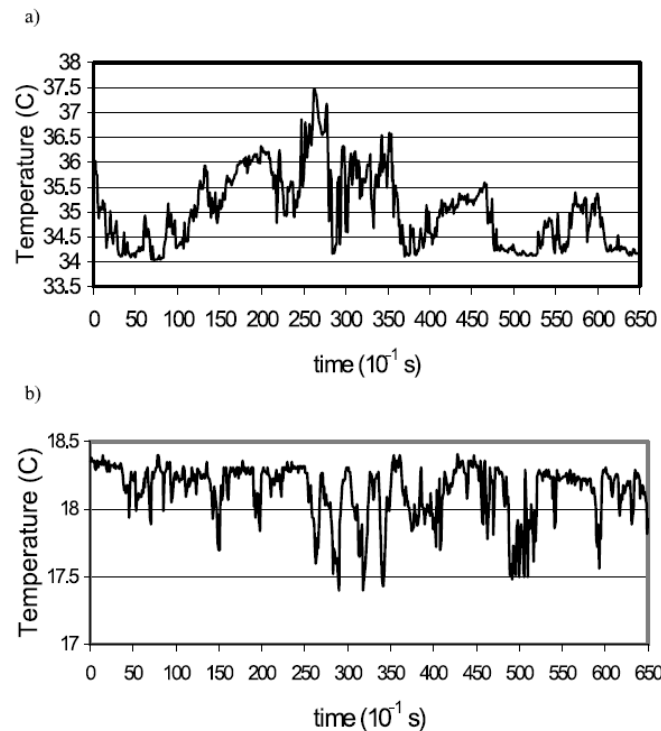


Fig. 15.3: Andamento temporale della temperatura in una situazione convettiva (a) e in una situazione stabile (b) (Castellvi, 2004)

15.7.1 PREMESSA

Consideriamo la parte alta della **Fig.15.4** in cui è rappresentato un tipico andamento temporale della temperatura dell'aria nei pressi del suolo. In particolare, nella parte sinistra l'andamento si riferisce ad una situazione convettiva, mentre nella parte destra l'andamento si riferisce ad una situazione stabile. Ciò che balza subito all'evidenza è che questi due andamenti, relativi a due situazioni profondamente differenti, hanno in comune il fatto che sembrano il risultato della sovrapposizione di due segnali ben precisi e distinti: un segnale termico relativamente regolare e a bassa frequenza, caratterizzato da un susseguirsi di rampe molto simili tra loro, che possiamo ipotizzare associato alle strutture coerenti presenti nel PBL, e un segnale ad alta frequenza molto irregolare che mostra le caratteristiche tipiche di un segnale turbolento e che quindi segue la Teoria della turbolenza di Kolmogorov. Questi due segnali con caratteristiche molto diverse sembrano non essere correlati tra loro. Ciò che differenzia le situazioni stabili da quelle convettive è che l'andamento nel tempo della temperatura si presenta a *rampe invertite*. Questa situazione non è limitata alla sola temperatura dell'aria, ma la si riscontra anche nell'andamento temporale dell'umidità e della concentrazione delle diverse sostanze passive come il vapor d'acqua e la CO₂ al di sopra della vegetazione, come si può vedere nella **Fig.15.5**. Una possibile interpretazione di questa evidenza sperimentale è la seguente.

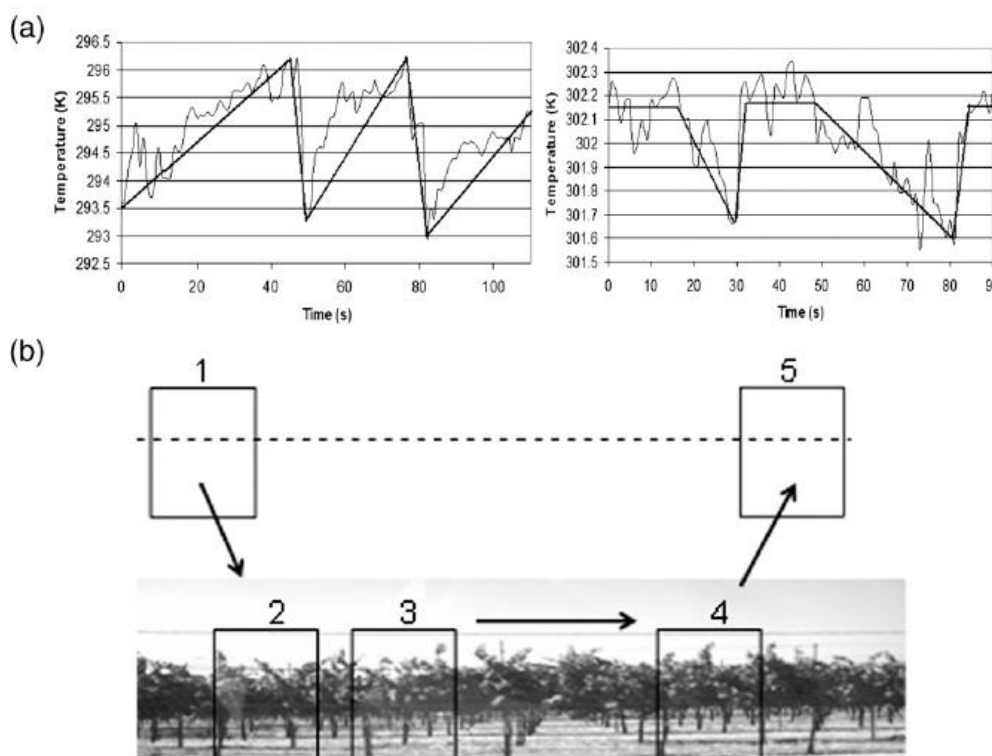


Fig. 15.4: meccanismo ideale di Surface Renewal. Parte a: andamento temporale della temperatura (situazione convettiva a sinistra e situazione stabile a destra). Parte b: meccanismo di rinnovamento delle masse d'aria. (Castellvi e al., 2010)

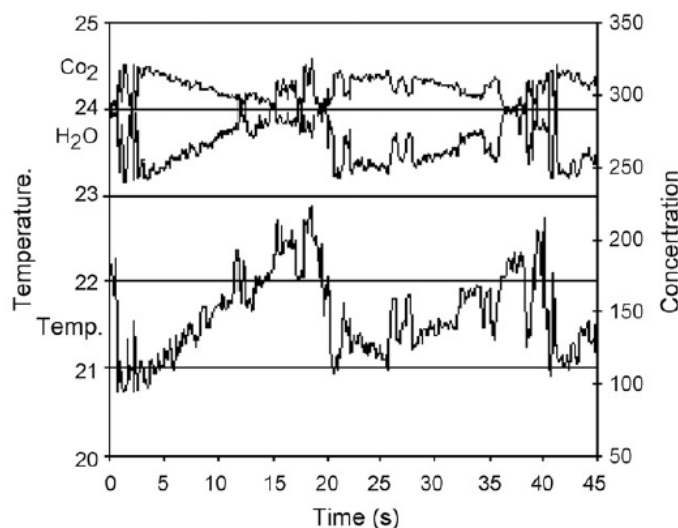


Fig.15.5: andamento temporale in situazioni convettive della temperatura dell'aria, dell'umidità e della concentrazione di CO_2 (Castellvi e al, 2008)

Consideriamo, durante una situazione convettiva, una particella d'aria appartenente ad una struttura coerente che si viene a trovare al di sopra del suolo (come si può vedere nella parte b di Fig.15.4) e che è caratterizzata da una concentrazione di un dato scalare (CO_2 e vapor d'acqua) e da una data temperatura. Ad un certo istante questa particella viene improvvisamente portata al suolo dalla struttura coerente. In una situazione convettiva la temperatura del suolo è

maggiore di quella dell'aria e per tutto il tempo che tale particella permane nei pressi del suolo si assiste ad un suo progressivo e graduale riscaldamento (e quindi ad un trasferimento di calore dal suolo alla particella). Contemporaneamente hanno luogo scambi analoghi di vapor d'acqua, di CO_2 e di altri gas per cui il suolo rappresenta una sorgente o un pozzo. Ma la particella, dopo aver raggiunto rapidamente il suolo ed essersi mossa nei suoi pressi per un breve periodo seguendo il moto medio dell'aria, appartenendo alla struttura coerente non può che essere nuovamente sbalzata verso l'alto e sostituita da una nuova particella e così ricomincia il ciclo di rinnovamento (Fig. 15.6).

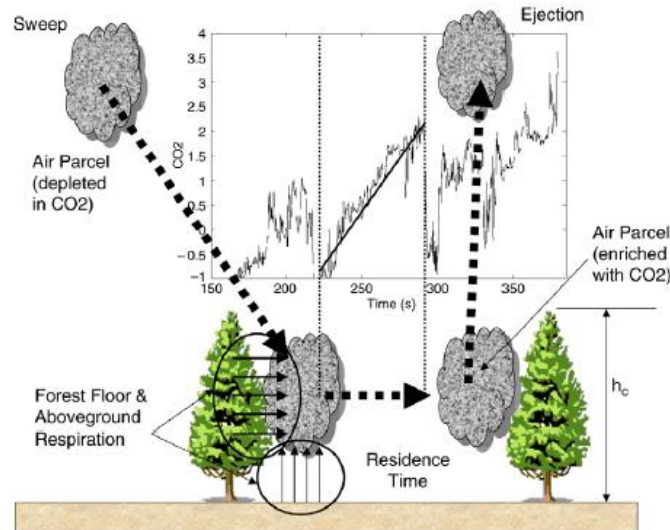


Fig. 15.6: la fenomenologia del Surface Renewal (Katul e al. 2006)

Un meccanismo sostanzialmente analogo è attivo nelle situazioni stabili quando la particella subisce al suolo un processo di raffreddamento piuttosto che di riscaldamento. Infatti, in questo caso la temperatura della particella è superiore a quella della superficie e perciò si assisterà ad un trasferimento di calore dalla particella alla superficie stessa. Come si vede, questo meccanismo qualitativo è sostanzialmente simile al modello a bolla di Oke visto al Capitolo 1. Questo meccanismo di rinnovamento continuo delle particelle d'aria al suolo (*Surface Renewal*) è in qualche modo evidenziato dall'andamento nel tempo a rampe della temperatura registrato nei pressi del suolo con misure a risposta rapida.

15.7.2 LA TEORIA DI BASE

Un possibile modello concettuale che tenti di spiegare un tale andamento della temperatura, per lo meno nelle ore convettive, è il seguente. Analizzando gli andamenti della temperatura nei pressi del suolo, soprattutto nelle ore convettive in cui il fenomeno è più evidente, si può notare in essi un *tipico andamento a dente di sega* a cui risulta sovrapposto un *rumore* del tutto casuale. Nella Fig. 15.7, vengono presentati due andamenti ideali della temperatura (privi del rumore *turbolento*) rispettivamente per le situazioni convettive e per quelle stabili. Se consideriamo la parte (a) della figura notiamo due cose. Innanzitutto l'asse x è il tempo perché stiamo ipotizzando di analizzare l'andamento della temperatura nel tempo, tuttavia se applichiamo l'ipotesi di Taylor, l'asse dei tempi può trasformarsi nello spazio lungo la direzione del vento mediante la solita trasformazione $x = Ut$ dove U è la velocità media del vento. Quindi, questa struttura del segnale di temperatura la possiamo considerare indifferentemente valida nel tempo (mediante una misura in un punto dello spazio iterata nel tempo) o nello spazio (molte misure nella direzione sottovento nello stesso istante temporale). La seconda considerazione sta nel fatto che questo segnale (ricordiamo che per il momento lo si considera privo di rumore) è costituito da una successione pressoché regolare

di strutture a rampa caratterizzate da:

- un lento incremento lineare della temperatura (indichiamo con A l'aumento della temperatura dell'aria in questo processo di riscaldamento lineare e con l la durata del processo di riscaldamento)
- seguito da un crollo improvviso della temperatura, associato al distacco dal suolo della particella macroscopica d'aria, fino a raggiungere il valore di temperatura posseduto dall'aria prima dell'inizio del riscaldamento lineare;
- seguito ancora da una fase di quiescenza, di durata s , durante il quale la temperatura non varia apprezzabilmente.

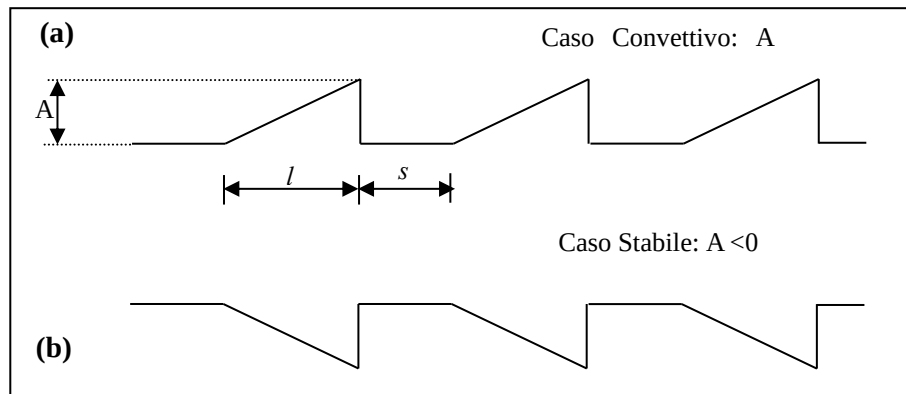


Fig. 15.7: schematizzazione della struttura a rampe della temperatura nelle condizioni convettive (a) e nelle condizioni stabili (b) (Spano, 1995)

Come si vede nella parte (b) della figura questa struttura a rampe è presente anche durante le ore stabili, ma in questo caso l'ampiezza A della rampa risulta negativa.

15.7.2.1 Studio delle caratteristiche del segnale coerente

Il modello di Van Atta

Questo peculiare andamento temporale (e spaziale) della temperatura ha inizialmente focalizzato l'attenzione dei ricercatori nel definirne le caratteristiche quantitative. Gli studi che hanno condotto a risultati effettivamente applicabili nell'ottica del *Surface Renewal* considerano proprio il modello concettuale che abbiamo presentato, cioè quello di un segnale coerente a dente di sega con sovrapposte fluttuazioni sostanzialmente incoerenti, cioè quello rappresentato in **Fig. 15.7** ben supportata dall'evidenza sperimentale (si veda per questo la parte alta di **Fig. 15.3**).

Seguendo le orme del lavoro fondamentale realizzato da Van Atta (1977), adottiamo come *mezzo operativo* con cui studiare gli andamenti a rampa le Funzioni di Struttura di ordine n . Dato che nelle situazioni operative avremo a disposizione sempre segnali di temperatura discreti, ciò di cui disporremo sarà sempre un segnale discreto T_i , $i = 1, 2, \dots$ campionato agli istanti t_i , $i = 1, 2, \dots$. Quindi la versione campionaria di una Funzione di Struttura di ordine n è:

$$S^n(r) = \frac{1}{M-j} \sum_{i=1}^M (T_i - T_{i-j})^n \quad [15.87a]$$

dove M è il numero di punti della serie discreta di temperatura, j è il *lag* tra i campioni di temperatura considerati e r è il *time lag* che, se f_c è la frequenza di campionamento del segnale, risulta pari a $r = j/f_c$.

Van Atta (1977) ha poi introdotto come ipotesi operativa fondamentale che il segnale di

temperatura T potesse essere visto come la sovrapposizione di una *parte coerente* T_R e di una *parte stocastica* T_T ed ha ipotizzato, poi, che le due parti fossero tra loro non correlate. Inoltre, ha ipotizzato che la parte stocastica fosse localmente isotropa. Ciò comporta che in primo luogo che per ogni *time lag* r :

$$\Delta T(r) = \Delta T_T(r) + \Delta T_R(r) \quad [15.87b]$$

Inoltre, la porzione turbolenta del segnale dovrà seguire la Teoria di Kolmogorov dell'isotropia locale e ciò comporta che $S_T^n(r) = 0$ per ogni n *dispari*. Utilizzando tutto ciò ed il fatto che la porzione turbolenta del segnale non è correlata con la porzione coerente, le Funzioni di Struttura del secondo, terzo e quinto ordine del segnale originario possano essere espresse come:

$$\begin{aligned} S^2 &= S_T^2 + S_R^2 \\ S^3 &= S_R^3 \\ S^5 &= 10S_T^2 \cdot S_R^3 + S_R^5 \end{aligned} \quad [15.87c]$$

dove, per semplicità grafica, è stata sottintesa la dipendenza della Funzione di Struttura dal *time lag*. Come si vede, in queste relazioni non compaiono le Funzioni di Struttura del terzo e del quinto ordine (quindi quelle per cui n è dispari) relative alla porzione turbolenta del segnale come richiesto dalla Teoria di Kolmogorov. Oltre a ciò, nel citato lavoro è stata determinata la Funzione di Densità di Probabilità $p(\Delta T_R)$ della porzione coerente del segnale di temperatura (**Fig 15.8**, Pau U, 2009; Van Atta, 1977).

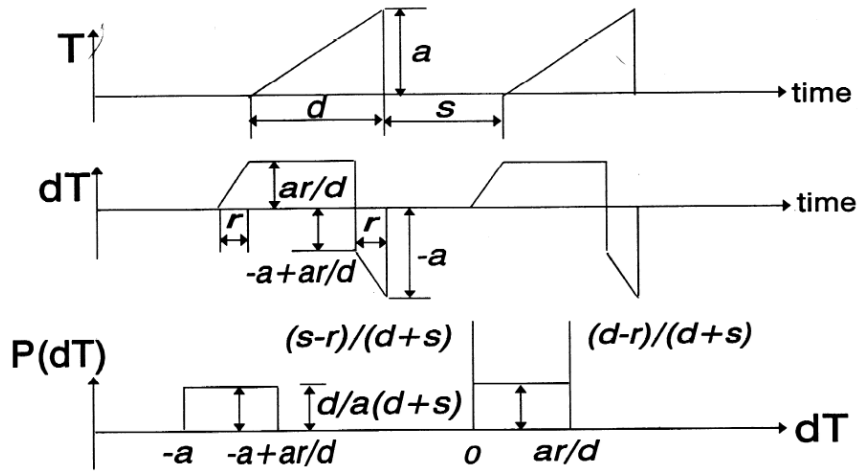


Fig. 15.8: il modello a Rampa di van Atta e la funzione di densità di probabilità (Pau U, 2009)

Sulla base della consueta definizione:

$$S_R^n(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta T_R^n(r) \cdot p(\Delta T_R) \cdot d(\Delta T_R) \quad [15.87d]$$

sono state ottenute le espressioni seguenti per le funzioni di Struttura del secondo, terzo e quinto ordine della parte coerente del segnale (Paw U e al. 2009; Fisher e al. 2023):

$$\begin{aligned} S_R^2(r) &= \frac{A^2 r}{l+s} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right] \\ S_R^3(r) &= -\frac{A^3 r}{l+s} \cdot \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{r}{l} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{l} \right)^3 \right] \\ S_R^5(r) &= -\frac{A^5 r}{l+s} \cdot \left[1 - \frac{5}{2} \left(\frac{r}{l} \right) + \frac{10}{3} \left(\frac{r}{l} \right)^2 - \frac{5}{2} \left(\frac{r}{l} \right)^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{r}{l} \right)^5 \right] \end{aligned} \quad [15.87e]$$

espressioni analitiche che descrivono le varie Funzioni di Struttura in funzione dell'ampiezza A

della rampa, della durata l della sua fase evolutiva e della durata del periodo di quiescenza s . Quindi, assumendo il modello concettuale che emerge in modo naturale dagli andamenti temporali di temperatura rilevati con un'elevata frequenza di campionamento, è possibile quantificare le caratteristiche geometriche della *rampa campione* attraverso le Funzioni di Struttura relative alla parte coerente del segnale, anche se il metodo operativo appare ancora piuttosto complesso. Per semplificarlo, si possono considerare *time lag* r molto inferiori al tempo di evoluzione della rampa l e ciò ci consente di *linearizzare* tutte le relazioni che descrivono le Funzioni di Struttura, ottenendo la semplice relazione generale valida per ogni Funzione di Struttura di ordine n :

$$S_R^n(r) = (-1)^n \frac{A^n r}{l + s} \quad [15.87f]$$

Questa relazione rappresenta il risultato fondamentale del lavoro di Van Atta ed anche, in parte, la sua debolezza intrinseca. Infatti, essa vale all'interno dell'Inertial Subrange e quindi risulta indispensabile per la sua applicazione che il *time lag* r sia effettivamente molto inferiore a $l+s$. In pratica, perché $r \ll \tau$, dove $\tau = l + s$, è sufficiente che $\tau > 5 \div 10r$. Sperimentalmente si è visto come le relazioni di Van Atta generali siano verificate dalle osservazioni sperimentali e come lo siano anche le loro versioni linearizzate quando si rispettano i vincoli per r (Antonia e al. 1982). Si sono visti anche i limiti di tali relazioni, legati all'assunzione iniziale della forma del segnale coerente di **Fig. 15.8** che hanno portato ad utili evoluzioni successive (Chen e al. 1997 *a* e *b*).

Considerando la (15.87f) e la seconda delle relazioni (15.87c) si giunge poi alla importante relazione seguente:

$$S_R^n(r) = (-1)^{n-1} A^{n-3} \cdot S^3 \quad [15.88a]$$

Combinando tra loro le relazioni linearizzate ottenute dalla teoria di Van Atta relative alle Funzioni di Struttura del secondo, terzo e quinto ordine, si ottiene alla fine la semplice equazione algebrica seguente in cui sono presenti le Funzioni di Struttura del secondo, terzo e quinto ordine del segnale di temperatura complessivo e non della sola parte coerente:

$$A^3 + pA + q = 0 \quad [15.88b]$$

in cui:

$$p = 10 \cdot S^2(r) - \frac{S^5(r)}{S^3(r)} \quad q = 10 \cdot S^3(r) \quad [15.88c]$$

oltre alla relazione:

$$\tau = l + s = -\frac{A^3 r}{S^3(r)} \quad [15.88d]$$

Il risultato ottenuto è davvero sorprendente: un'equazione cubica consente di ottenere come soluzione l'ampiezza A della rampa tipo di temperatura e un'equazione algebrica di primo grado permette poi di individuare la durata $l + s$ complessiva della rampa. Questo è nella sostanza il metodo di Van Atta che, però, richiede alcune considerazioni implementative.

Esercizio 15.4

Dimostriamo, ora, che effettivamente la (15.88b) è vera.

Dall'ultima delle relazioni (15.87c) si ha che la Funzione di Struttura del quinto ordine complessiva è pari a:

$$S^5 = 10S_T^2 \cdot S_R^3 + S_R^5$$

mentre dalla (15.88a) si ha che:

$$S_R^5 = A^2 S^3$$

$$S_T^2 = S^2 + S^3/A$$

Quindi:

$$S^5 = 10(S^2 + S^3/A) \cdot S_R^3 + A^2 S^3$$

che diventa:

$$A^3 + [10S^2 - S^5/S^3] \cdot A + 10S^3 = 0$$

Per completezza, va ricordato che Pau U e al. (2009) hanno ottenuto una relazione cubica molto simile alla (15.88a) senza linearizzare i termini presenti nelle (15.87e).

In primo luogo, va rilevato che l'impiego della (15.87c) è piuttosto critico perché questa relazione è molto sensibile al *rumore* presente nel segnale e ciò rappresenta un'intrinseca debolezza del metodo, *rumore* che, assieme alle caratteristiche dinamiche del sensore che si utilizza per la misura della temperatura, possono condizionare pesantemente le stime prodotte dall'intero metodo (Shapland e al., 2014). Inoltre, la relazione (15.88b) è un'equazione algebrica di terzo grado e, in termini del tutto generali, ammetterebbe tre soluzioni. Ovviamente di esse una sola, quella reale, rappresenta fisicamente l'ampiezza A della rampa. Se si utilizza il Metodo di Cardano (Kelley e Higgins, 2018) la condizione per cui esiste una sola soluzione reale (e altre due soluzioni complesse e coniugate) è, come noto, la seguente:

$$R = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 > 0 \quad [15.88d]$$

cioè:

$$R = \frac{1}{27} \left(10 \cdot S^2(r) - \frac{S^5(r)}{S^3(r)} \right)^3 + \frac{1}{4} (10 \cdot S^3(r))^2 > 0 \quad [15.88e]$$

Se è soddisfatta questa disequazione, la soluzione cercata è:

$$A = \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{R}\right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{R}\right)^{1/3} \quad [15.88f]$$

French e al. (2012) suggeriscono di evitare la risoluzione analitica dell'equazione cubica che potrebbe essere ambigua, ma di ottenerne una soluzione reale per via iterativa impiegando il metodo numerico di Newton-Raphson.

Il metodo di Van Atta dipende inevitabilmente dal *time lag* r utilizzato nel calcolo delle tre Funzioni di Struttura. Molto si è scritto in proposito senza però giungere ad una conclusione definitiva. Dai lavori pubblicati risulta che il valore attorno a cui si colloca il valore ottimale di r è tra 0.25 e 0.5 secondi.

Il modello di Van Atta è suscettibile di molte estensioni differenti. Un'estensione è quella proposta da Shapland e al. (2012a e b) secondo cui una più realistica rappresentazione del segnale di temperatura sarebbe costituita dalla sovrapposizione di più tipi di rampe con scale differenti. Ovviamente tutto ciò comporta una complicazione notevole della trattazione ed è questa la ragione per cui non la si utilizza normalmente nelle applicazioni pratiche.

Il Metodo di Chen

Chen e al. (1997a e b) hanno proposto un più realistico modello di rampa che è schematizzato nella **Fig. 15.9**. La rampa, in questo caso, sale progressivamente e linearmente per un periodo L_r fino a raggiungere l'ampiezza A . A questo punto la temperatura ritorna al valore iniziale con una brusca discesa lineare (un *microfronte*) della durata L_f . In teoria ci dovrebbe essere un periodo di quiescenza, prima dell'inizio della rampa successiva, ma per ragioni di semplicità e per il fatto che il periodo di quiescenza è estremamente ridotto e non contribuisce al flusso turbolento di calore sensibile, in pratica lo si trascura. Usando questa nuova forma di segnale a rampe successive gli Autori hanno sviluppata un'analoga trattazione volta alla caratterizzazione quantitativa dei parametri della rampa tipo. La trattazione riportata nei riferimenti citati è piuttosto complessa, ma un numero rilevante di evidenze sperimentali la conferma pienamente. Il risultato finale ed operativo che ne scaturisce è sostanzialmente condensato nella relazione seguente:

$$\frac{A}{\tau^{1/3}} = -\gamma \left(\frac{S^3(r_m)}{r_m} \right)^{1/3} \quad [15.89a]$$

dove:

$$\tau = L_r + L_f \quad [15.89b]$$

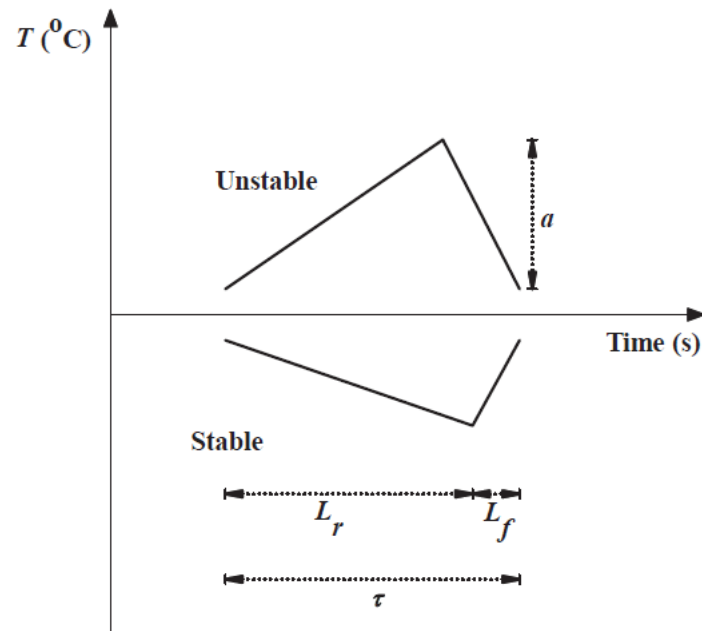


Fig. 15.9: modello di rampa con microfronte adottato da Mengistu e Savage. (2010).

Quindi, questa relazione fornisce il rapporto tra l'ampiezza A della rampa ed il periodo della stessa τ una volta nota la Funzione di Struttura del terzo ordine della temperatura, stimata in maniera campionaria utilizzando un *time lag* r_m , e la costante empirica γ . Questo *time lag* è quello in corrispondenza del quale il rapporto $-(S^3(r)/r)^{1/3}$ raggiunge il valore massimo. Operativamente, una volta data una serie storica discreta di temperature, in linea di principio sarebbe possibile calcolare per ogni possibile *time lag* il rapporto in questione ed individuare per quale *time lag* esso risulta massimo. Estese osservazioni sperimentali hanno evidenziato però come nel *SL* l'ordine di grandezza del *time lag* r_m sia di circa 1 secondo, come ben si vede nella Fig. 15.10 e ciò semplifica notevolmente l'implementazione del metodo. Anche al parametro empirico γ è stata riservata molta attenzione e si è visto come il suo valore possa essere posto pari a circa 1.1.

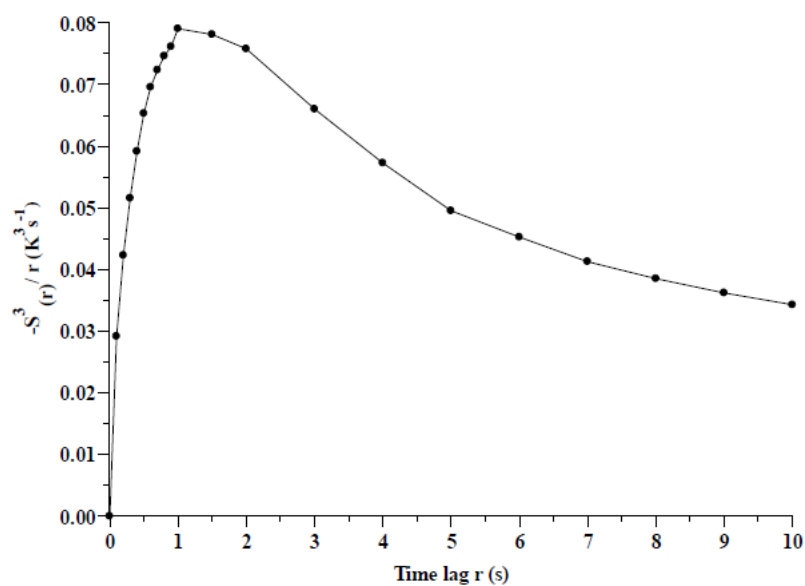


Fig. 15.10: andamento con il time lag del rapporto $-S^3(r)/r$ (Mengistu, 2008)

Anche se questo metodo non consente immediatamente di ottenere separatamente l'ampiezza A della rampa e la sua durata τ , comunque presenta il pregio indiscusso di richiedere solo la conoscenza della Funzione di Struttura del terzo ordine della temperatura. Come vedremo, in certi casi ciò può bastare. Il fatto che non siano richieste Funzioni di Struttura di ordine superiore rende questa stima meno prona agli errori di arrotondamento.

Da ultimo ci si può domandare se l'ampiezza A della rampa e la sua durata siano le stesse per il metodo di Van Atta e per il metodo di Chen. La risposta è negativa e, come evidenziato da Castellví (2013), vale la relazione seguente:

$$\frac{A_{VA}^2}{\tau_{VA}} \cong \frac{2 A_{Ch}^2}{3 \tau_{Ch}} \quad [15.90]$$

dove col pedice VA sono indicati A e τ ottenuti col metodo di Van Atta e col pedice Ch le rispettive grandezze ottenute col metodo di Chen.

Determinazione della stabilità atmosferica

Una considerazione interessante ed importante che si ottiene dall'analisi delle rampe di temperatura è che dalla relazione (15.87c), per il Modello di Van Atta, e dalla relazione (15.89a), per il modello di Chen, è che se si è in condizione convettive l'ampiezza della rampa A è positiva e quindi la Funzione di Struttura del terzo ordine è negativa, mentre nelle situazioni stabili è vero l'opposto. Quindi dalla sola analisi della Funzione di Struttura del terzo ordine è possibile ottenere l'informazione sulla stabilità che caratterizza la situazione analizzata. E ciò può essere un metodo operativo interessante con cui integrare le tecniche *Flux-Variance* e *Inertial Dissipation*.

15.7.2.2 La stima del flusso turbolento di calore sensibile

Consideriamo una particella *macroscopica* di aria (un volume finito, quindi) avente una base A ed un'altezza z . Per comodità (e senza perdere in generalità) ipotizziamo che z sia anche la quota rispetto al suolo a cui si è posto un termometro a risposta rapida che consente di rilevare l'andamento temporale della temperatura. Durante la permanenza al suolo della particella, la sua temperatura varierà costantemente, aumentando se ci si trova in situazioni convettive. Un'ipotesi avvalorata anche dagli andamenti temporali di temperatura registrati è che la temperatura T della particella aumenta in maniera sostanzialmente lineare e quindi dT/dt rappresenta correttamente questo processo di riscaldamento. Un semplice bilancio energetico Lagrangiano (Paw U e Brunet, 1991) asserisce che nell'unità di tempo il calore trasferito alla particella è pari al calore ad essa fornito dal suolo, quindi:

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = H_0 A \quad [15.91a]$$

dove V è il volume della particella e H_0 è il flusso turbolento di calore sensibile. Perciò:

$$H_0 = z \cdot \rho C_p \frac{dT}{dt} \quad [15.91b]$$

Mediando su tutte le particelle coinvolte nel processo di rinnovamento e quindi mediando la relazione precedente si dovrebbe ottenere proprio il flusso turbolento di calore sensibile. Il problema nell'utilizzo della (15.91b) è proprio la presenza della derivata sostanziale dT/dt . Questa è una grandezza Lagrangiana che non può essere misurata da un termometro fisso posto alla quota z . Nelle **Figg. 15.4** e **15.5** sono stati mostrati gli andamenti Euleriani di temperatura misurati presso il suolo e da essi è possibile ottenere, almeno in linea di principio, la variazione Euleriana nel tempo della temperatura che, per definizione, è legata alla derivata Lagrangiana dalla relazione:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{dt} - U \frac{\partial T}{\partial x} - V \frac{\partial T}{\partial y} - W \frac{\partial T}{\partial z} \quad [15.91c]$$

dove U , V e W sono il valor medio delle tre componenti Euleriane del moto. Quindi $\partial T/\partial t$ registrata dal termometro alla quota z differisce dal tasso di variazione Lagrangiano della temperatura della particella. Tuttavia, Paw U e al. (1995), Katul e al. (1996b) e Castellvi e al. (2008) hanno mostrato che, se si filtra il segnale Euleriano originario dalle irregolarità ad alta frequenza, il gradiente termico che si deduce dal segnale filtrato è un'ottima approssimazione di dT/dt .

Un modo interessante di ragionare e per certi versi alternativo lo offre Snyder e al. (1996). Il concetto essenziale è che il flusso di calore sensibile è sostanzialmente un evento istantaneo che ha luogo ogni volta che una particella giunge al suolo (evento di *sweep*) o se ne allontana (evento di *eject*). La variazione di calore ΔC di un volume V di aria che va dal suolo alla quota di misura acquisita da una superficie S dipende dalle caratteristiche della rampa termica registrata ed è espresso come:

$$\Delta C = \rho C_p \frac{A}{l} V \quad [15.92a]$$

Ipotizzando un trasferimento istantaneo di calore durante l'evento, il flusso di calore è pari a:

$$H_0 = \frac{\Delta C}{S} \quad [15.92b]$$

Se z è la quota di misura, allora $z = V/S$ e se si tiene conto nel bilancio energetico anche del periodo di quiescenza, si giunge alla fine alla relazione seguente:

$$H_0 = \rho C_p \frac{A}{l+s} \cdot z \quad [15.92c]$$

Confrontando tra loro le relazioni (15.91a) e (15.92c) vediamo come:

$$\frac{dT}{dt} \cong \frac{A}{l+s} \quad [15.92d]$$

Dal punto di vista teorico, la relazione (15.92c) è una grossolana semplificazione della realtà visto che si basa su ipotesi piuttosto restrittive:

- la particella d'aria viene dall'alto con un volume che copre tutte le sorgenti (in sostanza z non può essere inferiore all'altezza della *canopy* vegetale);
- durante tutto il periodo in cui è a contatto col suolo e in cui ha luogo il trasferimento di calore (o delle altre grandezze passive), la particella non perde nulla verso l'alto;
- la diffusione turbolenta domina il rimescolamento nella particella e, come risultato, essa è uniformemente rimescolata con conseguente assenza di diffusione molecolare.

Nella realtà è difficile che ciò accada e, per tener conto del fatto che le ipotesi precedenti non sono rigorosamente verificate, si è introdotto nella relazione (15.92c) un *coefficiente di calibrazione* α (a questo punto sostanzialmente empirico) per cui:

$$H_0 = \alpha \cdot \rho C_p \frac{A}{l+s} \cdot z \quad [15.92e]$$

Molto lavoro sperimentale è stato fatto per conoscere meglio il parametro α e in Spano e al. (1996), Castellvi (2004) e Mengistu e Savage (2010) se ne dà una sintesi esaustiva. Ciò che si è visto è che α dipende dalla quota di misura z , dalla struttura della *canopy* vegetale (se presente) e dalla stabilità atmosferica. In pratica tale parametro rappresenta una misura della capacità della turbolenza di rimescolare lo scalare nella particella. Inoltre, in α si possono includere anche altri elementi caratteristici della struttura sperimentale impiegata nella misura della temperatura (in particolare le caratteristiche dinamiche del termometro) e le modalità con cui si individuano le rampe. Comunque α dovrebbe tendere a 1 lontano dalla *canopy* vegetale.

15.7.3 LE TEORIE COMBinate

L'interesse suscitato dal *Metodo Surface Renewal* nella sua forma base sta nel fatto che esso utilizza esclusivamente un sensore di temperatura a risposta rapida (per esempio una termocoppia di diametro $25 \div 75 \mu\text{m}$) per stimare il flusso turbolento di calore sensibile H_0 , sia in modulo che in segno. Una volta noto H_0 e con una misura (o con una stima) di flusso di calore nel suolo G_0 e di Radiazione Netta R_N , è possibile ottenere per differenza, impiegando il Bilancio Energetico Superficiale, il flusso turbolento di calore latente H_E e quindi l'evapotraspirazione. Visti i costi decisamente bassi richiesti dai sensori coinvolti, questa tecnica è sicuramente promettente per sorvegliare estese coltivazioni in modo da poterne determinare le necessità idriche e per prevenire problemi alle colture. Il vero punto debole del metodo, però, è costituito proprio dalla presenza nella relazione (15.92e) del coefficiente α che è noto variare in funzione di molti fattori diversi. Operativamente si può aggirare questo problema con un'opportuna calibrazione. In sostanza è altamente probabile che una stazione *Surface Renewal* (SR) tipica, costituita sostanzialmente da un termometro veloce e da un sistema di acquisizione robusto e programmabile e completata da una misura d'area di R_N e di G_0 , sia uno degli elementi di una più vasta rete di monitoraggio che, tra l'altro, può comprendere anche una stazione di misura EC standard che costituirà la *stazione master*. La stazione SR sarà quindi una delle *stazioni slave* della rete e potrà usufruire di alcune delle informazioni prodotte dalla rete stessa (R_N , per esempio). Disponendo di un sistema EC mobile, è sempre concettualmente possibile collocarlo nei pressi di una stazione SR per un periodo significativo di misura, raccogliendo tutto ciò che le due stazioni producono. Confrontando tra loro le stime contemporanee di H_0 prodotte dalla stazione EC di taratura e la stazione SR in taratura, è possibile stimare il parametro incognito α almeno in prima approssimazione. In questo modo si può tener conto in maniera pragmatica dell'influenza indotta su α dalle caratteristiche del sensore e dalla sua collocazione rispetto al suolo (per esempio la sua quota di misura) e, se si determina il valore di α nelle varie situazioni di stabilità atmosferica (per esempio quantificate da R_N), si potrà tener conto, sempre in maniera pragmatica, anche dell'influenza della stabilità su α . Il metodo non è perfetto né elegante, ma operativamente accettabile.

Se questo modo di procedere è pragmatico ed operativamente impiegato molto di frequente, lascia comunque aperta la possibilità di mettere a punto metodi *Surface Renewal* di tipo avanzato che, almeno in linea di principio, non richiedono una taratura. Tutti questi metodi, però, hanno una caratteristica in comune: non è più sufficiente un sensore di temperatura a risposta rapida per determinare H_0 , ma è necessario avere a disposizione altre informazioni. In generale la principale informazione aggiuntiva è la *friction velocity* u^* che, però, può essere dedotta in vari modi da una misura più o meno convenzionale della velocità del vento. L'anemometro ultrasonico biassiale, che spesso restituisce anche la temperatura sonica, è un ottimo candidato allo scopo.

Nel seguito vengono presentati alcuni tra i metodi avanzati di SR proposti in Letteratura. Anche se spesso sono stati impiegati sia quando la misura veniva realizzata sopra la vegetazione presente e nel SL, che quando la misura era effettuata nel *Roughness Sublayer*, cioè in quello strato d'aria prossimo al suolo che comprende la *canopy* vegetale, qui di seguito si forniranno elementi ipotizzando sempre che la quota di misura z stia nel SL e che sia presente uno *zero-plane displacement height* d a rappresentare globalmente la presenza della *canopy* vegetale.

15.7.3.1 Il metodo di Chen

I lavori di Chen e al. (1997 *a* e *b*), oltre ad introdurre, come si è visto al paragrafo precedente, un nuovo modello concettuale con cui descrivere l'andamento coerente a rampe dei segnali di temperatura, hanno proposto anche un nuovo modello di *Surface Renewal* per la stima di H_0 che, alla fine, evita la presenza del fattore di calibrazione.

Il punto di partenza sta nel fatto che il Modello di Chen è in grado, impiegando la sola Funzione di Struttura del terzo ordine stimata in maniera campionaria con un dato *time lag* r_m , di ottenere un particolare rapporto tra l'ampiezza della rampa A e la sua durata τ . Di questo e del significato di r_m si è discusso al paragrafo precedente cui si rimanda per i dettagli. La complessa

teoria sviluppata, per cui si rimanda a Chen e al. (1997b), porta alla fine ad individuare la relazione seguente:

$$H_0 = -\alpha\beta^{2/3}\gamma \cdot \rho C_p \left[\frac{S^3(r_m)}{r_m} \right]^{1/3} u_*^{2/3} \frac{z}{(z-d)^{2/3}} \quad [15.93]$$

che consentirebbe di ottenere la stima del flusso turbolento di calore sensibile H_0 se fossero noti i valori dei tre parametri α , β , γ , il *displacement height* d (che ipotizziamo noto) e la *friction velocity* u_* . Del parametro γ già abbiamo discusso. Gli Autori comunque hanno dimostrato che il parametro $\alpha\beta^{2/3}\gamma$ varia molto poco nelle situazioni pratiche e con buona approssimazione può essere posto pari a 0.4. Questa osservazione fa sì che il metodo di Chen non dipenda di fatto da fattori di calibrazione di difficile determinazione.

La presenza di u_* nella relazione per la stima di H_0 , comunque, richiede che oltre al sensore di temperatura a risposta rapida (da cui si ottiene la Funzione di Struttura del terzo ordine e r_m), operi nella stazione *SR* anche un altro sensore. Tra le varie soluzioni possibili, la più immediata e diffusa è costituita dalla disponibilità della misura della velocità media del vento U , anch'essa rilevata entro il *SL*. In questo caso il sistema costituito dalla relazione precedente e dalla relazione della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov per il profilo verticale della velocità media del vento costituisce la chiave per ottenere iterativamente sia u_* che H_0 e, a questo punto, tutti i parametri caratteristici della turbolenza del *SL*. A differenza del metodo *Flux-Variance*, in questo caso il segno della Funzione di Struttura del terzo ordine della temperatura consente di selezionare senza ambiguità la Funzione di Similarità $\Psi_m(z/L)$ appropriata alle condizioni di stabilità in cui si opera. Ovviamente sono possibili anche altri sistemi per ottenere la *friction velocity*, soprattutto se si dispone di un anemometro ultrasonico biassiale.

15.7.3.2 Il metodo combinato con la Similarità

L'insieme di lavori prodotti da Castellví e al. (2002, 2006, 2008, 2014, 2016) e da Castellví (2004) hanno affrontato in maniera sistematica la dipendenza del parametro α dalla stabilità atmosferica ed hanno prodotto un modello operativo affidabile per la stima di H_0 e degli altri parametri del *SL* una volta disponibili sia la misura veloce di temperatura che ulteriori informazioni adatte all'impiego delle Relazioni della Similarità di Monin-Obukhov. Questi lavori fanno ampio uso dei risultati ottenuti da Fitzmaurice e al. (2004) e si basano su una complessa teoria per i cui dettagli si rimanda ai riferimenti citati e soprattutto a Castellví (2004).

Le strutture a rampa osservate sperimentalmente nell'andamento temporale della temperatura e di una generica sostanza scalare passiva sono il risultato macroscopico del trasporto locale e del conseguente gradiente dello scalare stesso. In pratica, una volta che una particella di aria scende all'interfaccia aria-suolo (o alla *canopy* vegetale) e inizia a riscaldarsi o a raffreddarsi, la sua temperatura evidenzia ciò con un lento andamento a rampa il cui valore massimo definisce l'ampiezza di A della rampa. Se sottraiamo il valore di base di temperatura che riteniamo rappresentativo della quota a cui si trovava la particella (visibile nel periodo di quiescenza), allora l'ampiezza A della rampa sarà direttamente proporzionale alla differenza media di temperatura tra quella caratteristica della quota da cui proviene la particella e quella caratteristica della quota dove si vengono a trovare le sorgenti ed i pozzi. Seguendo questa logica, il parametro αz rappresenta l'effettiva dimensione del vortice delle particelle di aria rinnovate con frequenza τ . Quindi nel *SL* è logico ritenere che valga la relazione seguente:

$$\frac{A}{\alpha z} \propto \frac{\partial T}{\partial z} = \beta \frac{A}{z-d} \quad [15.94a]$$

dove β è un parametro da determinare. Comunque, se riteniamo che una chiusura al primo ordine (una chiusura K) sia in grado di rappresentare nel *SL* lo scambio di calore tra l'interfaccia aria-suolo e l'aria sovrastante, allora bisogna che:

$$H_0 = \rho C_p \cdot K_h \cdot \beta \frac{A}{z-d} \quad [15.94b]$$

Tuttavia, come abbiamo visto al Cap. 7, la Teoria della Similarità di Monin-Obukhov è in grado con ottima approssimazione di rappresentare tutto ciò in maniera completamente algebrica, giungendo alla relazione:

$$K_h = k u_* \frac{z-d}{\Phi_h(\zeta)} \quad [15.94c]$$

dove con $\Phi_h(\cdot)$ si è indicata la Funzione Universale di Similarità per il gradiente della temperatura potenziale media e con ζ il rapporto di stabilità $(z-d)/L$. Combinando il tutto, alla fine si giunge ad una nuova relazione che esprime il flusso turbolento di calore sensibile, non molto lontana dalla relazione che riassume il metodo *SR* di base:

$$H_0 = \rho C_p \cdot k \beta \cdot \frac{A u_*}{\Phi_h(\zeta)} \quad [15.94d]$$

Essa dipende dall'ampiezza della rampa ma non da τ che è più difficile da determinare. Sperimentalmente il parametro combinato $k\beta \approx 0.1-0.15$ e quindi non costituisce un problema, mentre la presenza nella relazione di u_* richiede informazioni aggiuntive. In particolare, se si dispone della misura alla stessa quota (o ad una quota diversa, ma sempre nel *SL*) della velocità media del vento U , allora, utilizzando anche la relazione del *MOST* per il profilo verticale della velocità media del vento è possibile mettere a punto un metodo iterativo con cui stimare contemporaneamente, sia nelle situazioni convettive che in quelle stabili, u_* e H_0 . E questo è il primo modo con cui si impiega in maniera combinata il metodo *SR* (che in questo caso si limita alla stima dell'ampiezza A della rampa tipo di temperatura) e la Teoria della similarità di Monin-Obukhov.

Il lavoro di Castellví (2004) si è posto, poi, un altro obiettivo interessante: quello di chiarire il significato del parametro β e di individuarne la dipendenza, seppur debole, dalla stabilità atmosferica e per fare ciò sono stati impiegati estesamente i concetti di *fractional analysis*. Senza entrare nei dettagli, è stato possibile giungere ad una semplice relazione algebrica che esprime β in funzione della quota di misura z , della *friction velocity* u_* e della stabilità ζ così espressa:

$$\beta = \sqrt{\frac{(z-d)}{k\pi} \cdot \frac{\Phi_h(\zeta)}{\tau \cdot u_*}} \quad [15.95]$$

dove k è la costante di von Karman. Il fatto che la quota di misura z stia entro una radice quadrata fa sì che la dipendenza di β da z sia poco rilevante. Infatti, β tende a restare circa costante con la quota e ad un valore prossimo a 0.25 nelle condizioni convettive, mentre può variare considerevolmente nelle condizioni stabili, come ben si vede nella **Fig. 15.11**.

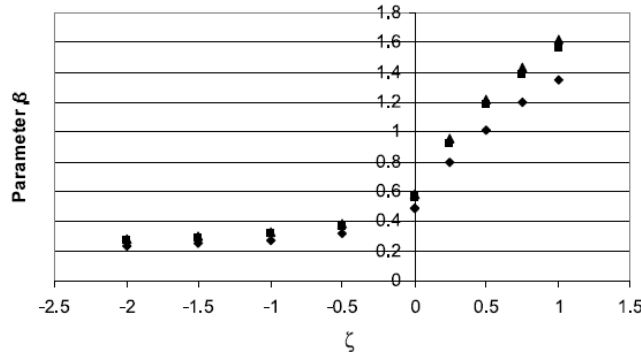


Fig. 15.11: dipendenza del parametro β dalla stabilità (Castellví, 2004)

È immediato notare la somiglianza formale tra le (15.92e) e (15.94b). Considerando anche la (15.95) alla fine si giunge alla relazione:

$$\alpha = \sqrt{\frac{k(z-d)}{\pi} \frac{u_*}{z^2} \tau \cdot \frac{u_*}{\Phi_h(\zeta)}} \quad [15.96]$$

È chiaro quindi perché il parametro α vari con la quota e con la stabilità che caratterizza il *SL*. Dalle relazioni sviluppate e da ulteriori considerazioni (per cui si rimanda al riferimento citato), alla fine con un po' di fatica si può ottenere una nuova relazione per H_0 così espressa:

$$H_0 = \rho C_p \cdot \sqrt{\frac{k \cdot (z-d)}{\pi}} \cdot \frac{A}{\tau^{1/2}} \cdot \sqrt{\frac{u_*}{\Phi_h(\zeta)}} \quad [15.97a]$$

Questa equazione è valida quando si è in condizioni omogenee e stazionarie per periodi di mediazione dell'ordine dell'ora, ma presenta un buon comportamento anche quando si considerano superfici eterogenee (Castellví e al, 2006). Anche in questo caso, per la determinazione di H_0 oltre ad un segnale di temperatura ad elevata frequenza, indispensabile per determinare A e τ , è necessaria anche la conoscenza della velocità media del vento U da cui, mediante le solite Relazioni di Similarità, si ottiene u_* iterativamente. In alternativa, dovrà essere utilizzato per la stima di u_* un altro metodo indiretto come il *Metodo Flux Variance* o il *Metodo Inertial Dissipation* se si ha a disposizione un anemometro ultrasonico biassiale.

Fin qui non si è molto utilizzato il modello di rampa di Chen. La sua introduzione consente di eliminare dalla relazione precedente la scomoda dipendenza diretta dalla durata della rampa τ e porta alla relazione seguente:

$$H_0 = \rho C_p \left(\frac{g}{T}\right)^{1/5} \frac{[k \cdot (z-d)]^{4/5}}{\pi^{3/5}} \cdot \left(-\gamma^3 \frac{S^3(r_m)}{r_m}\right)^{3/5} \frac{1}{A^{3/5}} \cdot \left(\frac{1}{-\zeta \cdot \Phi_h^3(\zeta)}\right)^{1/5} \quad [15.97b]$$

Per concludere, è opportuno citare anche il lavoro di Castellví e Snyder (2009) in cui si combinano in maniera appropriata i concetti propri del metodo *Surface Renewal* con alcune particolari versioni del metodo *Inertial Dissipation*. Al termine di questa analisi risulterebbe possibile esprimere il parametro α presente nella relazione base *SR* in funzione solo dell'ampiezza della rampa e della deviazione standard della temperatura secondo la semplice relazione seguente:

$$\alpha \cong \frac{1.66}{\pi} \cdot \frac{z-d}{z} \cdot \frac{A}{\sigma_T} \quad [15.97c]$$

Come si nota, a questo punto basterebbe solo il segnale della temperatura per conoscere H_0 . Questa conclusione è molto interessante ed elegante e consente di ritornare alla formulazione di base del *Metodo Surface Renewal*, tuttavia, prima di adottare questo metodo, bisogna verificarne maggiormente la validità ed i limiti.

15.8 METODI APPLICABILI A MISURE SODAR

La relativamente scarsa diffusione dei sistemi *remote-sensing* non ha consentito per il momento la standardizzazione di metodi di stima dei parametri del *PBL* basati sulle misure da essi prodotte. Nonostante ciò, qui di seguito vengono presentati sinteticamente alcuni metodi che o sono stati impiegati nell'elaborazione dei dati prodotti dal SODAR o verosimilmente lo potrebbero essere.

15.8.1 IL METODO DI WEILL

Nel lavoro di Weill e al. (1980) è stato proposto un metodo per l'elaborazione dei dati di σ_w prodotti da un SODAR durante le *situazioni convettive*. Il punto di partenza è costituito dalla considerazione che, in condizioni stazionarie, l'equazione di bilancio dell'energia cinetica turbolenta

ad una generica quota z (questa volta entro il *PBL*) può essere approssimata come:

$$\sigma_w^2 \cong A \left\{ z \left[-\overline{u'w'} \frac{du}{dz} + \delta \frac{g}{T} \overline{w'\theta'} \right] \right\}^{2/3} \quad [15.98a]$$

dove A e δ sono delle costanti. In un *PBL* altamente convettivo, la produzione di turbolenza meccanica può essere considerata trascurabile, per cui la relazione (15.98a) può essere semplificata nel modo seguente:

$$\sigma_w^2 \cong 1.4 \left[z \frac{g}{T} \overline{w'\theta'} \right]^{2/3} \quad [15.98b]$$

Questa relazione può essere *manipolata* algebricamente in modo da ottenere un legame tra il profilo verticale del flusso turbolento di calore sensibile locale ($\overline{w'\theta'}$ alla quota generica z) e la variabile σ_w^3/z , riducendosi alla relazione:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} \cong 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'} \quad [15.98c]$$

Si consideri ora l'equazione fluidodinamica relativa alla temperatura potenziale media entro il *PBL*. Se si trascura la subsidenza ed il calore latente, se si assume un'omogeneità orizzontale e se si ricorda che nello strato rimescolato la temperatura potenziale media presenta un gradiente verticale praticamente nullo, tale equazione si riduce a:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z} \quad [15.98d]$$

Il significato di questa equazione è che, ad un generico istante, la variazione con la quota del flusso turbolento di calore sensibile è una costante e quindi *il suo profilo verticale è lineare*. Pertanto, se al posto della generica espressione per il flusso di calore sensibile locale si sostituisce una relazione lineare che parte dal valore assunto al suolo e si riduce con la quota, si otterrà:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{h'} \right) \quad [15.98e]$$

dove $\overline{w'\theta'}_0$ è il flusso di calore sensibile al suolo e h' è la quota a cui lo stesso si annulla. È stato dimostrato (Andrè e al., 1978) che σ_w^2 presenta un massimo a $z = 0.3h_2$, dove h_2 è la sommità dello strato di *entrainment* e che tra h' e h_2 vale la relazione $h' = 0.7h_2$. In pratica h' è molto prossima, ma in generale superiore, alla sommità del *ML*. Ritornando alla (15.98e), si ha che:

$$\frac{\sigma_w^3}{z} = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 - 1.67 \cdot \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \frac{z}{h'} \quad [15.98f]$$

Posto:

$$a = 1.67 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 \quad b = -1.6 \frac{g}{T} \cdot \frac{1}{h'} \overline{w'\theta'}_0 \quad [15.98g]$$

la relazione (15.98f) si trasforma in una relazione lineare tra σ_w^3/z e z . Disponendo di misure *SODAR* di σ_w a varie quote, è possibile determinare i coefficienti a e b mediante l'applicazione del Metodo dei Minimi Quadrati, ottenendo quindi le grandezze incognite $\overline{w'\theta'}_0$ ed h' . Dalla prima grandezza è immediato il calcolo di H_0 , dato da $H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'}_0$, mentre dalla seconda è possibile una stima della sommità dello strato di *entrainment* h_2 .

Va sottolineato che il metodo si applica solo in condizioni convettive e nel fare il *best fitting* dei dati *SODAR* conviene trascurare le prime quote (quelle più vicine al suolo) per eliminare indesiderati effetti dovuti alla turbolenza meccanica. Questo metodo ha potenzialità estremamente limitate dato che può essere applicato solo in situazioni convettive e che è in grado di stimare il solo flusso di calore sensibile al suolo.

15.8.2 IL METODO DEI PROFILI DI SIMILARITÀ

Un modo differente di procedere si basa sulle relazioni di Similarità valide in tutto il PBL, sia in situazioni convettive che stabili. Tra le tante possibili, se si considera quella proposta da Weil (1990), data dall'equazione seguente:

$$\sigma_w^3 = u_*^3 \left(1.6 - \frac{z}{z_i}\right)^{3/2} + 1.2w_*^3 \frac{z}{z_i} \cdot \left(1 - 0.98 \frac{z}{z_i}\right)^{3/2} \quad [15.99a]$$

si vede come essa possa essere applicata sia in condizioni convettive che in condizioni stabili, dato che in queste ultime la velocità convettiva di scala risulta nulla. Si immagini di avere a disposizione il profilo verticale di σ_w prodotto da un SODAR nelle situazioni convettive e che tale profilo si estenda a quote non troppo elevate, per cui vale la relazione $z/z_i \ll 1$. In questo caso, sviluppando in serie di Taylor le potenze presenti nella relazione precedente, si ottiene:

$$\sigma_w^3 = 2.02 \cdot u_*^3 - 1.9 \frac{u_*}{z_i} z + 1.2 \frac{g}{T} \overline{w'\theta'}_0 z - 1.76 \frac{\overline{w'\theta'}_0}{z_i} z^2 \quad [15.99b]$$

Quando il profilo di σ_w si estenda fino a quote per cui non è più verificata la condizione $z/z_i \ll 1$, u_* e H_0 possono essere determinati direttamente dalla (15.99a) con un *fitting non lineare* (Bard, 1974). Il metodo quindi risulterebbe completo, nel senso che sarebbe effettivamente in grado di stimare entrambi i parametri descritti della turbolenza del SL ed in più potrebbe fornire anche una stima dell'altezza del PBL z_i .

Nelle situazioni stabili, w_* risulta nulla e la (15.99a) si riduce alla forma seguente:

$$\sigma_w^3 = u_*^3 \left(1.6 - \frac{z}{z_i}\right)^{3/2} \quad [15.99c]$$

cioè:

$$\sigma_w^2 = 1.6u_*^2 - \frac{u_*^2}{z_i} z \quad [15.99d]$$

Da questa relazione lineare in z , mediante dei Minimi Quadrati lineari è semplice stimare u_* e z_i . In questo caso, però, il metodo non risulta completo, visto che non è in grado di stimare H_0 . Va comunque ricordato che il SODAR produce anche il profilo verticale della velocità media del vento. Con l'aiuto della Relazione di Similarità relativa al profilo verticale del vento medio e scegliendo per la funzione di Similarità Ψ_m la forma funzionale:

$$\Psi_M = -5 z/L \quad [15.99e]$$

si otterrà, dopo alcuni passaggi algebrici, la relazione seguente:

$$ku(z)/u_* = \ln(z) - \ln(z_0) + \frac{5}{L} z \quad [15.99f]$$

Noto u_* e posto $y = ku(z)/u_* - \ln(z)$ e $x = z$, la (15.99f) è una relazione lineare in z che, col metodo dei Minimi Quadrati lineari, consente di determinare L e z_0 . È immediata poi la stima di H_0 .

15.9 STIMA DEI PARAMETRI DI RUGOSITÀ

Come sappiamo, le Relazioni della Teoria della Similarità di Monin-Obukhov valide nel SL che definiscono il profilo verticale della velocità media del vento u , della temperatura potenziale media θ e della concentrazione media di un generico scalare q , sono le seguenti:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \left\{ \ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right) - \Psi_M\left(\frac{z-d}{L}\right) \right\} \quad [15.100a]$$

$$\theta(z) = \theta(z_{oh}) + \frac{T_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z-d}{z_{oh}} \right) - \Psi_H \left(\frac{z-d}{L} \right) \right\} \quad [15.100b]$$

$$q(z) = q(z_{0q}) + \frac{q_*}{k} \left\{ \ln \left(\frac{z-d}{z_{0q}} \right) - \Psi_q \left(\frac{z-d}{L} \right) \right\} \quad [15.100c]$$

in cui z_{0m} , z_{0h} e z_{0q} sono le *lunghezze di rugosità* rispettivamente per lo scambio di quantità di moto, di calore e di variabile scalare e d è la *zero-plane displacement height*. Di tali parametri, che globalmente possiamo indicare col termine *parametri di rugosità superficiale*, già si è trattato estesamente ed il problema che ci si pone ora è la loro determinazione sperimentale.

Per prima cosa, presenteremo i metodi per la stima delle varie lunghezze di rugosità e solo successivamente ci occuperemo del parametro d . Consideriamo infatti, la semplice identità:

$$\ln \left(\frac{z-d}{z_{0m}} \right) = \ln \left(\frac{z}{z_{0m}} \cdot \left(1 - \frac{d}{z} \right) \right) = \ln \left(\frac{z}{z_{0m}} \right) + \ln \left(1 - \frac{d}{z} \right) \quad [15.101a]$$

e la seguente espansione in serie (Abramowitz e Stegun, 1970):

$$\ln(1+x) = x - 1/2x^2 + 1/3x^3 - \dots \quad [15.101b]$$

Quando la copertura vegetale (principale responsabile della presenza di d), è sufficiente bassa rispetto alla quota di misura z , il secondo termine logaritmico della (12.101a) può essere approssimato dalla (12.101b) arrestata al primo termine, giungendo quindi alla relazione approssimata:

$$\ln \left(\frac{z-d}{z_{0m}} \right) \cong \ln \left(\frac{z}{z_{0m}} \right) \quad [15.101c]$$

Se il d/z è abbastanza piccolo (che è poi la condizione per la validità della relazione precedente), in prima approssimazione d potrà essere trascurato nelle varie Relazioni di Similarità.

15.9.1 STIMA DELLA LUNGHEZZA DI RUGOSITÀ PER LA QUANTITÀ DI MOTO

Per la stima di z_{0m} sono stati proposti diversi metodi operativi a seconda delle misure disponibili. In particolare, distingueremo tra quei metodi che richiedono misure ad una sola quota e metodi basati su misure a varie quote (tutte comunque entro il SL). Se un tempo i metodi più impiegati erano quelli a più livelli di misura, attualmente sono di gran lunga preferiti i metodi basati su misure ottenute ad una sola quota.

15.9.1.1 Metodi ad un livello di misura

Il Metodo US-EPA

Come primo caso, ipotizziamo di disporre alla quota z della sola misura della velocità media del vento u e della relativa deviazione standard σ_u . Ovviamente sarà necessario che l'anemometro impiegato garantisca proprietà dinamiche tali da consentire la determinazione di σ_u con un accettabile grado di errore. Se, inoltre, consideriamo solo situazioni *circa adiabatiche* (in pratica in US-EPA (1987) si consiglia di considerare tali solo situazioni in cui la velocità media del vento sia superiore a $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$), vale la Relazione di Similarità di Monin-Obukhov:

$$\sigma_u/u_* = 2.5 \quad [15.102a]$$

Ottenendo u_* dalla relazione precedente, inserendola nella (15.100a), trascurando d e ricordando che Ψ_M è nullo nelle condizioni adiabatiche, si ottiene:

$$\frac{\sigma_u}{u} = \frac{1}{\ln(z/z_{0m})} \quad [15.102b]$$

cioè:

$$z_{0m} = \frac{z}{\exp[u/\sigma_u]} \quad [15.102c]$$

Come detto, la rugosità superficiale z_{0m} , misurata in una postazione di misura, è rappresentativa di quanto hanno incontrato sopravvento le masse d'aria in movimento. Quindi è possibile e normale che tale parametro *vari con la direzione di provenienza del vento*. Questa considerazione rende quindi necessario realizzare una stima di rugosità mediante la (15.102c) per ogni direzione di provenienza del vento considerata. Sperimentalmente si nota che, se considerassimo un generico numero N di misure, tutte relative alla medesima direzione di provenienza del vento, dalla (15.102c) otterremmo in generale N valori differenti di z_{0m} a causa degli inevitabili errori di misura. Sarà quindi indispensabile attribuire ad ogni singola direzione di provenienza del vento un valore caratteristico di z_{0m} , che potrà essere o il *valor medio* delle stime realizzate o, meglio, la loro *mediana*. Ovviamente, non si potranno considerare veramente tutte le possibili direzioni di provenienza del vento, quindi sarà necessario suddividere l'intero orizzonte attorno al punto di misura in *settori di provenienza del vento*. Tale scelta può essere la più varia possibile e dovrà essere adeguata alle caratteristiche morfologiche del territorio. Nel caso di un territorio piano e regolare, una scelta opportuna potrà essere per esempio quella di suddividere l'intero orizzonte in un numero (generalmente 8 o 16) di settori angolari regolari centrati sulle direzioni cardinali. Queste considerazioni sono del tutto generali (e non legate al metodo di stima che stiamo considerando) e quindi saranno valide per tutti i metodi di determinazione dei parametri di rugosità che esporremo qui di seguito. Tenendo conto di ciò, l'applicazione pratica di questo metodo dovrebbe consistere nei passi seguenti:

- si definisca un numero di settori di provenienza del vento (8 o 16 normalmente sono sufficienti);
- si raccolgano dati (il valore della velocità media del vento u e della relativa deviazione standard σ_u) per un periodo sufficientemente lungo da avere un adeguato numero di misure in ognuno dei settori di provenienza del vento considerati (ovviamente solo nelle situazioni ritenute circa adiabatiche);
- si applichi la (15.102c) per ogni coppia misurata di (u, σ_u) ;
- si considerino ora tutte le stime di z_{0m} ottenute in un dato settore (e tali stime, normalmente presenteranno una variazione notevole, dovuta agli inevitabili errori di misura ed alla non completa stazionarietà del SL); il valore medio (o meglio la mediana) dei valori stimati sarà la lunghezza di rugosità caratteristica del settore considerato. Si ripeta questa procedura per tutti i settori ottenendone i valori caratteristici di rugosità.

Il Metodo Eddy-Covariance

Se invece di un anemometro tradizionale, disponessimo alla quota z di un anemometro ultrasonico triassiale in grado, mediante la tecnica *Eddy-Covariance*, di stimare non solo u , ma anche u^* , H_0 e z/L , allora (Sozzi e al., 1998) è possibile impiegare direttamente la relazione (15.100a) senza preoccuparsi troppo delle condizioni di stabilità. Infatti da tale relazione si ha che:

$$z_{0m} = \frac{z}{\frac{ku}{u_*} + \Psi_M\left(\frac{z}{L}\right)} \quad [15.103]$$

Ovviamente è necessario che il parametro d sia trascurabile, cosa che si può ritenere vera quando non sia presente in prossimità del punto di misura vegetazione ad elevato sviluppo verticale o ostacoli particolarmente sviluppati in verticale. In pratica, si opererà come indicato in precedenza, con la sola differenza che invece di considerare solo le situazioni adiabatiche, in questo caso si potranno considerare, almeno in teoria, tutte le situazioni misurate. In pratica è conveniente considerare solo quelle situazioni con velocità del vento superiore a $2\div 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, in modo da evitare di

considerare casi con $|z/L|$ troppo elevato (o troppo convettivi o troppo stabili) per i quali la correzione $\Psi_M(z/L)$ risulta eccessivamente elevata.

Anche in questo caso si dovranno ripartire tutte le stime realizzate nei vari settori di provenienza del vento e per ciascuno di essi si determinerà il valore caratteristico della lunghezza di rugosità come valore medio (o mediana) delle stime realizzate per ciascun settore angolare.

15.9.1.2 Metodi a più livelli di misura

Sempre quando è possibile ignorare il parametro d (per esempio quando si sta considerando un terreno piatto e privo di ostacoli) e quando è disponibile la misura della velocità del vento ad N quote di misura z_i e non si dispone di una stima di z/L (cioè quando si usano solo anemometri di tipo tradizionale), è possibile comunque una determinazione di z_{0m} , purché tutte le quote di misura stiano nel SL . Infatti, in condizioni prossime all'adiabaticità (in pratica, situazioni con velocità del vento a 10 metri superiore a $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) si ha che per una generica quota z_k vale la relazione:

$$u_k = \frac{u_*}{k} \ln(z_k) - \frac{u_*}{k} \ln(z_{0m}) \quad [15.104a]$$

cioè una *relazione lineare* tra u_k e $\ln(z_k)$ del tipo $u_k = a_0 + a_1 \ln(z_k)$. Considerando le coppie $(u_k, \ln(z_k))$ per tutte le N quote di misura, l'applicazione del Metodo dei Minimi Quadrati Lineari consente di determinare il valore dei coefficienti a_0 ed a_1 della retta di regressione, legati a u_* e z_{0m} dalle relazioni:

$$a_0 = -u_*/k \cdot \ln(z_{0m}) \quad a_1 = u_*/k \quad [15.104b]$$

da cui si ottiene:

$$z_{0m} = \exp[-a_0/a_1] \quad [15.104c]$$

La procedura da applicare in pratica dovrebbe consistere nei passi seguenti:

- si definisca un numero di settori di provenienza del vento (8 o 16 sono normalmente sufficienti);
- si misuri per un periodo, sufficientemente lungo da avere un adeguato numero di profili corrispondenti ad ognuno dei settori di provenienza del vento considerati (ovviamente solo nelle situazioni ritenute circa adiabatiche);
- utilizzando le relazioni (15.104a- c) ed il Metodo dei Minimi Quadrati lineari si ottenga un valore di z_{0m} per ogni profilo misurato;
- si considerino ora tutte le stime di z_{0m} ottenute in un dato settore (e tali stime, normalmente presenteranno una variazione notevole, dovuta agli inevitabili errori di misura ed alla non completa stazionarietà del SL); il valore medio (o meglio la mediana) dei valori stimati sarà la lunghezza di rugosità caratteristica del settore considerato. Si ripeta questa procedura per tutti i settori ottenendone i valori caratteristici di rugosità.

Per eliminare la restrizione derivante dal considerare solo profili in situazioni circa adiabatiche, è indispensabile poter disporre di una misura di temperatura T (cosa non difficile) e di una misura (o di una stima affidabile) di H_0 , per esempio collocando nei pressi del palo in cui si misura il profilo un anemometro sonico mono-assiale oppure impiegando allo scopo il Metodo del Bilancio Energetico Superficiale se si dispone della misura di R_N e di una stima di G_0 . In generale, è indispensabile avere una stima anche grossolana di uno dei parametri che caratterizza la turbolenza convettiva. Se si dispone di ciò, è possibile applicare una *procedura iterativa* che ora descriviamo dettagliatamente. Si consideri una generica situazione (convettiva o stabile che sia) e si ipotizzi di conoscere i valori della velocità media del vento u_i alle N quote z_i . Si proceda allora nel modo seguente:

Passo 0: dalla conoscenza di H_0 si determini $\overline{w'\theta'} = H_0/\rho C_p$.

Passo 1: inizialmente si trascuri il fatto che la situazione non sia adiabatica e si consideri valida la (15.104a). Col Metodo dei Minimi Quadrati si determinino per il profilo considerato i due parametri a_0 ed a_1 della retta di regressione. Da a_1 si ottiene il valore di primo tentativo per u_* , $u_* = k a_1$. Il valore di primo tentativo per $1/L$ sarà quindi dato da:

$$1/L = -\frac{kg}{T} \cdot \frac{\overline{w'\theta'}}{u_*^3} \quad [15.105a]$$

Passo 2: dalla (15.104a) applicata ad ogni quota di misura z_i si ha che:

$$ku_i = u_* \left(\ln(z_i) - \Psi_M\left(\frac{z_i}{L}\right) \right) - u_* \ln(z_{0m}) \quad [15.105b]$$

Come si vede, se poniamo $y_i = ku_i$ e $x_i = \ln(z_i) - \Psi_M(z/L)$, la relazione precedente risulta ancora una volta una relazione lineare del tipo $y_i = a_0 + a_1 x_i$ e, disponendo di N coppie (x_i, y_i) , il Metodo dei Minimi Quadrati consente il calcolo di a_0 ed a_1 . Si ottiene quindi un nuovo valore per u_* (dato che $u_* = a_1$) ed un nuovo valore di $1/L$.

Passo 3: si ripeta il Passo 2 con il nuovo valore di $1/L$ e si iteri questa procedura finché u_* non si stabilizza attorno ad un valore di equilibrio. A questo punto sono noti gli ultimi valori determinati per a_0 ed a_1 . Il valore di z_{0m} cercato risulta quindi dato da:

$$z_{0m} = \exp[-a_0/a_1] \quad [15.105c]$$

Con questa procedura iterativa è stata attenuata una stima di z_{0m} per un dato profilo. Anche in questo caso è opportuno scegliere situazioni caratterizzate da una velocità del vento a 10 metri superiore a $2 \div 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Una volta ottenuto un numero sufficientemente elevato di stime di z_{0m} corrispondenti ai differenti settori di provenienza del vento, il valore di rugosità caratteristico per ciascun settore lo si otterrà calcolando il valore medio (o meglio la mediana) di tutte le stime relative a ciascun settore.

Questi metodi di stima di z_{0m} basati su misure della velocità media del vento a più livelli non sono gli unici possibili. Ricordando quanto è stato esposto per il Metodo dei Profili (punto 15.4.2), è sicuramente possibile, anche se laborioso, impostare un metodo di ottimizzazione non lineare con cui ottenere iterativamente z_{0m} assieme a u_* e H_0 . Inoltre il Metodo Variazionale è un ottimo strumento operativo per ottenere in un colpo solo stime robuste di u_* , H_0 e z_{0m} da misure di profilo della velocità media del vento e della temperatura media e dal Bilancio Energetico Superficiale, anche se a prezzo di notevoli complicazioni analitiche.

15.9.3 STIMA DELLA LUNGHEZZA DI RUGOSITÀ PER IL CALORE E PER UNA VARIABILE SCALARE

Come sappiamo, z_{0h} risulta sempre differente da z_{0m} ed in particolare sempre inferiore. La sua determinazione non è semplice, anche se spesso necessaria, e non esistono metodi standard per la sua stima. Quello che ne rende difficile la determinazione sperimentale con l'impiego diretto della (15.100b) è la necessità di conoscere la temperatura θ_0 all'interfaccia suolo-aria. La sua misura diretta è estremamente complessa e spesso ciò che più facilmente si può determinare è la *temperatura radiativa* T_s^R (praticamente coincide con θ_s^R) che si può ottenere da una misura della radiazione infrarossa emessa e riflessa dal suolo. Se, per semplicità, si trascura l'infrarosso riflesso dal suolo, nota la radiazione infrarossa terrestre I^{up} , per la relazione di Stefan-Boltzmann si ha:

$$\theta_s^R = \left(\frac{I^{up}}{\varepsilon \sigma_B} \right)^{1/4} \quad [15.106]$$

dove ε è l'emissività della superficie e σ_B è la costante di Stefan-Boltzmann. In sostanza, se θ_0 e θ_s^R coincidessero si avrebbe che:

$$z_{0h} = \frac{z}{\exp \left[\frac{ku_*(\theta_0 - \theta_z)}{w'\theta'} + \psi_h \left(\frac{z}{L} \right) \right]} \quad [15.107]$$

Quindi, disponendo di misure ottenute con un anemometro ultrasonico triassiale in varie condizioni (stabili e convettive), saremmo in grado di ottenere altrettante stime di z_{0h} che potrebbero essere ripartite nei vari settori di provenienza del vento e per ciascuno di essi se ne potrebbe determinare il valore caratteristico coincidente o col valor medio delle stime elementari o come la relativa mediana. Questa tecnica, come vedremo subito dopo, non è completamente corretta, ma fornisce pur sempre una buona stima di z_{0h} . Purtroppo le temperature θ_0 e θ_s^R normalmente non coincidono dato che la temperatura radiativa si è visto essere funzione di molti fattori differenti quali l'ammontare della vegetazione presente sul suolo, la struttura geometrica della *canopy vegetale*, l'angolo con cui il radiometro vede la superficie terrestre, l'elevazione solare. Nel lavoro di Stewart e al. (1994) è stato trattato il problema.

Per quanto riguarda la lunghezza di rugosità per un generico scalare, non si sa molto. Normalmente si ipotizza che tale lunghezza di rugosità sia identica a z_{0h} .

15.9.4 DETERMINAZIONE DEL ZERO-PLANE DISPLACEMENT HEIGHT

Il parametro d (*zero-plane-displacement height*) è veramente di difficile determinazione. Il modo più comodo ed approssimato, quando si ha a che fare con una vegetazione di altezza uniforme h_v , è di porre, come già detto, $d = 2/3 h_v$. Determinazioni più precise, fondate su misure realizzate prevalentemente all'interno della *canopy* vegetale, sono state proposte da Lo (1990, 1995) e da Zoumakis (1993) a cui si rimanda per i dettagli. Di maggior interesse pratico è la possibilità di determinare d da misure realizzate al di sopra della *canopy*. Va comunque posta molta attenzione alle quote di misura, che devono stare entro il *SL* ma ben al di sopra della *canopy* stessa per non risentire delle perturbazioni da essa indotte nei profili.

Un primo metodo è quello proposto in Stull (1989) secondo cui, se si dispone dalla misura della velocità del vento a 3 quote differenti, il valore di d si ottiene dalla risoluzione della seguente equazione in forma implicita:

$$\frac{u_2 - u_1}{u_3 - u_1} \ln \left(\frac{z_3 - d}{z_1 - d} \right) = \ln \left(\frac{z_2 - d}{z_1 - d} \right) \quad [15.108a]$$

All'apparenza questo metodo sembra di semplice applicazione, anche se richiede un notevole sforzo sperimentale. Tuttavia, perché possa realmente produrre una stima di d , è necessario che la misura delle velocità venga fatta con una precisione veramente molto elevata, soprattutto se le quote di misura sono relativamente vicine. Naturalmente, il valore di d così ottenuto è uno dei possibili valori dello *zero-plane displacement height* relativi alla direzione da cui spira il vento medio. Applicando lo stesso metodo ad altri eventi sempre caratterizzati dalla medesima direzione di provenienza del vento si otterranno valori diversi e, dalla media (o meglio dalla mediana) dei valori ottenuti, alla fine è possibile quantificare per quella direzione di provenienza del vento un valore caratteristico di d e la sua incertezza intrinseca data dalla deviazione standard dei valori ottenuti. Ripetendo il tutto con misure relative alle altre direzioni di provenienza del vento, si otterrà una quantificazione della distribuzione orizzontale del parametro di rugosità d .

Un metodo applicabile quando si è in condizioni prossime all'adiabaticità e quando si dispone di un palo meteorologico su cui sono disposti N ($N \geq 3$) anemometri sfrutta con maggiore immediatezza la relazione di profilo (15.100a). In effetti, in condizioni circa adiabatiche, la relazione di profilo si riduce a:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z - d}{z_{0m}} \right) \quad [15.108b]$$

Ipotizziamo, o direttamente o indirettamente, di conoscere a priori la *friction velocity* u_* . Tale relazione può essere riscritta come:

$$\frac{k \cdot u(z)}{u_*} = \ln\left(\frac{z-d}{z_{0m}}\right) \quad [15.108c]$$

cioè:

$$\exp\left[\frac{k \cdot u(z)}{u_*}\right] = \left(\frac{z}{z_{0m}}\right) - \left(\frac{d}{z_{0m}}\right) \quad [15.108d]$$

ottenendo una relazione lineare del tipo:

$$y = a + b \cdot x \quad [15.108e]$$

dove:

$$y = \exp\left[\frac{k \cdot u(z)}{u_*}\right] \quad [15.108f]$$

$$a = -d/z_{0m} \quad b = 1/z_{0m}$$

Se sono disponibili N misure u_k alle quote z_k ($k = 1, \dots, N$), col Metodo dei Minimi Quadrati si ottengono i coefficienti di regressione a e b e quindi:

$$z_{0m} = \frac{1}{b} \quad d = -\frac{a}{b} \quad [15.108g]$$

Avendo a disposizione numerosi profili circa adiabatici u_k , ciascuno caratterizzato da un proprio valore di *friction velocity*, che coprono le diverse direzioni di provenienza del vento, con questo metodo si otterrà la distribuzione spaziale attorno al palo di misura sia della lunghezza di rugosità z_{0m} che dello *zero-plane displacement height* d .

Rotach (1994 a e b) ha proposto, invece, l'utilizzo della Relazione di Similarità per la deviazione standard della temperatura potenziale σ_T misurata ad un solo livello, che non dipende né da z_{0m} né da z_{0h} , ma solo dal parametro d . Infatti, ricordando quanto detto al Cap. 8, si ha che:

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = -a_T \left(b_T - \frac{z-d}{L}\right)^{-1/3} \quad [15.109a]$$

Come sappiamo, il comportamento di questa relazione di Similarità è piuttosto critico nelle situazioni prossime all'adiabaticità, perdendo ogni criticità nelle situazioni convettive, soprattutto quelle prossime alla *free-convection* che si hanno quando $|(z-d)/L| > 0.1$. In queste situazioni, la relazione di Similarità precedente assume la semplice forma:

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = a_T \left(\frac{z-d}{L}\right)^{-1/3} \quad [15.109b]$$

da cui si ottiene una relazione che consente la stima del parametro d :

$$(z-d) = \frac{\overline{w'\theta'}^2}{D \cdot \sigma_T^3} \quad [15.109c]$$

nella quale:

$$D = \frac{kg}{\overline{T} \cdot a_T^3} \quad [15.109d]$$

Il coefficiente numerico a_T assume un valore prossimo a 0.95. Operativamente, disponendo di misure prodotte da un anemometro ultrasonico triassiale, risultano disponibili sia la deviazione standard della temperatura σ_T che la covarianza $\overline{w'\theta'}$ e da esse è possibile ottenere tante stime del parametro d quante sono le serie storiche orarie di dati sonici disponibili in situazioni prossime alla *free-convection*. Esse, come consueto, verranno ripartite secondo la direzione di provenienza del vento e per ciascun settore angolare sarà possibile ottenere un valore caratteristico del parametro d costituito o dal valor medio delle stime elementari o dalla loro mediana.

De Bruin e Verhoef (1997) hanno proposto un metodo analogo, basato però sulla deviazione standard della componente verticale del moto, anch'esso applicabile in situazioni prossime alla *free-convection*. Il metodo parte dalla constatazione che nelle situazioni convettive:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = a_w \left(1 - b_w \frac{z-d}{L} \right)^{1/3} \quad [15.110a]$$

che si riduce alla forma seguente nelle situazioni prossime alla *free-convection*:

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = a_w \left(-b_w \frac{z-d}{L} \right)^{1/3} \quad [15.110b]$$

L'unica incognita in questa equazione è proprio il parametro d che può essere ottenuto come:

$$(z-d) = \frac{\sigma_w^3}{D \cdot w'\theta'} \quad [15.110c]$$

dove:

$$D = a_w^3 \frac{kgb_w}{\overline{T}} \quad [15.110d]$$

Questi due metodi sono molto simili e si basano su misure disponibili in una stazione *EC*. Essi sono sostanzialmente alternativi, anche se, come evidenziato da Zhang e Park (1999), la stima di d realizzata col metodo di Rotach (1994a) risulta meno affetta dagli errori di misura.

Un metodo interessante, che richiede misure ad un solo livello tipiche di una stazione *EC*, è quello proposto da Martano (2000). In realtà, come sarà più chiaro nel seguito, questo metodo è in grado di ottenere contemporaneamente sia la stima di z_{0m} che quella di d . La strumentazione richiesta in questo caso è costituita da un apparato in grado di determinare non solo la velocità media u e la direzione del vento, ma anche u_* , H_0 e l/L (la scelta più naturale è quindi costituita da un anemometro sonico). Rimandando al riferimento citato per chi fosse interessato a conoscerne i dettagli, il metodo, che a prima vista può sembrare complicato e che richiede sicuramente un programma di calcolo per essere utilizzato, si articola operativamente nei passi seguenti:

Passo 0: si esegua una campagna sperimentale e si raggruppino le misure realizzate secondo i settori di provenienza del vento che si intende considerare;

Passo 1: si considerino le N misure raccolte relativamente ad un generico settore di provenienza del vento: ogni misura i sarà costituita da (u_i, u_{*i}, L_i) . Se si pone:

$$S(d) = \frac{ku}{u_*} + \Psi_M \left(\frac{z-d}{L} \right) \quad [15.111a]$$

$$p(z_{0m}, d) = \ln \left(\frac{z-d}{z_{0m}} \right) \quad [15.111b]$$

la relazione (15.100a) sarebbe equivalente a:

$$S(d) = p(z_{0m}, d) \quad [15.111c]$$

se nella relazione fossero introdotti i valori reali di z_{0m} e d . Nel caso in cui non sia così, la (15.111c) sarà una disuguaglianza e quindi:

$$S(d) - p(z_{0m}, d) = \delta \neq 0 \quad [15.111d]$$

Immaginiamo ora di assumere un valore per il parametro d (non necessariamente il valore ottimale). In tal caso potremo definire:

$$\bar{S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_M \left(\frac{z-d}{L_i} \right) \right] \quad [15.111e]$$

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left[\frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_M \left(\frac{z-d}{L_i} \right) \right] - \bar{S} \right\}^2 \quad [15.111f]$$

Quindi, ad ogni scelta del valore numerico d , corrisponderà un ben preciso valore di σ_S^2 . Senza entrare nei dettagli della derivazione (per cui si rimanda al riferimento citato), il valore di d in corrispondenza del quale si ha il valore minimo per σ_S^2 è il valore di *zero-plane displacement height* cercato. In pratica, senza bisogno di impiegare sofisticate *routines* di minimizzazione, basta individuare alcuni (per esempio 100 o più) valori di d entro un opportuno intervallo di variazione (per esempio l'intervallo $0 \div z$), calcolare σ_S^2 con le (15.111e-f): il valore di d cercato è quello per cui σ_S^2 assume il minimo valore.

Passo 3: noto il valore ottimale di d , il valore ottimale di z_{0m} per il settore di provenienza considerato si ottiene dalla relazione seguente:

$$z_{0m} = \frac{z-d}{\exp \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{ku_i}{u_{*i}} + \Psi_M \left(\frac{z-d}{L_i} \right) \right\} \right]^2} \quad [15.112]$$

Passo 4: si ripetano i Passi 2 e 3 per tutti i settori di provenienza del vento considerati.

15.10 STIMA DEL FLUSSO DI CALORE AL SUOLO

15.10.1 CONSIDERAZIONI INIZIALI

Del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo G_0 già si è trattato al punto 6.8, dove sono stati presentati anche i più celebri metodi di parametrizzazione, e qui, prima di discutere il problema della sua stima, conviene riassumere e completare gli elementi essenziali del problema.

La superficie terrestre è l'elemento di separazione tra l'atmosfera ed il suolo sottostante. Tale superficie spesso è irregolare e su di essa si vengono a trovare sia elementi vegetali (come prati, foreste, coltivazioni), sia oggetti di origine umana (come manufatti vari, costruzioni e città). Per poter comunque studiare la sua funzione nella dinamica atmosferica è conveniente, per prima cosa, effettuarne una drastica semplificazione logica ipotizzando che la superficie terrestre possa essere vista come una superficie geometrica piana che separa la parte bassa della Troposfera dal suolo sottostante, l'interfaccia aria-suolo. Questa schematizzazione è decisamente drastica ma è utile per descrivere l'essenza della fisica che ha luogo alla superficie terrestre.

L'interfaccia aria-suolo ha il ruolo essenziale di essere la sede degli scambi radiativi ed energetici che governano la dinamica delle masse d'aria (Garratt, 1992). Qui giunge infatti la radiazione solare ad onda corta di provenienza solare; parte di essa viene riflessa dalla superficie terrestre e dagli elementi presenti sopra di essa (albedo) e rinviata all'atmosfera, determinando una disponibilità di energia radiativa ad onda corta che si somma al bilancio tra la radiazione infrarossa in arrivo dall'atmosfera stessa e la radiazione infrarossa emessa dalla superficie terrestre. Il risultato finale è che all'interfaccia aria-suolo è disponibile dell'energia, la radiazione netta R_N , che proprio in corrispondenza dell'interfaccia aria-suolo viene ripartita in almeno tre componenti come indicato nel bilancio energetico (*EBS – Energy Budget at Earth's Surface*) seguente:

$$R_N - G_0 = H_0 + H_E \quad [15.113]$$

Questo bilancio asserisce che una parte della disponibilità energetica R_N viene destinata a trasferire calore all'interno del suolo (G_0), un'altra parte è destinata ad alimentare i moti turbolenti del PBL (H_0) e un'ultima parte si dedica ad evaporare l'acqua presente alla superficie terrestre (H_E). La presenza all'interfaccia aria-suolo di una copertura vegetale o di altri elementi di origine umana (costruzioni, città, ecc.) può introdurre, come già detto al Capitolo 9, altri termini nel

membro di destra del bilancio energetico, ma il loro peso spesso può essere ritenuto trascurabile. Nel seguito trascureremo la presenza di questi possibili termini aggiuntivi nel bilancio energetico superficiale e di fatto tratteremo quello che viene definito *suolo nudo* (*bare soil*). Pur restringendo l'interesse al *bare soil*, risulta non immediato comprendere le ragioni che determinano una ben precisa ripartizione di R_N in G_0 , H_0 ed H_E . La risposta è che sono proprio le caratteristiche fisiche dell'interfaccia aria-suolo (la sua rugosità, la disponibilità di acqua alla superficie terrestre), dello strato di atmosfera a diretto contatto col suolo (la turbolenza) e del suolo stesso (le sue caratteristiche termiche come la conducibilità, la diffusività e la capacità termica) a determinare come effettivamente avviene questa ripartizione.

Molto è stato fatto per determinare nella maniera più accurata possibile alcuni termini del *EBS* (Liebethal e al., 2005). In (Oncley e al., 2007) sono riportati i risultati della campagna EBEX-2000 condotta per individuare le incertezze intrinseche alle varie componenti del *EBS* e per definire le eventuali correzioni da apportare alle misure prodotte direttamente dagli apparati sperimentali. Ciò che risulta da questi riferimenti e da un'abbondante Letteratura precedente è che, mentre tutte le componenti del bilancio radiativo possono essere misurate con un'adeguata accuratezza, la determinazione del flusso turbolento di calore sensibile e latente, normalmente ottenuti con il metodo *eddy-covariance*, ancora presenta lati oscuri legati al tempo di mediazione da adottare ed alle correzioni da apportare alle misure grezze (Lee e al., 2004, Aubinet et al., 2012). Tuttavia il termine del *EBS* con la maggior incertezza associata è ancora il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo che, in molte situazioni, rappresenta il termine predominante del *EBS*. Per esempio, Heusinkveld e al. (2004) hanno evidenziato come una delle probabili ragioni della non chiusura del *EBS* può essere associata proprio ad una non corretta determinazione (stima o misura) del termine G_0 .

Il flusso di calore nel suolo G_0 è il risultato evidente del fatto che tra la temperatura superficiale e quella degli strati profondi del suolo si viene a stabilire un gradiente termico che varia nel tempo soprattutto a causa della variabilità almeno giornaliera della temperatura superficiale stessa. La presenza di questo gradiente termico comporta un flusso di calore nel terreno (positivo o negativo a seconda del segno del gradiente termico) e ciò è ben descritto dalla legge di Fourier per la conduzione termica nei solidi. L'ammontare effettivo di tale flusso di calore è determinato da vari fattori come la temperatura superficiale del suolo, che presenta una marcata variazione temporale sia su scala stagionale che su scala giornaliera, e le caratteristiche termiche del suolo che dipendono dalla composizione chimica e fisica del suolo stesso.

La temperatura superficiale T_s in un dato punto della superficie terrestre e in un dato istante, detta anche *skin temperature*, è essenzialmente il risultato del bilancio energetico superficiale che, a sua volta, dipende dal bilancio radiativo superficiale, dai processi di scambio che l'atmosfera subisce nelle immediate vicinanze della superficie terrestre, dalla presenza di vegetazione (e dal tipo della stessa) e delle proprietà termiche del suolo. La sua misura diretta è estremamente difficile. In effetti, a causa degli elevati gradienti termici che si instaurano nello strato d'aria immediatamente prossimo al suolo (non sono insoliti gradienti termici nei primi millimetri di aria dell'ordine di $10\div 20\text{ K}\cdot\text{mm}^{-1}$), il collocare un termometro di dimensioni necessariamente finite in prossimità del suolo o a contatto con lo stesso risulta problematico, senza menzionare il fatto che la presenza di tale sensore potrebbe alterare profondamente le condizioni di misura e che lo strumento stesso, coinvolto nel bilancio radiativo superficiale, potrebbe rilevare una temperatura ben differente da T_s . Perciò, T_s è spesso determinata, anche se con notevoli incertezze, per estrapolazione dei profili di temperatura presenti nel suolo ed in atmosfera. Un altro modo per determinare T_s , forse migliore, è quello di stimarla sulla base dell'emissione infrarossa emessa dal suolo che deve ubbidire alla Legge di Stefan-Boltzmann, purché sia nota con sufficiente precisione l'emissività propria della superficie. Se l'emissività non è nota, questo metodo, che assume inevitabilmente un'emissività unitaria, fornirà una *temperatura superficiale apparente*, cioè una temperatura equivalente di corpo nero. È in questo modo che T_s o la temperatura apparente vengono monitorate dai satelliti meteorologici. Ciò che si vede costantemente nelle giornate serene e soleggiate, è che il valore massimo di T_s si ha 1 o 2 ore dopo che si è raggiunta la massima insolazione ed il valore minimo lo si raggiunge nelle prime ore del giorno.

In generale, la temperatura all'interno del suolo presenta gradienti termici verticali molto meno esasperati e, se il suolo e la sua copertura vegetale sono ragionevolmente omogenei orizzontalmente, i gradienti termici orizzontali possono essere considerati trascurabili. La temperatura del suolo segue le variazioni temporali tipiche di T_s ed in particolare la classica *onda termica giornaliera* (cioè la sua evoluzione circa sinusoidale quasi sincrona con l'insolazione), ma l'ampiezza dell'onda termica che la caratterizza diminuisce esponenzialmente con la profondità fino a diventare insignificante già a profondità dell'ordine del metro, dove la temperatura del suolo può essere ritenuta sostanzialmente costante nello spazio e nel tempo. Misurare la temperatura del terreno alle varie profondità non è un problema tecnico difficile, almeno dal punto di vista strumentale, visto che possono essere impiegati i normali termometri come le termocoppie, le termoresistenze ed i termistori. Dal punto di vista pratico alcune difficoltà esistono, visto che tali sensori devono essere inseriti nel terreno senza alterarlo significativamente. Alcune considerazioni pratiche in proposito possono essere trovate nel lavoro di Sauer e Holton, (2005).

Il flusso di calore ad una certa profondità è determinato, come detto, dal gradiente termico locale che si instaura nel terreno e dalle proprietà termiche dello stesso. In realtà misurare il flusso di calore G alla profondità z non è ad oggi un serio problema tecnico, vista la disponibilità di apparati di piccole dimensioni noti come piastre di flusso, di cui si è trattato al Punto 11.5. In sintesi, esse altro non sono che sottili dischi di materiale aventi caratteristiche termiche molto simili a quelle del terreno in cui è annegata una termopila, sostanzialmente come avviene nei piranometri per la misura della radiazione solare. La termopila misura quindi la differenza di temperatura tra la faccia superiore e la faccia inferiore del disco e, sulla base delle proprie caratteristiche termiche, trasforma questo gradiente termico in flusso di calore. Se la piastra è posta in orizzontale, il flusso termico misurato è quello verticale. Informazioni ulteriori e più dettagliate sull'argomento e sulle eventuali correzioni da apportare alle misure grezze prodotte dalla piastra di flusso vengono fornite da Sauer e Holton (2005). Se è relativamente semplice misurare G ad una profondità z , non è altrettanto semplice ed agevole misurare con una piastra di flusso il termine G_0 , cioè il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo, sostanzialmente per le stesse ragioni per cui è molto difficile misurare la temperatura superficiale T_s . Per questo sono state messe a punto metodologie indirette per la stima di G_0 di cui si tratterà nel seguito visto che, di fatto, G_0 risulta non misurabile.

Praticamente tutte le stime indirette di G_0 richiedono la conoscenza delle caratteristiche termiche del suolo che sono la densità di massa ρ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$), il calore specifico c_s ($\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$), la capacità termica pari al prodotto della densità e del calore specifico ($\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$), la conducibilità termica k ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) e la diffusività termica D ($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$).

Il suolo normalmente non si presenta come un corpo rigido ed omogeneo ma come un ammasso più o meno compatto di elementi granulari di varie dimensioni, quindi è di fatto un oggetto discontinuo che alterna particelle più o meno grandi di sostanze solide (minerali od organiche) a spazi vuoti e proprio in questo sta la difficoltà nel trattare il flusso di calore nel suolo. La principale caratteristica fisica di un suolo è costituita dalla sua *tessitura* (*soil texture*) che è la proprietà fisica del terreno che lo identifica in base alla composizione percentuale delle sue particelle solide distinte per classi granulometriche. Le frazioni granulometriche che vengono considerate sono, secondo la classificazione del Dipartimento dell'Agricoltura degli Stati Uniti (USDA), le seguenti (Stensrud, 2007):

- la frazione costituita da grani finissimi con diametro inferiore a $2\ \mu\text{m}$, denominata *argilla* (*Clay*),
- la frazione grossolana intermedia, denominata *limo* (*Silt*) caratterizzata da particelle con diametro compreso tra 2 e $50\ \mu\text{m}$,
- la frazione grossolana denominata *sabbia* (*Sand*) che rappresenta le particelle con diametro tra 50 e $2\ \text{mm}$.

I suoli che si incontrano naturalmente sono costituiti, dal punto di vista fisico, da una miscela di

sabbia, limo e argilla e spesso vengono classificati secondo uno schema tipico definito dalla USDA. In assenza di umidità nel terreno, gli interstizi tra un grano e l'altro sono riempiti dall'aria, tuttavia quando dell'acqua viene trasferita al suolo, essa si va a porre in questi interstizi in competizione con l'aria. Dato che l'acqua ha capacità termica superiore all'aria, all'aumentare dell'umidità presente negli spazi tra i granuli la capacità termica del suolo aumenta rispetto al valore caratteristico che avrebbe in condizioni secche. Similmente, anche la conducibilità termica aumenta con il contenuto di acqua nel suolo, mentre la diffusività termica prima aumenta con l'aumentare del contenuto d'acqua del suolo fino a giungere ad un valore costante dopo il quale la diffusività decresce. Come si vede, determinare o prevedere quantitativamente le caratteristiche termiche dei suoli non è impresa facile: è possibile determinare queste proprietà mediante analisi mirate (normalmente analisi da laboratorio) o mediante misure specifiche realizzate, per esempio col *needle probe* e il *heat pulse probe* (Hopmans e al., 2002, Batemi e al. e la bibliografia citata), generalmente tecniche costose, *time-consuming* e comunque laboriose, ma questa non è una condotta generalmente applicabile nell'esercizio di routine di una rete di misura automatica. Da qui la necessità di stimare indirettamente le proprietà termiche dei suoli a partire da misure di facile realizzazione, come la misura di temperatura ad una o più profondità (tutte comunque molto vicine alla superficie) e una o più misure di flusso verticale di calore realizzate con piastre di flusso poste orizzontalmente poco sotto la superficie.

Il trasferimento di calore tra la superficie ed il suolo sottostante può avvenire sia per conduzione che per convezione ed irraggiamento, ma ci sono evidenze tali da far ritenere che la trasmissione per conduzione sia la via privilegiata e preponderante di trasferimento termico, almeno nelle situazioni che si incontrano più frequentemente nella routine sperimentale. Non va però dimenticato come la presenza di acqua, sia alla superficie (direttamente o nelle strutture vegetali presenti) sia all'interno degli spazi intergranulari, determina un fluire costante di flusso di calore latente che viene poi rilasciato in atmosfera sotto forma di H_E . Ciò può complicare notevolmente lo studio dei trasferimenti termici nel suolo, anche se è dimostrato che trascurare in prima istanza ciò conduce comunque ad una descrizione ragionevolmente fedele dei processi termici nel terreno. Oltre a ciò, a priori non c'è ragione di ritenere che i flussi di calore nel terreno siano solo verticali, ma potrebbero ovviamente anche essere orizzontali, soprattutto quando il suolo in una data zona è profondamente disomogeneo in senso orizzontale. Per semplicità qui tratteremo situazioni in cui il terreno è ragionevolmente omogeneo in senso orizzontale e pertanto potremo considerare con sufficiente realismo che il flusso di calore nel terreno avvenga esclusivamente per conduzione ed in senso verticale.

Vista l'importanza che riveste G_0 nel bilancio energetico superficiale, risulta evidente la necessità di una sua stima accurata assieme a tutti le altre grandezze che descrivono la turbolenza del PBL come la *friction velocity*, il flusso turbolento di calore sensibile, il flusso turbolento di calore latente e l'estensione verticale del PBL. Pertanto, lo scopo che qui ci si pone è quello di individuare metodologie affidabili per la stima del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo (G_0) che possano essere impiegate operativamente *off-line* con frequenza giornaliera in una rete di monitoraggio micrometeorologico. Dato che normalmente è raro disporre di misure di contenuto di acqua nel suolo e nemmeno di una caratterizzazione fisicamente e chimicamente specifica, risulta quindi indispensabile che le metodologie individuate siano autonomamente in grado di stimare indirettamente le caratteristiche termiche del suolo.

15.10.2. LA SITUAZIONE SPERIMENTALE DI RIFERIMENTO

Condizionante nella scelta degli algoritmi per la stima delle proprietà termiche dei terreni e del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo G_0 è la disponibilità di misure nel terreno. Per questo, ipotizziamo una disponibilità strumentale tipica che potrebbe essere la seguente:

- quattro misure di temperatura, realizzate con termoresistenze, alle profondità di 2.5, 5.0, 10 e 50 cm. Queste termoresistenze, aventi un'accuratezza tipica dell'ordine di $\pm 0.08^\circ\text{C}$,

siano state inserite direttamente nel terreno con una modalità tale da minimizzare la perturbazione indotta nel terreno,

- una misura di flusso verticale di calore alla profondità di 5 cm realizzata con una piastra di flusso. Inevitabilmente, la presenza della piastra di flusso nel terreno induce nello stesso una convergenza/divergenza del flusso di calore e quindi la misura della piastra è affetta da un errore sistematico. Ciò deriva principalmente dalla differente conducibilità termica del materiale di cui è fatta la piastra k_m rispetto alla conducibilità termica del terreno k_s . Infatti (Schwerdfeger, 1976), il flusso di calore che attraversa verticalmente la piastra è pari a:

$$G_m = -k_m \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{piastra} \quad [15.114a]$$

mentre il flusso di calore che si avrebbe in assenza della piastra è pari a:

$$G_s = -k_s \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{soil} \quad [15.114b]$$

quindi:

$$\frac{G_m}{G_s} = \varepsilon \left(\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{piastra} / \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{soil} \right) \quad [15.114c]$$

dove $\varepsilon = k_m/k_s$. Philip (1961) ha mostrato che una relazione ragionevolmente accurata tra il flusso di calore nella piastra e quello nel terreno è la seguente:

$$\frac{G_m}{G_s} = \frac{\varepsilon}{1 + (\varepsilon - 1)H} \quad [15.114d]$$

dove H è una costante determinata dalla geometria della piastra. Per una geometria circolare con diametro d e spessore T , la costante H vale:

$$H = 1 - 1.92 \frac{T}{d} \quad [15.114e]$$

Questi sensori saranno normalmente parte della strumentazione presente in una tipica stazione micrometeorologica, in cui saranno presenti anche un anemometro ultrasonico triassiale, un sistema radiometrico per la misura della Radiazione Netta o meglio per la misura separata di tutte le componenti radiative (ad onda corta e ad onda lunga), un barometro, un termoigrometro ed un pluviometro. Le misure prodotte in continuo dai termometri posti nel suolo e dalla piastra di flusso saranno acquisite con una frequenza di campionamento non necessariamente elevata (per esempio a 0.1 Hz) e successivamente mediate con un tempo di mediazione pari a 30 minuti. La stazione di misura, come tutte quelle della rete micrometeorologica, ha il compito di monitorare in continuo le condizioni micrometeorologiche locali e quindi è dotata di un opportuno *SW* di acquisizione e di *Quality Control* totalmente automatizzato. Lo scopo principale che ci si prefigge è quello di individuare e di inserire in questo *SW* un algoritmo per la stima di G_0 *off-line* dopo aver acquisito le misure di un'intera giornata.

15.10.3. RICHIAMI TEORICI

Salvo situazioni particolari, i meccanismi di trasferimento di calore nel suolo sono, in ordine di importanza, la conduzione, la convezione e l'irraggiamento. In condizioni normali, la conduzione di calore prevale sugli altri due meccanismi. Inoltre, sempre in condizioni normali, la conduzione del calore nel suolo è prevalentemente unidirezionale, diretta nel senso della verticale. Pertanto, per modellizzare il flusso di calore attraverso il suolo possiamo adottare il normale schema di conduzione del calore in un mezzo solido semi infinito nella direzione verticale z ritenuta positiva verso il basso. Le equazioni generali che governano la distribuzione nello spazio e nel tempo della temperatura del suolo e del relativo flusso di calore, in una geometria in cui l'unica variabile spaziale è la profondità nel suolo z (positiva se crescente), sono ben note (Garratt, 1992 e

Schwerdtfeger, 1976) e qui per comodità verranno sinteticamente richiamate.

Partendo da queste considerazioni, la legge principale che regola il flusso di calore nel terreno è la Legge di Fourier unidirezionale per il trasferimento termico di calore in un mezzo solido, secondo cui, se in un mezzo continuo ad una certa profondità z si ha un gradiente termico locale non nullo, allora in quella posizione si instaurerà un flusso di calore proporzionale al gradiente termico stesso e di segno opposto a quello del gradiente. L'ammontare effettivo di flusso di calore non solo dipenderà dal gradiente, ma anche dalla *resistenza* che il mezzo continuo oppone al flusso di calore. In pratica la legge di Fourier nel caso monodimensionale qui considerato può essere così espressa:

$$G(z) = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad [15.115a]$$

dove T è la temperatura nel suolo e k è la conducibilità termica apparente del terreno, supposta costante avendo ipotizzato una omogeneità spaziale e temporale. La conducibilità k , cioè l'inverso della resistenza che il materiale oppone al passaggio di calore, viene detta apparente nel caso di trasferimenti termici nel suolo nel senso che deve essere vista come la somma della diffusività macroscopica legata alla conduzione del calore nel mezzo solido e di un ulteriore contributo che tiene conto del trasferimento del trasporto di calore latente dovuto a processi che non sono puramente conduttivi.

L'applicazione, poi, del principio di conservazione dell'energia in una geometria unidirezionale (trascurando quindi i flussi di calore non verticali) conduce facilmente (Arya 1988) alla relazione seguente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c T) = - \frac{\partial G}{\partial z} \quad [15.115b]$$

Combinando tra loro queste due leggi fondamentali, si giunge immediatamente alla relazione seguente che descrive compiutamente la distribuzione di temperatura nel tempo e nello spazio (in particolare nella direzione z visto che si trascurano i flussi orizzontali):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad [15.115c]$$

dove con D si è indicata la diffusività termica apparente del suolo che risulta pari a $D = k/\rho c$. Per come è stata scritta, questa equazione ammette che la diffusività termica apparente possa variare con z . Tuttavia, nei casi pratici che tratteremo questa variazione con z della diffusività può essere trascurata; pertanto la relazione precedente può essere riscritta come:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad [15.115d]$$

Visto che la diffusività termica presente nella relazione è costante, si è assunto per semplicità che il terreno sia spazialmente e temporalmente omogeneo.

Per completezza va rilevato che è possibile tener conto esplicitamente anche della convezione che accompagna la conduzione nel trasporto del calore nel suolo. In questo caso (Gao et al., 2003; Gao 2005) si giunge all'equazione seguente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + W \frac{\partial T}{\partial z} \quad [15.115e]$$

dove W la densità di flusso dell'acqua liquida.

Il problema posto è un ben noto problema di Fisica Matematica che ha portato a diverse soluzioni analitiche la principale delle quali è quella che si ottiene impiegando tecniche di sviluppo in Serie di Fourier. La complessità della soluzione che si ottiene dipende dal tipo di struttura analitica che presenta la temperatura T_s all'interfaccia aria-suolo (Carlaw e Jaeger, 1986). Al Punto 6.8 si è diffusamente trattato l'argomento e per le considerazioni che seguono conviene rivedere la teoria che vede T_s come composta da numerose armoniche con conseguente soluzione analitica di tipo armonico piuttosto complessa. Sempre nel Punto 6.8 sono state presentate altre

soluzioni meno tradizionali che non verranno qui considerate come base per la stima di G_0 .

15.10.4. METODI DI STIMA

Il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo è praticamente impossibile da misurare direttamente, soprattutto in condizioni di *routine* e ciò determina l'indisponibilità di un riferimento per valutare le *performances* di ogni algoritmo proposto allo scopo. La cosa è abituale nello studio dei metodi di stima del flusso G_0 e per questo è consuetudine prendere come metodo di riferimento quello che viene indicato come *Combination Method* basato sul fatto che il flusso G_0 , all'interfaccia aria-suolo, risulta pari alla somma algebrica del flusso G_z alla profondità z e di una opportuna correzione ΔG . Teniamo presente che in generale non saranno note direttamente le caratteristiche termiche del suolo, tra l'altro variabili nel tempo soprattutto per il contenuto d'acqua, e ciò complicherà molto le cose. Proprio per questo, iniziamo la presentazione dei metodi di stima di G_0 a partire da G_z , presentando quello che ad oggi viene ritenuto il *metodo di riferimento*, anche se in effetti esso non può essere applicato se non conoscendo perfettamente proprio le caratteristiche termiche del suolo, anche se spesso costituisce una parte dei metodi che verranno presentati e che non soffrono di queste limitazioni.

15.10.4.1 Il Metodo di Riferimento

Il punto di partenza teorico è la legge di conservazione dell'energia per un flusso di calore unidirezionale espressa dalla (15.115a) che, una volta integrata tra l'interfaccia aria-suolo ($z = 0$) ed una profondità generica z , diventa:

$$-\int_0^z \frac{\partial G}{\partial z} dz = G_0 - G_z = \int_0^z \left(\frac{\partial}{\partial t} \rho c T \right) dz \quad [15.116a]$$

cioè:

$$G_0 = G_z + \int_0^z \frac{\partial}{\partial t} (\rho c T) dz = G_z + \Delta G \quad [15.116b]$$

In pratica, noto il valore del flusso di calore G_z ad una profondità z , il campo spazio-temporale della temperatura e la capacità termica del suolo, si ottiene il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo, che non è direttamente misurabile. Questa relazione è la base del *Metodo Calorimetrico* (Fuchs, 1987) che dai vari Autori viene semplificato in vario modo per renderlo adatto alle applicazioni pratiche.

Ovviamente è ben rara una conoscenza dettagliata del campo spazio-temporale della temperatura del suolo e quindi il termine correttivo ΔG nelle situazioni pratiche non può essere calcolato analiticamente e viene generalmente semplificato sulla base delle misure disponibili. Molte sono le approssimazioni utilizzate in Letteratura. Evett et al. (2012) e Zuo et al. (2011) ipotizzano di suddividere lo strato di suolo tra la superficie e la profondità a cui è posta la piastra di flusso in N strati e per ogni strato j -esimo ipotizzano di conoscere l'andamento col tempo della temperatura media di strato ad istanti temporali discreti t_i e la capacità termica di ogni singolo strato $C_j = \rho_j c_j$. Il termine correttivo ΔG tra t_{i+1} e t_i risulta poi dato dalla relazione seguente che è l'approssimazione numerica dell'integrale presente nella (15.116b):

$$\Delta G = \frac{\sum_{j=1}^N (T_j^{i+1} - T_j^i) \cdot \Delta z_j C_j}{t_{i+1} - t_i} \quad [15.116c]$$

Dato che si tende a porre la piastra di flusso il più vicino possibile alla superficie per diminuire al massimo ΔG , risulta veramente difficile installare nello strato di terreno tra la piastra di flusso e la superficie più di una misura di temperatura. Per questo Nagar et al. (2002), Sauer e Holton (2005) e molti altri Autori semplificano drasticamente la (15.116c) ipotizzando di poter disporre solo di una misura di temperatura media dello strato, ottenendo la semplice relazione:

$$\Delta G = \delta z \cdot C \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad [15.116d]$$

dove δz è lo spessore di strato tra la piastra di flusso e la superficie, C è la capacità termica dello strato e ΔT è la differenza di temperatura media dello strato nell'intervallo di tempo Δt .

Il metodo sarebbe decisamente semplice se fossero note le caratteristiche termiche del suolo, cioè la diffusività termica apparente D e la conducibilità termica apparente k da cui si ottiene la stima della capacità termica $C = k/D$, cosa che di norma non è e proprio per questo diventano indispensabili i metodi proposti qui di seguito.

15.10.4.2 Il Metodo Armonico

Come detto, la stima del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo G_0 è praticamente impossibile da determinare strumentalmente. Normalmente lo si stima a partire da una combinazione di misure realizzate poco lontano dalla superficie del suolo, tipicamente misure dell'andamento nel tempo della temperatura a varie profondità e dell'andamento temporale delle misure di flusso ad una profondità la più ridotta possibile. In Sauer e Holton (2005) vengono presentati molti dettagli in merito sulla base di un'estesa bibliografia cui si rimanda. Delle varie categorie di algoritmi impiegati per la stima di G_0 , quella più impiegata si basa sull'analisi armonica del problema della diffusione del calore nel suolo. La maggior parte di essi (per esempio Lettau, 1971 e Holton e al. 1983), semplificano l'andamento diurno della *skin temperature* ipotizzando che essa possa essere ben rappresentata da una sola armonica, approssimazione ragionevolmente accurata in condizioni di cielo sereno. Partendo da questo presupposto, la soluzione analitica del problema della diffusione del calore nel suolo risulta decisamente semplice (come abbiamo visto al Punto 6.8.1) ed altrettanto semplice è individuare una relazione analitica, sempre di tipo armonico, che rappresenta la variazione col tempo di G_0 . L'ingrediente essenziale per poter operare è la determinazione della diffusività termica apparente del suolo che viene fatta utilizzando alcuni algoritmi tipici che prendono il nome di: *Amplitude algorithm*, *Phase algorithm*, *Arctangent algorithm*, *Logarithmic algorithm* (Gao et al., 2009 e bibliografia citata). Una volta nota la diffusività termica apparente, è semplice giungere alla stima della conducibilità termica apparente del suolo e ad una relazione, sempre di tipo armonico, che consente di stimare G_0 . L'impiego combinato di questi celebri algoritmi per il calcolo della diffusività termica apparente del suolo (che è il primo passo obbligato per la stima di G_0) ha evidenziato come essi, pur provenendo dalla medesima base teorica, producono risultati anche sensibilmente differenti perché ognuno di essi è soggetto a propri e differenti errori di *round-off*. Inoltre il loro utilizzo sistematico in campo ha anche evidenziato come il considerare una sola armonica sia una debolezza intrinseca che caratterizza tutti questi metodi.

Per superare il problema, la scelta naturale è stata quella di considerare l'andamento diurno della *skin-temperature* come una sovrapposizione di svariate armoniche (una serie di Fourier, insomma) per tener conto delle inevitabili e variabili coperture nuvolose. In Nerpin e Chudnovskii (1967) e Van Wijk et al. (1963) è presentato in generale il problema, mentre un esempio di applicazione reale in campo è riportato in Cautenet et al. (1986), Passerat de Silans et al. (1996) e Luce e Tarboton (2010). Tutti questi algoritmi, che potremmo chiamare armonici, impiegano la misura del flusso di calore ad una profondità z (molto prossima alla superficie terrestre) solo come elemento utile per la stima della conducibilità termica e non pervengono ad una relazione del tipo:

$$G_0 = G_z + \Delta G \quad [15.117]$$

che invece evidenzerebbe come nel tempo il termine correttivo ΔG varia in funzione del variare dell'onda di calore superficiale forzante e dell'inerzia termica del suolo. Inoltre, dato che essi partono dalla conoscenza dell'andamento su base giornaliera delle temperature e del flusso, è inevitabile che ipotizzino che le proprietà termiche del suolo non variano su base giornaliera. Inoltre, per loro natura, non possono sfruttare informazioni ridondanti, come per esempio misure a più di due profondità sia di temperatura che di flusso.

L'algoritmo di stima che ora consideriamo parte considerando un andamento della *skin-*

temperature descritto da una serie di Fourier costituita da numerose armoniche e dalla situazione sperimentale descritta in precedenza che presenta la disponibilità della misura di flusso di calore ad una profondità e della misura di temperatura a quattro profondità. L'algoritmo considererà tutte queste misure ad eccezione della misura di temperatura alla profondità di 50 cm dato che il suolo nella postazione sperimentale a quella profondità presenta in generale una *texture* molto diversa da quella presentata dal topsoil. Visto che si considera l'andamento giornaliero della *skin-temperature*, le caratteristiche termiche del suolo stimate non potranno che essere un valor medio giornaliero e questa è inevitabilmente una debolezza del metodo, debolezza comune a tutti gli altri algoritmi citati ed impiegati. Inoltre, il metodo proposto porterà ad una stima diretta del termine correttivo ΔG di cui si evidenzierà la variabilità giornaliera.

Stima della diffusività termica apparente del suolo

Ogni soluzione armonica parte dal presupposto che l'andamento temporale della temperatura superficiale è un segnale che si ipotizza periodico e scomponibile in Serie di Fourier. Avendo a disposizione misure di temperatura e di flusso a tempi discreti (nel nostro caso ogni semi-ora) è necessario da tali segnali discreti calcolare l'ampiezza delle varie armoniche. A tal proposito riassumiamo brevemente la metodologia da impiegare (Bendat e Piersol, 1986). Consideriamo, come detto, un segnale temporale $x(t)$ (che può essere o una temperatura o un flusso) di lunghezza finita T_p (nello specifico la temperatura ad una piccola profondità nel suolo relativamente ad un giorno; in questo caso $T_p = 24$ ore). Ipotizziamo, poi, che la nostra conoscenza del segnale $x(t)$ sia limitata al valore della funzione in N (pari) istanti equispaziati da un intervallo Δt . Nello specifico, $N = 48$ e quindi $\Delta t = 30' = 1800$ s. Saranno quindi noti i valori discreti $x_n = x(n\Delta t)$, $n = 1, 2, \dots, N$. La versione finita della serie di Fourier che approssima il segnale $x(t)$ e passa per gli N punti x_n risulta data dalla serie seguente:

$$x_n = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos\left(\frac{2\pi q t}{T_p}\right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \sin\left(\frac{2\pi q t}{T_p}\right) \quad [15.118a]$$

dove i coefficienti A_q e B_q sono:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \\ A_q &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos\left(\frac{2\pi q n}{N}\right), \quad q = 1, 2, \dots, N/2 - 1 \\ A_{N/2} &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos(n\pi) \\ B_q &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \sin\left(\frac{2\pi q n}{N}\right), \quad q = 1, 2, \dots, N/2 - 1 \end{aligned} \quad [15.118b]$$

Per il Teorema del Campionamento, dati N valori di $x(t)$, il numero di armoniche presenti nella serie di Fourier saranno $N/2$, nel nostro caso 24. In generale tale numero risulta eccessivo rispetto alla variabilità intrinseca al segnale, per cui è conveniente considerare solo un numero M di armoniche inferiore a $N/2$. In pratica, l'individuazione del valore di M si otterrà imponendo un errore massimo accettabile ε_x nella ricostruzione discreta del segnale x_n , cioè si cercherà per quale valore di M lo scarto quadratico medio tra $x(n\Delta t)$ ed x_n , calcolato con la (15.118a) troncata all'armonica M , è tale che:

$$\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n\Delta t) - x_n)^2}{N}} \leq \varepsilon_x \quad [15.119]$$

Sfruttando la soluzione analitica dell'equazione monodimensionale del flusso di calore nel

suolo e l'ipotizzata costanza delle proprietà termiche del suolo, cerchiamo ora di individuare alcune metodologie per determinare la diffusività apparente D del suolo. Come si è detto, la configurazione sperimentale disponibile consente la determinazione del valore medio sulla mezzora della temperatura ad alcune distinte profondità. Quindi, se si misura la temperatura del suolo ad intervalli fissi nell'arco delle 24 ore ad una certa profondità, è immediato determinare i coefficienti di Fourier relativi per ogni specifica armonica n .

Si considerino due profondità vicine all'interfaccia aria-suolo (per esempio, $z_1 = 2.5$ cm e $z_2 = 5$ cm). Per ciascuna armonica n , dalla relazione (6.139c) del Cap. 6 applicata alle due profondità si ottiene immediatamente che:

$$A_n^2(z_1) + B_n^2(z_1) = \exp(-2\alpha_n z_1) \cdot (a_n^2 + b_n^2) \quad [15.120a]$$

$$A_n^2(z_2) + B_n^2(z_2) = \exp(-2\alpha_n z_2) \cdot (a_n^2 + b_n^2) \quad [15.120b]$$

e quindi:

$$\alpha_n = -\frac{1}{z_2 - z_1} \ln \sqrt{\frac{A_n^2(z_2) + B_n^2(z_2)}{A_n^2(z_1) + B_n^2(z_1)}} \quad [15.120c]$$

Per come è stata definita, α_n assume un valore per ogni singola armonica n . Ricordando, ora, la definizione di α_n e della frequenza angolare ω date al punto 6.8.1, si ottiene immediatamente una stima della diffusività apparente del suolo, data da:

$$D = \frac{n\pi}{86400 \cdot \alpha^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n\omega}{\alpha^2} \quad [15.120d]$$

Si nota quindi come la misura di temperatura a due distinte profondità z_1 e z_2 durante un periodo completo permetta di determinare i coefficienti di Fourier A_n e B_n e quindi il valore della diffusività D nello strato di suolo $z_1 - z_2$. In pratica, disponendo di dati orari di temperatura, per esempio a $z_1 = 2.5$ cm e $z_2 = 5$ cm, dalle 48 misure è possibile determinare 24 coppie di coefficienti di Fourier per i due segnali di temperatura e quindi 24 coppie distinte di stime per D . Questa potrebbe essere la debolezza del metodo, infatti (Cautenet et al., 1986) più elevato è l'ordine delle armoniche, maggiore è il rumore associato alla determinazione della relativa ampiezza, cosa che si ripercuote inevitabilmente nella bontà della stima della diffusività. Per irrobustire il metodo, una possibilità è quella di considerare solo la prima armonica, quella principale con periodo giornaliero (cosa fatta da vari ricercatori con risultati non sempre adeguati), e un'altra è quella di escludere tutte quelle armoniche che presentano un'ampiezza inferiore ad una percentuale prefissata della prima. Un'ulteriore debolezza del metodo sta nel fatto che il suo risultato finale è una diffusività apparente media giornaliera, ma come detto l'algoritmo non prevede variazioni delle proprietà del suolo infra-giornaliere.

Anche se le armoniche di ordine superiore al primo possono contenere una quota rilevante di rumore, comunque esse sono sicuramente portatrici di un contenuto informativo rilevante. Per poterlo sfruttare senza che il rumore prevalga, si può mettere in atto una strategia alternativa. Come si è visto, per ogni armonica n deve valere la relazione (15.120c). Quindi, per le due profondità considerate si ha che:

$$-\frac{1}{z_2 - z_1} \ln \sqrt{\frac{A_n^2(z_2) + B_n^2(z_2)}{A_n^2(z_1) + B_n^2(z_1)}} = \sqrt{\frac{n\omega}{2D}} \quad [15.121a]$$

Se definiamo la variabile y_n come:

$$y_n = \frac{n\omega}{2} \frac{(z_2 - z_1)^2}{\left[\ln \sqrt{\frac{A_n^2(z_2) + B_n^2(z_2)}{A_n^2(z_1) + B_n^2(z_1)}} \right]^2} \quad [15.121b]$$

il valore di diffusività termica apparente ottimale sarà quel valore di diffusività che minimizza la

funzione *costo* seguente:

$$F(D) = \sum_{n=1}^M [y_n - D]^2 \quad [15.122a]$$

dove M è il numero di armoniche prese in considerazione (dove $M < N/2$). La funzione $F(D)$ è una funzione ad una sola variabile e la condizione necessaria perché essa presenti un massimo è che la sua derivata prima rispetto a D sia nulla, cioè che:

$$\sum_{n=1}^M (y_n - D) = 0 \quad [15.122b]$$

cioè:

$$D = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M y_n \quad [15.122c]$$

Nella funzione *costo* da minimizzare (15.122a) tutti gli y_n compaiono col medesimo peso. In pratica è conveniente che le armoniche principali, quelle a periodo più lungo, pesino in generale di più delle altre. Infatti, se si considera un giorno sereno, la temperatura superficiale potrà essere ben rappresentata da una sola armonica, la principale, oltre al fatto che più l'ordine delle armoniche aumenta più si accumulano gli errori di *round-off* (rumore) di tipo sia numerico che strumentale. Per tener conto di ciò, una possibile strategia è quella di pesare ciascun y_n in base all'ampiezza dell'armonica n -esima. Si consideri a tal proposito una generica quota z . Il quadrato dell'ampiezza dell'armonica termica n -esima sarà inferiore al quadrato dell'armonica fondamentale e se si ipotizza che il rumore è proporzionale all'ordine dell'armonica, un possibile peso potrà essere definito come:

$$\beta_n(z) = \frac{A_n^2(z) + B_n^2(z)}{A_1^2(z) + B_1^2(z)} \quad [15.123a]$$

Dato che la variabile y_n dipende da due distinte profondità z_1 e z_2 , questa definizione di peso non è immediatamente applicabile. Tuttavia, combinando tra loro i pesi relativi alle due quote, è possibile individuare il peso complessivo seguente:

$$\beta_n^{12} = \beta_n(z_1) \cdot \beta_n(z_2) \quad [15.123b]$$

Tenendo conto di ciò, il problema variazionale ora può essere riformulato minimizzando la seguente funzione obiettivo:

$$F^*(D) = \sum_{n=1}^M \beta_n^{12} [y_n - D]^2 \quad [15.123c]$$

è facile verificare che in questo modo la stima della diffusività termica apparente del suolo, pesata su tutte le armoniche, risulta data da:

$$D = \frac{\sum_{n=1}^M \beta_n^{12} y_n}{\sum_{n=1}^M \beta_n^{12}} \quad [15.124]$$

La stima così realizzata fa tesoro di tutto il contenuto informativo presente negli andamenti della temperatura rilevati alle due profondità z_1 e z_2 .

Stima della conducibilità termica apparente del suolo

La conoscenza contemporanea della temperatura a due profondità differenti e del flusso di calore nel suolo ad una profondità consente di stimare la conducibilità termica apparente del suolo, oltre che la stima della diffusività termica apparente come già si è visto. Consideriamo una situazione sperimentale in cui sia misurata la temperatura alla quota z_0 e z con $z > z_0$ ed alla profondità z sia misurato anche il flusso di calore (per esempio con una piastra di flusso). Dalle misure di temperatura ai due livelli realizzate nell'arco di una intera giornata, impiegando uno dei metodi illustrati

in precedenza, si ottiene la diffusività apparente del suolo e quindi il parametro α_n . Inoltre, dalla serie di N misure giornaliere di flusso di calore a z (se le misure sono semi-orarie, $N = 48$) si ottengono i coefficienti di Fourier W_n e Y_n della serie (6.140a) del Cap. 6 che descrive l'andamento nel tempo del flusso di calore alla profondità z e che conterrà al massimo $N/2$ armoniche. A questo punto, alla profondità z sono noti i coefficienti di Fourier $A_n(z)$ e $B_n(z)$ dell'andamento termico giornaliero della temperatura ed i coefficienti di Fourier W_n e Y_n del flusso di calore alla medesima profondità. Per ogni generica armonica n , dall'espressione dei coefficienti di Fourier relativi alla temperatura e quelli relativi al flusso di calore relativi alla profondità z , si giunge dopo un po' di algebra alla relazione:

$$k = \sqrt{\frac{W_n^2(z) + Y_n^2(z)}{2(A_n^2(z) + B_n^2(z))}} \cdot \frac{1}{|\alpha|} \quad [15.125a]$$

che fornisce, per l'armonica considerata, la stima della conducibilità termica apparente del suolo media giornaliera. Anche questo metodo di stima ha come debolezza intrinseca quella di fornire una stima per ciascuna armonica considerata. Normalmente l'armonica considerata è la prima, quella che presenta la maggior ampiezza in un giorno soleggiato, anche se ciò ha parecchie controindicazioni.

Un'altra possibilità di uso più generale, che garantisce una certa minimizzazione del rumore presente nelle armoniche di ordine maggiore, è quella di pesare ogni singola armonica n con un peso β_n dato dalla relazione (15.123a), cioè con un peso proporzionale all'ampiezza della singola armonica. In questo caso, la stima definitiva della conducibilità apparente k è pari a:

$$k = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left[\beta_n \sqrt{\frac{W_n^2(z) + Y_n^2(z)}{2(A_n^2(z) + B_n^2(z))}} \cdot \frac{1}{|\alpha|} \right] \quad [15.125b]$$

dove M è il numero di armoniche considerate (al massimo $N/2$).

Una maniera più elegante e più rigorosa è quella di impostare anche in questo caso un problema variazionale. Dalla relazione (15.125a) si ha che la variabile w_n , definita come:

$$w_n = \frac{W_n^2(z) + Y_n^2(z)}{2\alpha_n^2(A_n^2(z) + B_n^2(z))} \quad [15.126a]$$

rappresenta la stima di k^2 relativa all'armonica n -esima. Si può definire una funzione *costo* del tipo seguente:

$$\mathfrak{I}(k) = \sum_{n=1}^M \beta_n [w_n - k^2]^2 \quad [15.126b]$$

che esprime complessivamente lo scarto quadratico medio tra la stima della conducibilità termica apparente del suolo, stimata per ciascuna generica armonica n , ed il valore *vero* che si vuole determinare. Minimizzando tale funzione *costo* si otterrà la miglior stima di k e ciò lo si ottiene azzerando la derivata prima della funzione costo rispetto a k . È facile mostrare come il valore di conducibilità che minimizza la funzione costo è il seguente:

$$k = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^M \beta_n w_n}{\sum_{n=1}^M \beta_n}} \quad [15.126c]$$

cioè:

$$k = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^M \left[\beta_n \frac{W_n^2(z) + Y_n^2(z)}{2\alpha^2(A_n^2(z) + B_n^2(z))} \right]}{\sum_{i=1}^M \beta_n}} \quad [15.126d]$$

Stima congiunta della conducibilità e della diffusività termica apparente del suolo

Sia per la diffusività termica che per la conducibilità termica apparente del suolo sono stati messi a punto algoritmi variazionali separati ma ciò sarebbe formalmente corretto se i due problemi fossero totalmente disgiunti. In effetti si potrebbe formulare un problema variazionale complessivo che, per semplicità e per aderenza con la situazione sperimentale considerata, prenda in considerazione come informazioni disponibili l'andamento della temperatura rilevata alla profondità $z_1 = 2.5$ cm, $z_2 = 5$ cm e $z_3 = 10$ cm, oltre che il flusso di calore alla profondità z_2 . Per i tre andamenti delle temperature e per il flusso di calore si calcolino i coefficienti di Fourier per le prime M armoniche (dove $M < N/2$). Si scelga poi lo strato $z_1 - z_3$ per la stima della diffusività termica. Per ciascuna armonica n vale la (15.120c) e quindi la variabile:

$$x_n = \frac{n\omega}{2} \frac{(z_3 - z_1)^2}{\left[\ln \frac{A_n^2(z_3) + B_n^2(z_3)}{A_n^2(z_1) + B_n^2(z_1)} \right]^2} \quad [15.127a]$$

rappresenta la stima della diffusività termica apparente del suolo relativa all'armonica n . Se poi consideriamo la (15.125a), è immediato verificare che la variabile:

$$y_n = \frac{1}{n\omega} \cdot \frac{W_n^2(z_2) + Y_n^2(z_2)}{(A_n^2(z_2) + B_n^2(z_2))} \quad [15.127b]$$

è la stima, per l'armonica n del rapporto k^2/D . Si può ora porre un problema variazionale che parte da una funzione costo che rappresenta l'errore quadratico medio commesso considerando i valori stimati per le singole armoniche sia per la diffusività che per la conducibilità. Una possibile sua forma è la seguente:

$$\mathfrak{I}(D, k) = \sum_{n=1}^M \beta_n^{1,3} [x_n - D]^2 + \sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2} \left[y_n - \frac{k^2}{D} \right]^2 \quad [15.127c]$$

dove $\beta_n^{2,2}$ è il peso a z_2 dato dalla relazione (15.127a). La coppia (D, k) che minimizza la funzione *costo* deve essere tale da soddisfare la condizione necessaria per un estremo, cioè il suo gradiente sia nullo. Consideriamo i due elementi del vettore gradiente. Il primo è costituito dalla derivata parziale prima della funzione *costo* rispetto alla conducibilità termica apparente, cioè:

$$\frac{\partial \mathfrak{I}}{\partial k} = -2 \sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2} \left(y_n - \frac{k^2}{D} \right) \cdot \frac{2k}{D} \quad [15.127d]$$

Perché sia nulla bisogna che tra k e D sussista la relazione seguente:

$$\frac{k^2}{D} = \frac{\sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2} y_n}{\sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2}} \quad [15.127e]$$

ed anche che:

$$\sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2} \left(y_n - \frac{k^2}{D} \right) = 0 \quad [15.127f]$$

Il secondo elemento del vettore gradiente è la derivata parziale prima della funzione *costo* rispetto alla diffusività termica apparente, cioè:

$$\frac{\partial \mathfrak{I}}{\partial D} = -2 \sum_{n=1}^M \beta_n^{1,3} (x_n - D) + 2 \sum_{n=1}^M \beta_n^{2,2} \left(y_n - \frac{k^2}{D} \right) \cdot \frac{k^2}{D^2} \quad [15.127g]$$

Perché sia nulla, ricordando anche la relazione (15.127f), bisogna che:

$$D = \frac{\sum_{n=1}^M \beta_n^{1,3} x_n}{\sum_{n=1}^M \beta_n^{1,3}} \quad [15.127h]$$

Quindi, l'algoritmo variazionale proposto per la stima congiunta della diffusività e della conducibilità termica apparente del suolo conduce ai risultati espressi dalle relazioni (15.127h) e (15.127e). Ma come si vede, la (15.127h) è identica alla (15.124b) e la (15.127e) si riconduce immediatamente alla (15.126c), quindi la determinazione congiunta della diffusività e della conducibilità termica apparente coincide con la stima separata delle due proprietà termiche.

Stima del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo

L'andamento del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo (cioè a $z = 0$) può essere rappresentato, analogamente all'andamento della temperatura nel terreno a varie profondità, come una serie di Fourier della forma:

$$G_0 = G(0, t) = \bar{G} + \sum_{n=1}^{\infty} [W_n(0) \cdot \cos(n\omega t) + Y_n(0) \cdot \sin(n\omega t)] \quad [15.128a]$$

Analogamente, a $z > 0$, il flusso di calore può ancora essere rappresentato analiticamente come una serie di Fourier con coefficienti $W_n(z)$ e $Y_n(z)$ e la relazione con $W_n(0)$ e $Y_n(0)$ è data implicitamente dall'insieme delle relazioni (6.140e) e (6.140f) del punto 6.8.1 in cui compaiono i coefficienti di Fourier a_n e b_n della serie che rappresenta la *skin-temperature*. Ricordando poi le relazioni (6.139b) che esprimono i coefficienti di Fourier $A_n(z)$ e $B_n(z)$ della temperatura alla profondità z in funzione di a_n e b_n , con un po' di algebra si giunge alla relazione seguente che realizza nel dominio delle frequenze il legame dato dalla prima legge di Fourier:

$$W_n(0) = W_n(z) \frac{[A_n(z) + B_n(z)] \cos(\alpha z) + [B_n(z) - A_n(z)] \sin(\alpha z)}{\exp(-\alpha z) [A_n(z) + B_n(z)]} \quad [15.128b]$$

$$Y_n(0) = Y_n(z) \frac{[B_n(z) - A_n(z)] \cos(\alpha z) - [A_n(z) + B_n(z)] \sin(\alpha z)}{\exp(-\alpha z) [B_n(z) - A_n(z)]} \quad [15.128c]$$

In teoria, utilizzando queste relazioni si potrebbe ottenere immediatamente il valore corretto del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo nei vari istanti della giornata (Cautenet et al., 1986). Tuttavia è di più semplice interpretazione vedere il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo come la somma del flusso rilevato alla profondità z più un fattore correttivo dipendente dall'onda termica superficiale e dalle caratteristiche termiche del suolo, cioè:

$$G_0 = G(z, t) + G_\Delta(z, t) \quad [15.128d]$$

Da questa definizione e dalla (15.128a) si ha che:

$$G_\Delta = G(0, t) - G(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \{ [W_n(0) - W_n(z)] \cdot \cos(n\omega t) + [Y_n(0) - Y_n(z)] \cdot \sin(n\omega t) \} \quad [15.129a]$$

Con un po' di algebra è relativamente semplice giungere alle relazioni seguenti:

$$W_n(0) - W_n(z) = W_n(z) \cdot \left\{ \frac{[A_n(z) + B_n(z)] \cdot \cos(\alpha_n z) + [B_n(z) - A_n(z)] \cdot \sin(\alpha_n z)}{\exp(-\alpha_n z) \cdot [A_n(z) + B_n(z)]} - 1 \right\} = W_n^\Delta \quad [15.129b]$$

$$Y_n(0) - Y_n(z) = Y_n(z) \cdot \left\{ \frac{[B_n(z) - A_n(z)] \cdot \cos(\alpha_n z) - [A_n(z) + B_n(z)] \cdot \sin(\alpha_n z)}{\exp(-\alpha_n z) \cdot [B_n(z) - A_n(z)]} - 1 \right\} = Y_n^\Delta \quad [15.129c]$$

Quindi, il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo risulta espresso dalla relazione seguente:

$$G_0 = G(0, t) = G(z, t) + \sum_{n=1}^{\infty} [W_n^A \cdot \cos(n\omega t) + Y_n^A \cdot \sin(n\omega t)] \quad [15.129d]$$

Come si vede, una volta note la diffusività termica apparente del suolo e gli andamenti nel tempo della temperatura e del flusso di calore ad una profondità z , è immediato ottenere il flusso di calore all'interfaccia aria-suolo.

15.10.4.3 Il Metodo Combinato alle Differenze Finite

Come abbiamo visto, perché il Metodo di Riferimento (15.116b) possa essere effettivamente impiegato è necessario che sia nota con continuità la capacità termica apparente del suolo, più o meno variabile a seconda del contenuto d'acqua dello stesso. Il metodo che ora consideriamo, che può essere agevolmente applicato alla situazione sperimentale di riferimento, si pone come obiettivo principale l'utilizzo diretto e continuo nel tempo delle relazioni fisiche che descrivono il flusso di calore nel suolo, sostituendo però derivate ed integrali con le loro controparti numeriche. In particolare, ogni derivata parziale verrà approssimata numericamente in maniera opportuna impiegando il metodo delle Differenze Finite (Sozzi e al. 2020).

Nel suolo, considerando la coordinata z positiva verso il basso, tra il flusso di calore verticale G ad una profondità z e la variazione temporale della temperatura media del suolo T alla medesima profondità vale la relazione che esprime il principio della conservazione dell'energia data dalla relazione (15.116a) in cui compare la Capacità Termica Apparente del suolo definita come $C_s = \rho \cdot c_p$. La relazione precedente può essere integrata dall'interfaccia aria-suolo (cioè dalla profondità $z = 0$) alla generica profondità z , giungendo così alla (15.116b) che costituisce la relazione base per la stima di G_0 altrimenti non misurabile direttamente. Perché questa relazione sia effettivamente impiegabile non solo è necessaria la conoscenza del flusso di calore G_z alla profondità z e la variazione temporale della temperatura T alla medesima profondità, ma anche la capacità termica apparente C_s . Essa in genere non è nota e va ottenuta dalle misure previste nella situazione sperimentale di riferimento. In pratica si ipotizzi che sia disponibile la misura diretta ogni 30 minuti della temperatura nel suolo alle profondità z_1, z_2, z_3 e z_4 , oltre che la misura alla profondità z_2 del flusso verticale di calore.

La prima parte del metodo è dedicata alla stima della capacità termica apparente del suolo C_s ed è costituita dall'integrazione della (15.116a) dalla profondità z_4 alla profondità z_2 . In pratica, ipotizzando che la capacità termica del suolo non vari con la profondità in questo strato di suolo (anche se sicuramente varia nel tempo per il diverso grado di umidità posseduta dal terreno), si ha che:

$$\int_{z_4}^{z_2} \frac{\partial G}{\partial z} \cdot dz = G_z - G_4 = -C_s \int_{z_4}^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz \quad [15.130a]$$

La disponibilità dell'andamento nel tempo della temperatura alle profondità z_2, z_3 e z_4 consente una stima numerica delle relative derivate temporali che, a questo punto, si ritengono note ad ogni *time step* di 30'. Sul metodo numerico utilizzato si tratterà nel seguito. La relazione (15.130a) può quindi essere riscritta esattamente anche come:

$$G_z - G_4 = -C_s \left[\int_{z_4}^{z_3} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz + \int_{z_3}^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz \right] \quad [15.130b]$$

Approssimando gli integrali col metodo dei trapezi, la relazione precedente si trasforma in:

$$\begin{aligned} G_z - G_4 &\cong C_s \left[\left(\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_3 + \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_4 \right) \cdot \frac{z_4 - z_3}{2} + \left(\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_2 + \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_3 \right) \cdot \frac{z_3 - z_2}{2} \right] = \\ &= \frac{C_s}{2} \left[\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_4 \cdot (z_4 - z_3) + \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_3 \cdot (z_4 - z_2) + \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_2 \cdot (z_3 - z_2) \right] \end{aligned} \quad [15.130c]$$

Questa relazione può essere ulteriormente semplificata tenendo conto che alla profondità z_4 (per esempio 0.5 m) il flusso di calore verticale è sostanzialmente nullo e la temperatura alla medesima quota presenta variazioni giornaliere praticamente trascurabili. Ciò comporta che:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_4 \cong 0 \quad G_4 = 0 \quad [15.130d]$$

quindi:

$$G_z \cong \frac{C_s}{2} \left[\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_3 \cdot (z_4 - z_2) + \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_2 \cdot (z_3 - z_2) \right] \quad [15.130e]$$

In questa relazione l'unica variabile incognita è la capacità termica del suolo che può essere da essa dedotta come:

$$C_s = \frac{2G_z}{\left[\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_3 \cdot (z_4 - z_2) + \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_2 \cdot (z_3 - z_2) \right]} \quad [15.131a]$$

Dalle misure prodotte da una tipica postazione micrometeorologica è immediato vedere come siano disponibili tutte le variabili richieste dalla relazione precedente. In particolare, utilizzando questa relazione ogni mezzora, si otterrà una stima appropriata della capacità termica del suolo il cui valore potrà variare nel tempo (per esempio in funzione del contenuto d'acqua del terreno stesso).

Analizzando però la relazione (15.131a) si nota come essa presenti una criticità analitica (una singolarità) quando il denominatore tende a zero e quando sia il numeratore che il denominatore tendano entrambi a zero. Inoltre, C_s non può che essere positivo. Per eliminare questo problema, si è ipotizzato che la variazione nel tempo di C_s sia relativamente lenta e quindi il valore di capacità termica in due *time step* consecutivi non debba essere *eccessivamente* variabile. In pratica si ipotizza che in un generico *time step* t_j si operi come segue:

- si calcola il valore di C_{ss} con la relazione (15.131a),
- se il valore così ottenuto è negativo o se, pur essendo positivo, risulta superiore a 10^7 o inferiore a 10^5 ($J \cdot K^{-1} m^{-3}$), allora il valore assunto dalla capacità termica del suolo al *time step* t_j è posto uguale al valore di C_s del *time step* precedente,
- nel caso in cui la (15.131a) produca un valore plausibile per C_{ss} , il valore effettivamente considerato è:

$$C_s(t_j) = \alpha \cdot C_{ss}(t_j) + (1 - \alpha) \cdot C_s(t_{j-1}) \quad [15.131b]$$

dove α è un peso opportuno (per esempio 0.9).

Una volta nota al *time step* t_j la capacità termica apparente dello strato di suolo prossimo all'interfaccia aria-suolo, sempre usando la relazione (15.115a) è possibile ottenere una stima per il flusso di calore G_0 . In particolare, se si integra tale relazione differenziale tra la profondità 0 e la profondità z_2 si ottiene:

$$\int_0^{z_2} \frac{\partial G}{\partial z} \cdot dz = G_z - G_0 = -C_s \int_0^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz \quad [15.132a]$$

cioè:

$$G_0 = G_z + C_s \int_0^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz \quad [15.132b]$$

da cui è possibile una stima diretta di G_0 risolvendo l'integrale di destra.

È necessario, a questo punto, fare un'osservazione importante. Per quanto le criticità insite nella determinazione della capacità termica del terreno siano state minimizzate, è inevitabile introdurre del *rumore numerico* nella stima di tale parametro e, di conseguenza, nella stima di G_0 .

Quindi l'andamento di G_0 risulterà più *rumoroso* rispetto al corrispondente andamento di G_z e ciò richiederà, al termine della stima di G_0 un inevitabile ed opportuno *filtraggio* della serie storica ricostruita.

La stima di G_0 al *time step* t_j la si ottiene, una volta nota la misura di G_z a z_2 , l'approssimazione numerica delle derivate temporali della temperatura alla profondità z_2 e z_1 e l'approssimazione numerica della derivata temporale di T_0 , approssimando numericamente la relazione (15.132b) come:

$$\begin{aligned}
 G_0 &= G_z + C_s \left[\int_0^{z_1} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dz \right] \cong \\
 &G_z + \frac{C_s}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_1 + \frac{\partial T}{\partial t} \right] \cdot z_1 + \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_2 + \frac{\partial T}{\partial t} \right] \cdot (z_2 - z_1) = \\
 &G_z + \frac{C_s}{2} \left[z_1 \frac{\partial T}{\partial t} \right]_0 + z_2 \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_1 + (z_2 - z_1) \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_2
 \end{aligned} \quad [15.133]$$

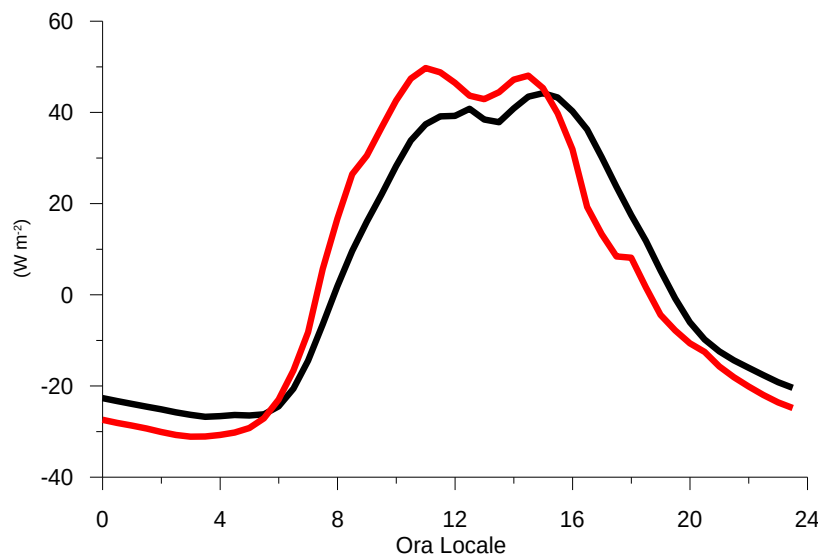


Fig. 15.12: andamento giornaliero del flusso di calore alla profondità di 5 cm (linea nera) e del flusso di calore all'interfaccia aria-suolo (linea rossa) in una giornata soleggiata estiva (Giorno Giuliano 197 del 2013).

Per concludere, le varie derivate parziali rispetto al tempo utilizzate dal metodo devono essere ottenute numericamente dalle misure di temperatura disponibili alle varie profondità e nei diversi *time step*. In particolare, ad un *time step* generico t_j , l'approssimazione numerica del secondo ordine della derivata parziale della temperatura risulta pari a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{t_j} \cong \frac{T^{j+1} - T^{j-1}}{2 \cdot \Delta t} \quad [15.134a]$$

dove Δt è l'ampiezza del *time step* (nel caso ipotizzato è pari a 1800 secondi). Per il primo istante si dovrà utilizzare uno schema numerico *forward* sempre del secondo ordine del tipo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{t_j} \cong \frac{-3 \cdot T^j + 4 \cdot T^{j+1} - T^{j+2}}{2 \cdot \Delta t} \quad [15.134b]$$

mentre per l'ultimo *time step* verrà utilizzato lo schema *backward* del tipo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{t_j} \cong \frac{T^{j-2} - 4 \cdot T^{j-1} + 3 \cdot T^j}{2 \cdot \Delta t} \quad [15.134c]$$

Nella **Fig. 15.12** viene messa a confronto la variazione giornaliera del flusso misurato di G_z in una giornata estiva e soleggiata con la ricostruzione del flusso G_0 all'interfaccia aria-suolo ottenuto impiegando la metodologia fin qui proposta. Come si nota, le variazioni tra i due parametri sono sensibili, oltre al fatto che i due flussi di calore risultano tra loro sfasati, come previsto dalla teoria.

15.11 STIMA DELL'ESTENSIONE VERTICALE DEL PBL

Una delle grandezze di maggior interesse pratico che caratterizzano sia il *PBL* convettivo che quello stabile è la sua estensione verticale. Nel caso convettivo, normalmente l'estensione verticale del *PBL*, come abbiamo visto, è abbastanza chiara da individuare, mentre, nel caso stabile è decisamente più complesso stabilire a che quota termina il *PBL* e quando inizia l'Atmosfera Libera. L'importanza di questa grandezza non sta solo nel fatto che essa ed i parametri u_* , H_0 e $1/L$ caratterizzano completamente lo stato del *PBL*, ma è legata anche al fatto che gli inquinanti emessi nei pressi del suolo gradualmente si disperdono orizzontalmente e verticalmente a causa della turbolenza e, dopo un tempo sufficientemente lungo, alla fine si trovano ad essere completamente rimescolati nel *PBL*. Ciò è rigorosamente vero nelle situazioni convettive, mentre nelle situazioni stabili questo processo di rimescolamento spesso si attua solo parzialmente a causa della ridotta turbolenza caratteristica di queste situazioni. Quindi, oltre ad un intrinseco interesse micrometeorologico, l'estensione verticale del *PBL* rappresenta un parametro fondamentale nello studio della dispersione degli inquinanti in aria. Sulla base, però, delle conoscenze attuali sappiamo che lo strato di atmosfera entro cui si disperdono gli inquinanti non sempre coincide esattamente con il *PBL* per come lo abbiamo definito, anche se le differenze tra l'estensione verticale del *PBL* e l'estensione verticale dello strato in cui vengono rimescolati gli inquinanti (che chiameremo altezza di rimescolamento) sono limitate tanto da ritenerle coincidenti.

Al Capitolo 8 abbiamo presentato una serie di modelli diagnostici e prognostici capaci di stimare numericamente l'estensione verticale del *PBL* (sia nelle condizioni convettive che nelle condizioni stabili) sulla base della conoscenza di u_* e H_0 e della loro evoluzione nel tempo. In questo paragrafo, invece, affronteremo il difficile compito di stimare l'altezza di rimescolamento sulla base di misure realmente disponibili. Prima, però, di presentare i principali metodi con cui determinare dalle misure l'estensione verticale del *PBL*, conviene soffermarsi a considerare quale possa essere nella realtà una sua definizione e per fare ciò ci riferiremo estesamente al lavoro di rassegna fatto da Beyrich (1997) e da Seibert e al. (1998).

15.11.1 DEFINIZIONE

La definizione dell'estensione verticale h del *PBL* (o dell'altezza di rimescolamento) dipende molto dai fenomeni che vogliamo considerare. Chi studia la fisica del *PBL*, in fondo non è interessato a definire una generica *estensione verticale del PBL*, ma piuttosto è interessato a definire con la maggior precisione possibile:

- nel caso convettivo, la sommità dello Strato Rimescolato (*ML*) e dello strato di Entrainment (*EL*), che presentano proprietà fisiche differenti;
- nel caso stabile, l'estensione verticale dello strato sede di una rilevante turbolenza atmosferica (ovviamente di origine meccanica) e, separatamente, quella dello strato di inversione, che rappresenta e quantifica il raffreddamento radiativo del sistema.

Ma, come abbiamo avuto occasione di sottolineare, il *PBL* è anche una sorta di *trappola* per gli inquinanti emessi nel suo interno (soprattutto al suolo) e quindi è ovvio che chi si occupa

prevalentemente della simulazione della dispersione degli inquinanti in aria veda questo sistema fisico come un *dominio spaziale* dotato di una certa individualità e ne definisca la sua estensione verticale come quella quota al di sotto della quale sono intrappolati gli inquinanti. Le due visuali non sempre sono coincidenti. In effetti la stessa terminologia è differente; nel gergo dei modellisti della dispersione degli inquinanti infatti, questa *altezza efficace del PBL* prende il nome di *altezza di rimescolamento*. Pragmaticamente ipotizziamo che l'estensione verticale del *PBL* e l'altezza di rimescolamento h coincidano e assumiamo come definizione quella data da Beyrich (1997):

“l'altezza di rimescolamento è l'altezza di quello strato di atmosfera adiacente al suolo in cui gli inquinanti o ogni altro costituente emesso nel suo interno o inglobato per entrainment diviene ben rimescolato o per convezione o per turbolenza meccanica con un tempo di scala dell'ordine dell'ora”.

15.11.2 DETERMINAZIONE DELL'ALTEZZA DI RIMESCOLAMENTO

Prima ancora di tentare una quantificazione di h , è necessario premettere che per una sua misurazione è necessario disporre di un apparato che lo consenta. Come sottolineato da Seibert e al. (1998), finora non è stato realizzato uno *strumento o un apparato che effettivamente misuri l'altezza del PBL* e quindi l'unica cosa che è possibile fare in pratica è dedurre tale informazione dal comportamento presentato da alcune variabili fisiche misurate in quota.

15.11.2.1 Stima dell'altezza di rimescolamento dai radiosondaggi

Ad oggi non disponiamo di molti sensori o apparati capaci di misurare le variabili meteorologiche lungo un profilo verticale che raggiunga almeno una quota di 1500÷3000 metri, e perciò, nonostante tutto, il mezzo più impiegato e meno controverso è ancora il vecchio e glorioso *radiosondaggio*. Purtroppo durante un radiosondaggio non si misura la turbolenza dell'atmosfera ma solo il profilo verticale della temperatura, dell'umidità, della pressione e della velocità e direzione del vento e da questi profili si è inevitabilmente costretti a dedurre o stimare l'estensione verticale h del *PBL*. Come già si è visto (al Capitolo 1) in effetti, dal profilo verticale di temperatura e di umidità non è difficile individuare *a vista* il profilo verticale della temperatura potenziale virtuale, variabile operativamente più interessante, soprattutto nelle situazioni convettive.

L'obiettivo che si prefiggono tutti i metodi che qui presenteremo è quello di effettuare una stima di h partendo dai profili medi della temperatura potenziale virtuale, della velocità del vento dell'umidità e da altri profili ottenuti combinando opportunamente i precedenti. Prima, però, di presentarli è necessario comprendere le motivazioni che ad essi hanno condotto e per fare ciò conviene considerare i risultati ottenuti nel lavoro sperimentale di Dai e al. (2014) dove, impiegando campagne aeree, è stato possibile ottenere affidabili profili verticali del valor medio della temperatura potenziale virtuale θ_v , dell'umidità specifica dell'aria q_c e delle tre componenti medie del vento (U , V , W), oltre che i profili verticali delle fluttuazioni delle tre componenti del moto (u' , v' , w'). Nella **Fig. 15.13** vengono presentati i risultati ottenuti in una tipica situazione convettiva di cielo sereno. Oltre ai profili delle variabili sopra indicate, in essa compaiono anche il profilo verticale del gradiente della temperatura potenziale virtuale, ottenuto numericamente dal profilo della temperatura potenziale virtuale media, ed il profilo del Bulk Richardson Number Ri dedotto sempre numericamente dai profili delle componenti orizzontali medie del moto e dal profilo della temperatura potenziale virtuale. Analizzando i vari profili proposti nella figura si possono fare le seguenti osservazioni:

- il profilo verticale delle fluttuazioni delle tre componenti del moto u' , v' e w' mostrano senza ombra di dubbio come esse siano estremamente intense in uno strato del *PBL* che parte dal suolo e si estende fino ad una quota h (evidenziata da una linea rossa in figura) al di sopra della quale si riducono drasticamente e definitivamente. Ciò induce a ritenere che h (che nella figura è dell'ordine di 600 m) sia l'estensione verticale del *PBL*, cioè

quella porzione di Troposfera al di sopra della quale scompare la turbolenza. Tutto ciò è in accordo con le considerazioni teoriche;

- in corrispondenza alla quota h il profilo verticale della temperatura potenziale virtuale, circa costante dal suolo fino ad h mostra un incremento improvviso ed evidente, quantificato dal profilo verticale del relativo gradiente termico che ha in h il suo valore massimo. Inoltre, il profilo delle due componenti orizzontali del moto mostra proprio in corrispondenza della quota h la tipica transizione dal profilo logaritmico caratteristico del *PBL* ad un andamento geostrofico;
- il profilo verticale dell'umidità specifica dell'aria mostra come al di sopra di h il vapor d'acqua sia sostanzialmente assente;
- infine, il profilo verticale del Bulk Richardson Number Ri assume sopra la quota h valori molto elevati (superiori ad un supposto valore critico).

Tutte queste osservazioni, deducibili senza difficoltà dall'analisi di un radiosondaggio, evidenziano una quota h che presenta tutte le caratteristiche richieste dalla teoria per l'estensione verticale del *PBL*.

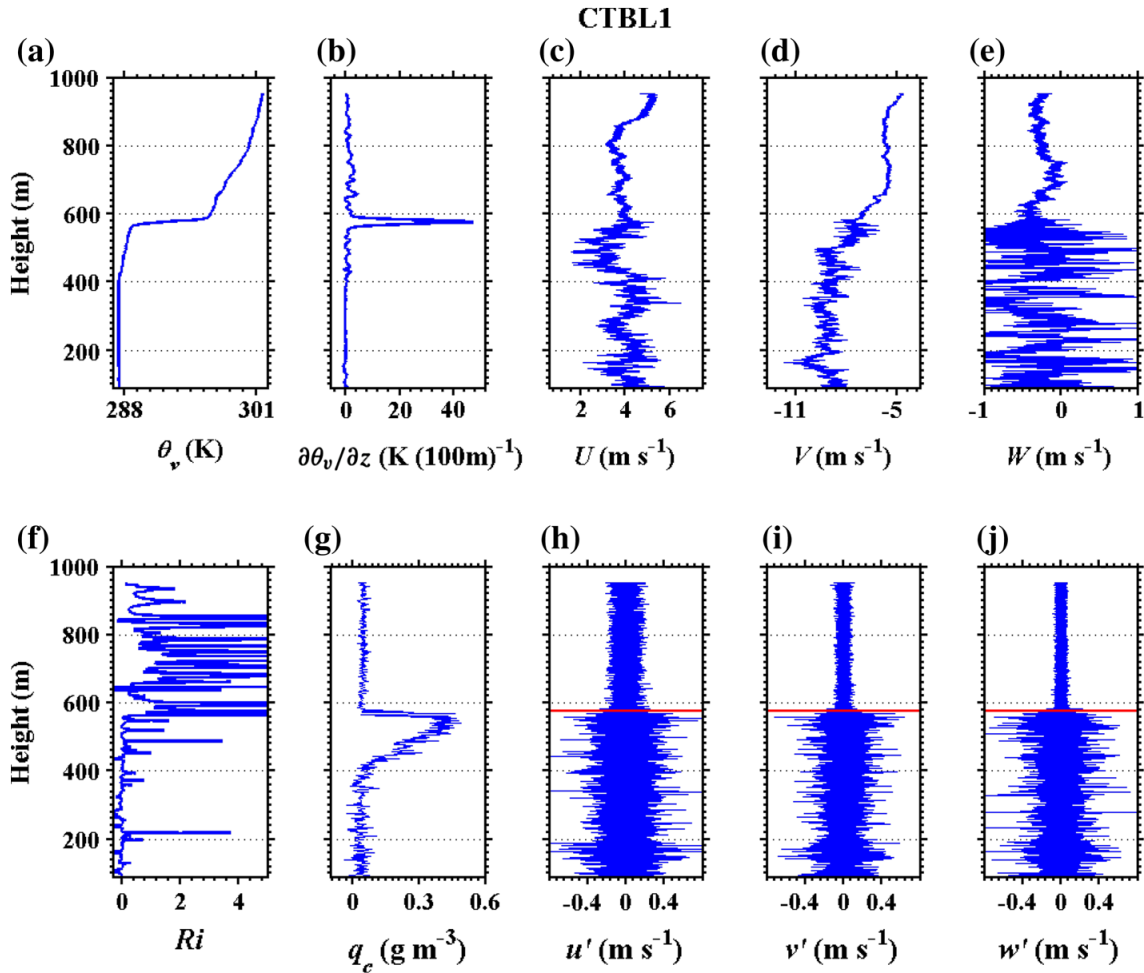


Fig. 15.13: profili verticali in una situazione convettiva (Dai e al., 2014)

A differenza delle situazioni convettive che sono molto simili tra loro, le situazioni stabili presentano, come noto, una notevole variabilità. Nella Fig. 15.14 sono presentate tre tipiche

situazioni stabili rilevate durante la campagna realizzata da Dai e al. (2014). L'elemento che le accomuna tutte è il fatto che le fluttuazioni delle componenti del moto evidenziano ancora una volta chiaramente h .

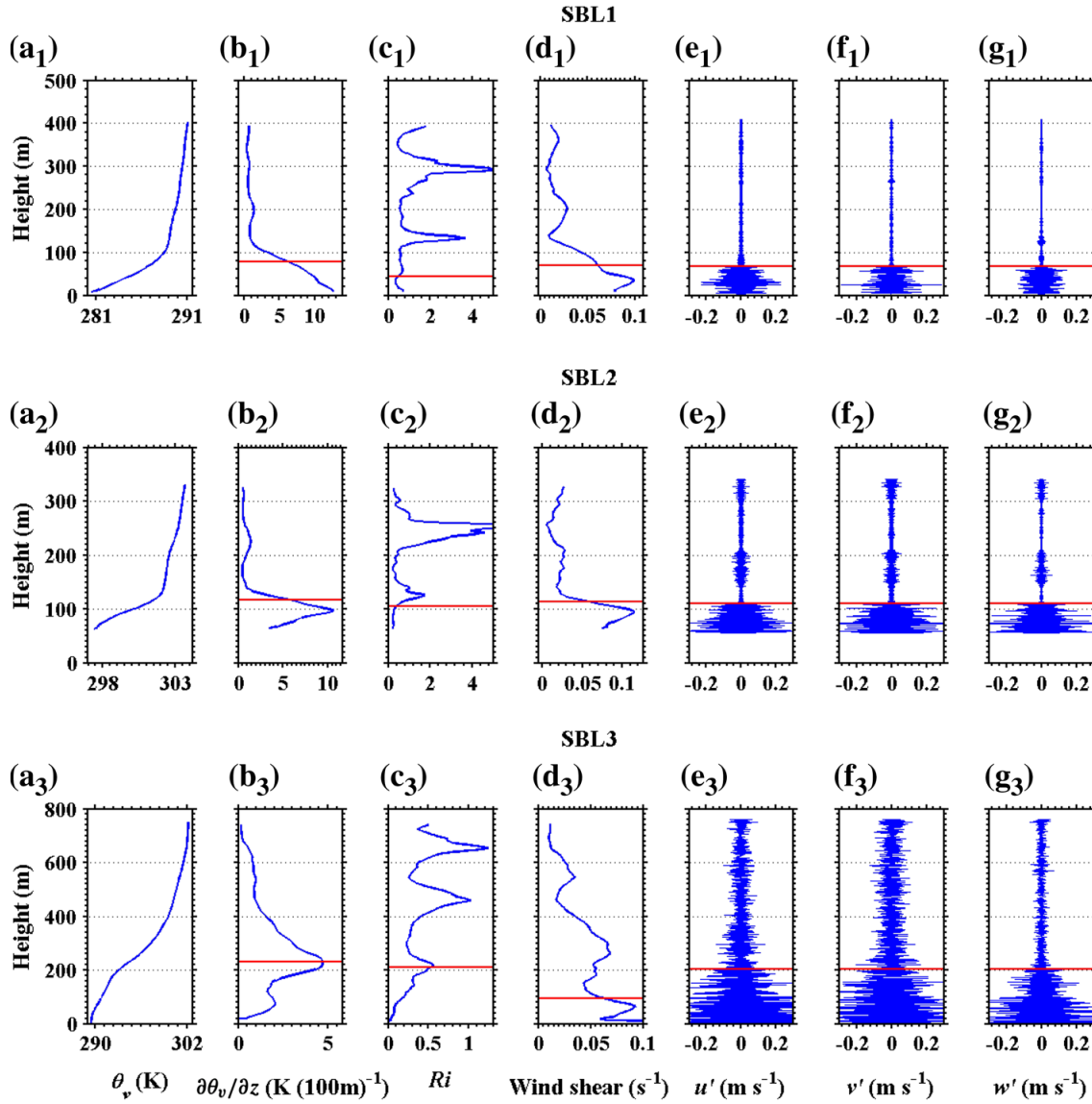


Fig. 15.14: profili verticali in tre situazioni stabili (Dai e al., 2014)

Il primo passo dell'analisi di un radiosondaggio è la costruzione del profilo verticale della temperatura potenziale virtuale θ_v a partire dai profili della temperatura e dell'umidità media seguendo quanto esposto al Capitolo 1. Può essere utile, inoltre, determinare il profilo verticale del Bulk Richardson Number Ri e a tal proposito, se z_1 e z_2 sono due generiche quote successive del sondaggio, una stima numerica di Ri può essere la seguente:

$$Ri(z_2) = \frac{g(z_2 - z_1)}{\overline{\theta_v}} \cdot \frac{\theta_v(z_2) - \theta_v(z_1)}{[U(z_2) - U(z_1)]^2 + [V(z_2) - V(z_1)]^2} \quad [15.135]$$

Tutti i profili prodotti da un radiosondaggio, però, risultano *naturalmente* irregolari a causa del fatto che le misure che si realizzano alle varie quote sono sostanzialmente misure istantanee filtrate dalla dinamica tipica del sensore impiegato e quindi, per un loro successivo utilizzo, devono essere in qualche modo *regolarizzate*. In pratica è necessario un loro filtraggio opportuno. A

tal proposito sono state proposte molte regole per regolarizzare profili sperimentali, più o meno complesse, tuttavia una possibilità semplice è costituita dal sostituire ad ogni valore della variabile di interesse relativa ad una generica quota z_k , la media tra questo valore e quello rilevato alla quota immediatamente superiore. Questa procedura può essere iterata per alcune volte (2 o 3 volte) e normalmente consente di eliminare gran parte delle irregolarità presenti in un radiosondaggio. Un'alternativa molto utilizzata è quella di realizzare ad ogni quota z la media pesata tra il valore rilevato a quella quota (con peso 0.5) ed i valori rilevati alle quote z_{up} e z_{dw} , che sono rispettivamente immediatamente successiva e la quota immediatamente precedente, aventi ciascuno peso pari a 0.25.

Il secondo passo è poi stabilire se la situazione che si sta considerando è convettiva o stabile e ciò è immediato una volta noto il segno di H_0 . Questo consente di determinare regole di stima diverse per le due diverse condizioni fluidodinamiche.

Situazioni Convettive

A questo punto dell'analisi è necessario precisare quale punto di vista si adotta. Se il punto di vista adottato è quello del micrometeorologo, allora probabilmente si cercherà la *sommità del ML* (Kaimal e al., 1982 e Coulter, 1979) e visivamente ciò non è quasi mai difficile a farsi studiando:

- il profilo della temperatura potenziale virtuale, in cui individuare l'*Entrainment Layer*
- il profilo dell'umidità dell'aria che dovrebbe risolvere eventuali dubbi visto che la sommità del *PBL* è caratterizzata da una sua brusca diminuzione
- ed eventualmente dal profilo verticale della velocità e direzione del vento che dovrebbe confermare tutto ciò indicando alla sommità del *PBL* una brusca variazione dello *shear* del vento.

Confrontando i diversi profili, dovrebbe essere possibile riconoscere z_i o da una repentina caduta dell'umidità o da un progressivo aumento dello *shear* del vento. Questa tecnica, così com'è presentata, richiede un'analisi manuale dei diversi profili.

Realizzare questa determinazione in maniera automatica è un po' più complesso e richiede l'impiego di varie tecniche tra cui, per esempio le trasformate *wavelets*. Vista la complessità dell'argomento evitiamo di darne dettagli, rimandando, per esempio, al lavoro di Cohn e Angevine (2000) in cui si presenta l'impiego di questa tecnica proprio per la determinazione dell'estensione verticale del *PBL*. Comunque è consigliabile non fidarsi troppo di eventuali metodi completamente automatici, dato che essi non sono in grado di discriminare tra una *vera* inversione alla sommità del *PBL* attuale ed eventuali *residual layer* (si ricordi quanto detto al Capitolo 1) che spesso presentano inversioni molto più evidenti e pronunciate, ma a quote decisamente più elevate. Normalmente la quota così determinata è indicata come z_i ed è proprio quella quota che con tale simbolo compare nella maggior parte delle Relazioni di Similarità del *PBL*. Spesso ciò non è detto esplicitamente, tranne in molti lavori aventi come autore Kaimal.

Sono stati proposti anche molti metodi semi-automatici (e potenzialmente automatizzabili) in grado di supportare la determinazione di h dai radiosondaggi (Sugiyama e Nasstrom, 1999), quando per h si intende l'altezza di rimescolamento più che z_i :

- Il parcel method. Questo metodo è estremamente semplice e consiste nell'individuare la quota h in corrispondenza della quale si ha l'intersezione tra il profilo verticale della temperatura potenziale virtuale e l'adiabatica secca corrispondente alla temperatura superficiale. Questo metodo è stato usato frequentemente soprattutto nel passato (Holzwoeth, 1967; Benkeley e Schulman, 1979) ed è stato modificato in vario modo, anche se in maniera non molto convincente (Seibert e al., 1998).
- Il metodo di Heffter. Questo metodo (Heffter, 1980) utilizza il profilo verticale di θ_v e

cerca in esso l'esistenza di un'*inversione critica* che si ipotizza marchi la sommità del *ML*. Tale inversione critica viene individuata come l'inversione più bassa che rispetta contemporaneamente i seguenti due criteri (Marsik e al. 1995):

$$\frac{\Delta\theta_v}{\Delta z} \geq 0.005 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{AND} \quad \theta_{top} - \theta_{bot} \geq 2 \text{ K}$$

dove θ_{top} e θ_{bot} sono la base e la sommità dell'inversione critica. Quindi h è quel punto nello strato di inversione in cui θ_v supera di 2 K la temperatura della base dell'inversione stessa.

- Il metodo del Gradiente della temperatura TRDG. Partendo dal presupposto che in un *PBL* convettivo il *ML* è sovrastato dallo strato di *entrainment* caratterizzato da una forte inversione termica, questo metodo va ad individuare la quota h in corrispondenza della quale il gradiente di θ_v supera un valore prefissato. Sulla base delle misure disponibili, Dai e al. (2014) hanno definito questa soglia pari a $0.013 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$.
- Il metodo del valore massimo del gradiente di temperatura TRDGM. Il metodo è sostanzialmente simile al precedente ed individua h come la quota cui corrisponde il massimo del gradiente di temperatura potenziale virtuale.

Una curiosa osservazione la si incontra nel lavoro di Johansson e Bergstrom (2005) che si riferisce sia alle situazioni convettive che alle situazioni stabili. Gli Autori hanno evidenziato come h può anche essere individuato come quella quota in corrispondenza della quale la velocità ascensionale della radiosonda decresce drasticamente. Nella **Fig. 15.15** si mostra il profilo della velocità ascensionale della sonda sia in una situazione convettiva (a sinistra) sia in una situazione stabile (a destra) ed in entrambi i casi la velocità ascensionale del pallone sonda si dimezza al di sopra di h . Questa osservazione potrebbe costituire un utile complemento all'individuazione di h attraverso l'analisi del profilo verticale della temperatura potenziale virtuale.

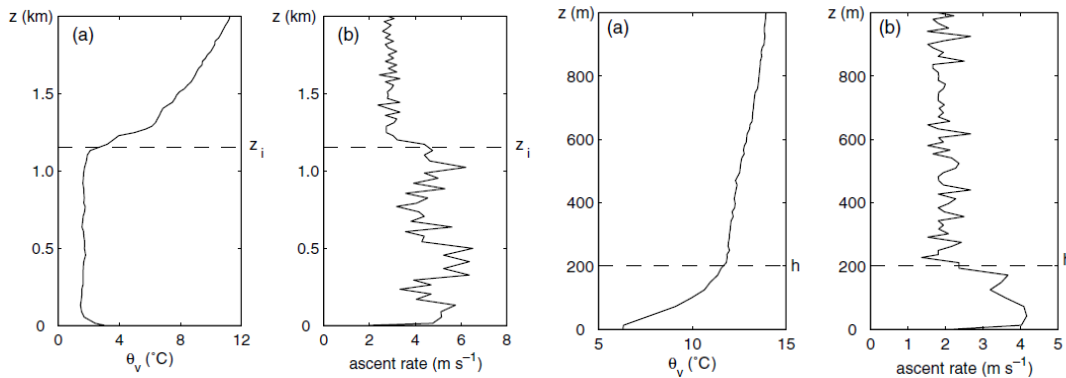


Fig. 15.15: profilo verticale della velocità ascensionale di una radiosonda in situazioni convettive (parte sinistra della figura) che in situazioni stabili (parte destra della figura). In entrambi i casi la velocità ascensionale si dimezza al di sopra di h (Johansson e Bergstrom, 2005)

Un metodo di stima completamente diverso è presentato nei lavori di Rampanelli e Zardi (2004) e di Salcido e al. (2003). In entrambi i lavori, anche se in modi diversi, si ipotizza che il profilo verticale di θ_v sia dato da una forma funzionale nota, dipendente, però, da una serie di parametri tra cui h . Impiegando il profilo misurato e metodi di ottimizzazione non lineare si giunge alla fine alla stima di h . Apparentemente, un metodo di questo tipo potrebbe essere totalmente automatizzato.

Infine, val la pena citare i lavori di Liu e Ohtaki (1997) e di Choi e al. (2011) in cui si delinea un metodo di stima basato sull'analisi della parte a bassa frequenza dello spettro della componente longitudinale del vento che, come noto, è dipendente da z_i . È innegabile che, seguendo il modello spettrale di Højstrup J. (1981, 1982) lo spettro delle componenti orizzontali del moto, ed in particolare della componente longitudinale, dipenda nella parte a bassa frequenza da z_i , tuttavia i due lavori citati non sembrano sfruttare completamente le peculiarità offerte da questo modello spettrale.

Situazioni stabili

Le situazioni stabili sono molto più complesse da trattare come abbiamo visto nella **Fig. 15.13**. Spesso si è utilizzato il profilo verticale del Numero di Richardson come mezzo per individuare h corrispondente, in questo caso, alla quota al di sopra della quale Ri supera un valore critico (normalmente posto a 0.25 o 0.5). L'estrema irregolarità del profilo e gli errori connessi col fatto che Ri è inevitabilmente determinato approssimando le derivate con i rispettivi rapporti incrementali fa sì che questi metodi diano risultati piuttosto controversi.

Dai e al. (2014), per tener conto delle varie situazioni stabili che si possono avere, definiscono h come la quota in corrispondenza della quale il gradiente di temperatura potenziale virtuale risulta inferiore per la prima volta ad un valore soglia (posto pari a $0.065 \text{ K}\cdot\text{m}^{-1}$) e che comunque si viene a trovare al di sopra di un massimo locale di θ_v se tale massimo esiste.

Osservazioni conclusive

Un'ultima considerazione deve essere dedicata doverosamente al caso in cui ci sia una copertura nuvolosa. Come già detto, tali casi sono i più difficili da trattare ed i più controversi, anche perché non abbiamo considerato nella nostra trattazione il *PBL* con pesante copertura nuvolosa. Per i dettagli conviene riferirsi a Stull (1989) ed anche al lavoro di Wang e Wang (2014). Comunque quello che è certo è che l'estensione verticale del *PBL* non potrà essere superiore alla quota della base delle nuvole, che possono essere individuate come la quota in corrispondenza della quale si riscontra il massimo avvicinamento tra la temperatura dell'aria a bulbo secco e quella a bulbo umido, grandezze normalmente sempre misurate durante un radiosondaggio.

15.11.2.2 Stima dell'altezza di rimescolamento da sistemi remote sensing

In questi ultimi decenni alcuni sistemi *remote sensing* (*SODAR*, *Wind Profiler*, *LIDAR*) sono diventati spesso protagonisti non marginali nell'osservazione sistematica del *PBL* e ciò costituisce un'abbondante fonte di informazione che dovrebbe potersi impiegare anche per la stima dell'estensione verticale del *PBL* e quindi per la determinazione dell'altezza di rimescolamento h . Il principale vantaggio dei sistemi *remote sensing* è che essi possono osservare con elevata frequenza (in pratica in continuo) le caratteristiche dell'atmosfera.

Tra i vari sistemi *remote sensing*, sicuramente il *SODAR* è il più semplice e meno costoso e ciò lo rende il più adatto ad essere impiegato in reti di rilevamento. Il principio fisico su cui poggia il suo funzionamento è lo *scattering* del suono dovuto alle disomogeneità di temperatura a piccola scala presenti in atmosfera. In pratica, dall'eco sonoro di ritorno, ricevuto dal sistema, è possibile ottenere un profilo verticale $S(z)$ proporzionale ai parametri di struttura C_n^2 e C_T^2 . Dato che il funzionamento del *SODAR* è praticamente continuo, è consuetudine affiancare uno all'altro i profili $S(z)$ prodotti ad istanti successivi, ottenendo il classico *sodargramma* un esempio del quale è riportato nella **Fig. 15.16**. In questa figura sono evidenti alcune situazioni tipiche. Senza entrare nei dettagli (che possono essere reperiti nella voluminosa bibliografia relativa al *SODAR*), nelle situazioni stabili (notturne) il *sodargramma* indica in genere che l'eco di ritorno $S(z)$ assume valori elevati in tutto il *PBL* e diminuisce bruscamente alla sua sommità, mentre nelle situazioni convettive $S(z)$ presenta un massimo relativo primario nei pressi del suolo e un massimo relativo secondario in corrispondenza dell'*entrainment*. Numerosi studi sperimentali e modelli numerici hanno individuato profili caratteristici di queste grandezze sia in condizioni stabili che in

condizioni convettive e dal loro confronto con il profilo raccolto dal *SODAR* è possibile stimare l'altezza di rimescolamento. Inoltre, in modalità Doppler, tali sistemi sono in grado di stimare il profilo verticale della velocità media del vento e della varianza della componente verticale del moto.

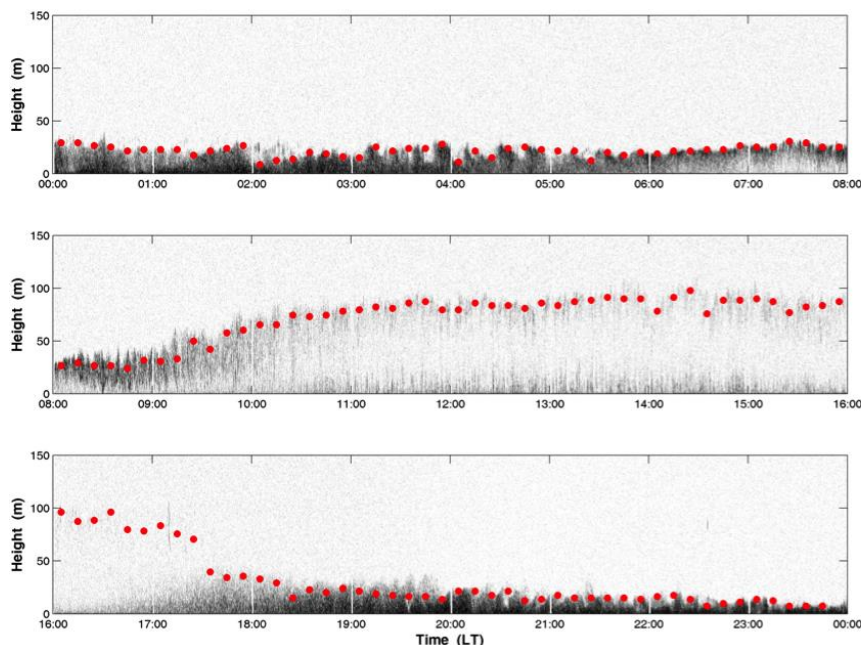


Fig. 15.16: andamento giornaliero dell'eco del *SODAR* alla base antartica di Dome C (i punti rossi individuano la sommità del PBL) (S. Argentini, informazione privata)

Sono stati proposti numerosi metodi per individuare l'altezza di rimescolamento h dai profili prodotti dal *SODAR* e si rimanda a Beyrich (1997) per ulteriori dettagli. Qui si riassumono solo alcuni criteri spesso utilizzati in pratica.

Nelle situazioni stabili, h viene individuata dal profilo $S(z)$ prodotto dal *SODAR* seguendo i seguenti criteri:

- h viene individuato nel limite superiore dell'eco che parte dal suolo visibile nel *sodar-gramma*;
- h risulta pari alla quota in corrispondenza della quale $S(z)$ scende al di sotto di un limite predefinito;
- h risulta pari alla quota in corrispondenza della quale $dS(z)/dz$ è massima;
- h risulta pari alla quota in corrispondenza della quale $dV(z)/dz$ è massima, dove V è la velocità media del vento.

Invece nelle situazioni convettive, h viene individuata dal profilo $S(z)$ prodotto dal *SODAR* seguendo i seguenti criteri:

- h corrisponde al limite inferiore dello strato in quota in cui $S(z)$ assume valori elevati;
- h corrisponde al centro dello strato in quota in cui $S(z)$ assume valori elevati;
- h corrisponde alla quota sopra il suolo in cui $dS(z)/dz$ è massima;

- h corrisponde alla quota in corrispondenza della quale $S(z)$ presenta un massimo secondario;
- h corrisponde alla quota sopra in corrispondenza della quale σ_w^2 diminuisce bruscamente.

Il problema pratico connesso all'uso del *SODAR* per determinare l'altezza di rimescolamento è che il profilo $S(z)$ ed il profilo della velocità media del vento e della varianza della componente verticale del moto raramente si estendono a quote superiori a 500÷1000 m e ciò limita di molto la possibilità di individuare h nelle situazioni a maggiore convettività. Di fatto la sua principale utilità è limitata alle prime ore del giorno e quindi è utile per indagare l'evoluzione iniziale dell'accrescimento del *PBL*. Nonostante ciò, la stima di h costituisce una delle classiche applicazioni del *SODAR*.

Le tecniche *LIDAR* sono state impiegate lungamente per analizzare la presenza in atmosfera di varie specie chimiche gassose e degli aerosol, tuttavia è la disponibilità di un sistema *LIDAR* compatto e a basso costo, il *ceilometer* (Munkel e al. 2007; Emeis e al., 2012), capace di individuare il particolato e gli aerosol in atmosfera, che ha aperto le porte ad un uso sistematico di questo sistema *remote sensing* nella stima (manuale ed automatica) dell'altezza di rimescolamento. Sinteticamente, un *ceilometer* invia un raggio laser di opportuna lunghezza d'onda in verticale, raggio che interagisce col particolato incontrato lungo il cammino. Questa interazione fa sì che una parte del raggio luminoso venga retrodiffuso e ricevuto dal *ceilometer*. Il segnale ricevuto dal *ceilometer* $S(z)$ è attenuato dalla distanza percorsa e quindi ciò che in realtà si considera come segnale $b(z)$ è il *backscattering* ricevuto moltiplicato per z^2 ed è proporzionale alla concentrazione di particolato incontrata alle varie quote z . Come si è detto, gli inquinanti emessi nei pressi del suolo (e quindi anche il particolato sottile e gli aerosol), restano intrappolati entro il *PBL* e perciò $b(z)$ resta elevato entro tutto il *PBL* per poi crollare a valori molto bassi nell'atmosfera libera. La quota cui corrisponde questa brusca variazione di $b(z)$ può essere identificata come l'altezza di rimescolamento h . Dato che il *ceilometer* è in grado di inviare ed analizzare con una frequenza elevatissima raggi laser in verticale, il risultato pratico è che tale sistema *remote sensing* è in grado di ottenere ad ogni istante voluto il profilo $b(z)$ e quindi di effettuare un'osservazione praticamente continua della presenza di particolato in atmosfera, come ben si vede nella **Fig. 15.17**.

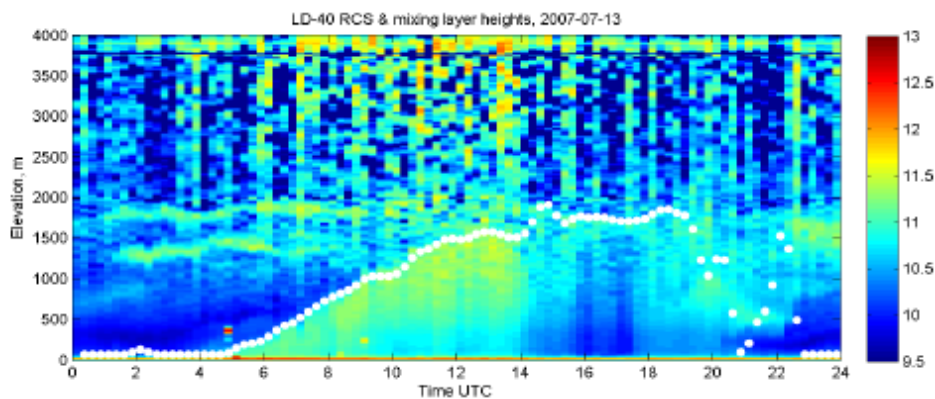


Fig. 15.17: andamento giornaliero del segnale retrodiffuso di un *ceilometer* (i punti bianchi evidenziano la sommità del *PBL*) (G. Gobbi. *Informazione privata*)

Il metodo più immediato di analisi è quello di individuare manualmente la quota h direttamente da grafici come quelli di **Fig. 15.17**, ma è evidente che il disporre di un segnale $b(z)$ praticamente continuo nel tempo spinge a cercare algoritmi automatizzabili per l'individuazione dell'altezza di rimescolamento h . Molti sono stati i metodi proposti per l'individuazione automatica della sommità del *PBL* (si veda per esempio i lavori di Angelini e Gobbi, 2014, di Haeffelin e al., 2012, e di Kotthaus e al., 2018 a e b). Tra i vari metodi proposti ne presenteremo sinteticamente solo due a titolo esemplificativo, rimandando per i restanti alla Letteratura.

Il metodo più immediato (Endlich e al. 1979) è quello che prende in considerazione il segnale $b(z)$ e ne analizza la derivata prima. L'altezza di rimescolamento h può allora essere identificata come la quota a cui corrisponde il valore massimo di $-db/dz$. Il metodo sembrerebbe semplice, ma per poterlo utilizzare in pratica è necessario stimare numericamente la derivata prima di $b(z)$ con le differenze finite e ciò può amplificare il rumore presente in $b(z)$ e creare problemi gravi al metodo di stima automatica.

Un metodo più robusto è quello proposto da Steyn e al. (1999). Gli Autori ipotizzano che il segnale di *backscattering* normalizzato rispetto alla distanza $b(z)$ sia la sovrapposizione di un segnale di puro rumore e di un profilo teorico $B(z)$ che presenta le seguenti caratteristiche: dal suolo fino in prossimità della sommità h del PBL $B(z)$ assume un valore costante B_m , mentre al di sopra di h assume un valore minimo B_u . Attorno alla quota h , $B(z)$ passa velocemente da B_m a B_u in uno spessore di atmosfera s proporzionale allo spessore dell'*Entrainment Layer*. In sostanza si è ipotizzato che:

$$B(z) = \frac{B_m + B_u}{2} - \frac{B_m - B_u}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{z - h}{s}\right) \quad [15.136]$$

In **Fig. 15.18** viene presentato un esempio del segnale *teorico* $B(z)$. Se, con tecniche di Ottimizzazione non Lineare, si minimizza lo scarto quadratico medio tra $b(z)$ e $B(z)$ si ottiene h e il parametro s è legato allo spessore dello Strato di Entrainment. In particolare, secondo gli Autori, lo Strato di Entrainment è quello strato a cavallo di h dello spessore complessivo di EZT = $2.77 s$.

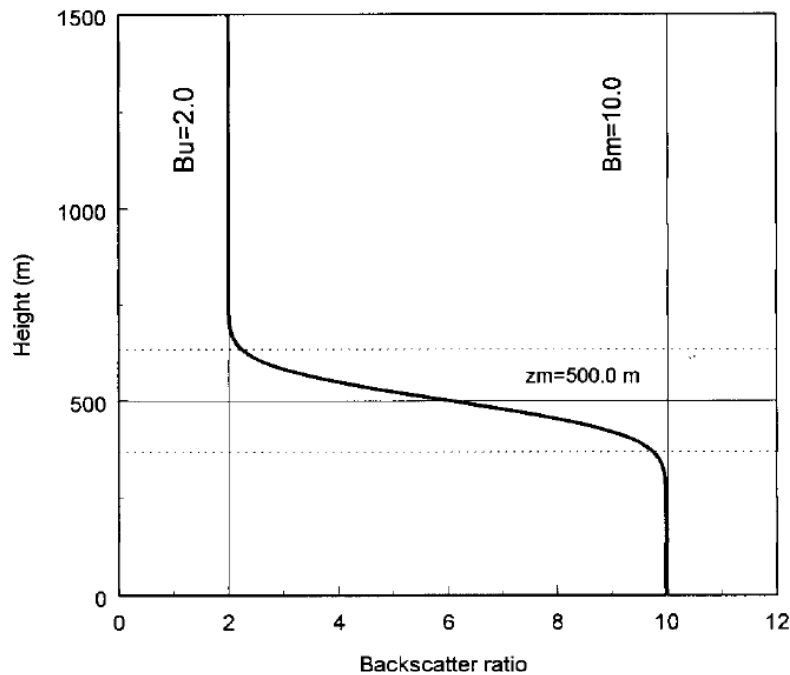


Fig. 15.18: profilo ideale $B(z)$ del segnale prodotto da un ceilometer in cui $B_u = 2.0$, $B_m = 10.0$, $h = 500.0$ m, $s = 100.0$ m. Le due righe orizzontali tratteggiate delimitano lo Strato di Entrainment spesso 277.0 m centrato sulla quota di rimescolamento h , indicata in figura col simbolo zm (Steyn e al. 1999).

Questa è l'essenza del metodo, ulteriormente sviluppato da Eresmaa e al. (2006, 1012).

PROBLEMI

P15.01 Facendo riferimento all'Esercizio 15.1 presentato nel capitolo, valutare il rapporto tra la deviazione standard della componente verticale del vento misurata impiegando un anemometro ultrasonico triassiale funzionante a 10 Hz e quella teorica se il periodo di mediazione è pari a 1800 secondi, se la quota di misura è di 10 metri, se la velocità media del vento è 2 m/s e se la friction velocity è pari a 0.22 m/s.

P15.02 Si consideri un sito in cui, durante le situazioni adiabatiche, la velocità media del vento misurata a 10 metri e la friction velocity assumono i valori seguenti.

Velocità del vento (m/s)	Friction Velocity (m/s)
2.76	0.30
0.92	0.11
3.70	0.39

Quanto vale il valor medio della rugosità superficiale caratteristica del sito di misura ed il relativo errore standard?

P15.03 In una situazione adiabatica, il profilo della velocità del vento sopra una foresta è dato dalla relazione di Similarità seguente:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z-d}{z_0} \right)$$

dove con d si è indicato il *displacement height* della foresta. Se si ipotizza di disporre di una torre di misura strumentata a N livelli con anemometri (tutti posti ad una quota superiore a d), costruire un algoritmo in grado di stimare il valore di z_0 e d sulla base delle N misure contemporanee di vento medio U_i .

P15.04 Sono state raccolte le seguenti misure di velocità media del vento alle quote $z_1 = 2$ m e $z_2 = 10$ m in un sito dotato di palo meteorologico strumentato, tutte riferite a situazioni adiabatiche.

U (z=2 m) (m/s)	U (z=10 m) (m/s)
1.03	1.63
2.05	3.26
2.73	4.34

Stimare la friction velocity in ognuna situazione e la rugosità z_0 del sito.

P15.05 In un sito desertico è operativo un palo meteo in cui si misura la velocità del vento e la temperatura potenziale alla quota di 4 metri e 8 metri. Si adotti per le funzioni di Similarità del profilo verticale medio di velocità del vento e di temperatura potenziale le espressioni seguenti, valide in condizioni di connettività:

$$\psi_M(\zeta) = (1 - 16 \cdot \zeta)^{1/4} - 1 \quad \psi_H(\zeta) = 2 \ln \left[\frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 - 16 \cdot \zeta}) \right]$$

A fronte delle misure seguenti:

$$\begin{aligned} \text{quota} = 4 \text{ m} & \rightarrow u_4 = 1.217 \text{ m/s}, \quad \theta_4 = 284.6 \text{ K} \\ \text{quota} = 8 \text{ m} & \rightarrow u_8 = 1.376 \text{ m/s}, \quad \theta_8 = 284.3 \text{ K} \end{aligned}$$

stimare le grandezze seguenti, ipotizzando che la temperatura media del SL sia pari a 300 K:

- rugosità superficiale per la quantità di moto e rugosità superficiale per il calore,
- friction velocity e flusso turbolento di calore sensibile
- temperatura all'interfaccia aria-suolo.

P15.06 Scrivere un programma PROFILI implementando l'algoritmo iterativo descritto al punto 15.2.2.2 e ipotizzando di avere a disposizione anche un profilo di umidità specifica q , in grado di determinare anche il flusso turbolento di Calore Latente.

P15.07 Se in un sito tipicamente rurale ed arido la Radiazione Netta è pari a 321 W/m^2 e la velocità media del vento a 10 metri è pari a 2.5 m/s , ipotizzando che la rugosità superficiale sia pari a 0.3 m , quanto vale la friction velocity, la lunghezza di Monin-Obukhov, il Flusso Turbolento di Calore Sensibile ed il Flusso Turbolento di Calore Latente? Quanto potrebbero valere le medesime grandezze se il sito fosse rurale ed umido?

P15.08 Dimostrare che la formulazione del modello di Penmann-Monteith espresso dalle relazioni (15.51) è del tutto equivalente alla formulazione data dalle relazioni (15.55)

P15.09 Si misuri alla sommità di un palo alto 5 metri con un anemometro a coppe la deviazione standard σ_u della componente longitudinale del vento e con una termocoppia veloce la deviazione standard σ_T della temperatura potenziale. Si definisca una procedura iterativa per ottenere sia nelle situazioni convettive che nelle situazioni stabili la stima della friction velocity e del flusso turbolento di calore sensibile. Inoltre, sapendo che la temperatura media dell'aria è di 300 K , quanto vale u_* e H_0 nelle due situazioni seguenti:

situazione 1: $\sigma_u = 0.85 \text{ m/s}$; $\sigma_T = 0.59 \text{ K}$; situazione convettiva
 situazione 2: $\sigma_u = 1.05 \text{ m/s}$; $\sigma_T = 0.21 \text{ K}$; situazione stabile

Nota: le funzioni di Similarità da utilizzare nelle situazioni convettive sono:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} = 2.55(1 - 1.2\zeta)^{1/3} \quad \frac{\sigma_T}{|T_*|} = 0.95\zeta^{-1/3}$$

mentre nelle situazioni stabili sono:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} = 2.55(1 - 0.8\zeta) \quad \frac{\sigma_T}{|T_*|} = 2(1 + 0.5\zeta)^{-1}$$

P15.10 Si consideri un palo alla sommità del quale sia possibile misurare con un anemometro la velocità media del vento e con una termocoppia veloce la deviazione standard della temperatura. Se il palo è alto 10 metri, la temperatura media dell'aria è 300 K e la rugosità superficiale è pari a 0.2 m , stimare u_* e H_0 nelle due situazioni seguenti, utilizzando le Funzioni di Similarità indicate nei problemi precedenti:

situazione 1: $U = 1.51 \text{ m/s}$ $\sigma_T = 0.43 \text{ K}$
 situazione 2: $U = 3.52 \text{ m/s}$ $\sigma_T = 0.19 \text{ K}$

P15.11 Su una torre meteorologica sono collocate alle quote di 2, 4, 8 e 16 metri delle termocoppie veloci da cui si ottengono le relative deviazioni standard σ_T della temperatura potenziale. Dalla termocoppia a 2 e 16 metri è poi derivato anche il gradiente verticale di temperatura normale. Le relazioni di Similarità che descrivono il profilo verticale della deviazione standard della temperatura potenziale sono le seguenti:

$$\frac{\sigma_T}{|T_*|} = 2 \cdot \left(1 + 9.5 \cdot \left|\frac{z}{L}\right|\right)^{-1/3} \quad \text{in condizioni convettive}$$

$$\frac{\sigma_T}{T_*} = 2 \cdot \left(1 + 0.5 \cdot \left(\frac{z}{L}\right)\right)^{-1} \quad \text{in condizioni stabili}$$

Mettere a punto una procedura iterativa basata sul metodo dei minimi quadrati lineari in grado di stimare u_* e H_0 ed applicarla alle due situazioni seguenti:

Situazione 1: Temperatura media del SL = 300 K ; gradiente di temperatura $dT/dz = -0.0746 \text{ K/m}$

Quota (m):	2	4	8	16
σ_T (K):	0.7456	0.6321	0.5214	0.4227

Situazione 2: Temperatura media del SL = 290 K ; gradiente di temperatura $dT/dz = 0.0789 \text{ K/m}$

Quota (m):	2	4	8	16
σ_T (K):	0.3044	0.2994	0.2899	0.2725

P15.12 Dimostrare la relazione (15.61b).

P15.13 Un anemometro sonico bi-assiale posto alla quota di 5 m misura una velocità media del vento pari

a $U = 2.0$ m/s ed un tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta $\varepsilon = 0.021$ m²s⁻³. Se la lunghezza di rugosità è $z_0 = 0.2$ m, quanto vale u_* , H_0 e z/L ?

- P15.14 Si consideri una situazione convettiva e si misuri alla quota di 10 m un tasso medio di dissipazione di energia cinetica turbolenta $\varepsilon = 7.0 \cdot 10^{-3}$ m²/s³ ed un tasso medio di dissipazione di semi-varianza della temperatura $N_T = 5.7 \cdot 10^{-3}$ K²/s³. Se la temperatura media è pari a 300 K e la rugosità superficiale è $z_0 = 0.3$ m, determinare la velocità media del vento, la friction velocity, il flusso turbolento di calore sensibile ed il parametro di stabilità ζ tenendo conto che il gradiente verticale di temperatura potenziale virtuale è negativo.
- P15.15 In una situazione convettiva si misura con una termocoppia a risposta veloce un tasso medio di dissipazione di semi-varianza di $N_T = 4.3 \cdot 10^{-3}$ K²/s³. Se la temperatura media è pari a 310 K, determinare col metodo di Albertson il flusso turbolento di calore sensibile H_0 .
- P15.16 Scrivere un programma che implementa il metodo Variazionale impiegando quanto presentato al punto 15.8.2 per la stima dei parametri u_* , T_* e q_* .
- P15.17 Scrivere un programma che implementi la determinazione dell'ampiezza della rampa di temperatura secondo il modello di Van Atta e secondo il modello di Chen.
- P15.18 Si ipotizzi di avere a disposizione il profilo verticale della velocità media del vento e della deviazione standard della componente verticale del moto prodotte da un SODAR fino a quote dell'ordine dei 500 metri. Se si ipotizza di utilizzare tutto il profilo verticale di σ_w e solo la porzione di profilo della velocità del vento sotto i 10 metri, scrivere un programma che permetta di stimare in una situazione convettiva u_* , L , H_0 e z_i .
- P15.19 Implementare in un programma il metodo di Martano per la stima contemporanea di z_0 e del displacement height d .
- P15.20 Realizzare un programma che determini l'altezza di rimescolamento convettiva a partire da un radiosondaggio e che usi il parcel method, il metodo di Heffter, il metodo del gradiente di temperatura.

INDICE ANALITICO – Volume 2

A

assorbimento; 157
 accuratezza; 31
 adsorbimento; 157
 albedo; 182
 albedometro; 186
 aliasing; 60; 116; 351; 448; 459
 algoritmo di Newton; 539
 altezza di rimescolamento; 624
 Amplitude algorithm; 614
 analisi meteorologiche; 69
 analisi multiresolution; 446; 473
 analisi Spettrale; 445
 analisi spettrali parametrica; 467
 andamento a dente di sega; 586
 anemometro; 71
 anemometro a banderuola; 88
 anemometro a coppe; 73
 anemometro a elica. *Vedi* Propeller
 anemometro a filo caldo; 73; 118
 anemometro a film-caldo; 118
 anemometro sonico; 103
 anemometro sonico biassiale; 110
 anemometro sonico monoassiale; 109
 anemometro sonico triassiale; 110; 327
 angolo di attacco del vento; 80; 97
 apparato di misura; 1
 apparato di misura ideale; 1
 approssimazione a scala (*staircase*); 33
 approssimazione di Rayleigh–Jeans; 243
 Arctangent algorithm; 614
 attenuazione nel condotto di un closed-path; 390
 autovalori; 293

B

backscattering; 228
 bare soil; 608
 barometro; 198
 Bayesian Information Criterion; 470
 beam expander; 236
 bias; 24; 299
 bilancio di massa per un volume di controllo; 323
 bilancio energetico superficiale; 581
 blendig height; 326
 bootstrap; 309; 416
 brillantezza; 243
 Bulk Richardson Number; 365; 627

C

calibrazione; 17
 calibrazione assoluta; 23
 calibrazione in campo; 129
 calibrazione per confronto; 23
 calibration constant; 87
 calibration distance; 77
 calma di vento; 30; 88
 campionamento; 55; 247
 campione di riferimento; 8
 campione ideale unitario; 3
 canopy; 346
 canopy vegetale; 594
 capacità termica apparente; 621
 caratteristiche dinamiche; 15
 caratteristiche dinamiche trasduttore Primario;
 32
 caratteristiche statiche; 15
 caratteristiche dinamiche anemometro a coppe;
 78
 caratteristiche statiche anemometro a coppe; 76
 caratteristiche statiche e dinamiche del wind
 vane; 90
 Categoria di Pasquill-Gifford; 285
 catena di Misura; 13
 ceilometer; 235; 237 632
 cella di Peltier; 144; 159
 centralina monitoraggio Qualità dell'Aria; 169
 chemiluminescenza; 173
 ciclo di Carnot; 130
 classe di precisione del sensore; 25
 closed-path; 336
 coefficiente di correlazione; 416
 coefficiente di diffusione turbolenta; 534
 coefficiente di estinzione; 161
 coefficiente di Seebeck; 144
 coefficiente di temperatura; 137
 coerenza Spettrale; 447
 collegamento a 4 fili; 141
 concentrazione molare; 399
 Condensation Particle Counter; 177
 concetto di misura; 2
 conservazione di uno scalare; 320; 321
 controllo di qualità; 249; 257
 conversione analogico/digitale; 54; 255
 conversione Analogico-Digitale (ADC); 55
 conversione Digitale/Analogica (DAC); 57
 convertitore Analogico/Digitale; 14
 convoluzione; 33; 35
 correzioni della temperatura sonora; 351
 correzioni per gli igrometri al Krypton; 407

correzioni per un sensore IRGA closed-path;
401; 408
correzioni spettrali; 378
correzioni *WPL*; 398; 401; 534
co-spettro; 380; 446
costante di Stefan-Boltzman; 565
costante di distanza; 76
costante di tempo; 40
costruzione dei cospettri; 465
costruzione numerica dello spettro; 458
covarianza; 329
cross-spettro; 380
cross-cpeltro one-sided; 446
 crosswind footprint function; 427
curva di calibrazione; 16
curva di taratura; 16
cup anemometer. *Vedi* anemometro a coppe

D

damped period; 93
damping ratio. *Vedi* rapporto di smorzamento
data-logger; 50; 54; 255
dead band; 423
DEC by grab sampling; 418
DEC by mass scanning; 418
declinazione magnetica; 128
densità; 399; 534
densità spettrale; 380
densità autospettrali *one-sided*; 36
densità spettrale *two-sided*; 36
despiking; 342
despiking; 455; 489
determinazione displacement height; 604
detrending; 455; 489
deviazione standard; 268; 328
deviazione standard direzione del vento; 285
deviazione standard direzione del vento secondo
 Campbell; 286
deviazione standard direzione del vento secondo
 Yamartino; 286
deviazione standard velocità del vento scalare;
 285
dew-point temperature; 156
dinamo tachimetrica; 50; 74; 95
direzione media prevalente del vento; 284
direzione scalare media del vento; 284
direzione vettoriale media del vento; 285
displacement height; 346; 521; 525; 526; 532;
 563; 595
dissipazione molecolare; 491
distance constant; 85; 87; 101
distance constant del vane; 91
Doppler beam swinging; 241
Doppler Wind LIDAR; 240
downcrossing; 509
drag coefficient; 434

droni; 222
dropouts; 344
dumped natural frequency; 91
dumped natural wavelength; 91

E

EBS – Energy Budget at Earth's Surface; 607
Eddy Accumulation (*EA*); 419
effetto
 Doppler; 231; 240
 Peltier; 143
 Seebeck; 143
 Thomson; 143
elaborazione di base dei dati; 265
emissività all'infrarosso; 565
energia cinetica turbolenta; 318; 330
energy cascade; 228; 491
equazione di Clausius-Clapeyron; 155
equazioni di Yule-Walker; 468
errore; 6
errore assoluto massimo; 25
errore casuale; 300; 302; 304
errore di arrotondamento; 268
errore di misura; 6
errore di quantizzazione; 63
errore massimo; 11
errore quadratico medio; 6
errore standard; 6; 24
errore standard di misura; 21
errori per filtraggio passa-basso; 379
errori per definizione di media e di detrending;
 385
errori casuali; 10
errori di tipo accidentale; 6
errori sistematici; 9; 299; 304
estensimetro; 127
evapotraspirazione; 161; 331; 535

F

faccimile; 230
Fast Fourier Transform; 452
Fast Haar Transform; 479; 485
father function; 481
fattore di calibrazione dell'anemometro; 75
fattore di copertura; 25
fattore di enhancement; 155
fattore di smorzamento; 43
fenomeni a mesoscala; 248
fenomeni submeso; 248
fetch; 346
filtri analogici; 56
filtro analogico passa-basso di tipo RC; 44
filtro di Hamming; 457; 459
filtro di Hanning; 457; 459

filtro passa-alto; 379
 filtro passa-basso; 379
 fixed-point iteration; 530
 fluorescenza UV; 172
 flusso Turbolento di Calore Latente; 331
 flusso Turbolento di Calore Sensibile; 330
 folding frequency. *Vedi* frequenza di Nyquist
 footprint; 425
 forme spettrali; 392
 forza di drag; 75; 98
 forza di lift; 98
 fotoaccoppiatore; 74
 fotometria UV; 174
 fractional analysis; 596
 free-convection; 526; 605
 frequenza angolare; 43
 frequenza di campionamento; 55; 250; 347
 frequenza di cut-off; 352; 371
 frequenza di Nyquist; 59; 60; 448; 459
 frequenza di roll-off; 115
 frequenza naturale del vane; 91
 frequenza naturale smorzata; 91
 friction velocity; 330
 frost-point temperature; 156
 funzione cumulata; 274
 funzioni di struttura del secondo ordine; 229
 funzione di autocorrelazione; 278; 301; 468
 funzione di autocovarianza; 301
 funzione di Cross-Correlazione; 446
 funzione di Cross-Correlazione Normalizzata; 415
 funzione di densità di probabilità; 274
 funzione di footprint; 426
 funzione di struttura del secondo ordine; 280
 funzione di Struttura di ordine n ; 280
 funzione di trasferimento; 373; 381
 per la dinamica del sensore; 387
 per la mediazione su un path; 388
 per la separazione laterale tra sensori; 389
 funzione t di Student; 505
 funzioni basi; 474
 funzioni *Wavelets*; 474
 fuso orario locale; 254

G

galleria del vento; 76; 128
 gap-filling; 342
 gas serra; 167
 generatore dinamico a due pressioni; 166
 Gill propeller UVW; 96
 giunto caldo; 145
 giunto di misura; 146
 giunto di riferimento; 146
 giunto freddo; 145
 grandezze osservabili; 4
 gradiente; 538

gust; 287
 Gust Factor; 289
 Gust Peak Factor; 289

H

heat pulse probe; 610
 hot-wire anemometer. *Vedi* Anemometro a filo caldo

I

Igrometro; 154; 204; 327
 all'infrarosso; 160
 di tipo elettrico; 157
 Lyman-Alpha; 162
 impulso finito; 33
 incertezza; 8
 incertezza composta; 27
 incertezza dei flussi; 305
 incertezza dei momenti di ordine superiore; 303
 incertezza del valore medio di una variabile; 300
 incertezza della misura; 6; 18
 Incertezza della misura; 24
 incertezza della stima dei momenti; 299
 incertezza di sensibilità; 9
 incertezza estesa; 24
 incertezza intrinseca; 301; 302
 incertezza intrinseca stima dei flussi; 414; 416
 incertezza tipo; 24
 indeterminazione nella costruzione istogramma; 276
 individuazione dell'Inertial Subrange; 494
 ingresso a gradino; 41
 ingresso armonico; 42
 inseguitore di tensione; 52
 inertial subrange; 228
 inquinamento atmosferico; 167
 Internal Boundary Layer; 346
 International Temperature Scale (ITS-90); 133
 intervallo inerziale; 282; 491
 intervallo interquartile; 275; 277
 invarianti principali; 292
 ipotesi di ergodicità; 328
 ipotesi di Reynolds; 328
 ipotesi di Taylor; 570
 isotropia locale; 491
 istogramma; 274
 ipsometro; 200
 IRGA; 179; 336
 istanza; 6
 isteresi; 31

K

kurtosis; 269; 304; 329

L

laser; 235
 legge
 dei Gas Perfetti; 130; 131
 dei metalli interposti; 147
 delle temperature successive; 147
 di Beer-Bouguer-Lambert; 160; 171; 229; 243; 23743
 di Bernoulli; 127
 di Bragg; 228
 di Fourier; 612
 di indipendenza della temperatura dei fili; 148
 di King; 122
 di propagazione delle incertezze; 27
 di sovrapposizione dei metalli; 148
 empirica del caso; 19
 leggi delle termocoppie; 147
 LI-7200 *Enclosed*; 409
 LIDAR; 225; 235; 630; 632
 LIDAR DIAL; 236
 LIDAR elastici; 236
 LIDAR Raman; 236
 linear detrending; 369
Logarithmic algorithm; 614
 lunghezza di Monin-Obukhov; 331
 lunghezze di rugosità; 521; 563
 lunghezza d'onda naturale; 91
 lunghezza d'onda naturale smorzata; 91
 Lyman-Alpha; 336

M

MAD; 341
 manifold; 170
 mappatura; 2
 mass mixing ratio; 320; 331; 399
 mather function; 475; 483
 mather function delle wavelets di Haar; 475
 matrice di Varianza-Covarianza; 317
 matrice di varianza-covarianza; 290;
 matrice di varianza-covarianza vettore vento;
 329
 matrice Hessiana; 538; 582
 matrice Jacobiana; 538
 matrice ortonormale; 294
 matrice semidefinita positiva; 290; 317
 Mean Removal; 368
 media campionaria; 6
 media d'insieme; 300
 mediana; 275; 341
 MESA; 470
 metodi applicabili a misure SODAR; 597
 metodi di Bilancio Energetico Superficiale; 548
 metodi flux-variance; 559
 metodi Inertial Dissipation; 575

metodi spettrali di Fourier non parametrici; 446
 metodo Armonico; 614
 metodo band-pass; 513
 metodo bootstrap; 309
 metodo Calorimetrico; 613
 metodo combinato alle Differenze Finite; 621
 metodo dei Gradienti; 168; 528; 581
 metodo dei Profili; 528; 536
 utilizzo di più profili verticali; 542
 utilizzo del solo profilo di velocità del vento;
 536
 metodo dei profili di Similarità; 599
 metodo del rapporto di Bowen; 554
 metodo di Albertson; 578
 metodo di Gauss-Newton; 539
 metodo di Hsieh; 578
 metodo di Levenberg-Marquardt; 539
 metodo di Newton; 582
 metodo di Newton-Raphson; 590
 metodo di Weill; 597
 metodo della Massima Entropia; 467
 metodo dell'Inertial Dissipation; 491
 metodo dell'ogiva; 364
 metodo Disjunct Eddy-Covariance; 416
 metodo di stima del tasso dissipazione TKE:
 basato su spettri monodimensionali; 503; 508
 basato sulle Funzioni di Struttura; 498
 basato sulle Funzioni di Struttura del secondo
 ordine; 501
 basato sulle funzioni di struttura del terzo
 ordine; 499
 metodo impedenzometrico; 205
 metodo Surface Renewal; 583
 metodo Variazionale; 580
 metrologia; 17
 mezzo ponte; 139
 microbarometri; 201
 microfronte; 591
 miniSODAR; 229
 misture chambre; 166
 misura closed path; 170
 misura; 2; 247
 misura ideale; 4
 misura reale; 6
 misurando; 1
 mixing ratio; 332; 534
 molar fraction; 535
 molar mixing ratio; 399
 momento di ordine n ; 269
 modello di Penmann-Monteith; 556
 modello di Priestley-Taylor; 550
 modello di un anemometro a coppe; 74
 mother wavelet di Haar; 483
 moti submeso; 316; 419
 Multiresolution e Wavelet di Haar; 481

N

needle probe; 610
 Nord Geografico; 128
 Nord Magnetico; 128
 normal stress; 291; 318
 no-slip condition; 326
 numero
 di Nusselt; 39; 139; 142; 149; 387
 di Peclet; 499
 di Reynolds; 39; 212; 387
 di Schmidt; 391

O

offset; 30
 offset speed; 77
 ogiva; 365
 ogiva campionaria; 490
 ogiva teorica; 490
 open-path; 336
 Optical Particle Counter; 177
 ora di Greenwich (GMT); 254
 ora locale; 254
 ore sinottiche; 69; 70
 orientamento di un anemometro; 128
 osservazione; 6
 Ottimizzazione Non Lineare; 582
 outlier; 22
 overshoot; 93
 overspeeding; 78; 82; 86

P

pallone frenato; 217
 palloni pilot; 213
 Parametro di Struttura; 282
 partitore di tensione; 29; 51
 path sonico; 107
 payload; 211
 percentile; 275
 periodo di campionamento; 55; 250; 327
 periodo di mediazione; 327
 persistence test; 258
Phase Algorithm; 614
 piastra di flusso; 195; 609
 parametro di struttura Cr^2 ; 570
 piranometro; 184
 a termopila; 184
 fotovoltaico; 186
 shadow-disk; 187
 shadow-ring; 187
 pireliometro; 188
 pirgeometro.; 189
 pirradiometro; 191
 pitch angle; 97; 354
 pitch factor; 98

pluviometro; 201
 polling; 327
 pompa di calore; 144
 ponte di Wheatstone; 52; 118; 139
 postazione master; 525
 postazione slave; 525
 postulato di Gauss della media aritmetica; 19
 potere termoelettrico della termocoppia; 146
 precisione; 31
 pressione dinamica; 287
 principio di
 Conservazione della Massa; 103
 Conservazione del Momento della Quantità di Moto; 74; 75; 91
 Conservazione della Quantità di Moto; 104
 processi auto-regressivi; 343
 processo Autoregressivo $AR(p)$; 445
 processo Autoregressivo di ordine p ; 468
 propagazione degli errori; 26
 propeller; 95
 psicometro; 158
 punti fissi; 132
 punti fissi primari; 133
 punti fissi secondari; 133
 punto triplo dell'acqua; 131

Q

Quality Control; 249; *Vedi* Controllo di Qualità
 Quality Control dei dati grezzi; 338
 quantizzatore; 62
 quantizzazione del segnale; 62

R

RADAR; 225
 radiazione atmosferica; 183
 radiazione solare diffusa; 182
 radiazione Solare Diretta; 182
 radiazione Solare Globale; 182
 radiazione terrestre; 183
 radiazioni ad onda lunga; 183
 radiometri a microonde; 225; 242
 radiometro Netto; 190
 radiosondaggio; 625
 radiosonde; 216
 raffica; 289
 rapporto di Bowen; 581
 rapporto di mescolanza di massa; 399
 rapporto di mescolanza molare; 399
 rappresentazione baricentrica del triangolo di Lumley; 298
 range; 30
 rapporto di smorzamento (damping ratio; 46; 91; 93
 RASS; 225; 232

raw data; 2; 248
 Relaxed Eddy-Accumulation (REA); 168; 422
 relazione di autocorrelazione input/output; 37
 relazione di calibrazione dell'anemometro; 77
 relazione di cross-correlazione input/output; 37
 relazione dinamica del trasduttore; 39
 remote sensing; 225
 residual layer; 628
 Rete di Monitoraggio della Qualità dell'Aria; 71
 reti di monitoraggio; 168
 riflettometria nel dominio del tempo (TDR); 205
 ripetibilità; 31
 risoluzione; 30
 risposta angolare; 80
 risposta naturale del vane; 91
 Roll Angle; 356
 rotazione degli assi cartesiani in tempo reale; 353
 rotazione degli assi metodo Planar-Fit; 359
 roughness sublayer; 346; 594
 RTD Resistance Temperature Device; 137
 rumore bianco; 468
 rumore blu; 461
 Running Mean Filtering; 370
 ruota di correlazione; 171

S

saturazione; 155
 scala Internazionale di temperatura; 132
 scaling function; 483
 scarto tipo sperimentale; 24
 scarto tipo sperimentale della m_e ; 24
 secondo Principio della Termodinamica; 130
 segnale range corrected; 238
 segnale meteorologico; 3
 self-correlation; 525; 561; 563; 566; 571
 sensibilità; 30
 sensori a punto di rugiada; 159
 sensore del primo ordine; 40
 sensore del secondo ordine; 40
 sensore di ordine zero; 40
 sensore primario; 17
 sensore primario del primo ordine; 40
 sensore primario del secondo ordine; 46
 sensore reale; 247
 sensore secondari; 18
 sezione d'urto acustica differenziale; 229
 shear stress; 291; 318; 628
 shield; 141
 skin temperature; 608; 614
 similarità spettrale; 513
 sistema cartesiano *stream-line*; 489
 sistema di coordinate principali; 294
 sistema di misura; 2; 3
 sistema di misura ideale; 3; 4
 sistemi di remote sensing attivi; 225
 sistemi di remote sensing passivi; 225

sistema di riferimento strumentale; 352
 sistemi LIDAR elastici; 237
 sistema lineare; 33
 sistemi Remote Sensing; 71
 skewness; 269; 304; 329
 SODAR; 225; 229; 232; 597; 630
 sodargramma; 630
 SODAR phased array; 226
 soglia; 30
 soil mixture tension; 203
 soil texture; 609
 soil water content; 203
 Sombrero Messicano; 474
 sonda a neutroni; 204
 sondaggi in quota; 210
 span; 30
 spectral gap; 316; 363
 spettri e cospettri multiresolution; 472
 spettri e Cospettri Wavelet; 485
 spettro di coerenza; 465; 517
 spettro di quadratura; 380; 446; 465
 spettro multiresolution; 479
 spettro one-sided; 458
 spettrometri di massa Proton Transfer; 337
 spettrometri Laser Quantum Cascade; 337
 spike; 339
 spike/step test; 258
 stabilità; 30
 standard di trasferimento; 18
 Standard Platinum Resistance Thermometer; 133
 standard primario; 17
 standard secondari; 17
 starting speed; 77; 98
 Stato della Qualità dell'Aria; 168
 stazionarietà delle misure; 412
 stazione meteorologica; 11; 69
 stazione meteorologica sinottica; 69
 step ladder; 339; 343
 stima del time-lag tra segnali; 376
 stima altezza rimescolamento dai radiosondaggi; 625
 stima campionaria; 267
 stima campionaria del valor medio; 267
 stima campionaria della covarianza; 273
 stima campionaria della varianza; 268
 stima congiunta della conducibilità e della diffusività termica apparente del suolo; 619
 stima del flusso di calore al suolo; 607
 stima dell'altezza di rimescolamento da sistemi remote sensing; 630
 stima della conducibilità termica apparente del suolo; 617
 stima della diffusività termica apparente del suolo; 615
 stima della lunghezza di rugosità per il calore e per una variabile scalare; 603
 stima diretta dei tassi medi di dissipazione; 491
 stima indiretta dei tassi medi di dissipazione; 493

stima lunghezza di rugosità della quantità di moto; 600
 Metodi a più livelli di misura; 602
 Metodi ad un livello di misura; 600
 stima spettrale di varianze e covarianze; 488
 stimatore campionario *unbiased*; 248; 267
 struttura coerente; 585
 strutture a rampa; 587
 suolo nudo; 608

T

tapering; 456; 489
 temperatura; 130
 temperatura a bulbo secco; 158
 temperatura a bulbo umido; 158
 temperatura di rugiada; 156
 temperatura sonora; 106; 109; 113
 temperatura superficiale apparente; 608
 temperatura termodinamica assoluta; 130
 temperatura virtuale; 109
 tempo caratteristico del filtro; 370
 tempo integrale Euleriano di scala; 84; 280; 306; 372; 415
 tensiometro; 204
 tensione di vapore; 155
 tensore degli stress di Reynolds; 290; 317
 tensore di anisotropia; 292
 teodolite; 213
 teorema di Buckingham; 431
 teorema del Campionamento; 448
 teorema del Limite Centrale; 6; 20
 teorema di Shannon; 56; 59; 347; 351
 teoria dell'errore di eisure; 10
 teoria di Mie; 177
 teoria di Rayleigh; 238
 teoria della Similitudine di Monin-Obukhov; 316
 teoria matematica delle Wavelets; 473
 teoria statistica di Rice; 509
 termometro a Gas; 131
 termometro a lamina bimetallica; 135
 termometro a liquido; 135
 termometro all'infrarosso; 153
 termistori; 142
 termocoppia; 145
 termoresistenze; 135
 test di Mahrt e di Foken e Wichura; 413
 test di Reverse Arrangement; 412
 testa di prelievo; 175
tethered sonde. Vedi pallone frenato
 time lag; 301
 topsoil; 615
 trasduttore primario; 14
 trasduttore Primario; 15
 trasduttore secondario; 14; 49
 trasformata di Fourier; 2; 379
 trasformata di Laplace; 2

trend; 367
 trasformata di Fourier; 449
 trasformata di Fourier discreta di una variabile; 448
 trasformazione Wavelet Continua; 476
 Triangolo di Lumley; 295
 True Eddy-Accumulation TEA; 419
 tubo di Pitot; 73; 126
 tunable Diode Laser; 337
 twisted pair; 54

U

umidità assoluta, umidità specifica e rapporto di mescolanza; 156
 umidità relativa; 156
 undamped natural wavelength; 91
 unità di misura; 8
 upcrossing; 509
 Universal Threshold; 340

V

valore atteso; 300
 valore cumulato; 267
 valore medio; 328
 variabile misuranda; 2
 vaso Dewar; 151
 velocità del suono; 103; 105; 109; 227
 velocità scalare media del vento; 284
 velocità vettoriale media del vento; 284
 vento di raffica; 289
 velocity azimuth display; 241
 vettore dello Stress orizzontale di Reynolds; 328
 vettore gradiente; 582
 volume di misura; 112

W

wavelets; 446; 628
 wavelet di Haar; 473; 475
 White Noise Process; 468
 wind child; 287
 wind gust; 289
 WIND LIDAR; 236
 Wind Profiler; 630
 wobbling; 74

Y

yaw angle; 354

Z

zero-crossing; 509
 zero-plane displacement height; 594



ISBN 979-12-81184-33-6

